作問事例を用いて数学文章題を生成するシステムの実現と評価

Construction and Evaluation of a System that Generates Mathematical Word Problems Using Cases of Problem generation

小島 一晃
KOJIMA Kazuaki

名古屋大学 大学院人間情報学研究科
Graduate School of Human Informatics, Nagoya University
koj@cog.human.nagoya-u.ac.jp, <http://www.cog.human.nagoya-u.ac.jp/~koj/>

三輪 和久
MIWA Kazuhisa

名古屋大学 大学院情報科学研究科
Graduate School of Information Science, Nagoya University
miwa@cog.human.nagoya-u.ac.jp, <http://www.cog.human.nagoya-u.ac.jp/~miwa/>

keywords: mathematical learning, word problems, automatic problem generation, problem generation episodes

Summary

In mathematical learning, it is important to give learners a number of problems that have various features in both of surface problem situations and deep mathematical structures. In this study, we implement a system that generates various word problems by using problem-generation episodes. Each problem-generation episode is knowledge comprising a base example problem and a new analogical instance, which is regarded as a past case where the analogical instance was generated from the example problem. Our system can generate various problems by applying the problem-generation episodes to initial problems stored in the system. In this paper, we describe our approach to generate mathematical word-problems, and perform experimental evaluations to verify whether or not our system can expand the variety of problems. The results of the experiments indicated that our system can appropriately expand the variety. We also found that it needs interactions with a knowledgeable user.

1. は じ め に

数学学習は、教師が例題によって解法の教示を行い、学習者はその例題の類題を数多く解決する練習を行うという方法で進められる。学習者が学習を行う上では通常、多数の問題が必要となり、教師は複数の教科書や問題集を利用して問題を用意している。このような背景から、学習者が学習を行うための問題を供給することは、学習支援における重要な課題であると考えられる。

ところで、数学学習で使用される問題には、問題文に「買物」や「乗物での移動」といった問題状況を持つ文章題がある。文章題では、解法構造だけでなく問題状況も、学習者の学習において考慮すべき重要な情報である。

このことに関しては、初学者の問題解決は問題状況のような問題文の表層的特徴に強く影響されることが確認されており [Chi 81, Novick 88]、問題状況は異なるが解法は同一の問題など、様々な問題を与えて比較させることが重要であるという指摘がされている。問題を比較して類似性の判断を行うことは、問題解決において重要な特徴への注目を促進し、問題解決を成功に導くことが心

理的な実験によって示されている [Gick 83]。この知見を用いて English は、文章題の学習において、問題状況と解法をコントロールした問題を生徒に提示し、それらと比較する訓練を行わせることで、生徒の文章題に対する理解が改善したことを報告している [English 97]。この他にも、多くの実験的な知見から複数の問題間の比較を行う訓練の必要性が示唆されている [寺尾 98]。数学学習において、問題状況と解法をコントロールして問題を出題することは、学習者の深い問題理解を導く上で有効であり、また、問題間の比較による学習を提供する上で必要となる。

このような背景から、例題に基づく類題解決による学習を支援対象として想定した場合、問題状況と解法の2つの属性において構造化された問題のデータベースを提供することには、重要な意味がある。さらに、2つの属性をコントロールして問題の提示を行う上でも、この属性において多様性を持つ問題は必須となる。そのため、問題状況と解法において多様な問題を生成し、問題のデータベースを構築・提供することが可能な機能の実現が望まれる。このようなデータベースがあれば、例えば、学習

者が学習した例題に対し、同一の解法を持つが問題状況が異なる問題と、その逆に問題状況が同一であるが解法が異なる問題とを与えるといったことが可能になり、学習者に例題とこれらの問題とを比較させ、どのような点が類似しているか、例題はどちらの問題の解決に貢献するかといった点の検討を行わせることで、問題解決において重要な特徴への注目を促進することができると考えられる。しかし、問題状況のような情報を扱うためには、常識知識や自然言語処理といった課題を克服する必要があるため、文章題を自動生成する機能の実現は、極めて困難である。

数学の問題を生成するシステムは、これまでも様々なものが開発されている。例えば、MathTeX[1] は、高校数学の計算問題とその解答を自動的に生成して、TeX 形式で出力するツールである。[白田 04] は、経済最適化問題の問題領域において、条件や未知数といった問題の定義情報が与えられると、その情報から Web 教材を自動的に生成するシステムを構築している。[金西 03] は、事前に与えられた問題生成に関する知識に基づき、基本情報技術者試験の数量関係の問題構造と解、問題文を生成するシステムを実装している。こうしたシステムは、問題の供給を行ったり、具体的に教材を用意する手間を軽減することを目的としているが、問題文の問題状況のような情報が重要ではない問題領域を扱っている。

一方、文章題に関しては、計算機処理可能な問題の特徴記述を与える一連の研究が、平嶋らによって行われている。これらの研究においては、問題を定式化する過程のモデルにより、問題の表層構造と解法構造を表現する特徴記述が提案されており [平嶋 92, Hirashima 94]、数学の文章題や力学などの領域において、補助問題の定式化 [平嶋 95] や問題の整列 [Hirashima 94]、学習者による作問の診断 [中野 00]、問題のオーサリング支援環境 [平嶋 01] などが実現されている。また、問題の自動生成についても、問題の簡単化という観点からの試みが行われている [Hirashima 94]。さらに、[高野 03] の WBT システムは鶴亀算型の文章題の自動生成を行うが、システムに用意された限られた解法と問題状況を持つ問題を生成するのみに留まっている。このことから、問題状況と解法において多様な問題を生成するシステムの実現が望まれる。

本研究では、数学の文章題を対象とし、「問題状況」と「解法」において多様な問題を生成するためのシステムの実装を行う。本システムの目標は、「問題集の問題などを登録し、登録された問題から新しい問題を生成して、問題のバリエーションを増殖する」ことである。自然言語処理や常識知識などの問題については、1. 作問を事例化し、事例を利用して問題を生成できるような仕組みを実現する、2. 教師ユーザとのインタラクションにより問題生成を行う、という方法によって克服・回避するアプローチを採用する。作問の事例化とは、ある例題に対し、その

類題が生成された時、この 2 つの問題の間で結ぶことができる関係を事例とすることであり、問題を事例と捉えると、作問の事例はメタ事例にあたる。本研究では、このような作問の事例を「作問エピソード」と呼ぶ。

2. 文章題生成システム

本研究で実装を行ったシステムは、数学の問題データを蓄積し、蓄積されている問題データを用いて新しい問題を生成するシステムである。本システムによる問題生成では、教師ユーザとのインタラクションを実行し、ユーザが問題データの登録を行った上で、同時に常識知識もユーザが補間することを前提とする。本研究で目標とするのは、問題状況と解法において多様な問題を生成するシステムの実現である。本システムは、ユーザとのインタラクションを通じて多様な問題のデータベースを構築し、学習者や学習支援システムへの教材コンテンツ供給を行うことができると考えられる。しかし、本研究で扱うのは問題の生成までであり、具体的な学習支援や他システムとの連携の実現方法については、今後の課題である。

本システムの問題対象領域には、鶴亀算型の文章題とその類題を選択した。これは、2 つのオブジェクトの数量と属性値に関する情報から、二元一次方程式を用いて解決する問題であり、中学校数学における「連立方程式の応用」に含まれる。システムの実装は連立方程式の応用という個別的な領域において行われたが、本研究で提案する手法は、問題状況を表す問題文を持ち、方程式で解決することが可能な文章題の問題領域であれば、一般的に利用可能であると考えられる。

2.1 問題生成の基本コンセプト

本システムは、システムに登録されている問題データから作問エピソードを構成し、これを用いて新しい問題の生成を行う。先に述べたように、作問エピソードは作問を事例化した知識であり、ある例題 base に対して、その練習問題となる類題 newInstance が作成されたとすると、この 2 つの問題と、それらの間の関係をデータとして持つ事例である。本システムはこの作問エピソードを用いて、入力として与えられる問題 input に対し、作問エピソードにおける base と newInstance の関係を適用することで、新しい問題 output の生成を行う。

図 1 に作問エピソードを用いた問題生成の概念図を示す。図 1 において、横軸は解法の特徴、縦軸は問題状況の特徴を表している。各座標 (A-1, A-2 など) は、同一の解法と同一の問題状況を持つ問題が属するカテゴリを表すことになるが、このカテゴリをここでは「問題パターン」と呼ぶことにする。今、A-1, B-1, A-2, A-3 の 4 つの問題パターンに属する問題が事例として格納されていると仮定する。そして、A-1 に属する一つの問題を base, B-1 に属する問題を newInstance として、妥当な作問エピソード

ド E が抽出されたとする．この時，input として A-2 の問題に E を適用することが可能であったとすると，B-2 の問題が output として新たに生成される．つまり，本システムによる作問は，「base:newInstance=input:output」という四項類推の形式によって input から output を生成すること，ということができる．同様に，E を用いて A-3 の問題から B-3 の問題を生成することができる．これにより，新しく B-2，B-3 という，解法が同一で状況が異なる問題が生成され，問題パターンが 2 つ増加したことになる．ここで，システムの実装においては，妥当な作問エピソードを構成できるのは，問題状況が同一である base と newInstance のみであり，作問エピソードを適用できるのは，base と解法が同一である input のみである，という制約を与えている．これにより，作問エピソードは置き換えてよい解法を base に，置き換えられる解法を newInstance に事例的に持つ知識ということになり，input は置き換えてよい解法を持つ問題のみに絞られることになる．

[平嶋 01] では，ある問題の解法構造に対し，差分となる概念や操作を与えることで，新しい解法構造の問題を作成する方法が採用されている．これに対し，本システムによる新しい問題 output の生成は，newInstance を用いて構築される解法構造に，input の状況を当てはめることで行われる．従って，本システムは，input の解法構造に差分を与えることによる問題の生成に留まらず，input とは解法が持つ基本的な構造が異なる問題も生成することができる．

このコンセプトに基づき，本システムでは問題から作問エピソードを構成し，これを他の問題に適用する方法によって，システムが持っている問題の初期セットから新しい問題を生成し，問題のバリエーションを増殖する．

なお，本システムによる問題生成では，上述の通りに新しい問題パターンの問題を生成する他に，A-1 に属する base 以外の問題から B-1 に属する問題を生成する場合，つまり，既に存在する問題パターンに属する問題を生成する場合も考えられる．前者のような問題生成を「新規生成」，後者を「変更生成」と呼ぶことにする．変更生成によって生成されるのは，この場合，newInstance

表 1 問題データの例 1

問題文) 80 円の鉛筆と 120 円のボールペンをあわせて 8 本買った。代金は 760 円になった。それぞれ何本買ったか。

解) 鉛筆を x 本，ボールペンを y 本とくと、

$$x + y = 8$$

$$80x + 120y = 760$$

よって、 $x = 5, y = 3$

		オブジェクト		
		a:鉛筆	b:ボールペン	W:(全体)
プロパティ	1:本	x	y	8
	2:			
	3:			
	4:円	80	120	
	5:円			760
		動詞	買う	
		問題状況	売買	
		標準形	$x + y = W_1$ $a_4x + b_4y = W_5$	

問題文テンプレート)

a_4 [4] の a と b_4 [4] の b をあわせて W_1 [1] 買ったら、代金は W_5 [5] になった。 a と b をそれぞれ何 [1] 買ったか。

と同じ問題パターンで，問題文に登場するキーワード等を変更したような問題ということになる．

2.2 問題表現

本システムでは，問題の特徴をテーブルの形式で表現する．問題データの例を表 1 に示す．表 1 に含まれる数値は方程式の係数であり（これを「数値パラメータ」と呼ぶ）「オブジェクト」は問題に登場する鉛筆やボールペンといった問題要素、「プロパティ」は数値パラメータが持つ助数詞や単位である．問題データの基本構造は，方

表 2 問題データの例 2

問題文) 80 円の鉛筆と 120 円のボールペンをあわせて 6 本と 500 円の筆箱を買ったら、代金は 1060 円になった。鉛筆とボールペンをそれぞれ何本買ったか。

解) 鉛筆を x 本，ボールペンを y 本とくと、

$$x + y = 6$$

$$80x + 120y + 500 = 1060$$

より、

$$x + y = 6$$

$$80x + 120y = 560$$

よって、 $x = 4, y = 2$

		オブジェクト			
		a:鉛筆	b:ボールペン	W: (全体)	c:筆箱
プロパティ	1:本	x	y	80	
	2:				
	3:				
	4:円	80	120		500
	5:円			560	
	6:円			1060	

動詞	買う
状況	売買
標準形	$x + y = W_1$ $a_4x + b_4y = W_5$
追加操作	$W_5 = W_6 - c_4$

問題文テンプレート)

a_4 [4] の a と b_4 [4] の b をあわせて W_1 [1] と c_4 [4] の c を買ったら、代金は W_6 [6] になった。 a と b をそれぞれ何 [1] 買ったか。

図 3 問題データ登録の画面の一部

図 3 問題データ登録の画面の一部

生成された場合、その問題文の生成に利用される。

§ 2 作問エピソードの作成

作問エピソードは、システムに登録されている問題データのセットから、ユーザが base と newInstance とする問題を選択すると、プロダクションエンジンが自動的に作成する。作問エピソードは、base と newInstance のセットに対し、プロダクションエンジンが書き換えアクション生成ルールを用いて 2 つの問題間の特徴を比較し、どの特徴をどう書き換えるかの手続き（書き換えアクション）を賦与することで作成される。書き換えアクション生成ルールは、base と newInstance の間で特徴値が異なるかを調べる調査ルール、調査ルールの結果に基づいて書き換えアクションを賦与する賦与ルールの 2 種類から成る。例えば、表 1 の問題を base、表 2 の問題を newInstance とする作問エピソードの作成を行う場合、プロダクションエンジンは、調査ルールによりオブジェクトが同一であるという結果を得て、賦与ルールによりオブジェクトをそのままコピーする書き換えアクションを生成するといった手順で、表 3 に示すような書き換えアクションを賦与することになる。このことから、作問エピソードは、適切な作問が成り立つような書き換えアクションのセットを生成するための制約である、といえる。

書き換えアクションは、base と newInstance の間の共通する特徴、異なる特徴に基づいて賦与されるものであり、2 つの問題の間の関係とみなすことができる。しかし、base と newInstance の間に共通点がない場合は、どのような input に対しても newInstance のコピーを output として出力するだけの作問エピソードが作成されることになる。従って、作問エピソードは、どのような問題の組み合わせでも有効というわけではなく、適切な関係を結ぶことができる問題の組み合わせのみから作成される。ここで適切な関係とみなされるのは、先に

表 3 書き換えアクションの例

input の a を output の a にコピー
input の b を output の b にコピー
output に c を作成
input の 1 を output の 1 にコピー
input の 4 を output の 4 にコピー
...
input の標準形を output の標準形にコピー
newInstance の追加操作を output の追加操作にコピー

も述べたとおり、問題状況が同一である問題の組み合わせである。

§ 3 新しい問題の生成

本システムによる問題の生成は、作問エピソードを利用して、与えられる問題 input から新しい問題 output の生成を行う、という形式で実行される。作問エピソードを利用した問題生成の概念図は、図 1 に示した通りである。

先に述べた通り、作問エピソードには書き換えアクションが賦与されている。input が与えられると、システムは作問エピソードが input に適用可能であるかを判断し、可能であれば書き換えアクションを実行することで、output の問題データを生成する。作問エピソードが input に適用可能であるかどうかは、base と input の間の特徴を比較し、両者の解法構造が同一である場合に可能と判断される。この解法構造は、解法式の標準形と追加操作のセットによって規定されており、解法を導出するための計算手続きが全て等しい場合に同一となる。なお、割合は演算上特殊性を持つため、この判定においては、割合を含む問題と含まない問題とでは構造構造が異なると判断する補助ルールを使用している。問題生成の実行方法には、(1) ユーザが input とする問題を指定し、システムが適用可能な作問エピソードを検索する場合と、(2) ユーザが使用する作問エピソードを指定し、システムが input とする問題を検索する場合の 2 通りがあるが、いずれの場合も、適用可能な全ての組み合わせの問題生成が実行される。

最後に、問題文のテンプレートに output のキーワードをあてはめることで output の問題文を生成し、output は新しい問題として出力される。変更生成の場合、ここで使用するテンプレートは、問題データベースから検索して得られる。一方、新規生成の場合は、利用できる問題文テンプレートが存在しないため、システムは問題データから「抽象テンプレート」を作成し、仮の問題文を生成する。これは、 $x + y = W_1$ に対して「 $\boxed{a}$ と $\boxed{b}$ の合計は $\boxed{W_1}$ 」というように、式の形式ごとに用意されているテンプレートの断片を組み合わせ、それを問題データの特徴値に応じて変形することで生成される。ユーザは抽象テンプレートから仮に作成された問題文を参照しながら、問題文を作成して入力する。システムはユーザが入力した問題文から問題文テンプレートを生成し、これ以降の問題文の生成の際に利用する。

表 4 生成される問題データ

		オブジェクト			
		a:バス	b:電車	W:(全体)	c:(?)
プロ パ テ ィ	1:時間	x	y	W_1	
	2:				
	3:				
	4: k m	a_4	b_4		c_4
	5: k m			W_5	
	6: k m			W_6	
		動詞	行く		
		問題状況	往復		
		標準形	$x + y = W_1$ $a_4 x + b_4 y = W_5$		
		追加操作	$W_5 = W_6 - c_4$		

このプロセスを具体例を用いて示す．表 1 に示す問題を base, 表 2 に示す問題を newInstance とする作問エピソードを選択して作問を実行した場合, システムは問題データベースを検索し, base と解法構造が同一である問題が見つかったら, この作問エピソードを適用する．ここで, 以下のような問題が見つかったと仮定する．

問題文) A市からB駅経由で195km離れたC市まで行くのに, A市からB駅までは時速50kmのバスで, B駅からC市までは時速80kmの電車で行ったら3時間かかった。A市からB駅まで, B駅からC市までにかかった時間はそれぞれ何時間か。

解) A市からB駅までを x 時間、B駅からC市までを y 時間とくと、

$$x + y = 3$$

$$50x + 80y = 195$$

より, $x = 1.5, y = 1.5$

すると, システムは表 3 に示した書き換えアクションを実行し, output の問題データを生成する．ここで生成されるデータは, 表 4 に示す通りとなる．これは, 表 2 の問題と, 解法が同一で問題文の状況が異なる問題である．

そして, システムはこの output と同一の問題パターンの問題を問題データベースから検索し, 問題文テンプレートの獲得を試みる．問題パターンが同一と判断されるのは, 問題データにおける状況と, 先述の解法構造の特徴値が等しい問題である．ここでは output と同一パターンの問題が見つからなかったとすると, システムは新規生成と判断し, 問題データから抽象テンプレートを作成して, 以下のような問題文を仮に生成する．

問題文) バスと電車はあわせて W_1 時間。

1 時間あたり a_4 km のバスと 1 時間あたり b_4 km の電車であわせて W_5 km [= W_6 km - c_4 km]。

バスと電車はそれぞれ何時間か。

次に, output をユーザに提示するとともに, ユーザに問題データの修正を要求する^{*1}。ユーザは提示される問題文と問題データを参照しながら, 問題文の編集入力を行う．図 4 に, 問題データの修正の実行例を示す．この時, この output (図 4 の画面下のウィンドウ・右下の

図 4 問題データ修正の画面の一部

フィールドに表示) に対し, その生成に使用された作問エピソードの base (左上) と newInstance (右上), そして input (左下) も併せて四項類推の形式で表示される．以下は, この output の問題文の修正例である．

A 地点から W_6 km 離れた D 地点まで行くには, A 地点から時速 a_4 km のバスに乗って B 地点に, B 地点からは時速 b_4 km の電車に乗って, D 地点の c_4 km 手前の C 地点まで行き, D 地点までの残りは徒歩で行くことになる。バスと電車に合計で W_1 時間乗るとすると, バスと電車それぞれには何時間乗ることになるか。システムはこの問題文から問題文テンプレートを作成する．

最後に, ユーザは修正した問題データをシステムに登録する．このような手続きを踏むため, システムが生成した問題の中で新たに問題データベースに登録されるのは, ユーザによって評価・修正された問題のみということになる．

このように, 本システムは類推により, 新しい問題の候補として output を生成してユーザに提示し, ユーザの知識を引き出すような形式でインタラクションを実行して, 解法が同一で問題状況が異なる問題を, 様々な解法の問題に対して生成する．

なお, 本システムによる問題生成では, 数値の割り当ては行われない．これは, 本システムの支援対象の想定が, 問題状況と解法をコントロールして問題を学習者に提示し, 問題間の比較を行わせる学習であることに基いている．ただし, 他の学習支援システムへの教材コンテンツ供給を行うためには, 数値の割り当ては重要な問題であり, 今後の課題である．

3. 評価実験

本システムは, 1. 問題のバリエーションを増殖させ, 適切な問題を生成することができるか, 2. 教師ユーザと

*1 ここでは, c のオブジェクトの設定と, 問題文の入力を要求する．

のインタラクションを通じて有効な知識を学習することができるか、の2点において評価される必要がある。そのため、1の評価を、システムに問題を搭載して機械的に問題生成を実行させ、生成される問題を評価する「動作実験」を通じて、2の評価を実際にユーザに使用してもらい、ユーザとのインタラクションを確認する「運用実験」を通じて、それぞれ実施した。

3.1 動作実験

§1 方法

動作実験は、最初に問題の初期セットをシステムに登録し、システムに問題生成をさせて教師ユーザとのインタラクションを行うサイクルを繰り返し実行して、システムが生成する問題を評価する、という手続きにおいて実施した。この問題生成では、作問エピソードの作成と問題生成の手続きをシステムに自動実行させた。これは、
i) システムに登録されている問題から、関係を結ぶことが可能な2つの問題の組み合わせ全てを選び出して作問エピソードを生成し、重複するエピソード*2を除外する、
ii) i)で作成された全ての作問エピソードを適用可能な全ての問題に適用する、という作業を機械的にシステムに行わせる方法である。また、本実験における教師ユーザは、第一著者が行った。

システムに登録する問題の初期セットには、市販の問題集3冊[4, 5, 6]より対象領域の問題を取り出し、各問題集の問題からなるセットと、3つのセットをマージしたセットの4つを用意した。表5に各初期セットのデータを示す。

システムが問題のバリエーションを増殖可能であるかどうかは、問題生成後の問題パターン数の増加率を算出することで、また、システムが適切な問題を生成可能であるかどうかは、生成された問題の問題文の適切さを評定することで評価を実施する。

§2 結果

図5に、各初期セットから問題生成を行った後の問題パターン数の増加率を示す。

問題集1からの問題生成では、新しい問題パターンは一切生成されていないが、問題集2からの問題生成では、最終的に問題パターンが倍増している。この結果により、本システムによる問題生成は、問題のバリエーションを増殖させることが可能であることを確認できたが、どの程度増殖するかは、問題の初期セットに大きく依存することが判明した。

なお、図5は問題パターンの増加率を示したものであ

表5 問題の初期セット

	問題集1	問題集2	問題集3	マージ
問題数	9	34	34	77
問題パターン数	6	22	26	41

*2 書き換えアクションのセットが同一であるエピソードである。

図5 問題パターン増加率

図6 生成された問題の適切さ

るが、同一の問題パターンの問題は基本的に複数作成される。例えば、本システムがマージセットから生成した問題のうち、同一の問題を除外してカウントしたユニークな問題の数は、問題生成の実行1回目で303、2回目で584、3回目で592であった。

次に、マージセットからの自動生成によってシステムが生成した問題の適切さを図6に示す。図6では、システムが生成した問題のうち、変更生成によって問題文を適切に生成することができた問題（適切）、変更生成によって生成されたが、問題文に常識知識に基づく部分修正*3や、表4のcのオブジェクトのように単語知識の入力をユーザに要求する必要があった問題（要修正）、新規生成によって生成され、ユーザによる問題文の入力が必要であった問題（要入力）の、それぞれの占める割合を示している。なお、要入力の問題の割合はシステムに算出させているが、適切な問題と要修正の問題は、著者が問題文を見て判断し、その割合を算出している。また、自動生成によってシステムが提示した問題数は大量であったため、適切な問題と要修正の問題の割合は、全問題から新規生成の問題を除いたセットから100問をランダム抽出し、この100問の評定から算出したものである。

図6に示されている通り、問題生成を2回繰り返すと、ユーザからの問題文の入力を必要とする問題は出現しなくなる。これは、図5にも示されている通り、新規生成の問題が出現しなくなったためである。この結果から、問

*3 例えば「花屋でジュースを買った」を「店でジュースを買った」に、「A駅まで船で」を「A港まで船で」に、といった修正である。

題生成と教師ユーザとのインタラクションを繰り返し実行することで、本システムはある程度適切な問題を生成することが可能になることが確認された。

§3 考察

図5, 図6に示す結果から、本システムは問題のバリエーションを増殖することが可能であり、ある程度適切な問題を生成できることが確認できた。

本システムが問題文の生成に使用するテンプレートには、問題解決にとって重要でない単語を切り出して変更することができないという問題点が残っており、ユーザとのインタラクションによって、常に個々の問題の評価を受け、問題文の部分修正を行ってもらった必要性が生じている。それが、図6において、要修正の問題が最後まで残っている原因である。

また、システムが生成した問題の中には、通常の教科書や問題集には載っていないパターンの問題もいくつか含まれていた。このような問題の例^{*4}を示す。

output O

問題文) Aは a_4 円の鉛筆を、Bは b_4 円のボールペンを何本か買った。二人が使った金額の合計は W_1 円で、鉛筆とボールペンの本数は合計で W_5 本であった。AとBが使った金額はそれぞれ何円か。

解) Aが使った金額を x 円、Bを y 円とおくと、

$$x + y = W_1 \dots (1)$$

$$\frac{x}{a_4} + \frac{y}{b_4} = W_5 \dots (2)$$

この問題では、鉛筆とボールペンそれぞれの合計の代金を求める解としており、式(1)は全体の代金の合計、式(2)はそれぞれの代金を単価で割って本数を算出することで、全体の本数の合計を求めている。この問題構造は、市販の問題集では「速さ・時間・距離」の問題のみが持つものである。この問題構造を買物という状況に適用することによって、新奇な問題が生成されている。

3.2 運用実験

運用実験では、教師ユーザを募り、本システムの操作を行ってもらった。実験1では一般大学生に、実験2では数学専攻の大学院生と高校数学教師に教師ユーザを依頼して、本システムがユーザとのインタラクションを通じて、有効な知識を学習することができるかの確認を行った。ここでシステムが学習する知識とは、オブジェクトとして使用する単語知識と、問題文テンプレートを作成するための問題文の2つであり、これらをユーザが適切に供給することが可能かの評価を行う。

§1 実験1

実験1では、表6に示す2種類の初期セットをシステムに登録した。セット1には最も基本的な解法を持つ問題のみが含まれ、セット2には追加操作を持つ複雑な問題が含まれている。

表6 初期セット(左:セット1, 右:セット2)

状況		解法			解法		
		A	B	C	A	D	E
1		A-1	B-1		A-1	D-1	
2		A-2		C-2	A-2		
3		A-3			A-3		E-3

解法)

$$A: x + y = W_1, a_4x + b_4y = W_5$$

$$B: a_2x + b_2y = W_3, a_4x + b_4y = W_5$$

$$C: x + y = W_1, \frac{x}{a_4} + \frac{y}{b_4} = W_5$$

$$D: x + y = W_1, a_4x + b_4y = W_6 - c_4$$

$$E: x + y = W_1, (1 + a_6)x + (1 + b_6)y = W_5$$

状況)

1: 買物 2: 乗物での移動 3: 美術館への入館

表7 適切な修正を行った参加者数(左:セット1, 右:セット2)

状況		解法			解法		
		A	B	C	A	D	E
1		9	9	1*	9	9	5*
2		9	9*	9	9	5*	3*
3		9	9*	1*	9	6*	9

* が付加されているセルは新規生成、無印は変更生成

この初期セットからシステムに問題生成を実行させると、システムは9つの問題パターンに含まれる問題を各1問ずつ、それぞれのセットごとに合計9問を生成して提示する。実験参加者には、これらの問題を評価し、システムを操作して問題の修正を行うことを課題として依頼した。具体的には、システムがオブジェクトの単語を設定できない場合は、その単語を与えることを、また、初期セットに含まれない問題パターンの問題が生成された場合は、自然な問題文を作成して入力することを求めた。参加者に対しては、システムの操作に関する説明を充分に行うとともに、実験中は常に著者が同席して、システムの操作に関する質問に適宜応じた。

実験1の参加者は文系の大学1年生18名で、そのうち9名にセット1を登録したシステム、残りの9名にはセット2を登録したシステムの操作を行ってもらった。なお、参加者には実験の前に初期セットの問題のうちの3題を練習問題として与えて解かせ、参加者全員が対象領域の問題解決能力を持つことを確認した。

§2 実験1の結果

表7に、各問題に対して適切な修正を行った参加者数を示す。

表7に示されている通り、変更生成の問題の修正は、セット1の参加者9名、セット2の参加者9名のいずれも全員が適切に行うことができたが、新規生成の問題の修正は、適切に行うことができなかった参加者も多く、特に問題C-1・C-3に対しては、適切な問題文を入力できた参加者が1名のみである。ここで、C-1は、動作実験において示した新奇な問題 output O と同一の問題であるが、新奇であるために適切な問題文を作成することが

*4 システムが作成した問題文「鉛筆の合計とボールペンの合計はあわせて W_1 円。1本あたり a_4 円の鉛筆と1本あたり b_4 円のボールペンで、あわせて W_5 本。鉛筆の合計とボールペ

の合計はそれぞれ何円か。」を著者が修正したものである。

できなかった可能性が考えられる。

この結果から、一般の大学生を教師ユーザとした場合、システムが有効な知識を学習できることは確認されなかった。そこで、次の実験 2 では、エキスパートを教師ユーザとした運用実験を実施する。

§ 3 実験 2

実験 2 では、この領域のエキスパートとして、数学専攻の大学院生 3 名、および、現役の高校数学教師 1 名の合計 4 名が実験に参加した。システムに登録する初期セットは、実験 1 におけるセット 1 とセット 2 をマージしたセットを用いた。実験 2 では、システムに問題生成を行わせた際、新規生成の問題のみを提示するようにシステムを設定し、参加者にシステムを操作して問題の修正を行うことを課題として依頼した。

§ 4 実験 2 の結果

実験 2 においては、参加者全員が全ての問題を適切に修正することができた。この結果から、領域のエキスパートを教師ユーザとした場合、システムが有効な知識を学習できることが確認された。

§ 5 考察

実験 1 においては、一般大学生が教師ユーザとなって本システムとのインタラクションを行ったが、ユーザが適切な問題修正を行うことができないケースが多くみられた。このため、一般大学生とのインタラクションを行ったシステムは、不適切な知識を獲得し、不適切な問題の増殖を行ってしまう可能性が考えられる。実験 2 では、数学の専門知識を持ち、数学能力が十分に高いと考えられる教師ユーザに本システムとのインタラクションを行ってもらったが、ユーザは全ての問題を適切に修正した。この結果から、本システムが問題生成を実行するためには、十分な数学能力を持つ教師ユーザが必要であることが判明した。

4. ま と め

本研究では、数学の文章題を対象に、問題状況と解法において多様な問題を生成するシステムの実装を行った。システムの実装にあたっては、1. 作問を事例化した作問エピソードを利用する、2. 教師ユーザとのインタラクションを行うという方法を採用して、システムに登録された問題から新しい問題を生成し、問題のバリエーションを増殖する機能を実現した。そして、本システムの評価実験により、本システムは問題のバリエーションを増殖させることが可能であると確認されたものの、そのためには十分な能力を持つ教師ユーザが必要であることが分かった。

今後の課題としては、問題文を生成する機構を強化することが挙げられる。現在のシステムは、新規生成の問題の問題文作成は、教師ユーザに全面的に委ねられている。評価実験により、文章題の問題文作成は困難であり、ユーザに数学能力が要求されることが判明したため、特

別な能力のないユーザでも利用できるようになるためには、問題文作成を支援し、問題修正を容易に行うことができる方法やインタフェースの検討が必要である。

◇ 参 考 文 献 ◇

- [Chi 81] Michelene T. H. Chi, Paul J. Feltovich, Robert Glaser: Categorization and Representation of Physics Problems by Experts and Novices, *Cognitive Science*, Vol.5, pp.121-152 (1981).
- [Gick 83] Mary L. Gick, Keith J. Holyoak: Schema Induction and Analogical Transfer, *Cognitive Psychology*, Vol.15, pp.1-38 (1983).
- [English 97] Lyn D. English: Children's Reasoning Processes in Classifying and Solving Computational Word Problems, *Mathematical Reasoning: Analogies, Metaphors, and Images*, Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, pp.191-220 (1997).
- [平嶋 92] 平嶋宗, 中村祐一, 池田満, 溝口理一郎, 豊田順一: ITS を指向した問題解決モデル MIPS, *人工知能学会会誌*, Vol.7, No.3, pp.475-486 (1992).
- [Hirashima 94] Tukasa Hirashima, Toshitada Niitu, Kentaro Hirose, Akihiro Kashiara, Jun'ichi Toyoda: An Indexing Framework for Adaptive Arrangement of Mechanics Problems for ITS, *IEICE Transactions on Information and Systems*, Vol.E77-D, No.1, pp.19-26 (1994).
- [平嶋 95] 平嶋宗, 東正造, 柏原昭博, 豊田順一: 補助問題の定式化, *人工知能学会誌*, Vol.10, No.3, pp.413-420 (1995).
- [平嶋 01] 平嶋宗, 梅田多一, 志岐隆弘, 竹内章: XML を用いた算数の文章問題の作成・共有環境, *教育システム情報学会誌*, Vol.18, No.3, pp.284-296 (2001).
- [金西 03] 金西計英, 林賢太郎, 光原弘幸, 矢野米雄: 教材知識に基づき WBT 上で演習問題を生成する機能の実現, *教育システム情報学会誌*, Vol.20, No.2, pp.71-82 (2003).
- [中野 00] 中野明, 平嶋宗, 竹内章: 「問題を作ることによる学習」の知的支援環境, *電子情報通信学会論文誌*, Vol.J83-D-I, No.6, pp.539-549 (2000).
- [Novick 88] Laura R. Novick: Analogical Transfer, Problem Similarity, and Expertise, *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, Vol.14, No.3, pp.510-520 (1988).
- [白田 04] 白田由香利: 経済最適化問題を例とする数学 Web 教材自動作成システム, *学習院大学経済論集*, Vol.41, No.1 (2004).
- [高野 03] 高野敦子, 橋本淳: 知識ベースに基づいた学習者個別演習問題生成手法について, *情報処理学会研究報告*, NL-160, pp.23-28 (2003).
- [寺尾 98] 寺尾敦, 楠見孝: 数学的問題解決における転移を促進する知識獲得について, *教育心理研究*, Vol.46, No.4, pp.472-483 (1998).
- [1] MathTeX 工房, <http://www12.plala.or.jp/htown/mathtex/>
- [2] 茶釜, <http://chasen.naist.jp/hiki/ChaSen/>
- [3] 分類語彙表, <http://www.kokken.go.jp/>
- [4] 10 分間集中 TRAINING 中学 2 年数学, 数研出版社.
- [5] ワンランク上の実力をめざす段階別新問題集中学 2 年数学, 教学研究社.
- [6] くもんの中学基礎がため 100% 中 2 数学計算・関数編, くもん出版.

〔担当委員：柏原 昭博〕

2005 年 11 月 11 日 受理

著 者 紹 介

小島 一晃(学生会員)

2000 年 名古屋工業大学知能情報システム学科卒業, 2002 年 名古屋大学大学院人間情報学研究科博士前期課程修了, 同大学院博士後期課程進学, 現在に至る. 認知科学, 人工知能, 教育工学の研究に従事し, 人間の創造的問題解決に興味を持つ.

三輪 和久(正会員)

1984 年名古屋大学工学部卒業. 1989 年同大学大学院工学研究科博士課程修了(情報工学専攻). 工学博士. 1989 年同大学情報処理教育センター助手, 1993 年同大学大学院人間情報学研究科助教授を経て, 2004 年より名古屋大学大学院情報科学研究科メディア科学専攻教授. 1991 年から 1992 年, 米国 Carnegie Mellon University, Dept. of Psychology, visiting assistant professor. 認知科学, 人工知能, 教育工学の研究に従事. とりわけ, 発見, 創造, 洞察, 協同など, 人間の高次思考過程に興味がある.