負制約の等価変換による問題解決の基礎理論

A Theoretical Foundation of Problem Solving by Equivalent Transformation of Negative Constraints

小池 英勝
Hidekatsu Koike

北海道大学大学院工学研究科システム情報工学専攻
Division of System and Information Engineering, Hokkaido University
koke@cims.hokudai.ac.jp

赤間 清
Kiyoshi Akama

北海道大学情報メディア教育研究総合センター
Center for Information and Multimedia Studies, Hokkaido University
akama@cims.hokudai.ac.jp

馬淵 浩司
Hiroshi Mabuchi

岩手県立大学ソフトウェア情報学部
Dept. of Software and Information Science, Iwate Prefectural University
mabu@soft.iwate-pu.ac.jp

岡田 浩一
Koichi Okada

日本電信電話株式会社情報流通プラットフォーム研究所
NTT Information Sharing Platform Laboratories, NTT
koichi@slab.ntt.co.jp

繁田 良則
Yoshinori Shigeta

東芝システム LSI 技術研究所
System ULSI Engineering Laboratory, Toshiba Corporation
yoshinori.shigeta@toshiba.co.jp

keywords: negation, negative constraint, equivalent transformation, declarative description, resolution.

Summary

Representation and computation of negation is very important in problem solving in various application domains. The purpose of this paper is to propose a new approach to negation. While most theories for negation are based on the logic paradigm, this theory is constructed based on the equivalent transformation (ET) computation model, since the ET model provides us with “decomposability of programs,” i.e., a program in the ET model is a set of ET rules and can be synthesized by generating each ET rule independently of other ET rules.

To represent negation in the ET model, a constraint is introduced as a pair of an object and a domain. A constraint becomes true when the object is specialized to a ground object within the domain. A negative constraint has a domain that is the complement of the meaning of the corresponding declarative description. Computation of negation in the ET paradigm is realized by equivalent transformation of declarative descriptions including negative constraints.

For each negative constraint in a definite clause, a new declarative description is produced and transformed equivalently. When it is transformed to a set of unit clauses, the negative constraint is solved. Each unit clause returns a simple constraint to the “caller” clause. This paper proves two theorems that provide a basis for such equivalent transformation of negative constraints.

1. ま え が き

論理プログラミングの分野での最も基礎的な問題は、確定節集合とアトムペアによって定まる [Lloyd 87]。SLD レゾリューションの理論は、このクラスの問題を解く方法を基礎付けている。Prolog の成功により、SLD レゾリューションの有効性は広く認識され、レゾリューション形式による問題解決の理論化は、論理プログラミングの基本的な方法となっている。しかし、SLD レゾリューションの理論を基礎として、問題解決のための効率的なプログラムを構築するのは、実は一般には決して簡単ではないのである。最も重大な問題の 1 つは計算の制御である。SLD レゾリューションによる計算の効率は、計算

の制御に大きく依存するが、計算の制御を適切に設定するのは一般には容易ではない。多数の問題を解くために共通に利用できる計算の制御の発見はさらに困難である。

SLD レゾリューションの理論を基礎としたプログラム作成の困難の少なからざる部分が、等価変換パラダイムによって克服できる。等価変換パラダイムでは、等価変換ルールを繰り返し適用し、問題を単純化することによって問題を解く [赤間 97, 赤間 98e]。そこでは、プログラムとは、等価変換ルールの集合であり、等価変換ルールという部品を集めることによって、プログラムを作ることができる。プログラムを作るといいう難しい作業が、それを構成するルールを作るといいうより簡単な作業に分解されるのである [Akama 01a]。こうして作られたプログラムは、

新しいデータ構造を導入したり, 新たなルールを追加することによって比較的小さなコストで改善できる [畑山 97]. これはさらに, プログラムの自動生成の理論やプログラム自動生成システムの作成 [Akama 01a, Koike 01] を可能にしている.

等価変換パラダイムでは, ある問題を解くためのすべての正当な手続きを, 基本的な等価変換の組み合わせによって説明する. この方法は広範な問題に適用できる. SLD レゾリューションの正当性もまた, アンフォールド変換という等価変換の組み合わせで容易に証明できる [赤間 98d]. SLD レゾリューションの理論の機能は等価変換の理論で代替できる. 逆に, SLD レゾリューションの理論は等価変換が提供する計算の組み合わせをすべて可能とすることができない [赤間 98d]. さらに, 等価変換の理論は, 任意の等価変換を自由に組み合わせで正当な手続きを作り出すことができるので, アンフォールド変換に縛られた SLD レゾリューションの理論とは対照的に, 手続きを柔軟に拡張できる. もし等価変換を採用しアンフォールド変換以外の等価変換を用いれば, 計算効率の改善の可能性 [赤間 98b] が開け, アンフォールド変換よりも適用範囲の狭いルールを用いれば, 計算制御の改善が期待できる [Koike 00].

レゾリューションタイプの理論ではなく, 等価変換を基礎とした理論を構築することが, 問題解決とプログラム生成の研究を進展させるために有効と考えられる. このような有用な理論体系を, 否定を含む問題クラスに拡大する方法を基礎付けるのが本論文の目的である.

本論文では, 次の 2 つの提案を行なう.

- (1) 否定を含む問題を表現するための方法の提案
- (2) 否定を含む問題を計算するための基礎となる等価変換ルールの提案

ここで注意してほしいのは, 論理プログラミングにおける研究と等価変換パラダイムのもとでの研究では「ゲームのルール」が違うことである. 論理プログラミングでは, 問題の記述は論理式に限定されているのに対して, 等価変換パラダイムでは, 集合を記述する任意の式 (宣言的記述と呼ばれる) が問題記述として用いられる. 従って, 本論文では, 否定を含む問題を表現する宣言的記述のクラスが提案される. また論理プログラミングでは, 論理式を計算する一連の手続きが議論されるが, 等価変換パラダイムでは宣言的記述を処理する基本的な等価変換を発見する必要がある.

本論文の構成を示す. 2 章では, 制約つき宣言的記述, 負制約, 意味の定義を与える. 3 章では, 等価変換による計算について述べ, 変換の正当性を証明するための基礎となる命題を証明する. 4 章では, 負制約の本格的な等価変換を引き起こすための準備となる等価変換 (負制約における制約対象の繰り込み) のために必要な定理を証明する. 5 章では, 負制約の参照記述を等価変換し, 負制約を解消するために必要な定理を証明する. 6 章では,

負制約の等価変換によって問題を解決する例を与える. 7 章では, 本論文の方法と論理プログラミングの方法を比較する. 8 章では, 本論文のまとめを述べる.

2. 制約つき宣言的記述

2.1 特殊化システム

適切なデータ構造を採用することによって, 計算効率は著しく改善できる可能性がある. 従って, 多くのデータ構造を統一的に扱う理論のもとで, データ構造の変更を行える理論体系が, プログラム生成にとって有効である [赤間 98a]. 等価変換に基づく問題解決の理論では, 各知識表現が扱う対象とそれへの操作がなす構造を“特殊化システム”という数学的構造として捉える^{*1}. これにより多くのデータ構造に共通の構造を明快に理論化することができる^{*2}.

【定義 1】【特殊化システム】

特殊化システムとは, fill 集合 $\mathcal{A}, \mathcal{G}, S$ と写像 $\mu: S \rightarrow \text{partial_map}(\mathcal{A})$ からなる 4 項組 $\Gamma = \langle \mathcal{A}, \mathcal{G}, S, \mu \rangle$ で, 次の条件を満たすものである. 但し, $\text{partial_map}(\mathcal{A})$ は $\mathcal{A}$ 上の部分写像全体の集合を表す. $\mu(s_1) \circ \mu(s_2)$ は 2 つの部分写像 $\mu(s_1)$ と $\mu(s_2)$ の合成写像である. $\mu(s)(a)$ は $\mathcal{A}$ 上の部分写像 $\mu(s)$ の a における値 ($\mathcal{A}$ の元) を意味する.

- (1) $\forall s_1, s_2 \in S, \exists s \in S: \mu(s) = \mu(s_1) \circ \mu(s_2)$
- (2) $\exists s \in S, \forall a \in \mathcal{A}: \mu(s)(a) = a$
- (3) $\mathcal{G} \subseteq \mathcal{A}$

$\mathcal{A}$ の元をオブジェクトと呼ぶ. $\mathcal{G}$ の元を基礎オブジェクト, S の元を特殊化と呼ぶ. $\square$

$\theta \in S$ のとき, $\mu(\theta)(a)$ を後置記法で $a\theta$ と表すことがある. $a\theta = b$ を満たす b が存在するとき, θ は a に適用可能であるという. $a\theta = b$ のとき, a は θ で b に特殊化されるという. さらに b が基礎オブジェクトであるとき, b は a の基礎例であるという. a の基礎例全体の集合を $\text{rep}(a)$ で表す. $\theta \in S$ が $\mathcal{A}$ の部分集合 B に適用可能であるとは, θ が B の任意の元に適用可能なことである. そのとき, $B\theta = \{b\theta \mid b \in B\}$ と定義する.

定義 1 は, 特殊化システムを公理的に定義^{*3}している. 集合 $\mathcal{A}, \mathcal{G}, S$ と写像 $\mu: S \rightarrow \text{partial_map}(\mathcal{A})$ は, 定義 1 の条件 (1)~(3) を満たす任意のものが許される. これによって, 特殊化システムは, 非常に広い範囲の知識表現系を捉えることができる.

2.2 制約つき宣言的記述

Γ 上の制約とは, $\mathcal{A}$ の元 a と $\mathcal{G}$ の部分集合 G のペア (a, G) である. 制約 (a, G) は $a \in \mathcal{G}$ のとき基礎制約であるという. 基礎制約 (g, G) は $g \in G$ のとき真であり, $g \notin G$ のとき偽であるという. 特殊化 θ が制約 (a, G) に

*1 特殊化システムの具体例は [赤間 98a, 赤間 98c] などを参照.

*2 項や文字列, 制約, マルチセットなどの他, XML のデータ構造などにも応用されている [Wuwongse 01].

*3 写像 μ の定義についての説明を付録で述べる.

適用可能なのは, θ が a に適用可能なときであり, その適用結果 $(a, G)\theta$ は制約 $(a\theta, G)$ である. このとき, (a, G) は θ によって $(a\theta, G)$ に特殊化されるという.

A のオブジェクト H と, A のオブジェクトまたは Γ 上の制約 $B_1, B_2, \dots, B_n$ からなる式^{*4}

$$H \leftarrow B_1, B_2, \dots, B_n$$

を, Γ 上の制約つき確定節と呼ぶ. H をヘッド, $B_1, B_2, \dots, B_n$ の全体をボディと呼ぶ. 制約つき確定節 C のヘッドを $head(C)$, ボディ中のオブジェクトの集合を $obj(C)$, ボディ中の制約の集合を $const(C)$, $obj(C)$ と $const(C)$ の和集合を $body(C)$ で表す. ヘッドまたはボディの構成要素として使われるオブジェクトをしばしばアトムと呼ぶ.

基礎オブジェクトまたは基礎制約だけからなる制約つき確定節を基礎節と呼ぶ. Γ 上の基礎節全体の集合を $Gclause(\Gamma)$ で表す. 制約つき確定節

$$C = (H \leftarrow B_1, B_2, \dots, B_n)$$

と特殊化 θ に対して, もし θ が $H, B_1, B_2, \dots, B_n$ のすべてに適用可能であるならば, θ は C に適用可能で, 適用結果 $C\theta$ は

$$C\theta = (H\theta \leftarrow B_1\theta, B_2\theta, \dots, B_n\theta)$$

であると定義する. $C\theta = C'$ のとき, C' は C の例であるという. 基礎節 C' が C の例であるとき, C' は C の基礎例であるという.

Γ 上の制約つき宣言的記述^{*5} とは, Γ 上の制約つき確定節の集合である. 本論文では, 制約つき確定節をしばしば単に確定節, あるいは, 節と呼ぶことがある. 同様に, 制約つき宣言的記述を, 単に宣言的記述と呼ぶことがある.

2.3 正制約と負制約による表現

制約 (a, G) の a を制約対象, G を制約領域と呼ぶ. 制約領域は $\mathcal{G}$ の任意の部分集合が可能なので, Γ 上のある宣言的記述 Q の意味 $\mathcal{M}(Q)$ (定義 3) の関数として決まる集合を制約領域として用いることができる. このように制約領域として他の宣言的記述の意味の関数を使った制約を依存制約と呼び, これらの制約は他の宣言的記述 Q を「参照している」という. Q はこの制約の参照記述と呼ばれる. 例えば, 制約領域として $\mathcal{M}(Q)$ や $\mathcal{G} - \mathcal{M}(Q)$ をとれば, 制約 $(a, \mathcal{M}(Q))$ や $(a, \mathcal{G} - \mathcal{M}(Q))$ が得られる. これらを $[a \in \mathcal{M}(Q)]$ や $[a \notin \mathcal{M}(Q)]$ とも書き, それぞれ正制約, 負制約と呼ぶ.

依存制約は, 制約つき宣言的記述の表現力を大きく拡大する. 特に負制約は, 否定を表現するのに直接的に使

うことができる. 例えば, 論理パラダイムにおける否定を含む節

$$even(X) \leftarrow integer(X), \neg odd(X).$$

は, 宣言的記述 Q で odd 述語を記述しておけば,

$$even(X) \leftarrow integer(X), [odd(X) \notin \mathcal{M}(Q)].$$

という制約つき確定節として表現できる.

2.4 制約つき宣言的記述の意味

制約つき宣言的記述の意味を定義する.

まず, Γ 上の宣言的記述 P に対して, 写像 $T_P: 2^{\mathcal{G}} \rightarrow 2^{\mathcal{G}}$ を定義する. これは, 定義 3 において, 宣言的記述の意味を求める際に使用される.

【定義 2】【写像 T_P 】

$\Gamma = \langle \mathcal{A}, \mathcal{G}, \mathcal{S}, \mu \rangle$ とする. 写像 $T_P: 2^{\mathcal{G}} \rightarrow 2^{\mathcal{G}}$ を, 任意の $I \subseteq \mathcal{G}$ に対して

$$\begin{aligned} T_P(I) &\stackrel{\text{def}}{=} \{ head(C\theta) \mid C \in P, \\ &\quad \theta \in \mathcal{S}, \\ &\quad obj(C\theta) \subseteq I, \\ &\quad const(C\theta) \subseteq Tconst(\Gamma), \\ &\quad C\theta \in Gclause(\Gamma) \} \end{aligned}$$

で定義する. 但し, $Tconst(\Gamma)$ は

$$Tconst(\Gamma) = \{ (g, G) \mid g \in G \subseteq \mathcal{G} \}$$

即ち, Γ 上の真な制約全体の集合である. $\square$

次に写像 T_P を使って, 宣言的記述 P の意味を定義する.

【定義 3】【宣言的記述の意味】

P を Γ 上の宣言的記述とする. 宣言的記述 P の意味 $\mathcal{M}(P)$ は,

$$\mathcal{M}(P) \stackrel{\text{def}}{=} \bigcup_{n=1}^{\infty} [T_P]^n(\emptyset)$$

で定義される. 但し, $\emptyset$ は空集合を表す. $\square$

2.5 層状プログラムとの関係

以上で定義された宣言的記述は, 論理パラダイムにおける層状プログラムに近い. しかし層状プログラムが論理式 (節の平坦な集合) であるのに対して, 宣言的記述は論理式ではなく, 集合を記述する式であり, 初めから層状をしている [Akama 01b]. また, 上下関係のある 2 つの宣言的記述が共通の述語をもっていたとしても, それらは意味の算定で独立に扱われる.

層状プログラムのクラスは, 理論的には簡単であると考えられることもあるが, プログラム合成について考えると, これから解決すべき課題は山積している.

3. 基礎的な変換の等価性

3.1 等価変換による解法

任意の特殊化システム上の制約つき宣言的記述とその意味を 2 章で定義した. 等価変換に基づく問題解決では, 宣

*4 Prolog にならって, 最後にピリオドをつけて表記する場合もある.

*5 論理プログラムは, 節の宣言的解釈と手続き的解釈に基づいて, 宣言的側面と手続き的側面を兼ね備えた存在である. それに対して, この「宣言的記述」は, 意味を記述するという宣言的な側面だけを持つ. そこで本論文では, 誤解を避けるために, 従来の「宣言的プログラム」というネーミングを避け, 「宣言的記述」と呼ぶ.

言的記述 P の意味 $\mathcal{M}(P)$ の関数 (即ち $\pi(\mathcal{M}(P))$) の形によって求めるべきものを定式化する^{*6} . P_1 から P_2 に宣言的記述を等価変換するとは, $\mathcal{M}(P_1) = \mathcal{M}(P_2)$ を満たす条件のもとで P_1 を変形し P_2 を得ることである. 等価変換しても $\mathcal{M}(P)$ は変化せず, したがって $\pi(\mathcal{M}(P))$ も変化しないので, 簡単化された宣言的記述から正しく問題の答えを求めることができる.

3.2 等価性のための基礎的な命題

命題 1 P, P_1, P_2 を Γ 上の制約つき宣言的記述とする. 任意の $x \subseteq \mathcal{G}$ に対して $T_{P_1}(x) = T_{P_2}(x)$ ならば, $\mathcal{M}(P \cup P_1) = \mathcal{M}(P \cup P_2)$ が成り立つ. $\square$

本論文のすべての命題と定理の証明は付録で述べる.

3.3 制約の置き換え

命題 2 P を Γ 上の制約つき宣言的記述, B_i を制約 (a, G) , B'_i を制約 (a', G') , C と C' を Γ 上の制約つき確定節

$$C = (H \leftarrow B_1, B_2, \dots, B_{i-1}, B_i, B_{i+1}, \dots, B_n)$$

$$C' = (H \leftarrow B_1, B_2, \dots, B_{i-1}, B'_i, B_{i+1}, \dots, B_n)$$

とする. もし任意の特殊化 $\theta \in S$ に対して $a\theta \in G$ と $a'\theta \in G'$ が同値ならば,

$$\mathcal{M}(P \cup \{C\}) = \mathcal{M}(P \cup \{C'\})$$

が成り立つ. $\square$

4. 負制約における制約対象の繰り込み

4.1 新しい述語の導入

特殊化システム Γ 上のオブジェクトが, 述語と引数からなる $p(t_1, t_2, \dots, t_n)$ の形であることを仮定する. P, Q を Γ 上の宣言的記述, a を Γ 上のオブジェクトとする. b は Γ 上のオブジェクトの値をとる変数とする. P の節 C は, 制約 $[a \notin \mathcal{M}(Q)]$ をボディに含むとする. このとき, a の述語を新しい述語に変更したオブジェクト $\phi(a)$ を用いて, 新しい宣言的記述 $Q \cup \{\phi(a) \leftarrow a\}$ を作り, それを用いて制約 $[a \notin \mathcal{M}(Q)]$ を新たな制約

$$[\phi(a) \notin \mathcal{M}(Q \cup \{\phi(a) \leftarrow a\})]$$

に書き直すことを考える. この変換を行なうための準備を行なう.

a に出現する述語を $p_1 \in R$, すでに Q または a で使われている述語全体の集合を $R' \subseteq R$ とする. $R - R'$ に属する述語 (新述語) を p_2 とする. そのような述語は R を十分大きい集合^{*7} に前もってしておけば必ず存在する. 述語を $R - \{p_2\}$ に限定してできる $\mathcal{A}, \mathcal{G}$ の部分集合を, それぞれ $\mathcal{A}_0, \mathcal{G}_0$ とする. 述語を $\{p_1\}$ に限定してできる $\mathcal{A}, \mathcal{G}$ の部分集合を, それぞれ $\mathcal{A}_1, \mathcal{G}_1$ とする. 述語を $\{p_2\}$ に限定してできる $\mathcal{A}, \mathcal{G}$ の部分集合を, それぞれ $\mathcal{A}_2, \mathcal{G}_2$ とする. 写像 $\phi: \mathcal{A}_1 \rightarrow \mathcal{A}_2$ は述語名だけを新し

くする変換とする.

$$\phi(p_1(t_1, t_2, \dots, t_n)) = p_2(t_1, t_2, \dots, t_n)$$

このとき, 写像 ϕ に対して次の性質が成り立つ.

- (1) $\phi: \mathcal{A}_1 \rightarrow \mathcal{A}_2$ は全単射^{*8} である
- (2) すべての $x \in \mathcal{A}_1$ に対して, $\phi(x)\theta = \phi(x\theta)$
- (3) $\phi(\mathcal{G}_1) = \mathcal{G}_2$

本論文の以下の命題や定理では, 本節の $\phi, \mathcal{A}_0, \mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \mathcal{G}_0, \mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2$ の定義を仮定する.

4.2 制約対象の繰り込み

負制約の制約対象の情報を, 参照記述に繰り込む等価変換を導入する. これは負制約を処理するための出発点となる変換である. 以降では, $Q' = \{\phi(a) \leftarrow a\}$ とする.

命題 3 $\mathcal{M}(Q \cup \{\phi(a) \leftarrow a\}) \cap \mathcal{G}_0 = \mathcal{M}(Q)$ $\square$

命題 4 $\mathcal{M}(Q \cup \{\phi(a) \leftarrow a\}) \cap \mathcal{G}_2 = \phi(\mathcal{M}(Q) \cap \text{rep}(a))$ $\square$

以上より, 次の命題が得られる.

命題 5 $\mathcal{M}(Q \cup \{\phi(a) \leftarrow a\}) = \mathcal{M}(Q) \cup \phi(\mathcal{M}(Q) \cap \text{rep}(a))$ $\square$

これを用いれば, 制約対象の情報を参照記述の中に繰り込むための定理が証明できる.

[定理 1] (繰り込み変換) $P, Q, Q' = \{\phi(a) \leftarrow a\}$ を Γ 上の制約つき宣言的記述, B_i を負制約 $[a \notin \mathcal{M}(Q)]$, B'_i を負制約 $[\phi(a) \notin \mathcal{M}(Q \cup Q')]$, C と C' を Γ 上の制約つき確定節

$$C = (H \leftarrow B_1, B_2, \dots, B_{i-1}, B_i, B_{i+1}, \dots, B_n)$$

$$C' = (H \leftarrow B_1, B_2, \dots, B_{i-1}, B'_i, B_{i+1}, \dots, B_n)$$

とする. そのとき,

$$\mathcal{M}(Q \cup \{C\}) = \mathcal{M}(Q \cup \{C'\})$$

が成り立つ. $\square$

5. 繰り込まれた宣言的記述の等価変換

参照記述を等価変換により簡単化し, 負制約を単純な制約に変換するための基礎を与える. なお, ここでの記号は 4 章の定義を前提とする.

P, Q を Γ 上の制約つき宣言的記述とする. P に属する節が負制約 $[a \notin \mathcal{M}(Q)]$ を持つとき, 前節の定理により, それを負制約 $[\phi(a) \notin \mathcal{M}(Q \cup \{\phi(a) \leftarrow a\})]$ に変換することができる. そこで, $Q \cup \{\phi(a) \leftarrow a\}$ を等価変換して, 節集合 $\{\phi(a) \leftarrow a\}$ を単位節集合 F に変換することを考える. 但し, Q の部分は変更しないものとする. このとき, 負制約 $[\phi(a) \notin \mathcal{M}(Q \cup \{\phi(a) \leftarrow a\})]$ は負制約 $[\phi(a) \notin \mathcal{M}(Q \cup F)]$ になるが, それをさらに依存制約でない形に変換するための定理を考える.

まず, 命題 6 を証明する. この命題の中の F は $\mathcal{A}_1$ のアトムから作られる単位節集合である. また, 条件 $(\phi(b) \leftarrow$

*6 この定式化の例は 6 章を参照.

*7 例えば可算無限集合にすればよい.

*8 定理の証明で, $\phi(x) \in \phi(X)$ の形の条件を $x \in X$ の形の条件に同値変形するときなどに全単射であることを用いる.

) $\in F$ は, 単位節 $\phi(b) \leftarrow$ が F に含まれることを意味する. $\bigcup_{(\phi(b) \leftarrow) \in F} \text{rep}(b)$ は, $(\phi(b) \leftarrow) \in F$ の条件を満たす全てのアトム b に対して基礎例の集合 $\text{rep}(b)$ を考え, それら全ての集合の和集合として得られる集合である.

命題 6 $\mathcal{M}(F) = \phi(\bigcup_{(\phi(b) \leftarrow) \in F} \text{rep}(b))$ $\square$

命題 9 のために次の 2 つの命題を示す.

命題 7 $\mathcal{M}(Q \cup F) \cap \mathcal{G}_0 = \mathcal{M}(Q)$ $\square$

命題 8 $\mathcal{M}(Q \cup F) \cap \mathcal{G}_2 = \mathcal{M}(F)$ $\square$

以上より, 次の命題が得られる.

命題 9 $\mathcal{M}(Q \cup F) = \mathcal{M}(Q) \cup \mathcal{M}(F)$ $\square$

これを用いれば, 参照記述を等価変換により簡単化し, さらに依存制約を単純な制約に変換するための基礎となる定理が証明できる.

[定理 2] (依存解消変換) P, Q, Q' を Γ 上の制約つき宣言的記述, F は次式を満たす宣言的記述であるとする.

(1) F は A_1 のアトム (述語 p_1 を持つアトム) をヘッ

ドとする単位節からなる集合

(2) $\mathcal{M}(Q \cup Q') = \mathcal{M}(Q \cup F)$

また, B_i を負制約 $[\phi(a) \notin \mathcal{M}(Q \cup Q')]$, B'_i を制約 $[a \notin \bigcup_{(\phi(b) \leftarrow) \in F} \text{rep}(b)]$, C と C' を Γ 上の制約つき確定節

$$C = (H \leftarrow B_1, B_2, \dots, B_{i-1}, B_i, B_{i+1}, \dots, B_n)$$

$$C' = (H \leftarrow B_1, B_2, \dots, B_{i-1}, B'_i, B_{i+1}, \dots, B_n)$$

とする. そのとき,

$$\mathcal{M}(P \cup \{C\}) = \mathcal{M}(P \cup \{C'\})$$

が成り立つ. $\square$

6. 等価変換による解法例

6.1 非回文問題

“たけやぶやけた” のように, 前から読んでも後ろから読んでも同じ文字列を回文 (palindrome) と呼ぶ. 本節では, 「 a で始まり b で終わるようなリストの中で, 回文であるリストが存在しない」ことを示す問題を等価変換で解くことを考える.

この問題を, 制約つき宣言的記述の意味を用いて記述するために, 宣言的記述 P_1 とそれが参照する宣言的記述 Q_1 を次のように定義する.

$$P_1 = \{C_1\}$$

$$C_1 = (nt(X) \leftarrow [t(X) \notin \mathcal{M}(Q_1)])$$

$$Q_1 = \{C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7\}$$

$$C_2 : t(X) \leftarrow ap([a|X], [b], Z), pal(Z).$$

$$C_3 : pal(Z) \leftarrow rev(Z, Z).$$

$$C_4 : rev([], []) \leftarrow.$$

$$C_5 : rev([A|X], Y) \leftarrow rev(X, W), ap(W, [A], Y).$$

$$C_6 : ap([], Y, Y) \leftarrow.$$

$$C_7 : ap([A|X], Y, [A|Z]) \leftarrow ap(X, Y, Z).$$

この問題は, 宣言的記述 P'_1 を

$$P'_1 = P_1 \cup \{ans(X) \leftarrow nt(X)\}$$

とし, $\mathcal{G}$ の部分集合 G に対して集合を与える写像を

$$\pi(G) = \{x \mid ans(x) \in G\}.$$

とするとき, $\pi(\mathcal{M}(P'_1))$ を求める問題として定式化できる.

この問題を解くとき, 次のルール^{*9}を用いる.

$$R_1 : nt(X) \rightarrow [t(X) \notin \mathcal{M}(Q_1)].$$

$$R_2 : t(X) \rightarrow ap([a|X], [b], Z), pal(Z).$$

$$R_3 : pal(Z) \rightarrow rev(Z, Z).$$

$$R_4 : rev([A|X], Y) \rightarrow rev(X, W), ap(W, [A], Y).$$

$$R_5 : ap([A|X], Y, Z) \rightarrow \{Z = [A|Z1]\}, ap(X, Y, Z1).$$

$$R_6 : ap(X, [A], Z), ap(Y, [B], Z) \rightarrow \{X = Y, A = B\}, ap(X, [A], Z).$$

$$R_7 : ap(X, Y, []) \rightarrow \{X = [], Y = []\}.$$

$$R_8 : ap(X, Y, [C|Z]) \rightarrow \{X = [C|X1]\}, ap(X1, Y, Z); \\ \rightarrow \{X = [], Y = [C|Z]\}.$$

答が得られる過程を以下に示す.

$$p1: ans(Z) \leftarrow nt(Z).$$

$$p2: ans(X) \leftarrow [t(X) \notin \mathcal{M}(Q_1)]. (R_1 \text{ より})$$

$$p3: ans(X) \leftarrow [t'(X) \notin \mathcal{M}(Q_1 \cup Q'_1)]. \\ (\text{繰り込み変換より})$$

$Q'_1 = \{t'(X) \leftarrow t(X)\}$ として t' 節を変換する.

$$q11: t'(X) \leftarrow t(X).$$

$$q12: t'(X) \leftarrow ap([a|X], [b], Z), pal(Z). (R_2 \text{ より})$$

$$q13: t'(X) \leftarrow ap(X, [b], Z1), pal([a|Z1]). \\ (R_5 \text{ より})$$

$$q14: t'(X) \leftarrow ap(X, [b], Z1), rev([a|Z1], [a|Z1]). \\ (R_3 \text{ より})$$

$$q15: t'(X) \leftarrow ap(X, [b], Z1), rev(Z1, W), \\ ap(W, [a], [a|Z1]). (R_4 \text{ より})$$

これは次の 2 つの節に展開される.

$$q16-1: t'(X) \leftarrow ap(X, [b], Z1), rev(Z1, [a|W1]), \\ ap(W1, [a], Z1). (R_8 \text{ より})$$

$$q16-2: t'(X) \leftarrow ap(X, [b], []), rev([], []). (R_8 \text{ より})$$

q16-1 は q17-1, q16-2 は q17-2 になる.

$$q17-1: t'(X) \leftarrow X = W1, [b] = [a], ap(X, [b], Z1), \\ rev(Z1, [a|W1]). (R_6 \text{ より})$$

$$q17-2: t'(X) \leftarrow X = [], [b] = [], rev([], []). \\ (R_7 \text{ より})$$

両方の t' 節が消滅し, p3 は p4 になる.

$$p4: ans(X) \leftarrow [t'(X) \notin \{\}]. (\text{依存解消変換より})$$

$$p5: ans(X) \leftarrow.$$

よって答え $\pi(\mathcal{M}(P'_1))$ はリスト全体の集合となる.

^{*9} ルールのシンタックスと意味の詳細については [Akama 01c, Koike 01] を参照のこと.

6.2 二重否定

次のように二重否定を含む問題 [Chan 88] を考える．

$$P_2 = \{C_1\}.$$

$$C_1 : p(X) \leftarrow [q(X) \notin \mathcal{M}(Q_2)].$$

$$Q_2 = \{C_2\}.$$

$$C_2 : q(X) \leftarrow [r(X) \notin \mathcal{M}(Q_3)].$$

$$Q_3 = \{C_3, C_4\}.$$

$$C_3 : r(1) \leftarrow.$$

$$C_4 : r(2) \leftarrow.$$

この問題に質問 $q(X)$ を与えると, $X \neq 1, X \neq 2$ が得られる．また, 質問 $p(X)$ を与えると, $p(1)$ と $p(2)$ が得られる．

6.3 一階述語論理式

否定があれば一階述語論理式が導入できる．例えば, [Chan 88] をもとに, 次のような宣言的記述を考える．

$$P_3 = \{C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7\}.$$

$$C_1 : like(mary, X) \leftarrow \forall Y : [wants(mary, Y) \rightarrow gives(X, Y, mary)].$$

$$C_2 : wants(mary, a) \leftarrow.$$

$$C_3 : wants(mary, b) \leftarrow.$$

$$C_4 : gives(john, a) \leftarrow.$$

$$C_5 : gives(john, c) \leftarrow.$$

$$C_6 : gives(jack, a) \leftarrow.$$

$$C_7 : gives(jack, b) \leftarrow.$$

このとき, 質問 $like(mary, X)$ を与えると, $like(mary, jack)$ が得られる．これは, 本論文の否定計算を基に導入された一階述語制約による [Yoshida 98]．

7. 論理パラダイムとの比較

7.1 SLDNF レゾリューションとの比較

非回文問題を SLDNF レゾリューションで解くことを考える．問い合わせ $\leftarrow nt(Z)$ を与えると,

$$\leftarrow \neg t(X)$$

と変形されるが, SLDNF レゾリューションではこれ以上計算を進めることができない．なぜならば, SLDNF レゾリューションは変数の入った負のリテラルを選択することを禁止しているからである．負のリテラルを選択すれば計算の正当性が保証できない [Lloyd 87, Apt 94]．一方, 前章で見たように, 本論文の等価変換に基づく方法はこの困難を克服している．

本論文の理論から, SLDNF レゾリューションの正当性を導くことができる．本論文の定理 1 において, a は Γ 上の任意のオブジェクトである． Γ を項領域の特殊化システムにすると, a は任意のアトムとなる．これを任意の基礎アトムに制限した定理を定理 1' とする．また, a が基礎アトムであるとき, 定理 2 の集合 F は $\{\phi(a)\}$ または空集合となる．そして B'_i は恒真か恒偽である．そのような場合に特化した定理 2 を定理 2' とする．これら

の定理 1' と定理 2' に基づいた等価変換ルールを使い, 通常のアトムはアンフォールド変換で処理すれば, SLDNF レゾリューションが許している範囲の計算が可能となる．これらの変換はすべて等価変換であるから, SLDNF レゾリューションの計算の (等価変換の意味での) 正当性は明らかである．

7.2 SLDCNF レゾリューションとの比較

SLDNF レゾリューションの限界を克服する目的でなされた研究に, 構成的否定の研究 [Chan 88, Chan 89] がある．例えば SLDCNF レゾリューションでは, 変数の含まれた負リテラルを選択して計算を進め, 負のゴールからも束縛を得ることができる．

本研究との関係を述べる．本論文の等価変換ルールを項の領域に適用して, いくつかの等価変換ルールを追加すれば, [Chan 88] に出現するすべての例題 (否定のサブゴールを計算して制約を得る例題, 全称束縛されたサブゴールを解く例題, 構成的否定を用いて計算効率を上げる例題など) を解くことができる．また, [Chan 88] の発展である [Chan 89] にあるような否定のサブゴールの計算が無限に続くことによる困難を, 他の計算と関係させながら少しずつ計算 (コルーチン) して解決することも可能である．

本論文の等価変換ルールに非等式制約^{*10} を処理する等価変換ルールを付け加えれば, SLDCNF レゾリューション (の計算) が (等価変換の意味で) 正当であることを証明することができる．

逆に, SLDCNF レゾリューションの正当性 (健全性と完全性) を示す定理を用いても, 個々の等価変換にあたる計算の正当性を証明することはできない．レゾリューションの枠組みには, 全体の計算の正当性の概念しかないからである．この意味で, 等価変換パラダイムに基づく理論体系は, レゾリューションに基づく理論体系よりも真に強力である．

具体的な例題で議論する．6 章の非回文問題を等価変換で解くことができるが, この問題を解くためのサブゴール $t(X)$ の計算は実際には見かけほど簡単ではない．例えばアンフォールド変換ルールを使えば rev アトムや ap アトムが無限に展開される恐れがある．無限に展開されずに $t(X)$ の答えがないことを示すためには, 適切な制御と, R_6 にあたる処理が必要である．通常の SLD レゾリューションはこの解決を与えることは困難であり, 従って, SLDCNF レゾリューションでも同様に困難である．このように, 否定を含んでいない問題が十分解決できなければ, 結局否定を含んだ問題を实际的に解決することはできない．この点でも, 等価変換の多様性と部品の自由な採用に基づく等価変換パラダイムの優位性は揺るがない．

*10 定理 2 の B'_i は項の領域では非等式制約を用いて書くことができる．例えば, $X \notin rep(d)$ は $X \neq d$ と書ける．

7.3 その他の研究との比較

論理パラダイムでは、制約論理プログラムや一階述語論理や非単調推論などさまざまな方向への拡張が論じられており、否定に関連する議論も多いが [Stucky 95, Sato 91, Barbuti 90, Drabent 93] , 最も単純な確定節レベルの計算の問題 (制御など) が十分解決しなければ 実際的に解決できる範囲は広くはないという意味では SLDCNF レゾリューションと同様の問題を抱えていると考えられる。

8. む す び

等価変換パラダイムでは、プログラムを、等価変換ルールという部品から構築することができる。これは、プログラム生成にとって最も重要な性質であろう。本論文では、等価変換パラダイムのこの著しい利点をさらに広く利用可能とするために、等価変換パラダイムを否定を含む問題に適用するための基礎的な枠組みを提案した。

本論文の定理から、2 つの等価変換ルールを作ることができる。定理 1 から、制約対象の情報を参照記述の中に繰り込むルールが得られる。こうして得られた宣言的記述を等価変換して単位節の集合が得られた場合、その情報を呼びだし側の簡単な制約として返すルールが定理 2 から得られる。この 2 つのルールは、負制約の計算に対する基礎的なルールである。これらのルールは、Prolog の「失敗による否定」とは対照的に、否定されるアトムが変数を含むか否かには無関係に正当である。

等価変換による否定の計算 (上記の情報交換のルールを含めて) は、すでに等価変換プログラミング言語 ETC [清水 96] で実現されている。ETC を用いて、自然言語理解システムが実現されており [吹田 97] , 否定の正当で高速な計算は、システム作成の重要な鍵となっている。

◇ 参 考 文 献 ◇

- [赤間 97] 赤間清, 繁田良則, 宮本衛市: 論理プログラムの等価変換による問題解決の枠組, 人工知能学会誌, Vol.12, No.2, pp.90-99 (1997).
- [赤間 98a] 赤間清, 繁田良則, 宮本衛市: 特殊化システムの拡張による知識表現系の変更, 人工知能学会誌, Vol.13, No.1, pp.341-349 (1998).
- [赤間 98b] 赤間清, 川口 雄一, 宮本衛市: 項領域における包含制約の等価変換, 人工知能学会誌, Vol.13, No.2, pp.112-120 (1998).
- [赤間 98c] 赤間清, 川口 雄一, 宮本衛市: マルチセット領域上の等式制約の等価変換, 人工知能学会誌, Vol.13, No.3, pp.395-403 (1998).
- [赤間 98d] 赤間清, 川口 雄一, 宮本衛市: 論理的問題の等価変換による解法 (2), SLD 導出の限界, 人工知能学会誌, Vol.13, No.6, pp.936-943 (1998).
- [赤間 98e] 赤間清, 清水伴訓, 宮本衛市: 宣言的プログラムの等価変換による問題解決, 人工知能学会誌, Vol.13, No.6, pp.944-952 (1998).
- [Akama 01a] Akama, K., Koike, H., and Mabuchi, H.: A Foundation of Program Synthesis based on Separated Descriptions, 2001 IEEE International Conference on Intelligent Engineering Systems (INES 2001), pp.143-148, (2001).
- [Akama 01b] Akama, K., Koike, H., and Ishikawa, T.: Semantics for Declarative Descriptions with Referential Constraints, International Conference on Computing and Information Technologies (ICCIT 2001), pp.405-410 (2001).
- [Akama 01c] Akama, K., Nantajeewarawat, E., and Koike, H.: A Class of Rewriting Rules and Reverse Transformation for Rule-Based Equivalent Transformation, Electronic Notes in Theoretical Computer Science, 59 No.4 pp.1-16 (2001).
- [Apt 94] Apt, K.R. and Bol, R.N.: Logic Programming and Negation: a survey, Journal of logic programming, Vol. 19 and 20, pp.9-71 (1994).
- [Barbuti 90] Barbuti, B., Mancarella, P., Pedreschi, D., and Turini, F.: A Transformational Approach to Negation in Logic Programming, Journal of Logic Programming, Vol.8, pp.201-228 (1990).
- [Chan 88] Chan, D.: Constructive Negation Based on the Completed Database, Proc. of ICLP-88, pp.111-125 (1988).
- [Chan 89] Chan, D.: An Extension of Constructive Negation and Its Application in Coroutining, Proc. of NACLP-89, pp.477-493 (1989).
- [Drabent 93] Drabent, W.: SLS-Resolution without Floundering, Proc. of LPNMR-93, pp.82-98 (1993).
- [畑山 97] 畑山満美子, 赤間清, 宮本衛市: 等価変換ルールの追加による知識処理システムの改善, 人工知能学会誌, Vol.12, No.6, pp.861-869 (1997).
- [Koike 00] Koike, H., Akama, K., Mabuchi, H., and Shigeta, Y.: Rule Generation by Meta-computation, the 6th International Conference on Information Systems Analysis and Synthesis (ISAS2000), Orlando, USA, in July 23-26, pp.429-434 (2000).
- [Koike 01] Koike, H., Akama, K., and Boyd, E.: Program Synthesis by Generating Equivalent Transformation Rules, in Proceedings of the Second International Conference on Intelligent Technologies (InTech'01), Bangkok, Thailand, pp.250-259 (2001).
- [Lloyd 87] Lloyd, J.W.: Foundations of Logic Programming, Second Edition, Springer-Verlag (1987).
- [Sato 91] Sato, T. and Motoyoshi, F.: A Complete Top-down Interpreter for First Order Programs, Proc. of ICLP-91, pp.35-53 (1991).
- [清水 96] 清水伴訓, 赤間清, 宮本衛市: 等価変換プログラミング言語 ETC, 電子情報通信学会 技術研究報告, SS 96-19, pp.9-16 (1996).
- [Stucky 95] Stucky, P.J.: Negation and Constraint Logic Programming, Information and Computation, Vol.118, No.1, pp.12-33 (1995).
- [吹田 97] 吹田慶子, 赤間清, 宮本衛市: 等価変換に基づく自然言語理解システムの構築, 電子情報通信学会 技術研究報告, SS 97-35, pp.23-30 (1997).
- [辻 99] 辻 武士, 赤間 清, 宮本 衛市: 条件を満たす項の集合の表現と計算, 電子情報通信学会技術研究報告 SS99-5, pp.1-8 (1999).
- [Wuwongse 01] Wuwongse, V., Anutariya, C., Akama, K., and Nantajeewarawat, E.: XML Declarative Description: A Language for the Semantic Web, IEEE Intelligent Systems, pp.54-65, MAY/JUNE (2001).
- [Yoshida 98] Yoshida, T., Akama, K., and Miyamoto, E.: Problem Solving by Equivalent Transformation of First Order Logical Constraints, Preprints Work. Gr. for ICS 98-ICS-114-2, pp7-12 (1998).

〔担当委員: 佐藤 健〕

2001 年 8 月 24 日 受理

◇ 付 録 ◇

A. [特殊化システムの定義について]

通常、代入は項を変化させる写像として扱われる。しかし厳密には、代入は(束縛, 即ち, 変数と項のペアの) 集合であって, 写像ではない。従って, 代入の決める写像を与えるための写像 μ が必要になる。特殊化システムの定義においても, 特殊化 s とそれが決める部分写像 $\mu(s)$ を概念的に区別することは重要である。例えば, ある問題を解くために特殊化システムを構築するとき, $\mathcal{A}$ 上の部分写像の集合として S を定義するより, S を自由に定義し, S の要素である特殊化 s に対応する部分写像をある写像 μ で指定する方が自然である場合が多い。

代入は項を変化させる写像を決める。しかし特殊化は, 一般には, 写像ではなく部分写像を決める必要がある。例えば, 犬である X を意味する $X : dog$ に 代入 $\{X/\text{ボチ}\}$ を適用できる。しかし犬である $X : dog$ は猫であるミケになれないから, 代入 $\{X/\text{ミケ}\}$ は適用できない。

B. [命題と定理の証明]

以下で用いる補題は付録 C で証明する。

- (1) 命題 1 の証明。論文 [赤間 98b] 参照。
- (2) 命題 2 の証明。命題 1 より, 任意の $x \subseteq \mathcal{G}$ に対して $T_{\{C\}}(x) = T_{\{C'\}}(x)$ を示せば良い。 $T_{\{C\}}(x)$ は C の基礎例のヘッド, ボディアトム, 制約によって決まる。これを $T_{\{C'\}}(x)$ と比較すると, 制約 $B_i = (a, G)$ が制約 $B'_i = (a', G')$ に置き換えられたところだけが異なる。しかし仮定により, $a\theta \in G$ と $a'\theta \in G'$ が同値なので, それらが $T_{\{C\}}(x)$ と $T_{\{C'\}}(x)$ でそれぞれ果たす役割は同じであり, 任意の $x \subseteq \mathcal{G}$ に対して $T_{\{C\}}(x) = T_{\{C'\}}(x)$ であることがわかる。

- (3) 命題 3 の証明。

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(Q \cup \{\phi(a) \leftarrow a\}) \cap \mathcal{G}_0 &= \mathcal{M}(Q \cup Q') \cap \mathcal{G}_0 \\ &= (\bigcup_{n=1}^{\infty} [T_{Q \cup Q'}]^n(\emptyset)) \cap \mathcal{G}_0 \\ &= \bigcup_{n=1}^{\infty} ([T_{Q \cup Q'}]^n(\emptyset) \cap \mathcal{G}_0) \\ &= \bigcup_{n=1}^{\infty} [T_Q]^n(\emptyset) \quad (\text{補題 1}) \\ &= \mathcal{M}(Q) \end{aligned}$$

- (4) 命題 4 の証明。

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(Q \cup \{\phi(a) \leftarrow a\}) \cap \mathcal{G}_2 &= \mathcal{M}(Q \cup Q') \cap \mathcal{G}_2 \\ &= (\bigcup_{n=1}^{\infty} [T_{Q \cup Q'}]^n(\emptyset)) \cap \mathcal{G}_2 \\ &= \bigcup_{n=1}^{\infty} ([T_{Q \cup Q'}]^n(\emptyset) \cap \mathcal{G}_2) \\ &= \bigcup_{n=1}^{\infty} \phi([T_Q]^{n-1}(\emptyset) \cap \text{rep}(a)) \quad (\text{補題 2}) \\ &= \phi(\bigcup_{n=1}^{\infty} ([T_Q]^{n-1}(\emptyset) \cap \text{rep}(a))) \\ &= \phi((\bigcup_{n=1}^{\infty} [T_Q]^{n-1}(\emptyset)) \cap \text{rep}(a)) \\ &= \phi(\mathcal{M}(Q) \cap \text{rep}(a)) \end{aligned}$$

- (5) 命題 5 の証明。 $\mathcal{M}(Q \cup \{\phi(a) \leftarrow a\}) \subseteq \mathcal{G}_0 \cup \mathcal{G}_2$ だから,

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(Q \cup \{\phi(a) \leftarrow a\}) &= (\mathcal{M}(Q \cup \{\phi(a) \leftarrow a\}) \cap \mathcal{G}_0) \\ &\quad \cup (\mathcal{M}(Q \cup \{\phi(a) \leftarrow a\}) \cap \mathcal{G}_2) \end{aligned}$$

これは, 命題 3 と命題 4 より, $\mathcal{M}(Q) \cup \phi(\mathcal{M}(Q) \cap \text{rep}(a))$ に等しい。

- (6) 定理 1 の証明。 $\theta \in S$ と仮定する。 $\phi(a)\theta \in \mathcal{A}_2$, $\mathcal{M}(Q) \subseteq \mathcal{A}_0$, $\mathcal{A}_2 \cap \mathcal{A}_0 = \emptyset$ より $\phi(a)\theta \notin \mathcal{M}(Q)$ が成り立つ。命題 5, $\phi(a)\theta \notin \mathcal{M}(Q)$, $\phi(a)\theta = \phi(a\theta)$, ϕ が全単射であること, $a\theta \in \text{rep}(a)$ などにより, 次のように同値変形できる。

$$\begin{aligned} \phi(a)\theta &\in \mathcal{M}(Q \cup Q') \\ \iff \phi(a)\theta &\in \mathcal{M}(Q) \cup \phi(\mathcal{M}(Q) \cap \text{rep}(a)) \\ \iff \phi(a\theta) &\in \phi(\mathcal{M}(Q) \cap \text{rep}(a)) \\ \iff a\theta &\in \mathcal{M}(Q) \cap \text{rep}(a) \\ \iff a\theta &\in \mathcal{M}(Q) \end{aligned}$$

よって, $\phi(a)\theta \in \mathcal{M}(Q \cup Q')$ と $a\theta \in \mathcal{M}(Q)$ は等価である。 $\phi(a)\theta \in \mathcal{G}$ と $a\theta \in \mathcal{G}$ も等価であるから, $\phi(a)\theta \in \mathcal{G} - \mathcal{M}(Q \cup Q')$ と $a\theta \in \mathcal{G} - \mathcal{M}(Q)$ も等価である。命題 2 より,

$$\mathcal{M}(P \cup \{C\}) = \mathcal{M}(P \cup \{C'\})$$

が成り立つ。

- (7) 命題 6 の証明。 ϕ は全単射であるから,

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(F) &= \bigcup_{(u \leftarrow) \in F} \text{rep}(u) \\ &= \phi(\bigcup_{(\phi(b) \leftarrow) \in F} \text{rep}(b)). \end{aligned}$$

- (8) 命題 7 の証明。

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(Q \cup F) \cap \mathcal{G}_0 &= (\bigcup_{n=1}^{\infty} [T_{Q \cup F}]^n(\emptyset)) \cap \mathcal{G}_0 \\ &= \bigcup_{n=1}^{\infty} ([T_{Q \cup F}]^n(\emptyset) \cap \mathcal{G}_0) \\ &= \bigcup_{n=1}^{\infty} [T_Q]^n(\emptyset) \quad (\text{補題 3}) \\ &= \mathcal{M}(Q) \end{aligned}$$

- (9) 命題 8 の証明。

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(Q \cup F) \cap \mathcal{G}_2 &= (\bigcup_{n=1}^{\infty} [T_{Q \cup F}]^n(\emptyset)) \cap \mathcal{G}_2 \\ &= \bigcup_{n=1}^{\infty} ([T_{Q \cup F}]^n(\emptyset) \cap \mathcal{G}_2) \\ &= \bigcup_{n=1}^{\infty} \mathcal{M}(F) \quad (\text{補題 4}) \\ &= \mathcal{M}(F) \end{aligned}$$

- (10) 命題 9 の証明。命題 7 と命題 8 より,

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(Q \cup F) &= (\mathcal{M}(Q \cup F) \cap \mathcal{G}_0) \cup (\mathcal{M}(Q \cup F) \cap \mathcal{G}_2) \\ &= \mathcal{M}(Q) \cup \mathcal{M}(F). \end{aligned}$$

- (11) 定理 2 の証明。 $\theta \in S$ を仮定する。命題 9, $\phi(a)\theta \notin \mathcal{M}(Q)$,

ϕ は全単射であること, 命題 6 などにより,

$$\begin{aligned} \phi(a)\theta &\in \mathcal{M}(Q \cup Q') \\ \iff \phi(a)\theta &\in \mathcal{M}(Q \cup F) \quad (\text{仮定より}) \\ \iff \phi(a)\theta &\in \mathcal{M}(Q) \cup \mathcal{M}(F) \\ \iff \phi(a)\theta &\in \mathcal{M}(F) \\ \iff a\theta &\in \phi^{-1}(\mathcal{M}(F)) \\ \iff a\theta &\in \bigcup_{(\phi(b) \leftarrow) \in F} \text{rep}(b) \end{aligned}$$

よって, $\phi(a)\theta \in \mathcal{M}(Q \cup Q')$ と $a\theta \in \bigcup_{(\phi(b) \leftarrow) \in F} \text{rep}(b)$ は等価である。 $\phi(a)\theta \in \mathcal{G}$ と $a\theta \in \mathcal{G}$ も等価であるから, $\phi(a)\theta \in \mathcal{G} - \mathcal{M}(Q \cup Q')$ と $a\theta \in \mathcal{G} - \bigcup_{(\phi(b) \leftarrow) \in F} \text{rep}(b)$ も等価になる。故に命題 2 より,

$$\mathcal{M}(P \cup \{C\}) = \mathcal{M}(P \cup \{C'\})$$

が成り立つ。

C. [補題とその証明]

[補題 1] 任意の $n \geq 0$ に対して,

$$[T_{Q \cup Q'}]^n(\emptyset) \cap \mathcal{G}_0 = [T_Q]^n(\emptyset)$$

証明。帰納法で証明する。

- (1) $n = 0$ のとき, $[T_{Q \cup Q'}]^0(\emptyset) \cap \mathcal{G}_0 = [T_Q]^0(\emptyset)$ を示せばよいが, $[T_{Q \cup Q'}]^0(\emptyset) = [T_Q]^0(\emptyset) = \emptyset$ より明らか。

- (2) 非負整数 k に対して $[T_{Q \cup Q'}]^k(\emptyset) \cap \mathcal{G}_0 = [T_Q]^k(\emptyset)$ を仮定して, $[T_{Q \cup Q'}]^{k+1}(\emptyset) \cap \mathcal{G}_0 = [T_Q]^{k+1}(\emptyset)$ を証明する。 $g \in [T_{Q \cup Q'}]^{k+1}(\emptyset) \cap \mathcal{G}_0$ を以下のように等価変換する。

$$\begin{aligned} \iff \exists \theta, H, B_i \quad (1 \leq i \leq m) : \\ (H \leftarrow B_1, B_2, \dots, B_m) &\in Q \cup Q', \\ g &= H\theta, \\ B_i\theta &\in [T_{Q \cup Q'}]^k(\emptyset) \quad (1 \leq i \leq m), \\ g &\in \mathcal{G}_0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \iff \exists \theta, H, B_i \quad (1 \leq i \leq m) : \\ (H \leftarrow B_1, B_2, \dots, B_m) &\in Q, \\ g &= H\theta, \\ B_i\theta &\in [T_{Q \cup Q'}]^k(\emptyset) \cap \mathcal{G}_0 \quad (1 \leq i \leq m). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \iff \exists \theta, H, B_i \quad (1 \leq i \leq m) : \\ (H \leftarrow B_1, B_2, \dots, B_m) &\in Q, \\ g &= H\theta, \\ B_i\theta &\in [T_Q]^k(\emptyset) \quad (1 \leq i \leq m), \quad (\text{仮定より}). \end{aligned}$$

$$\iff g \in [T_Q]^{k+1}(\emptyset).$$

[補題 2] 任意の $n \geq 1$ に対して,

$$[T_{Q \cup Q'}]^n(\emptyset) \cap \mathcal{G}_2 = \phi([T_Q]^{n-1}(\emptyset) \cap \text{rep}(a))$$

証明。 $g \in [T_{Q \cup Q'}]^n(\emptyset) \cap \mathcal{G}_2$ を等価変換する。

$$\begin{aligned} \iff \exists \theta, H, B_i \quad (1 \leq i \leq m) : \\ (H \leftarrow B_1, B_2, \dots, B_m) &\in Q \cup Q', \end{aligned}$$

$g = H\theta,$
 $B_i\theta \in [T_{Q \cup Q'}]^{n-1}(\emptyset) \quad (1 \leq i \leq m),$
 $g \in \mathcal{G}_2.$
 $\iff \exists \theta :$
 $(\phi(a) \leftarrow a) \in Q',$
 $g = \phi(a)\theta,$
 $a\theta \in [T_{Q \cup Q'}]^{n-1}(\emptyset).$
 $\iff \exists \theta :$
 $(\phi(a) \leftarrow a) \in Q',$
 $g = \phi(a)\theta,$
 $a\theta \in [T_{Q \cup Q'}]^{n-1}(\emptyset) \cap \mathcal{G}_0.$
 $\iff \exists \theta :$
 $g = \phi(a\theta),$
 $a\theta \in [T_Q]^{n-1}(\emptyset), \quad (\text{補題 1}).$
 $\iff g \in \phi([T_Q]^{n-1}(\emptyset) \cap \text{rep}(a)).$
[補題 3] 任意の $n \geq 0$ に対して
 $[T_{Q \cup F}]^n(\emptyset) \cap \mathcal{G}_0 = [T_Q]^n(\emptyset)$
 証明. 帰納法で示す.
 (1) $n = 0$ のとき, $[T_{Q \cup F}]^0(\emptyset) \cap \mathcal{G}_0 = [T_Q]^0(\emptyset)$ を示せばよい.
 これは, $[T_{Q \cup F}]^0(\emptyset) = [T_Q]^0(\emptyset) = \emptyset$ より明らか.
 (2) 非負整数 k に対して $[T_{Q \cup F}]^k(\emptyset) \cap \mathcal{G}_0 = [T_Q]^k(\emptyset)$ を仮定し,
 $[T_{Q \cup F}]^{k+1}(\emptyset) \cap \mathcal{G}_0 = [T_Q]^{k+1}(\emptyset)$ を証明する.
 $g \in [T_{Q \cup F}]^{k+1}(\emptyset) \cap \mathcal{G}_0$ を以下のように等価変換する.
 $\iff \exists \theta, H, B_i (1 \leq i \leq m) :$
 $(H \leftarrow B_1, B_2, \dots, B_m) \in Q \cup F,$
 $g = H\theta,$
 $B_i\theta \in [T_{Q \cup F}]^k(\emptyset) \quad (1 \leq i \leq m),$
 $g \in \mathcal{G}_0.$
 $\iff \exists \theta, H, B_i (1 \leq i \leq m) :$
 $(H \leftarrow B_1, B_2, \dots, B_m) \in Q,$
 $g = H\theta,$
 $B_i\theta \in [T_{Q \cup F}]^k(\emptyset) \cap \mathcal{G}_0 \quad (1 \leq i \leq m).$
 $\iff \exists \theta, H, B_i (1 \leq i \leq m) :$
 $(H \leftarrow B_1, B_2, \dots, B_m) \in Q,$
 $g = H\theta,$
 $B_i\theta \in [T_Q]^k(\emptyset) \quad (1 \leq i \leq m), \quad (\text{仮定より}).$
 $\iff g \in [T_Q]^{k+1}(\emptyset).$
[補題 4] 任意の $n \geq 1$ に対して
 $[T_{Q \cup F}]^n(\emptyset) \cap \mathcal{G}_2 = \mathcal{M}(F)$
 証明. $g \in [T_{Q \cup F}]^n(\emptyset) \cap \mathcal{G}_2$ を等価変換する.
 $\iff \exists \theta, H, B_i (1 \leq i \leq m) :$
 $(H \leftarrow B_1, B_2, \dots, B_m) \in Q \cup F,$
 $g = H\theta,$
 $B_i\theta \in [T_{Q \cup F}]^{n-1}(\emptyset) \quad (1 \leq i \leq m),$
 $g \in \mathcal{G}_2.$
 $\iff \exists \theta :$
 $(\phi(b) \leftarrow) \in F,$
 $g = \phi(b\theta) \in \mathcal{G}_2.$
 $\iff g \in \phi(\bigcup_{(\phi(b) \leftarrow) \in F} \text{rep}(b)).$
 $\iff g \in \mathcal{M}(F).$

著者紹介

小池 英勝

1997 年北海道大学大学院工学研究科システム情報工学専攻修士課程修了。現在、同博士課程在学中。等価変換による問題解決、知識処理の研究に従事。

赤間 清 (正会員)

1973 年東京工業大学工学部制御工学科卒。1975 年同大学院修士課程修了。1979 年同大学院博士課程単位修得退学。同年、同大学助手。1981 年北海道大学文学部講師。1989 年同大学工学部助教授。1999 年より同大学情報メディア教育研究総合センター教授として現在に至る。人工知能、知識処理、等価変換に基づく問題解決の研究に従事。工学博士。ソフトウェア科学会、情報処理学会、各会員。

馬淵 浩司 (正会員)

1992 年北海道大学大学院工学研究科情報工学専攻修士課程修了。1995 年同大学院博士後期課程修了。同年、東和大学工学部電気工学科講師。1998 年岩手県立大学ソフトウェア情報学部講師、現在に至る。博士 (工学)。人工知能、特に問題解決と学習の研究に従事。

岡田 浩一

1997 年北海道大学大学院工学研究科システム情報工学専攻修士課程修了。同年、日本電信電話株式会社に入社。現在、情報流通プラットフォーム研究所において情報セキュリティの研究開発に従事。

繁田 良則

1995 年北海道大学大学院工学研究科情報工学専攻博士課程修了。同年、株式会社東芝に入社。現在、システム LSI 開発センターにおいて LSI の研究開発に従事。