【論文】

ネットワーク空間における K 関数法

山田育穂・岡部篤行

The K Function Methods on a Network

Ikuho YAMADA, Atsuyuki OKABE

Abstract: The objective of this paper is to propose new methods for analyzing relationships between point objects distributed on a network.

First, the K function method, which is used to analyze a distribution of point objects on a continuous plane, is extended into the network K function method to be applied to a distribution on a network. Second, the network cross K function method is defined as a method that deals with the relationship between two distributions of point objects on a network. Third, a computational method for the network K function methods is proposed.

Keywords: K 関数法 (the K function methods), ネットワーク (network),
点オブジェクト分布 (distribution of point objects)

1. はじめに

本研究の目的は、ネットワーク上に分布する点オブジェクトの分布状態や分布間の相互関係を分析する手法を提案することである。具体的には、連続平面上の点オブジェクト分布を扱う際に、最もよく用いられる手法の一つである K 関数法 (Ripley, 1981) をネットワーク空間に拡張した、新たな分析手法を提案する。

都市に限らず、私たちの生活する社会には、住宅、店舗などの多様な施設が立地し、また、病気や事故といった色々な現象が発生する。これらの事象の空間的な分布に対しては、地理学や地域経済学などの多方面に渡り、様々な角度からの研究が行われてきた。中でも、空間統計と呼ばれる分野では、上記のような空間現象を確率的な事象としてとらえて分析

する手法が、数多く提案されている。これまで、こうしたオブジェクト分布に対する分析手法の多くは、連続平面上の点オブジェクトを対象とするものであったが、都市内に分布する施設の立地などを考える場合には、この連続平面の仮説はあまり現実的ではない。なぜなら、実際の都市においては、人や物の移動は道路ネットワーク上に限定されており、施設の種類によっては、立地も沿道に限られているためである。従って、より詳細かつ正確に都市空間を把握するためには、道路ネットワークを考慮した分析を行うことが望ましい。

Okabe et al. (1995) は、連続平面上の点オブジェクトどうしの関係を分析する手法として広く用いられる最近隣距離法、および、それを複数オブジェクトに拡張した多次元最近隣距離法 (Okabe and Yoshikawa, 1989) を、ネットワーク空間に発展させた。そして、都市の骨格を形成する公園などの基盤施設と、住宅など非基盤施設の分布の関係について分析を行っている。この最近隣距離法は広く利用されている手法ではあるが、あるオブジェクト

山田：〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1
東京大学大学院工学系研究科都市工学専攻
TEL & FAX 03-5841-6259
Department of Urban Engineering, University of Tokyo
7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo 113-8656
E-mail iku@ua.t.u-tokyo.ac.jp

の位置を最も近いオブジェクトまでの距離のみで捉えるために、分布の広域的な傾向が無視されやすいという欠点がある (Bailey and Gatrell, 1995). K 関数法はより広範囲な情報を利用することによって、この最近隣距離法の欠点を補うものであり、本研究ではこれを、ネットワーク上に分布する点オブジェクトを扱う手法として拡張する。

ところで一般に、オブジェクトどうしの関係についての問題は、単一オブジェクト内の位置に関するものと、複数オブジェクト間の相互関係に関するものの2つに大別できる。例えば、店舗どうしは集まって立地するのかという問題は前者、鉄道駅の周りに店舗は集まるのかという問題は後者に、それぞれ対応している。これに応じて K 関数法にもいくつかのタイプがあり、単一の点オブジェクト内の関係を扱うものは単に K 関数法、2種類の点オブジェクト間の関係を扱うものはクロス K 関数法と呼ばれている (Bailey and Gatrell, 1995)。本研究では、それぞれについてネットワーク上への拡張を試みる。

2 節、3 節では、ネットワーク上の点オブジェクトの分布に対する K 関数法、クロス K 関数法をそれぞれ定義し、説明を行う。4 節は、これらの手法を用いる際に必要となるリンク（道路）の長さに関する計算法の説明である。最後に 5 節で、全体のとめと今後の課題等について述べる。

2. 単一の点オブジェクト分布に関するネットワーク K 関数法の提案

はじめに、扱うネットワークを定義しよう。 n_L 本のリンクの集合 $L = \{L_1, L_2, \dots, L_{n_L}\}$ と、 n_Q 個のノードの集合 $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_{n_Q}\}$ から成る、無向ネットワーク $N = N(L, Q)$ を考える。ここで、このリンク全体を $L_T = \bigcup_{k=1}^{n_L} L_k$ 、その総延長を l_T と表すことにする。このネットワーク N において、リンク L_k ($k=1, 2, \dots, n_L$) の両端点は、ノード集合 $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_{n_Q}\}$ に属し、逆に、ノード $q_{k'}$ ($k'=1, 2, \dots, n_Q$) はいずれかのリンクの端点であるとする。つまり、リンクはノード以外の点では交差せず、リンクの端点以外にノードはない。また、全てのリンクは連結されているものとしておく。

次に、扱う点オブジェクトは、この無向ネット

ワーク N 上に確率的に発生していると仮定する。このとき、点オブジェクトがネットワーク N 上に分布しているとは、その点オブジェクトがネットワーク N のいずれかのリンクの上に乗っている状態を表す。また、このネットワーク N 上での2点間の距離は、2点間を結ぶ最短経路の長さ（これをネットワーク距離と呼ぶ）で表すことにする。

以上の定義に基づき、本節では、ネットワーク N 上の単一種類の点オブジェクトの分布について考えていく。ここで、点オブジェクトはネットワーク N 上に均一分布に従って分布しているものと仮定する。ネットワーク N 上の均一分布は、 $f(x)$ を点 x における密度関数とすると、

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{l_T}, & x \in L_T \\ 0, & x \notin L_T \end{cases} \quad (1)$$

で表される。この均一分布の仮定の下では、ネットワーク N 上の微小領域 $x \sim x + \Delta x$ に点オブジェクトが立地する確率は、その位置によらず一定となる。ネットワーク N のサブ・ネットワーク S を考え、そのリンクの長さの総延長を l_S ($l_S \leq l_T$)、その上に立地する点オブジェクトの個数を $N(S)$ と書くことにすると、合計 n 個の点オブジェクトのうち、サブ・ネットワーク S 上に立地する個数が n_S 個である確率 $P_r(N(S) = n_S)$ は、

$$P_r(N(S) = n_S) = {}_n C_{n_S} \left(\frac{l_S}{l_T} \right)^{n_S} \left(1 - \frac{l_S}{l_T} \right)^{n - n_S} \quad (2)$$

で表される二項分布に従う。このため、有限のネットワーク上に点オブジェクトが均一に分布する確率過程は、二項ポイント過程と呼ばれる (Ripley, 1981)。

点オブジェクトの分布が二項ポイント過程に従っているという仮定は、点オブジェクトどうしが互いに全く独立に立地している状態を表すと推測される。また逆に、与えられた点オブジェクトが二項ポイント過程に従って分布していないということは、点オブジェクト間に何らかの相互作用が働いていることを示していると考えられる。具体的な分析対象として都市内の商業施設を例にとると、実際の店舗分布が二項ポイント過程に従う分布と比較して偏っ

ているのであれば、店舗間に、互いに相手の近くに立地しようとしたり、逆に、相手を避けて立地しようとするといった、相互作用が存在している可能性があるということである。点オブジェクトどうしが互いに引き付けあっている場合、その分布には密な部分が存在することになるので、これをクラスタリングの傾向と呼ぶことにする。一方、反発しあっている場合、点オブジェクトどうしが互いになるべく離れようとした結果、規則正しい分布となるので、これをレギュラリティの傾向と呼ぶ。

今、無向ネットワーク $\mathbf{N}$ における K 関数を、ネットワーク K 関数として次のように定義する。ただし、 $E(\cdot)$ は期待値、 ω はリンクの単位長さあたりの点オブジェクトの個数（密度）を、それぞれ表す。

$$K(t) = \frac{1}{\omega} E \left(\begin{array}{c} \text{ネットワーク } \mathbf{N} \text{ 上の} \\ \text{任意の点オブジェクトから} \\ \text{距離 } t \text{ 以内にある他の} \\ \text{点オブジェクトの個数} \end{array} \right) \quad (3)$$

点オブジェクトが二項ポイント過程に従って分布している場合、式 (3) において点オブジェクトの密度を表す ω は、ネットワーク $\mathbf{N}$ 上の位置に関わらず一定の値を取る。このとき、式 (3) の右辺の期待値の部分は、ネットワーク $\mathbf{N}$ 上に任意の一点 x (点オブジェクトの1つでなくてよい) を定めたとき、その点から距離 t 以内にあるリンクの長さの期待値に、点オブジェクトの密度 ω を乗じた値となる。点 x からの距離が t 以内のリンクの長さを $l_x(t)$ と書くことにすると、求めたいリンクの長さの期待値は、点 x をネットワーク $\mathbf{N}$ の全リンク L_T 上を動かして線積分し、リンクの総延長 l_T で除した平均として得られる。よって、式 (3) の右辺の期待値は、

$$E \left(\begin{array}{c} \text{ネットワーク } \mathbf{N} \text{ 上の} \\ \text{任意の点オブジェクトから} \\ \text{距離 } t \text{ 以内にある他の} \\ \text{点オブジェクトの個数} \end{array} \right) = \omega \cdot \frac{1}{l_T} \int_{x \in L_T} l_x(t) dx \quad (4)$$

と書くことが出来る。従って、点オブジェクトが二項ポイント過程に従って分布している、言い換えれば、互いに独立に立地している場合のネットワーク K 関数の理論値は、 $\bar{K}(t)$

$$\begin{aligned} \bar{K}(t) &= \frac{1}{\omega} \cdot \omega \cdot \frac{1}{l_T} \int_{x \in L_T} l_x(t) dx \\ &= \frac{1}{l_T} \int_{x \in L_T} l_x(t) dx \end{aligned} \quad (5)$$

となる。この理論値 $\bar{K}(t)$ と、実際に観測された点オブジェクト分布のネットワーク K 関数の値 $\tilde{K}(t)$ とを比較することで、観測された点オブジェクトが、二項ポイント過程に従っているかどうかを判断することが出来る。そして、従っていないと判断される場合には、点オブジェクトどうしの間に、立地を左右する相互作用が存在する可能性がある。このとき、 $\tilde{K}(t) < \bar{K}(t)$ であればレギュラリティの傾向、逆に、 $\tilde{K}(t) > \bar{K}(t)$ であればクラスタリングの傾向があることが、それぞれ推測される。この判定を統計的に行う場合には、一般の K 関数法で行われているように (Bailey and Gatrell, 1995)、理論値 $\bar{K}(t)$ のまわりの信頼区間の上限値と下限値を、それぞれシミュレーションによって求めればよい。

次に、実際に観測された点オブジェクトの分布について、ネットワーク K 関数を求めることを考えよう。ネットワーク $\mathbf{N}$ 上で、 n 個の点オブジェクトから成る分布 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ が観測されたとする。式 (3) の定義にある、「ネットワーク $\mathbf{N}$ 上の任意の点オブジェクトから距離 t 以内にある他の点オブジェクトの個数」の期待値を求めるには、 n 個の点オブジェクトのそれぞれから距離 t 以内にある他の点オブジェクトの個数を数え、平均を取ればよい。定義に従うと、実際に観測された点オブジェクトの分布についてのネットワーク K 関数の値 $\tilde{K}(t)$ は、

$$\tilde{K}(t) = \frac{1}{\omega} \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\begin{array}{c} \text{点オブジェクト } a_i \\ \text{から距離 } t \text{ 以内に} \\ \text{ある点オブジェクト} \\ a_j (i \neq j) \text{ の個数} \end{array} \right) \quad (6)$$

となる。いま、観測された点オブジェクト分布の密

度 ω は n/l_T であるから、式(6)は、

$$\tilde{K}(t) = \frac{l_T}{n^2} \sum_{i=1}^n \left(\begin{array}{l} \text{点オブジェクト } a_i \\ \text{から距離 } t \text{ 以内に} \\ \text{ある点オブジェクト} \\ a_j (i \neq j) \text{ の個数} \end{array} \right) \quad (7)$$

と書くことが出来る。この $\tilde{K}(t)$ と前述の理論値 $\bar{K}(t)$ の信頼区間とを、異なる t の値ごとに、例えばグラフにプロットして比較することにより、点オブジェクトどうしの立地の関連性についての所見が得られる。

ところで、二項ポイント過程に従う点オブジェクトが連続平面上に分布している場合、任意の点オブジェクトから直線距離 t 以内に含まれる他の点オブジェクトの個数は、その点オブジェクトから直線距離 t 以内の部分領域の面積、すなわち、半径 t の円の面積 πt^2 に比例すると考えられる。従って、 K 関数の理論値は次式となる。

$$\bar{K}(t) = \pi t^2 \quad (8)$$

しかしながら、対象とする領域の周縁付近の点では、その部分領域の面積は πt^2 よりも小さいため、観測された点オブジェクト分布から $\tilde{K}(t)$ を算出する際には、このエッジ効果を加味して補正しなくてはならない (Bailey and Gatrell, 1995)。これに対し、ここで示したネットワーク K 関数の場合、リンクの長さの期待値をリンク全体 L_T についての線積分で求めているために、対象とするネットワークの外側を考慮せずに算出できるという利点がある。このリンクの長さの期待値の計算方法については、4節で改めて説明する。

3. 2種類の点オブジェクト分布に対するネットワーク K 関数法

次に、2種類の点オブジェクト分布が与えられた場合、その2つの分布の間に相互関係があるかどうかを分析することを考える。都市の中には、鉄道駅と住宅、大型商業施設と中小小売店舗といったように、互いに相手の立地に影響を及ぼしていると予想される施設が多くあるので、それらの関係を取り扱

う手法を提案しようというのである。一般に都市においては、鉄道や大規模商業施設、大規模公園などの基盤施設が、住宅などの非基盤施設に及ぼす影響が注目されることが多い。そこで、本研究では、基盤施設にあたる点オブジェクトの位置は固定されているものとして、これを基準としたときの非基盤施設の分布の特徴について扱っていく。

ここで、2節と同様に、非基盤施設の点オブジェクトはネットワーク N 上に均一分布に従って分布しているものと仮定する。すなわち、非基盤施設の分布する確率過程は、二項ポイント過程であると仮定する。(均一分布、二項ポイント過程については、それぞれ、式(1)、式(2)参照。)このとき、非基盤施設が基盤施設から距離 $x \sim x + \Delta x$ の微小領域に立地する確率は、その微小領域に含まれるリンクの長さに比例する。この仮定を基盤施設との関係で考えると、非基盤施設の点オブジェクトが、二項ポイント過程に従って分布しているという仮定は、非基盤施設が基盤施設とは独立に分布している状態を表していると推測される。逆に、非基盤施設の点オブジェクトが、二項ポイント過程に従って分布していないということは、非基盤施設と基盤施設との間に、何らかの相互関係が存在することを示唆していると考えられる。

2節と同様に定義された無向ネットワーク N 上に、2種類の点オブジェクト A 、 B が分布しているとする。便宜上、 n_a 個の点オブジェクトから成る分布 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_{n_a}\}$ を非基盤施設、 n_b 個の点オブジェクトから成る分布 $B = \{b_1, b_2, \dots, b_{n_b}\}$ を基盤施設としておく。そして、基盤施設 B に対し非基盤施設 A の分布が独立であるかどうかを考える。ここで、基盤施設の点オブジェクト B から見た非基盤施設の点オブジェクト A のネットワーク K 関数を、リンクの単位長さあたりの点オブジェクト A の個数(密度)を ω_a として、

$$K^{BA}(t) = \frac{1}{\omega_a} E \left(\begin{array}{l} \text{任意の点オブジェクト } B \\ \text{から距離 } t \text{ 以内にある} \\ \text{点オブジェクト } A \text{ の個数} \end{array} \right) \quad (9)$$

と定義し、これをネットワーク・クロス K 関数と呼ぶ。

点オブジェクト A が二項ポイント過程に従って分布している場合には、式 (9) の ω_a は常に一定値を取る。従って、固定された点オブジェクト B に対する式 (9) の右辺の期待値は、任意の点オブジェクト B から距離 t 以内にあるリンクの長さの期待値に、点オブジェクト A の密度 ω_a を掛けた値となる。このリンクの長さの期待値は、 n_b 個の点オブジェクト B のそれぞれから、距離 t 以内にあるリンクの長さの平均として求められる。すなわち、 b_i ($i = 1, 2, \dots, n_b$) からの距離が t 以内のリンクの長さを $l_i(t)$ と書くとき、

$$E \left(\begin{array}{l} \text{任意の点オブジェクト } B \\ \text{から距離 } t \text{ 以内にある} \\ \text{点オブジェクト } A \text{ の個数} \end{array} \right) = \omega_a \cdot \frac{1}{n_b} \sum_{i=1}^{n_b} l_i(t) \quad (10)$$

であり、ネットワーク N の全リンク L_T 上で線積分をする必要のあったネットワーク K 関数と比べ、かなり簡単な処理で済む。以上から、点オブジェクト A が二項ポイント過程に従って分布している、すなわち、点オブジェクト A が点オブジェクト B とは独立に立地している場合のネットワーク・クロス K 関数の理論値 $\bar{K}^{BA}(t)$ は、

$$\begin{aligned} \bar{K}^{BA}(t) &= \frac{1}{\omega_a} \cdot \omega_a \cdot \frac{1}{n_b} \sum_{i=1}^{n_b} l_i(t) \\ &= \frac{1}{n_b} \sum_{i=1}^{n_b} l_i(t) \end{aligned} \quad (11)$$

と書くことが出来る。

次に、実際に観測された点オブジェクト A の分布について、点オブジェクト B から見たネットワーク・クロス K 関数の値 $\tilde{K}^{BA}(t)$ を求めることを考えよう。定義の「任意の点オブジェクト B から距離 t 以内にある点オブジェクト A の個数」は、 n_b 個の点オブジェクト B のそれぞれについて、距離 t 以内にある点オブジェクト A の個数を数え、平均を取れば求められる。つまり、

$$\tilde{K}^{BA}(t) = \frac{1}{\omega_a} \cdot \frac{1}{n_b} \sum_{i=1}^{n_b} \left(\begin{array}{l} \text{点オブジェクト } b_i \\ \text{から距離 } t \text{ 以内に} \\ \text{ある点オブジェクト} \\ \text{ } a_j \text{ の個数} \\ (j=1, 2, \dots, n_a) \end{array} \right) \quad (12)$$

である。観測された点オブジェクト A の密度 ω_a は n_a/l_T であるから、実際に観測された点オブジェクトについての、点オブジェクト B から見たネットワーク・クロス K 関数の値 $\tilde{K}^{BA}(t)$ は、

$$\tilde{K}^{BA}(t) = \frac{l_T}{n_a n_b} \sum_{i=1}^{n_b} \left(\begin{array}{l} \text{点オブジェクト } b_i \\ \text{から距離 } t \text{ 以内に} \\ \text{ある点オブジェクト} \\ \text{ } a_j \text{ の個数} \\ (j=1, 2, \dots, n_a) \end{array} \right) \quad (13)$$

となる。この $\tilde{K}^{BA}(t)$ と前述の理論値 $\bar{K}^{BA}(t)$ とを比較すれば、点オブジェクト A の点オブジェクト B に対する立地の独立性を判断する基準が得られる。そして、点オブジェクト A の立地が点オブジェクト B に対して独立でない場合、 $\tilde{K}^{BA}(t) < \bar{K}^{BA}(t)$ であれば、点オブジェクト A は点オブジェクト B を避けて立地しようとしている可能性があり、逆に、 $\tilde{K}^{BA}(t) > \bar{K}^{BA}(t)$ であれば、点オブジェクト A は点オブジェクト B の周りに集まって立地しようとしている可能性がある、と推測される。統計的な判定を行う場合には、2 節と同様に、シミュレーションによって信頼区間を導出すればよい。

4. ネットワーク K 関数の計算法の概要

本研究で提案したネットワーク K 関数は、式 (4)、式 (11) に示したような簡潔な形で定式化することが出来るが、実際にネットワーク上で、 $l_x(t)$ 、 $l_i(t)$ を計算することはそれほど容易ではない。ネットワーク上のリンクの長さの計算に関しては、四茂野 (1993)、Okunuki and Okabe (1998) らの一連の研究により提案された手法があり、本研究ではこれを更に精緻化してネットワーク K 関数に適用した。本節では、この計算法について述べるが、紙面の都合上、この手法の特徴であるネットワークの再構築と、ネットワーク K 関数への適用

を中心に、概要のみを示す。具体的な計算アルゴリズム等の詳細については、山田・岡部（1999）を参照していただきたい。

ここで、ネットワーク N の任意の 1 本のリンク L_k ($k=1, 2, \dots, n_L$) に着目し、その上にある点 P からの距離が t 以内となるリンクの長さを考える。着目したリンク L_k の両端点のノードを A, B （便宜上、 A を始点、 B を終点とする）、長さ l_k と表すこととし、点 P はこの始点 A から距離 s ($0 \leq s \leq l_k$) の位置にあるとする。

はじめに、以下の手順に基づき、ネットワークを再構築する。

1. A から他の全てのノードへの最短経路をつなぎ、最短距離木を発生させる。このとき、ネットワーク N のリンクのうち、最短距離木に含まれないリンクには、最短距離木の各枝先から葉を伸ばしたときに、異なる枝から伸びてきた葉が接する特別な点が、必ず存在する。この点は衝突点と呼ばれ、衝突点では A から等距離の最短経路が複数存在する。
2. 衝突点を新たなノード A' としてネットワーク N に加える。
3. B から同様に最短距離木を発生させて、その衝突点を新たなノード B' とする。
4. 線分 $A'B'$ は、1 本の連続したリンクであると見なし、この上にある既存のノードから伸びている木やループ（さらに、もしあればこのループ上に根を持つ木）は、他のリンクとは区別して取り扱うこととする。

このようにして再構築されたネットワークのリンクの総数を $n_{L'}$ 本として、それらを次の 7 種類に分類する（図 1）。

- ①移動リンク L_k （線分 AB ）
- ② A からの最短経路が B を通らないリンク（ A を根とする木に含まれるリンク）
- ③ A からの最短経路が B を通るリンク（ B を根とする木に含まれるリンク）
- ④衝突点の作るリンク（線分 $A'B'$ ）
- ⑤衝突点の作るリンク（④）から伸びるループ
- ⑥衝突点の作るリンクから伸びる木に含まれるリンク
- ⑦衝突点の作るリンクから伸びるループ（⑤）から伸びる木やループに含まれるリンク

図 1 7 種類のリンク分類

⑦衝突点の作るリンクから伸びるループ（⑤）から伸びる木やループに含まれるリンク

このとき、ネットワーク N のリンク L_i ($i=1, 2, \dots, n_{L'}$) のうち、点 P からの距離が t 以内である部分の長さを $g_i(t|s)$ で表すことにすると、各リンクについての $g_i(t|s)$ は、この分類ごとに、それぞれ t および s の一次式として定式化される。（ $g_i(t|s)$ の具体的な式等の詳細は、山田・岡部（1999）参照）点 P から距離以内にあるリンクの長さの、ネットワーク N 全体での総和を $f_k(t|s)$ で表すことにすると、この値は次式となる。

$$f_k(t|s) = \sum_{i=1}^{n_{L'}} g_i(t|s) \quad (14)$$

以上を踏まえ、2 節に示したネットワーク K 関数法を考えよう。点オブジェクトが二項ポイント過程に従って分布しているという仮定の下で、ネットワーク K 関数の理論値を算出するためには、ネットワーク N 上の任意の一点 x から距離 t 以内にあるリンクの長さの期待値を求める必要がある（式（4）参照）。この期待値は、点 P がネットワーク N 上の任意の位置にあるときの、 $f_k(t|s)$ の期待値と言い換えられる。従って、点 P がリンク L_k 上を始点 A から終点 B まで（すなわち $0 \leq s \leq l_k$ ）移動し、さらに、 k も $1, 2, \dots, n_{L'}$ を変化するときの、 $f_k(t|s)$ の平均を求めればよい。

$$E(f_k(t|s)) = \frac{1}{l_T} \sum_{k=1}^{n_L} \int_0^{l_k} f_k(t|s) ds \quad (15)$$

$$l_T = l_1 + l_2 + \dots + l_{n_L}.$$

この式を用いると、式 (5) は、以下のように書き換えることが出来る。

$$\bar{K}(t) = \frac{1}{l_T} \sum_{i=1}^{n_L} \int_0^{l_i} f_k(t|s) ds \quad (16)$$

3 節のネットワーク・クロス K 関数の場合には、基盤施設 B の n_b 個の点オブジェクトを、ネットワーク N のノードとして加えれば、同様の手順でリンクの長さの期待値が求められる。つまり、新たに加えた基盤施設 B のノードが始点 A に対応していると考えて、 $s = 0$ のときの値を求めればよいのである。 k 番目の基盤施設 b_k ($k = 1, 2, \dots, n_b$) から距離 t 以内にあるリンクの長さを $f_k(t|s)|_{s=0}$ と書くことにすると、任意の基盤施設 B から距離 t 以内にあるリンクの長さの期待値は、

$$E(f_k(t|s)|_{s=0}) = \frac{1}{n_b} \sum_{k=1}^{n_b} (f_k(t|s)|_{s=0}) \quad (17)$$

で求められる。よって、式 (11) は、以下のようになる。

$$\bar{K}^{BA}(t) = \frac{1}{n_b} \sum_{k=1}^{n_b} (f_k(t|s)|_{s=0}) \quad (18)$$

最後に計算負荷について述べる。一般に、 n_L 本のリンクと n_Q 個のノードから成るネットワーク N 上で、ある 1 つのノードから最短距離木を発生させるときの計算オーダーは $O(n_Q \log n_Q)$ であることが知られている (Fredman and Tarjan, 1984)。従って、単一の点オブジェクト分布に対するネットワーク K 関数法の場合には、ネットワーク N の全てのノード q_i ($i = 1, 2, \dots, n_Q$) から最短距離木を発生させるため、計算オーダーは $O(n_Q^2 \log n_Q)$ となる。一方、ネットワーク・クロス K 関数法では、基盤施設 B の点オブジェクトの n_b 個から最短距離木を発生させればよい。 n_b は、 n_Q に比べて十分に小さいと仮定できるので、ネットワーク・クロス K

関数の計算オーダーは $O(n_Q \log n_Q)$ で済む。

5. 終わりに

本研究では、都市を道路リンクで構成されるネットワーク空間と見なした上で、そこに分布する施設どうしの立地の関連性を分析することを目的として、連続平面における点分布の分析手法である K 関数法を、ネットワーク空間に拡張した。

2 節では、ネットワーク上に分布する 1 種類の点オブジェクトに対し、その点オブジェクトどうしの間にクラスタリングやレギュラリティの傾向があるかどうかを分析する手法として、ネットワーク K 関数法を示した。3 節では、基盤施設、非基盤施設の 2 種類の点オブジェクト間のネットワーク・クロス K 関数を定義し、基盤施設と非基盤施設の立地の関連性についての分析手法を提案した。

4 節には、ここで提案したネットワーク K 関数の計算法の概要を示した。ネットワーク N 上の任意の点から距離 t 以内にあるリンクの長さは、各リンクについての 1 次式として定式化でき、この方法の計算オーダーは、ネットワーク K 関数では $O(n_Q^2 \log n_Q)$ 、ネットワーク・クロス K 関数では $O(n_Q \log n_Q)$ となる。

本研究では、分析対象として点的施設のみを取り上げてきた。しかしながら、都市施設の中には、道路や鉄道など、線もしくはその集合であるネットワークとして捉えるべき施設や、大型の複合施設や大規模工場、大規模公園など、広がりを持った面として扱うべき施設も少なくない。従って、線オブジェクト、面オブジェクトへの拡張は今後の課題の一つである。

謝辞

本研究を進めるにあたり、東京大学の貞広幸雄氏には K 関数法の重要性をご指摘いただき、名古屋大学の奥貫圭一氏には計算法について有用なご助言を頂いた。紙面を借りて、深く御礼申し上げる。なお、本研究は、文部省科学研究費、基礎研究 (B) (2) 課題番号 11480092、「リアルタイム・ミクロエリア・マーケティング支援システム開発の基礎的研究」の一部として行われたものである。

参考文献

- 山田育穂・岡部篤行 (1999) ネットワーク空間における K 関数法とその計算法, *Discussion Paper Series*, 東京大学空間情報科学研究センター, No.23.
- 四茂野英彦 (1993) ネットワーク上での最短距離分布の計算可能性, *GIS-理論と応用*, **1**, 47-56.
- Bailey, T. C. and Gatrell A. C. (1995) *Interactive Spatial Data Analysis*, Harlow: Longman.
- Fredman, M. L. and Tarjan, R. E. (1984) Fibonacci heaps and their uses in improved network optimization algorithms, *Proceedings of the 25th Annual IEEE Symposium on Foundation of Computer Science*, Singer Island, Florida, 338-346.
- Okabe, A. and Yoshikawa, T. (1989) The multi nearest neighbor distance methods for analyzing the compound effect on infrastructural elements on the distribution of activity points, *Geographical Analysis*, **21** (3), 216-235.
- Okabe, A., Yomono, H. and Kitamura, M. (1995) Statistical analysis of the distribution of points on a network, *Geographical Analysis*, **27** (2), 152-175.
- Okunuki, K. and Okabe, A. (1998) A computational method for optimizing the location of a store on a continuum of a network when users' choice behavior follows the Huff model, *Discussion Paper Series* of Center for Spatial Information Science at the University of Tokyo, No.19.
- Ripley, B. D. (1981) *Spatial Statistics*, New York: John Wiley.