任意の評価値に対する架空名義入札に頑健なダブルオークションプロトコル

A False-name-Proof Double Auction Protocol for Arbitrary Evaluation Values

櫻井 祐子
Yuko Sakurai

日本電信電話株式会社, NTT コミュニケーション科学基礎研究所
NTT Corporation, NTT Communication Science Laboratories
yuko@cslab.kecl.ntt.co.jp, <http://www.kecl.ntt.co.jp/csl/ccrg/members/yuko/>

横尾 真
Makoto Yokoo

九州大学 大学院システム情報科学研究所
Graduate School of Information Science and Electrical Engineering, Kyushu University
yokoo@is.kyushu-u.ac.jp, <http://lang.is.kyushu-u.ac.jp/~yokoo/>

keywords: electronic commerce, internet auction, mechanism design, double auction protocol

Summary

We develop a new false-name-proof double auction protocol called the Generalized Threshold Price Double auction (GTPD) protocol. False-name-proofness generalizes strategy-proofness by incorporating the possibility of false-name bids, e.g., bids submitted using multiple e-mail addresses. An existing protocol called TPD protocol is false-name-proof but can handle only the cases where marginal utilities of each agent always decrease, while our new GTPD protocol can handle arbitrary evaluation values. When marginal utilities can increase, some bids cannot be divided into a single unit (e.g., an all-or-nothing bid). Due to the existence of such indivisible bids, meeting supply/demand becomes difficult. Furthermore, a seller/buyer can submit a false-name-bid by pretending to be a potential buyer/seller to manipulate allocations and payments.

In the GTPD protocol, the auctioneer is required to absorb the supply-demand imbalance up to a given upper-bound. Also, the GTPD incorporate a new false-name-proof one-sided auction protocol that is guaranteed to sell/buy a certain number of units. Simulation results show that when the threshold price is set appropriately, this protocol can obtain a good social surplus, and the number of absorbed units is much smaller than the given upper-bound.

1. は じ め に

近年, インターネットオークションは目覚ましい発展を遂げており, 利用者数も増加の一途を辿っている. また, インターネットオークションを対象とした研究も理論的研究から応用的研究まで幅広く行われている [Krishna 02, Sandholm 01, Wurman 98]. これらの研究において, ネットワーク環境特有の問題として架空名義入札の問題が指摘されている [櫻井 00, Yokoo 01, Yokoo 04]. 架空名義入札は一人のエージェントが複数のエージェントになりすまして入札を行うことである.

オークションプロトコルは, インターネットオークションで主流となっている競り上げ式 (英国型) オークションに代表される, 売手 / 買手どちらか一方だけが複数存在する片方向オークションと, 売手 / 買手双方が複数存在する両方向 (ダブル) オークションの 2 つに大別される [Friedman 93]. ダブルオークションは, 主に株取引にお

いて適用されている. 現在, インターネットオークションでは片方向オークションが主流であるが, インターネット上ではオークションに安価で多数の参加者が参加しやすい. よって, 今後, 複数の買手/売手が同時に参加できるダブルオークションが, チケット取引等, 幅広く適用されることが予想される. 従って, ダブルオークションは実用上重要であるが, 理論的研究が少ない [Wurman 98, 櫻井 03, 横尾 01].

表 1 は各エージェントが 1 種類の財を複数ユニット販売 / 購入するときの架空名義入札に頑健な片方向 / 両方向オークションプロトコルを示す. 単一財複数ユニットを対象とし, 限界効用が遞減するときの片方向オークションでは Vickrey-Clarke-Groves (VCG) メカニズム [Clarke 71, Vickrey 61] を適用することができる. ここで, 限界効用とは財 1 ユニットを追加することによって得られる効用の増分を意味する [Mas-Colell 95].

限界効用が遞増する典型的な例として, all-or-nothing

表 1 架空名義入札に頑健なオークションプロトコル

	片方向 オークション	ダブル オークション
限界効用 が逓減	VCG	TPD [横尾 01]
任意の 評価値	IR [横尾 02] GAL[寺田 03]	<u>GTPD</u>

の場合が考えられる．all-or-nothing とは、ある特定のユニット数を得ることができなければ、財の価値がゼロであることを意味する．例えば、家族旅行用の飛行機の手ケット等は家族の人数分を同時に必要とするであろう．

限界効用が逓増する可能性が存在する片方向オークションに対して、反復減少 (Iterative Reducing, IR) プロトコル [横尾 02] と GAL (Greedy ALlocation) プロトコル [寺田 03] と呼ばれる 2 つのプロトコルが存在する．さらに、限界効用が逓減する場合におけるダブルオークションプロトコルとして、閾値価格ダブル (Threshold Price Double, TPD) オークションプロトコルが提案されている．しかしながら、任意の評価値を表明できるダブルオークションプロトコルで、架空名義入札に頑健なプロトコルは提案されていない．

そこで、我々は新しい架空名義入札に頑健なプロトコルとして一般化閾値価格ダブル (Generalized Threshold Price Double, GTPD) オークションプロトコルの提案を行う．任意の評価値の表明が可能な場合、all-or-nothing のように評価値を 1 ユニット毎に分割できない、非分割入札 (indivisible bid) が存在する．非分割入札が存在する場合、ダブルオークションでは需要と供給が一致しない可能性がある．さらに、たとえ需給が一致したとしても、最適な取引数を決定することは計算上困難である [Sandholm 01] ．

ダブルオークションにおいて取引を実現するためには、オークションの主催者が需給の不均衡を吸収することが望ましい．実際、ニューヨーク証券取引所ではマーケットメーカーもしくはスペシャリストと呼ばれる仲介者が存在し、取引を制御するために株の売買を行うことができる．しかしながら、主催者が吸収するユニット数、すなわち、売買しなければならないユニット数を制限できないならば、主催者にとって非常に大きな負担となり得る．そこで、主催者が売買するユニット数の上限を定めることができ、その上限を越えないことを保証するオークションプロトコルが望ましい．

TPD プロトコルでは、閾値価格を導入することで、ダブルオークションを片方向オークションと見なすことができる．TPD プロトコルでは、取引数は閾値価格以上の需要と閾値価格以下の供給の少ない方とする．少ない方は全員が閾値価格で取引を行うことができ、多い方は VCG メカニズムを適用する．架空名義入札を行ったとしても、架空名義入札が実際の取引対象とならない限り、

取引数や価格を変更できないため、架空名義入札への頑健性が保証される．

一方、既存手法を単純に利用しても、任意の評価値に対して架空名義入札に頑健なダブルオークションプロトコルは構築できない．例えば、次のような TPD プロトコルの単純な拡張は架空名義入札に頑健ではない．

- 閾値価格を利用して売手と買手に分け、ダブルオークションを片方向オークションにする．
- 閾値価格条件を満たす供給/需要の数を比較し、少ない方は全てのユニットが閾値価格で取引を行い、多い方には IR/GAL プロトコルを適用する．

この場合、以下の 2 つの問題が生じる．

架空名義入札の問題：非分割入札が存在する場合、エージェントは実際の希望取引数を越える入札を行うことで取引数を操作できる．例えば、総需要量が総供給量よりも 1 ユニット少ないため、1 ユニットの販売できない売手が存在するとする．このとき、この売手が買手になりすまして、2 ユニットの all-or-nothing 入札を行う．結果、総需要量が 1 ユニットだけ総供給量を越えるため、売手は、買手として 2 ユニットの購入することなく、1 ユニットの販売することができる．

需給不均衡の問題：IR/GAL プロトコルでは、架空名義入札への頑健性を満たすために、エージェントは効用を最大化するユニット数を選ぶことができる．従って、十分な需要と供給があったとしても、IR/GAL プロトコルはある特定の販売ユニット数を保証することはできない．

上述のように、任意の評価値に対して架空名義入札に頑健なダブルオークションプロトコルを構築することは非常に難しい．そこで、GTPD プロトコルは次の手法を用いてこれらの問題を解決する．

ニュートラルゾーン (neutral zone) の設定：総供給量と総需要量の差が事前に決定した上限よりも少なければ、主催者は閾値価格条件を満たす、全ての売手と買手が閾値価格で取引できるように財を購入/販売する．

新しい片方向オークションの適用：十分な需要と供給がある場合において、ある特定の取引ユニット数を保証する新しい架空名義入札に頑健な片方向オークションプロトコルの提案を行う．

GTPD プロトコルは架空名義入札への頑健性と、主催者の負担するユニット数が上限を越えないことを保証する．負担数のワーストケースは、 t を各エージェントの需要/供給の上限とした場合、 $2t - 1$ となる．さらに、シミュレーション実験により、適当な閾値価格において良い社会的余剰を得ることができるだけでなく、主催者が負担するユニット数が上限を越えないことを示す．

以下、本論文では、まず 2 章にて、オークションプロトコルの望ましい性質と TPD プロトコルについて紹介

する．次に 3 章において，任意の評価値を表明可能な，新しい片方向オークションプロトコルについて説明し，4 章において GTPD プロトコルの提案を行う．最後に 5 章でシミュレーション実験の結果を示す．

2. 準備

2.1 オークションプロトコルの特徴

本論文ではエージェントの評価値は個人価値 (private value) とし，他のエージェントの評価値には依存しないとする．また，エージェントの効用を，真の評価値と支払額の差分で表現される準線形 (quasi-linear) とする [Mas-Colell 95]．エージェントにとって，たとえ財を割り当てられたとしても効用がゼロの場合，財を購入しない場合と効用は同値である．従って，本論文では効用がゼロのとき，購入を希望しないとする．財を販売する場合も同様とする．さらに，必要以上の財を得たとき，不要な財を破棄するコストをゼロとする (free-disposable)．これらの仮定は理論的な解析を簡単化するために広く用いられている．

次に，各エージェントの評価値について定義を行う． $v_i(j)$ をエージェント i が j ユニットを得たときの評価値とし， $(v_i(1), v_i(2), \dots, v_i(j), \dots)$ を各ユニット数に対する評価値ベクトルとする．さらに， $p_i(k)$ をエージェント i における k 番目のユニットの価格とする．従って，エージェント i が j ユニットを得るときの支払額の和は $\sum_{k=1}^j p_i(k)$ となり，効用は $v_i(j) - \sum_{k=1}^j p_i(k)$ となる．

以下の性質は，オークションプロトコルが望ましい結果を実現するためには重要であると考えられている．

誘因両立性 (Incentive Compatibility): 各エージェントにとって，真の評価値を申告することが支配戦略，すなわち他のエージェントの行動に関わらず最適な戦略となるならば，このオークションプロトコルは支配戦略において誘因両立的である [Mas-Colell 95]．また，顕示原理 [横尾 00] により，誘因両立的なプロトコルのみに考慮の対象を限定しても一般性は失われないことが保証される．

架空名義入札への頑健性 (Robustness against False-name-bids): 従来の誘因両立性の定義を架空名義入札に対する頑健性についても対応するように拡張する．オークションプロトコルが架空名義入札に頑健であるとは，単一名義で真の評価値を申告することが支配戦略であることを意味する [横尾 00]．

パレート効率性 (Pareto Efficiency): パレート効率的な割当てでは，販売者を含めたすべての参加者の効用の和，すなわち，社会的余剰 (social surplus) が最大化される^{*1}．また，パレート効率的なプロトコルでは，支

配戦略均衡が存在し，各エージェントが支配戦略を用いた場合にパレート効率的な割当てが実現される．

個人合理性 (Individual Rationality): プロトコルに支配戦略均衡が存在し，各エージェントが支配戦略を用いた場合に，エージェントはオークションに参加したことにより，参加しない場合と比較して効用が減少することはない．

2.2 閾値価格ダブルオークションプロトコル

閾値価格ダブル (TPD) オークションプロトコル [横尾 01] について説明する．TPD プロトコルは全てのエージェントの限界効用が逓増しない場合において，架空名義入札に頑健なダブルオークションプロトコルである．

各エージェントの需要 / 供給が 1 ユニットの場合，TPD プロトコルは次のように行われる．まず，主催者が閾値価格 r を決定し，その後，売手 / 買手が入札を行う^{*2}．表明された評価値に関して， $v_{b(i)}(1)$ を買手において i 番目に高い評価値とし， $v_{s(i)}(1)$ を売手において i 番目に低い評価値とする．同じ評価値を持つエージェントが複数存在する場合はランダムに選ぶ．

● 買手の評価値：

$$v_{b(1)}(1) \geq v_{b(2)}(1) \geq \dots \geq v_{b(k)}(1) \geq r > v_{b(k+1)}(1) \geq \dots$$

● 売手の評価値：

$$v_{s(1)}(1) \leq v_{s(2)}(1) \leq \dots \leq v_{s(l)}(1) \leq r < v_{s(l+1)}(1) \leq \dots$$

(1) $k = l$ の場合：1 から l までの買手 / 売手が取引を行う．取引価格は各ユニットに関して閾値価格 r である．

(2) $k > l$ の場合：1 から l までの買手 / 売手が取引を行う．買手は $v_{b(l+1)}(1)$ を支払い，売手は各ユニットに関して閾値価格 r を受取る．オークションの主催者は $l(v_{b(l+1)}(1) - r)$ を受取る．

(3) $k < l$ の場合：1 から k までの買手 / 売手が取引を行う．買手は各ユニットに関して閾値価格 r を支払い，売手は $v_{s(k+1)}(1)$ を得る．オークションの主催者は $k(r - v_{s(k+1)}(1))$ を受取る．

〔例 1〕 各売手 / 買手の 1 ユニットに対する評価値は次の通りであるとする．

● 買手の評価値：10 > 8 > 7 > 1

● 売手の評価値：2 < 3 < 5 < 7

閾値価格は $r = 7.5$ とする．このとき，(3) が成立し，上位 2 組の売手 / 買手が取引を行う．買手は留保価格 7.5 を支払い，売手は 3 番目に低い評価値の 5 を受け取る．従って，オークションの主催者は $2(7.5 - 5) = 5$ を得る．

^{*1} 一般にはパレート効率性は必ずしも社会的余剰の最大化を意味しないが，本論文の問題設定ではエージェントの効用は準線形であるため，パレート効率的な割当てでは社会的余剰は常に最大化される．

^{*2} 単純化のため，買手 / 売手は閾値価格を知らないとする．

3. 新しい片方向オークションプロトコル

本章では、任意の評価値を扱うことができる、新しい片方向オークションプロトコルを説明する。

3.1 基本的なアイデア

架空名義入札に頑健な片方向オークションプロトコルとして、IR protocol [横尾 02] と GAL protocol [寺田 03] が提案されている。しかしながら、これらのプロトコルは十分な需要 / 供給があったとしても、ある特定のユニット数の購入 / 販売を保証していない。そこで、主催者が財の販売 / 購入が可能な場合における、新しい片方向オークションプロトコルの提案を行う。ここでは、主催者が財を販売する場合について説明を行うが、売手と買手は基本的に対称であるため、主催者が財を購入する場合も同様の方法でプロトコルを記述することができる。

まず、主催者は各エージェントの需要の上限ユニット数 t を知っているとして仮定する。すなわち、各エージェントは $t+1$ ユニット以上を必要としない。

本プロトコルでは主催者が K' ユニットを所有している場合、買手に K' ユニットを販売ユニット数として表明するのではなく、 $K < K'$ を満たす K ユニットをデフォルト販売ユニット数とする。これは一見不経済のように思われるが、主催者が $K' - K$ ユニットを残しておくことで販売ユニット数を保証できる。

また、本プロトコルは価格ベース、調整不要オークション (price-oriented rationing-free auction, PORF) プロトコル [Yokoo 03] に基づく。PORF プロトコルでは各エージェントの価格は他のエージェントが表明した評価値によって決定される。さらに、エージェントは他のエージェントの割当てとは無関係に、自分の効用を最大化するユニット数を選択することができる。従って、PORF オークションは誘因両立性を満たすことは自明である。

本プロトコルの価格決定は、各エージェントが直面する残余供給関数 (residual supply function) [Ausubel 97, ?] に基づく。あるエージェント i の残余供給関数 $s^i(p)$ は、供給数 K と 1 ユニットあたりの価格 (単位価格) が p の場合における他のエージェントの需要との差で決定される。すなわち、単位価格 p のときにエージェント i に割り当て可能な最大ユニット数を示すものである。

具体的には、まず、任意の単位価格 p において、買手 i の効用を最大化する需要を $d_i(p)$ を決定する。複数のユニット数に対して効用が最大化される場合、最小ユニット数を $d_i(p)$ とする。

$$d_i(p) = \inf \{j \mid \arg \max_j (v_i(j) - p \times j)\} \quad (1)$$

エージェント集合における $d_i(p)$ の和を $d(p)$ とする。

$$d(p) = \sum_i d_i(p) \quad (2)$$

図 1 買手 i が直面する残余供給関数

このとき、買手 i の残余供給関数 $s^i(p)$ は下記のように定式化される。なお、 $\sum_{l \neq i} d_l(p)$ は、GAL プロトコルで適用されている評価値の並べ替えの手法を、エージェント i 以外に適用することで得られる。

$$s^i(p) = \max\{K - \sum_{l \neq i} d_l(p), 0\} \quad (3)$$

図 1 は買手 i が直面する残余供給関数 $s^i(p)$ の一例である。 x 軸はユニット数、 y 軸は単位価格を示す。

3.2 プロトコルの詳細

- 主催者は最大 K' ユニットを販売できるとする。 t を各エージェントの最大需要ユニット数としたとき、デフォルト販売ユニット数 $K = K' - (t-1) \geq t$ を表明する。条件 $K \geq t$ は架空名義入札への頑健性を保証するためであり、この条件が満たされなければ、エージェントは K 以上のユニット数を希望する架空名義入札の効果がある可能性がある。

- 各買手 i は各ユニット数毎の評価値の列を表明する。

$$(v_i(1), v_i(2), \dots, v_i(t)) \quad (4)$$

一般に、各エージェントは必ずしも真の評価値を申告するとは限らないが、PORF プロトコルは誘因両立性を満たすのが明らかであるため、ここでは各エージェントは真の評価値を表明すると仮定する。

- 買手 i の j ユニットに対する価格は、買手 i が直面する残余供給関数 $s^i(p)$ を適用して決定する。買手 i の k ユニット目の価格 $p_i(k)$ は下記のように定式化される。各 k ユニット目の価格は必ずしも同じではない。

$$p_i(k) = \inf \{p \mid s^i(p) \geq k\} \quad (5)$$

従って、エージェント i が j ユニットを得るときの支払額は $\sum_{k=1}^j p_i(k)$ となり、効用は次の通りである。

$$v_i(j) - \sum_{k=1}^j p_i(k) \quad (6)$$

具体的には、各買手 i に対して図 1 に示されているように $s^i(p)$ をプロットしたとき、価格は上位 j ユ

ニットまでの価格の和, すなわち, 図 1 におけるグレー部分となる.

オークションの主催者は各エージェントの効用が最大になるように割り当てるユニット数を決定する. なお, 同じ効用が得られるユニット数が複数ある場合は, 主催者が割り当てが実現できるように選択する.

- 主催者が各エージェントに割り当てユニット数と価格を公表する.

3.3 例

本プロトコルの例を示す.

[例 2] 各エージェントの最大需要ユニット数 t を 3 とする. また, 主催者は 9 ユニットの販売する. 従って, デフォルトユニット数 K を $9 - (3 - 1) = 7$ とする.

4 人の買手がオークションに参加するとし, 各エージェントの評価値は all-or-nothing とする. すなわち, エージェントは 3 ユニット以下のいずれかのユニット数を必要とし, そのユニット数に満たなければ評価値はゼロである. エージェントの評価値を $(v_i(1), v_i(2), v_i(3))$ と記述する.

買手 1: (0, 18, 18) 買手 2: (0, 0, 24)
買手 3: (0, 0, 21) 買手 4: (0, 12, 12)

このとき, 買手 1 の価格は次のように計算する. まず, 買手 1 の残余供給関数 $s^{-1}(p)$ における, $\sum_{l \neq 1} d_l(p)$ は下記の階段関数となる.

- $0 \leq \sum_{l \neq 1} d_l(p) < 3$ のとき, $p = 8$
- $3 \leq \sum_{l \neq 1} d_l(p) < 6$ のとき, $p = 7$
- $6 \leq \sum_{l \neq 1} d_l(p) < 8$ のとき, $p = 6$
- $8 \leq \sum_{l \neq 1} d_l(p)$ のとき, $p = 0$

従って, $K = 7$ より, $s^{-1}(p_1(1)) = K - \sum_{l \neq 1} d_l(p) = 1$ となる $p_1(1)$ は 6 のときである. 同様に, $s^{-1}(p_1(2)) = 2$ は $p_1(2) = 7$ のときに成り立つ. 以上より, $p_1(1) + p_1(2) = 13$ となり, 買手 1 は 2 ユニットを価格 13 で購入することとなる. 同様にして, 買手 2 は 19 を支払って 3 ユニットを購入し, 買手 3 は 20 を支払って 3 ユニットを購入する. 結果, 需要の総数は $8 < 9$ となり, 1 ユニットが主催者に残る.

3.4 割当て実現可能性と架空名義入札への頑健性

本プロトコルは架空名義入札がなければ, 誘因両立性を満たすことは自明である. なぜならば, 価格は他のエージェントの評価値に基づく残余供給関数によって決定され, 割当ては各エージェントの効用が最大化されるように決定されるからである. 従って, 残りの問題としては, 架空名義入札への頑健性と, 主催者が実現可能な割当て, すなわち, $K' = K + (t - 1)$ ユニットを越えない割当てを選ぶことができるかどうかを示すことである. まず, 割当てのユニット数の上限が $K + (t - 1)$ であると共に, 下限が $K - (t - 1)$ ユニットであることを示す.

図 2 $d(p)$ と p の比較

[定理 1] 本プロトコルでは販売個数は $K - (t - 1)$ 以上 $K + (t - 1)$ 以下である.

我々は図 2 を用いて証明を行う. 図 2 では x 軸は総需要量 $d(p)$ を示し, y 軸は 1 ユニットあたりの価格を示す.

まず, 販売ユニット数の下限は $K - (t - 1)$ であることを示す. p_1 を $d(p)$ が K ユニットを越えない最低価格とし, p_2 を $d(p)$ が K ユニットを越える最高価格とする. 価格 p_1 において, 各エージェントの残余供給は $d_i(p_1)$ 以上であり, このとき, エージェント i は $d_i(p_1)$ 以上を必ず買うことが保証できる. この証明は付録に記す.

従って, $d(p_1) \geq K - (t - 1)$ の場合は証明終了である. 一方, $d(p_1) < K - (t - 1)$ である場合, 価格が p_2 から p_1 に上昇したとき, 各エージェントの最大需要は高々 t であることと $d(p_2) > K$ より, 少なくとも 2 人のエージェントの需要が減少する. ここで, エージェント i を需要の減少が最小となるエージェントとし, r_i を需要の減少量とする. エージェント i が r_i ユニットの追加を得られたとき, p_1 を支払うが, その効用は不変である. この過程を繰り返すことで, 割当てユニット数を $K - (t - 1)$ まで増加することができる.

次に, 割当てられるユニット数は高々 $K + (t - 1)$ であることを示す. 図 2 に示しているように $d(p) < K + t$ を満たす最低価格を p_3 とし, $d(p) \geq K + t$ を満たす最高価格を p_4 とする. このとき, 全ての買手に対して 1 番目のユニットの価格は p_3 以上となる. これは価格が p_4 であるとき, 各エージェントの需要が高々 t ユニットであることより, 残余供給が存在しないためである. さらに, 図 1 に示されているように追加ユニットに対する価格が減少しないため, エージェント i が得るユニット数は価格 p_3 での需要を越えない. $d(p_3)$ は価格 p_3 での最適な需給量であるため, 買手が得る総ユニット数は $d(p_3)$ を越えず, $K + t$ よりも少ない. □

次に, 架空名義入札への頑健性について証明を行う.

[定理 2] 本プロトコルは架空名義入札に対して頑健である.

まず最初に, 次の補題を示す.

[補題 1] エージェント i が 2 つの架空名義 i' と i'' を用いて入札を行い, それぞれ j' ユニットと j'' ユニットを得る場合, エージェント i は単一の名義を用いるこ

とで同じかより少ない支払額で同じ $j = j' + j''$ を得ることができる。

式 (5) により, 任意の k', k'' に対して次の式が成り立つ。

$$\max\{p_{i'}(k'), p_{i''}(k'')\} \geq p_i(k' + k''). \quad (7)$$

$$p_{i'}(k') \geq p_i(k') \quad (8)$$

$$p_{i''}(k'') \geq p_i(k'') \quad (9)$$

$\sum_{k'=1}^{j'} p_{i'}(k') + \sum_{k''=1}^{j''} p_{i''}(k'')$ と $\sum_{k=1}^j p_i(k)$ の比較において, 式 (7) より $\max\{p_{i'}(j'), p_{i''}(j'')\} \geq p_i(j' + j'')$ となるため, $\max\{p_{i'}(j'), p_{i''}(j'')\}$ と $p_i(j' + j'')$ を除くことができる。同様の過程を繰り返し, 最終的には式 (8) と式 (9) によって, i の支払額は i' と i'' の和よりも少ないことが示される。□

同様の議論により, エージェントが 3 つ以上の名義を用いて入札した場合の証明も行うことができる。この補題と本プロトコルは架空名義入札がなければ, 誘因両立的であることより定理 2 を示すことができる。

4. 一般化閾値価格ダブルオークションプロトコル

本章では, 任意の評価値を対象とする新しい架空名義入札に頑健な一般化閾値価格ダブル (Generalized Threshold Price Double, GTPD) オークションプロトコルを示す。GTPD プロトコルは前章の片方向オークションを適用する。GTPD プロトコルでは, 架空名義入札問題を排除するためにニュートラルゾーンを設定する。

ニュートラルゾーンでは, 主催者が財を販売/購入することで, 閾値価格条件を満たす, 全ての売手と買手が閾値価格で取引ができる。具体的には, 閾値価格以下の供給数と閾値価格以上の需要総数との差分が主催者が予め決定した上限以内であれば, ニュートラルゾーン内での取引を意味し, 主催者が財の売買を行い, 閾値価格での取引が行われる。

オークションの主催者は閾値価格とニュートラルゾーンを設定するための 2 つのパラメータを事前に設定する必要がある。さらに, 前章において残余供給関数について説明したが, GTPD プロトコルでは残余供給関数と残余需要関数を利用する。

単位価格 p で売手 i が直面する残余需要関数は次のように決定する。まず, 総需要量を K とする。任意の単位価格 p に対して, 売手 i の効用を最大化する供給を $s_i(p)$ とする。

$$s_i(p) = \inf\{j \mid \arg \max_j (p \times j - v_i(j))\} \quad (10)$$

次に, 全ての売手の $s_i(p)$ の供給の総和を $s(p)$ とする。

$$s(p) = \sum_i s_i(p) \quad (11)$$

このとき, 単位価格 p で売手 i の残余需要関数 $d^{\sim i}(p)$ は次の通りである。

$$d^{\sim i}(p) = \max\{K - \sum_{l \neq i} s_l(p), 0\} \quad (12)$$

4.1 プロトコル

GTPD プロトコルは以下の通りである。まず, 主催者はある与えられた閾値価格 r での各エージェントの需要/供給の上限 t を知っているとする。また, 記法の簡略化のために, $s(r)$ を s とし, $d(r)$ を d とする。

- オークション主催者はニュートラルゾーンを設定するために 2 つのパラメータ a と b を次の不等式を満たすように設定する。

$$a + b \geq t - 1 \quad (13)$$

ここで式 (13) を満たせば, a と b は任意の非負の数である。例えば, $a = b = t/2$ でも良い。

- 参加者が入札を行う。
- 主催者は下記の条件に従い, 取引ユニット数と価格を決定する。

条件 1: $s + a < d$

評価値が閾値価格以下の売手は, 閾値価格で効用を最大化するユニット数の取引を行うことができる。買手に対しては, $\max(t, s + a)$ をデフォルト販売ユニット数とし, 前章の片方向オークションを適用する。

条件 2: $s \leq d \leq s + a$ or $d \leq s \leq d + b$

ニュートラルゾーン内での取引となる。売手も買手も希望するユニット数を閾値価格で取引する。

条件 3: $d + b < s$

閾値価格以上の買手は, 閾値価格で効用を最大化するユニット数を買うことができる。売手に対しては, $\max(t, d + b)$ をデフォルト販売ユニット数とし, 前章の片方向オークションを適用する。

- 主催者が結果を公表する。

GTPD プロトコルでは, 主催者が販売/購入するユニット数は $2t - 1$ に抑えることができる。つまり, 主催者が販売する場合のワーストケースは, 供給が全くなく, 大量の需要があるときであり, オークションの主催者はデフォルトユニット数を t と設定するため, 実際の取引数は高々 $t + (t - 1)$ となる。同様にして, 主催者が購入する場合のワーストケースは, $2t - 1$ である。

4.2 例

〔例 3〕例 2 と同様にして, 全ての参加者の評価値は all-or-nothing とする。さらに $t = 3$ とし, 閾値価格を $r = 5$ と設定する。また, 単純化のため, ニュートラルゾーンに関して $a = b = 3$ とする。

買手 1: (0, 18, 18)

買手 2: (0, 0, 24)

買手 3: (0, 0, 21)

買手 4: (0, 12, 12)

売手 1: (6, 6, 0)

売手 2: (8, 8, 0)

閾値価格 5 以上の需要数 d は次のようにして決まる．全ての買手の評価値は all-or-nothing であるため，希望ユニット数より多いユニット数において単位評価値が閾値価格以上であっても，必要ユニット数以上を望まない．よって，買手 1 の閾値価格以上の需要数は 2 ユニット，買手 2 が 3 ユニット，買手 3 が 3 ユニット，買手 4 が 3 ユニットより $d = 10$ となる．同様に閾値価格以下の供給数について $s = 4$ となる．従って， $s + a = 4 + 3 = 7 < 10 = d$ より条件 1 が成り立ち，全ての売手は閾値価格で財を売ることができ，供給数は 4 ユニットである．一方，買手に対しては，デフォルトユニット数を $\max(7, 4) = 7$ と設定する．これは例 2 と同等となり，買手の最終的な需要は 8 となる．結果，主催者は $4 < 5 = 2 \times 3 - 1$ ユニットの売手となる．

4.3 架空名義入札への頑健性

ここでは，架空名義入札に頑健であることを示す．

〔定理 3〕 GTPD プロトコルは架空名義入札に頑健である．

前章で片方向オークションは架空名義入札に頑健であることを示しているため，売手／買手が別の買手／売手になりすまして架空名義入札を行っても，効用が増加しないことを示せばよい．さらに，買手と売手は基本的には対称であるため，ここでは売手が買手になりすまして架空名義入札を行う場合を考える．

売手 i が $s_i + d_i$ ユニットの販売し，架空名義によって d_i ユニットの得とする．すなわち，売手 i は s_i ユニットの販売する．ここで， $s^{\sim i}$ を売手 i 以外の総供給量とする．

まず，売手 i が真の名義だけで s_i ユニットの販売するとする．もし $s^{\sim i} + s_i + a \leq d$ が成り立つならば，GTPD プロトコルの条件 1 もしくは条件 2 となり，売手 i は，売手にとっての最高販売額である閾値価格で s_i ユニットの販売する．従って，この場合は架空名義入札を行っても効果がない．

一方，条件 3 を満たす場合，すなわち，

$$d + b < s^{\sim i} + s_i, \quad (14)$$

となるとき，売手 i の受取り額は閾値価格よりも低くなり，売手 i は架空名義入札によって効用を増加させようとする可能性がある．そこで，条件 3 の場合，売手 i が架空名義入札によって他の状況に変化させても効用が増加しないことを示す．

また，売手 i の供給は $s'_i + d_i$ ($s'_i \geq s_i$) とし，架空名義入札による需要を d'_i ($d'_i \geq d_i$) とする．

条件 3: $s^{\sim i} + s'_i + d_i > d + b + d'_i$ のとき，全ての買手は閾値価格で希望するユニット数を得ることができ， d'_i を d_i と設定できる．この場合，デフォルトユニット数は $K' = d + d_i + b$ であり，売手 i の残余需要関数は $d_{K'}^{\sim i}$ で

ある．一方，売手 i が架空名義入札を行わない場合，デフォルトユニット数は $K = d + b$ であり，売手 i の残余需要関数は $d_K^{\sim i}$ となる． $d_{K'}^{\sim i}$ において，第 1 ユニットから第 d_i ユニットまでの 1 ユニットあたりの価格は，総需要量が d_i ユニット増えたことによって与えられる残余需要によって決まる．さらに， $d_i + 1$ 番目のユニットからの $d_{K'}^{\sim i}$ は， $d_K^{\sim i}$ における第 1 ユニットからの価格と同等である．従って，売手 i は s_i ユニットの価格を下げる事ができず，さらに閾値価格で d_i ユニットの購入し， d_i ユニットの閾値価格以下で販売することとなる．結果，売手 i は架空名義入札を用いて効用を増加させることはできない．

条件 2: $d + d'_i \leq s^{\sim i} + s'_i + d_i \leq d + d'_i + b$ ，もしくは， $s^{\sim i} + s'_i + d_i \leq d + d'_i \leq s^{\sim i} + s'_i + d_i + a$ のとき，全ての売手／買手は閾値価格での取引である．この場合， $s'_i = s_i$ かつ $d'_i = d_i$ であり， $d \leq s^{\sim i} + s_i \leq d + b$ ，もしくは $s^{\sim i} + s'_i \leq d \leq s^{\sim i} + s'_i + a$ となる．いずれの場合も式 (14) に反するため，売手 i は架空名義入札を用いて条件 3 から条件 2 に変更することはできない．

条件 1: $d + d'_i + b < s^{\sim i} + s'_i$ のとき，全ての買手は閾値価格で財を得ることができる．従って， s'_i を s_i とする．販売するデフォルトユニット数を $K = s^{\sim i} + s_i + d_i + a$ とする．片方向オークションでは，少なくとも $K - (t - 1)$ ユニットの販売することを保証するため，取引を行う最小ユニット数は $s^{\sim i} + s_i + d_i + a - (t - 1)$ であり， $d + d_i \geq s^{\sim i} + s_i + d_i + a - (t - 1)$ となる．結果，式 (14) により， $0 \geq a + b - (t - 1)$ となる．この不等式は式 (14) に反するため，売手 i は架空名義入札によって条件 3 を条件 1 に変更できない．□

5. 評価実験

GTPD プロトコルで得られる社会的余剰の結果について示す．本論文では，文献 [横尾 02] と同じ問題設定において実験を行った．

まず， n_d を買手のエージェント数， n_s を売手のエージェント数とする．各エージェントの入札は以下のように生成する．各エージェントによって取引される最大ユニット数を t とする．エージェント i のユニット数 $j \in [1, t]$ を二項分布 $\frac{p^j(1-p)^{t-j}t!}{j!(t-j)!}$ から選び，さらに， j ユニットの評価値を $[0, j]$ の範囲から一様分布で選ぶ．ここでは，all-or-nothing を仮定する．

GTPD プロトコルの社会的余剰とパレート最適な社会的余剰を比較することが望ましいが，パレート最適な社会的余剰を得ることは計算上非常に困難である．そこで，楽観的に評価した場合における上界値の社会的余剰と比較する．すなわち，エージェントの評価値が単一ユニットごとに分割できるとして，社会的余剰を計算する．エージェントの評価値は非分割であるため，実際のパレート最適な社会的余剰は，この計算手法で得られる社会的余

図 3 社会的余剰の比較

剰を越えることはない。

図 3 に、閾値価格を 0 から 1 までにおいて 0.05 ずつ変化させた場合に得られる社会的余剰について、500 個の問題を生成したときの平均を示す。さらに、GTPD プロトコルでは $a = b = 10$, $t = 10$ とする。

オークションの主催者は財の売買が可能のため、主催者を含めた社会的余剰の計算方法は明らかではない。そこで、単純化のため、主催者が売買をする評価値は閾値価格とする。

この図では、GTPD プロトコルにおいて閾値価格を $r = 0.5$ に設定した場合、全てのエージェントの社会的余剰と、主催者を除いた社会的余剰双方が最善になることが示され、このとき、主催者を除いた社会的余剰は 92 % に達している。架空名義入札への頑健性を保障するためには、パレート最適性を諦め、できる限りパレート最適に近い社会的余剰を得るプロトコルを提案することが目標となる [櫻井 00, Yokoo 01, Yokoo 04]。本実験結果から、GTPD プロトコルは、主催者が閾値価格を適切に設定した場合、最適値に近い社会的余剰を得ることがわかる。

6. おわりに

我々は、任意の評価値を扱うことができる、架空名義入札に頑健な一般化閾値価格ダブルオークションプロトコルの提案を行った。ダブルオークションにおいて任意の評価値を対象とする場合、需要と供給の不一致と架空名義入札がそれぞれ問題となる。そこで、本論文では、新しい片方向オークションとニュートラルゾーンを適用することでこれらの問題を解決した。今後は、GTPD プロトコルのアイデアを組合せダブルオークションプロトコルに拡張することである。

謝 辞

研究を支援頂いた、NTT コミュニケーション科学基礎研究所社会情報研究部の佐藤哲司部長と、日頃ご討論頂く松原繁夫氏、岩崎敦氏に感謝致します。

◇ 参 考 文 献 ◇

- [Ausubel 97] Ausubel, L.: An Efficient Ascending-Bid Auction for Multiple Objects, Working Paper No.97-06, Department of Economics, University of Maryland (1997)
- [Clarke 71] Clarke, E. H.: Multipart Pricing of Public Goods, *Public Choice*, Vol. 2, pp. 19-33 (1971)
- [Friedman 93] Friedman, D. and Rust, J. eds.: *The Double Auction Market*, Addison-Wesley Publishing Company (1993)
- [Krishna 02] Krishna, V.: *Auction Theory*, Academic Press (2002)
- [Mas-Colell 95] Mas-Colell, A., Whinston, M. D., and Green, J. R.: *Microeconomic Theory*, Oxford University Press (1995)
- [櫻井 00] 櫻井 祐子, 横尾 真, 松原 繁夫: 電子取引における一般化 Vickrey オークションプロトコルの問題点: 架空名義入札における頑健性, 日本ソフトウェア科学会学会誌, Vol. 17, No. 2, pp. 1-9 (2000)
- [櫻井 03] 櫻井 祐子, 横尾 真: 平均的に予算非負なダブルオークションプロトコル, 人工知能学会論文誌, Vol. 18, No. 1, pp. 15-24 (2003)
- [Sandholm 01] Sandholm, T., Suri, S., Gilpin, A., and Levine, D.: CABOB: A Fast Optimal Algorithm for Combinatorial Auctions, in *Proceedings of the Sixteenth International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-2001)*, pp. 1102-1108 (2001)
- [寺田 03] 寺田 賢二, 横尾 真: 留保価格設定が不要な耐架空名義入札マルチユニットオークションプロトコル, 電子情報通信学会論文誌, Vol. J86-D1, No. 8, pp. 629-639 (2003)
- [Vickrey 61] Vickrey, W.: Counter Speculation, Auctions, and Competitive Sealed Tenders, *Journal of Finance*, Vol. 16, pp. 8-37 (1961)
- [Wurman 98] Wurman, P. R., Walsh, W. E., and Wellman, M. P.: Flexible Double Auctions for Electronic Commerce: Theory and Implementation, *Decision Support Systems*, Vol. 24, pp. 17-27 (1998)
- [Yokoo 01] Yokoo, M., Sakurai, Y., and Matsubara, S.: Robust Combinatorial Auction Protocol against False-name Bids, *Artificial Intelligence*, Vol. 130, No. 2, pp. 167-181 (2001)
- [Yokoo 03] Yokoo, M.: The characterization of strategy/false-name proof combinatorial auction protocols: Price-oriented, rationing-free protocol, in *Proceedings of the 18th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-2003)* (2003)
- [Yokoo 04] Yokoo, M., Sakurai, Y., and Matsubara, S.: The Effect of False-name Declarations in Mechanism Design: New Fraud in Internet Auctions, *Games and Economic Behavior*, Vol. 46, pp. 174-188 (2004)
- [横尾 00] 横尾 真, 櫻井 祐子, 松原 繁夫: 架空名義表明のメカニズムデザインに対する影響 - インターネットでの集団意思決定に向けて, 日本ソフトウェア科学会学会誌, Vol. 17, No. 5, pp. 37-46 (2000)
- [横尾 01] 横尾 真, 櫻井 祐子, 松原 繁夫: 架空名義入札に頑健なダブルオークションプロトコル, 電子情報通信学会論文誌, Vol. J84-D1, No. 8, pp. 1140-1149 (2001)
- [横尾 02] 横尾 真, 櫻井 祐子, 松原 繁夫: 架空名義入札に頑健な複数ユニットオークションプロトコル, 人工知能学会論文誌, Vol. 17, No. 4 (2002)

〔担当委員：新谷虎松〕

2003 年 9 月 9 日 受理

図 A.1 m ユニットと $d_i(p_1)$ ユニットの効用の比較

◇ 付 録 ◇

定理 1 の証明の詳細

[定理 4] 買手 i の残余供給が価格 p_1 において $d_i(p_1)$ 以上であるとき、買手 i は $d_i(p_1)$ ユニット以上を購入することを望む。 $m < d_i(p_1)$ となる m ユニットを得たときの効用の方が $d_i(p_1)$ ユニットを得たときの効用よりも大きいと仮定することで矛盾を導く。図 A.1 は m ユニットと $d_i(p_1)$ ユニットにおける効用の比較を示す。図 A.1 において p' を $v_i(d_i(p_1))/d_i(p_1)$, p を $v_i(m)/m$ とする。図 A.1 において、 A, C と D の面積の和は m ユニットを得たときの効用を示し、 B, C, D と E の面積の和は $d_i(p_1)$ ユニットを得たときの効用である。 m ユニットを得たときの効用は $d_i(p_1)$ ユニットを得たときの効用よりも大きいので、少なくとも $A > B$ が満たされなければならない。一方、価格 p_1 のときの買手 i の最適な需要は $d_i(p_1)$ ユニットであるため、

$$\begin{aligned} v_i(d_i(p_1)) - p_1 \times d_i(p_1) \\ \geq v_i(m) - p_1 \times m \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

となり、 $B + C \geq A + C$ が得られる。しかしながら、この不等式は先の不等式 $A > B$ に矛盾する。従って、買手 i は価格 p_1 において $d_i(p_1)$ ユニット以上を購入することを望む。□

著 者 紹 介

櫻井 祐子 (正会員)

1997 年名古屋大学大学院多元数理科学研究科修士課程修了。同年 NTT に入社。現在、NTT コミュニケーション科学基礎研究所勤務。電子商取引（オークションメカニズムデザイン）等に興味を持つ。1999 年度人工知能学会全国大会優秀論文賞、2002 年 人工知能学会論文賞受賞。日本ソフトウェア科学会会員。

横尾 真 (正会員)

1986 年東京大学大学院 工学系研究科 修士課程修了。同年 NTT に入社。2004 年より九州大学大学院 システム情報科学研究院 教授。エージェントの合意形成メカニズム、制約充足 / 分散制約充足等に興味を持つ。博士 (工学)。1992 年、2002 年 人工知能学会論文賞、1995 年情報処理学会坂井記念特別賞、2004 年 Association for Computing Machinery (ACM) Special Interest Group on Artificial Intelligence (SIGART) Autonomous Agent Research Award 受賞。情報処理学会、日本ソフトウェア科学会、電子情報通信学会、AAAI 各会員。

1992 年、2002 年 人工知能学会論文賞、1995 年情報処理学会坂井記念特別賞、2004 年 Association for Computing Machinery (ACM) Special Interest Group on Artificial Intelligence (SIGART) Autonomous Agent Research Award 受賞。情報処理学会、日本ソフトウェア科学会、電子情報通信学会、AAAI 各会員。