学習支援を指向した誤り可視化のためのロバストシミュレータ

Robust Simulator for Error-Visualization in Assisting Learning Science

堀口 知也

Tomoya HORIGUCHI

神戸大学海事科学部

Faculty of Maritime Sciences, Kobe University
horiguti@maritime.kobe-u.ac.jp

平嶋 宗

Tsukasa HIRASHIMA

広島大学工学研究科

Department of Information Engineering, Hiroshima University
tsukasa@isl.hiroshima-u.ac.jp

keywords: intelligent tutoring system, simulation-based learning environment, learner's error, truth maintenance system

Summary

Error-based Simulation (EBS) is a framework for assisting a learner to become aware of his error. It makes simulation based on his erroneous hypothesis to show what unreasonable phenomena would occur if the hypothesis were correct, which has been proved effective in causing cognitive conflict. In making EBS, it is necessary (1) to make simulation by dealing with a set of inconsistent constraints because erroneous hypotheses often contradict the correct knowledge, and (2) to estimate the 'unreasonableness' of phenomena in simulation because it must be recognized to be 'unreasonable' by a learner. Since the method used in previous EBS-systems was much domain-dependent, this paper describes a method for making EBS based on any inconsistent simultaneous equations/inequalities by using TMS (it is called 'Partial Constraint Analysis (PCA)'). It also describes a set of general heuristics to estimate the 'unreasonableness' of physical phenomena. By using PCA and the heuristics, a prototype of EBS-system for elementary mechanics and electric circuit problems was implemented in which a learner is asked to set up equations of the systems. A preliminary test proved our method useful in which most of the subjects agreed that the EBSs and explanations made by the prototype were effective in making a learner be aware of his error.

1. はじめに

シミュレーション環境を用いた構成的学習の支援に関して、これまでに数多くの研究が行われてきている [Towne 93, Towne 95, Wenger 90]. その最も重要な要件の一つとして、誤り発生の機会を捉えて認知的葛藤を生起させるようなフィードバックを与えることが挙げられる [Perkinson 84]. 我々はこれを誤りへの気づきの支援と呼び、大別して二つの方法があると考えている. 一つは、「正解」を提示してその妥当性を説明するものであり、もう一つは、学習者の誤った考えや誤答が妥当でない結果を導くことを示すものである. 前者を間接的な誤りへの気づきの支援、後者を直接的な誤りへの気づきの支援と呼ぶ [平嶋 04].

Error-based Simulation (EBS) [Hirashima 97, Hirashima 98] は、シミュレーション型学習環境において、後者の方法による誤りへの気づきを支援するための枠組みである. 環境内で学習者が表明した誤った考えや誤答

(「仮説」と呼ぶ)に基づいてシミュレーションを行い、その結果が「妥当でない(受け入れ難い)」現象となることを示すことによって、学習者に自身の誤りに気づかせることを狙いとする. 前者の方法に比してより強い認知的葛藤を生起し、深い理解へ導くことが実証されている [Horiguchi 99, Horiguchi 00, Horiguchi 05].

EBSを実現するためには、次の二つが問題となる. まず、誤った仮説の表現は、シミュレーション生成に必要な制約(領域の正しい知識)としばしば矛盾を起し、計算不可能となることである. また、シミュレーション結果は学習者が「妥当でない」と認知するものでなければならない. そこで、矛盾を含み得る制約集合を処理してシミュレーションを生成する機構、およびその結果である現象の「非妥当性」を明確な評価基準に従って見積もる機構が必要となる.

筆者らはこれまで、初等力学における立式問題を主な対象として、EBSを生成・提示するシステムの開発を行って

きた [Hirashima 01, Horiguchi 96, 堀口 97, Horiguchi 99, Horiguchi 00, 堀口 01, 堀口 02]。しかし、その EBS 生成手法は、対象とする誤り（誤りを含む連立方程式のクラス）を限定し、かつ領域固有のヒューリスティクスを用いることで、計算における矛盾を回避しており、汎用性に欠けるものであった。また、制約処理に用いられる知識が暗黙的であるため、結果として生じる現象の物理的意味を予測することが難しく、外部から経験的に与えられる評価基準に従ってその「非妥当性」を見積もっていた。

そこで、本稿では、誤りを含む任意の連立方程式および不等式について、その制約中に含まれる矛盾を検出・除去する手法（部分制約解析法）を提案し、それを用いて EBS を生成するシミュレータ（ロバストシミュレータ）の実現例を示す。また、物理系における典型的な方程式／不等式のいくつかについて、それらへの違反がどのような物理的意味を持つかを考察し、EBS における現象の「非妥当性」を予測・制御するための一般的ヒューリスティクスを整理する。これらは領域や問題に依存しない汎用性を持ち、また、所与の物理系を方程式で記述する「立式問題」は科学一般の学習において重要であることから、本稿は有用な知見を提供するものと考えられる。

以下、2 章では、EBS の生成・提示システムが持つべき機能について述べ、従来の EBS 生成手法を位置づける。3 章では、部分制約解析法およびそれを実装したロバストシミュレータの動作例を示す。4 章では、現象の「非妥当性」を見積もるための一般的ヒューリスティクスを整理し、それが有効な EBS の生成・提示に用いられることを例示する。5 章では、本手法の有用性を確認するために行った予備実験とその結果について述べる。6 章では関連研究との比較を行い、7 章において本稿を総括する。

2. EBS 生成・提示システムの要件と従来の実現手法

2.1 EBS 生成・提示システムの要件

一般のシミュレーション型学習環境におけるシミュレータは、領域の正しい知識の表現である制約集合に基づいて計算を行うよう設計されており、学習者は、その範囲内において環境との相互作用を行う。これに対して、EBS 学習環境においては、学習者はシミュレータの制約集合に制限されることなく仮説を表明することを許される。従って、仮説が誤りを含むとき、それはシミュレータの持つ正しい制約集合と矛盾を起こす（計算不可能となる）可能性がある。このため、EBS では、入力された仮説を表現した制約とシミュレータ内の制約集合を解析し、矛盾が検出されれば、後者のいくつかを緩和（削除）して全体が無矛盾になるようにするという方法をとる（すなわち、「学習者の誤った仮説を認めると、正しい制約に違

反せざるを得ない（また、そのような現象が生起する）」ことを示す）。このような制約処理を行うモジュールをロバストシミュレータと呼んでいる。また、このようにして生成されたシミュレーション（EBS）は、学習者にとって「妥当でない」現象として認知されなければならない。仮説が誤りを含む以上（また、正しい制約が削除されている以上）、それは物理的にあり得ない現象ではあるが、領域の不完全な知識しか持たない学習者が、そのことに気づく保証はない。そこで、EBS における現象の「非妥当性」を見積もる機構が必要となる。制約処理によってシミュレータ内の正しい制約のいくつかは削除された場合には、それらの持つ物理的意味が有力な手がかりを与える。一方、誤った仮説がシミュレータ内の制約集合と矛盾を起こさず、正しい制約を削除する必要のない場合には、生成された EBS の「非妥当性」を見積もるための評価基準を、外部から与えておく必要がある。後者の場合、誤った仮説およびそれに基づいて生成される EBS は、領域の正しい知識を表す制約のうちシミュレータ内には陽に記述されていないもの（例えば、対象系の正しい振る舞いに関する暗黙的知識）と矛盾することになる。

2.2 従来のシステムにおける EBS の生成手法

筆者らはこれまで、初等力学における立式問題を対象とした EBS 生成・提示システムを開発してきた [Hirashima 01, Horiguchi 96, 堀口 97, Horiguchi 99, Horiguchi 00, 堀口 01, 堀口 02]。しかし、それは領域における限られた問題を対象としており、その EBS 生成機能は限られたものであった。また、ロバストシミュレータは制約処理のための陽に表現された知識を持たず、EBS の「非妥当性」は、すべて外部から経験的に与えられていた。本節では、従来の EBS 生成手法 [Hirashima 97, Hirashima 98] およびその限界について述べる。

従来の EBS 生成・提示システムは、対象系の各物体（質点）に関する運動方程式を入力するインターフェースを持ち、学習者はこれを通して自己の立式（仮説）を入力する。シミュレータ内には、対象系の正しい運動方程式、および物理定数の値や変数の定義域が記述されている。同システムでは、領域において出現性の高い誤りを効率良く扱うため、次の仮定を置いている。すなわち、学習者は、対象系の各物体について Newton の第二法則を表す方程式を一つずつ記述し、かつそれらのうち誤りを含むものは高々一つであるとする。このとき、正しい運動方程式の一つを誤ったもので置き換えた制約集合から、矛盾を回避しながらシミュレーションを生成することが必要となる。

ロバストシミュレータはまず、誤った方程式に表れる変数から、誤りを反映させるもの（ER-Attribute）を一つ選び、残りの変数の値を正しい方程式群（誤った方程式については、対応する正しい方程式を用いる）を用いて計

算する．それらを誤った方程式へ代入し，ER-Attribute の値 (ER-value) を計算する．ER-Attribute (またはそれに依存する変数) が他の方程式にも表れる場合，その値は，数学的には他の変数値と矛盾することになるが^{*1}，この問題においては，学習者の誤り (誤った方程式が対象とする物体の振る舞いについて，他の物体との整合性をもって考察することができないこと) を適切に反映したものであるとされる．このような計算により，ER-Attribute を属性として持つ物体 (ER-Object) の誤った振る舞いとして，学習者の誤りを反映したシミュレーションが生成される．

ER-Attribute としては変位や (加) 速度が選択されることが多く，このとき，物体同士の相対位置・相対 (加) 速度に関する制約 (重なり禁止や内力が働く部分系の保持) に違反する現象がしばしば現れる．すなわち，この計算はこれらのいくつかを削除していることに相当するが，従来の EBS 生成・提示システムでは，これらの制約はシミュレータ内に陽に表現されていない^{*2}．換言すれば，ロバストシミュレータが矛盾回避のために削除した制約に関する知識は暗黙的である．そこで，これらに代えて，「EBS が正しい現象と比較して定性的に異なるか否か」という評価基準を外部から与え，EBS の「非妥当性」を見積もっている．

上記の手法では，領域に固有のヒューリスティクスを用いて矛盾を回避する機構を実装し，効率の良い計算を行っている．しかし，扱うことのできる誤りに関する制限が強く，また初等力学以外への適用が困難である．

3. 部分制約解析法によるロバストシミュレータの実現

従来の EBS 生成・提示システムでは，対象領域における仮定を利用して，制約計算の際に起こり得る矛盾の処理手順 (削除対象となる制約) を予め指定していた．しかし，より一般的な条件の下では，制約集合に含まれる矛盾の原因を明示的に同定し，これを適切に除去する機能を実現する必要がある．本章では，制約違反を含み得る任意の連立方程式および不等式について，そのような制約処理を行う手法として部分制約解析法 (Partial Constraint Analysis: PCA) を提案し，それを用いたロバストシミュレータの実現例を示す．対象とする制約集合を，特に連立方程式 / 不等式とする理由は，以下の通りである．

- 自然現象を表現・理解するのに最もよく用いられる表現形式の一つであり，科学教育において，しばしばそれ自身が学習の対象となること．

- 対象系における概念や関係を精密に表現することができ，また，必要に応じて定量的な計算が行えること．
- 比較的強い制約 (大域的・定量的制約) の表現形式であり，誤りを含む場合，方程式同士が互いに矛盾を起こしやすいこと．
- 方程式の「立式問題」では，間接的な誤りへの気づきの支援が殆ど役に立たず，直接的な誤りへの気づきの支援が必要となること．すなわち，学習者は，予想される (正しい) 現象を方程式によって記述することに困難を覚えるのであり，シミュレーションによる「正解」(正しい方程式による正しい現象) を提示することは，この場合意味をなさない．

3.1 部分制約解析法のアルゴリズム

PCA は，次のような制約集合を扱うことができる．

- すべての制約が連立方程式および不等式のみで記述されている．
- 各々の方程式 / 不等式において，それに含まれる任意の変数について記号的に解くことができる．

一般性を失わないので^{*3}，以下，制約集合は方程式のみから成るものとする．PCA は，まず所与の連立方程式 S を制約ネットワーク (Constraint Network: CN) として表し，次にその中の無矛盾な部分ネットワーク (Partial Constraint Network: PCN) を探索する．CN は， S 中の方程式を表すノード (e-node)，変数を表すノード (v-node)，および変数とそれを含む方程式の間のリンクとから成る．任意の e-node はそれに含まれる v-node(s) ^{*4} との間のみ，任意の v-node はそれを含む e-node(s) との間のみリンクを持つので，CN における任意の経路は v-node(s) と e-node(s) の交互列になる^{*5}．変数には，系の内部機構により値の決まるもの (内生変数) と，系の外部機構により値の決まるもの (外生変数) とがあり，後者を表すノードを特に ex-v-node と記す (n 本のリンクを持つ) 各 e-node は， $n-1$ 個の v-node(s) から値を受け取り，残る 1 個の値を計算する計算機構として働く (n 本のリンクを持つ) 各 v-node は，1 個の e-node から値を受け取り，残る $n-1$ 個の e-node(s) へその値を供給する．CN が制約違反を含まないとき，すべての v-node(s) は，それぞれちょうど 1 個の e-node から唯一の値を受け取る^{*6} (すべての ex-v-node(s) の値は，系の外部から

^{*1} 他の変数値は ER-Attribute の「正しい値」と矛盾しないように計算されている一方，それらを用いて ER-Attribute の「誤った値」を計算することになるため．

^{*2} 正しい方程式に基づいて計算を行う一般のシミュレータにおいては，元来，このような基本的制約に違反する現象は起こり得ないため，陽に表現されていることは稀である．

^{*3} 方程式が変数の値に一つの制約を与えるのに対し，不等式は変数の値域に一つの制約を与える．この意味で，両者は以下のアルゴリズムにおいて同等とみなすことができる．不等式を含む場合の考慮点については，3.3 節で述べる．

^{*4} 本章では，対象となるノードが複数または一つ以上であることを明示する必要があるとき，語尾に-s または-(s) を付けて表す．

^{*5} すなわち，v-nodes 同士または e-nodes 同士が隣接することはない．このことは，連立方程式が制約違反を含むか否かに関わらず成り立つ．

^{*6} 方程式が複数の解を持つ場合 (例えば二次方程式) は，それぞれの変数値に対して CN を用意 (複製) し，並列的に探索を続ける．

供給されるものとする)。すなわち、 $\text{ex-v-node}(s)$ からの値の伝播経路が一つ決まる(ただし CN がループを持つときは、ループ上の $v\text{-nodes}$ の値は、連立方程式を解くことによって同時に決定される)。

図 1a に、連立方程式の立式例とその制約ネットワークを示す。 s, t, u が外生変数であるとき、同図 b のような伝播経路によって各変数の値が計算される。また、 t, u, w が外生変数であるとき、同図 c のような伝播経路によって各変数の値が計算される。ただし、後者の場合、ループ上の変数 x, y, z の値は、連立方程式 (1), (2), (4) を解くことによって同時に決定される。

CN が制約違反を含むとき、次のような不規則性が現れる。

- (制約不足) $e\text{-node}(s)$ において、1 個の $v\text{-node}$ の値を計算するのに必要な(残る $n-1$ 個の)値が供給されない。すなわち、いかなる経路によっても値が決定できない $v\text{-nodes}$ が存在する。
- (過制約) 値を決定する複数の経路を持つ $v\text{-node}(s)$ が存在する。すなわち、同時には解を持たない複数の $e\text{-nodes}$ が存在する。

PCA は、一つ(以上)の $\text{ex-v-node}(s)$ (または仮に値を与えた $v\text{-node}(s)$) を始点として、隣接ノードへの値の伝播可能性を調べながら、部分ネットワークを成長させていく。各 $v\text{-node}$ へは、 $\text{ex-v-node}(s)$ および伝播経路上の $e\text{-node}(s)$ を用いた計算法を記号的処理により決定して付する。不規則性に出会ったとき、次の処理を行う。

- (制約不足) $e\text{-node}(s)$ において、1 個の $v\text{-node}$ の値を計算するのに必要な値が供給されないとき、すなわち、計算法の決定していない他の $v\text{-node}(s)$ が存在するとき、その値(計算法)を仮に与えて、伝播を続行する(それを仮数(dummy/dummies)と呼ぶ)。
- (過制約) 複数経路が存在する原因となった複数の $e\text{-nodes}$ のうち一つを選び除去する。すなわち、その $e\text{-node}$ は PCN に含めない。

例えば、図 1b において式 (4) が誤って立式されたとき(式 (4') とする)、 s から z への値の伝播経路が二つ存在する(図 2a)。すなわち、式 (1), (3), (4') は連立方程式として冗長(過制約)であり、特別な場合 $((1+a)(s+d) = at$ が成立する場合)を除き解を持たない。このとき、これらの内一つを除去し、制約を緩和する。また、式 (4) が立式されなかったとき、 s から z へ進んできた制約伝播は、式 (2) において制約不足となる(値が未決定の二つの変数 w, y が存在する)(図 2b)。このとき、例えば y の値を仮に与えて伝播を続行し、 w の値を決定する。

上記の処理を、それ以上値が伝播できなくなるまで続ける。ループに出会ったときは、ループ上の連立方程式を記号的に解く(含まれる仮数の内一つの計算法を決定すること)を試みる。過制約の検出およびその原因となった

$e\text{-nodes}$ の同定には、非単調な推論能力が必要となるが、ここでは、制約伝播における依存関係を効率よく管理するための機構である TMS (Truth Maintenance System) [Forbus 93] を用いる。TMS が管理する依存関係ネットワークを辿ることによって、連立方程式がなぜ解けないか(またはどのようにして解かれるか)に関する説明を生成することができる。

3.2 矛盾処理のメカニズム

本節では、前節で示した部分制約解析法のアルゴリズムの内、矛盾(過制約)の検出とその処理について詳述する。矛盾検出時に、その原因となり得るすべての $e\text{-nodes}$ を同定するため、各々の $v\text{-node}$ について、計算法の根拠(計算法の決定に用いた $e\text{-node}$ および他の $v\text{-node}(s)$) を TMS に管理させる。これによって、始点の選択に依存せず、すべての可能な PCN を得ることができる。

本稿では、基本的な TMS である JTMS (Justification-based TMS) [Forbus 93] を用いたアルゴリズムについて述べる。以下、CN 中のノードと TMS ノードの対応および正当化、矛盾検出、矛盾ハンドラの設計の順に説明する。

各 ex-v-node の値(計算法)は系外から与えられるため、対応する TMS ノードは前提ノード (premise) とする。各 $v\text{-node}$ は導出ノード (simple node: 前提でも仮定でもないノード) に対応させ、計算法が決定しているとき in、そうでないとき out となるよう正当化する。 $v\text{-node}$ である n が仮数とされたときは、対応する仮定ノード (assumption) $\text{dum-}n$ を生成して enable し、 $\text{dum-}n$ で n (に対応する導出ノード) を正当化する。つまり、仮数は、計算法が(仮に)決定したものとして扱われる。各 $e\text{-node}$ は仮定ノードに対応させ、ある $v\text{-node}$ の計算法の決定に用いられたとき enable し、その計算法が取り消されたとき retract する。 $e\text{-node}$ である n_e およびそれに隣接する(決定済の) $v\text{-node}(s)$ を用いて $v\text{-node}$ である n_s の計算法が決定されたとき、その計算法を表す仮定ノード J_s を生成して enable し、 J_s, n_e およびそれらの $v\text{-node}(s)$ に対応する TMS ノードで、 n_s の導出ノードを正当化する^{*7}。

矛盾は、 $e\text{-node}$ である n_e に接続するすべての $v\text{-nodes}$ が決定されていて、かつその制約 (c-equation* と呼ぶ) が充足されないときに検出される。このとき、 n_e (enable しておく) およびそれらの $v\text{-nodes}$ に対応する TMS ノードで、矛盾ノード (contradiction) を正当化する。このとき、矛盾ハンドラが起動され、矛盾ノードを支持する仮定ノードの内一つの $e\text{-node}$ を選んで retract し、PCN から削除する('unsimulatable' のマークを付ける)。これに伴って out となるすべての $v\text{-node}(s)$ の計算法を与

^{*7} 仮定ノード J_s (および後述の J_L) は、 n_s の計算法が後に取り消されたとき、対応する正当化を取り消すために用いられる。

図 1 CN の例 (制約違反を含まない場合)

図 2 CN の例 (制約違反を含む場合)

えていた e-node(s) および n_e も (削除されていなければ) retract され, 再び探索の対象となる (対応する計算法ノード $J_s(s)$ も retract しておく)。

制約 (c-equation*) が充足されるとき, c-equation* に含まれる一つの仮数 n_d の計算法が (真に) 決定する。このとき, n_d を計算法に含むすべての v-node(s) ($x_p(s)$ と呼ぶ) につき, その解を代入して計算法を更新する。また, それらの導出ノードの正当化も, 更新された計算法を反映して更新する必要がある。正当化の更新は, (1) 後戻り型と (2) ループ型に分けられる。前者は, 制約 (c-equation*) の生じた e-node である n_e に隣接する vnodes の内, n_d を計算法に含むものがただ一つの場合であり, n_e から n_d へ後戻りしながら正当化の向きを順次反転する。後者は, n_e に隣接する v-nodes の内, n_d を計算法に含むものが二つ以上ある場合であり, ループに対応する。このとき, ループ上の連立方程式の解決を意味する導出ノード Loop を生成し, x_{ps} の (更新前の) 計算法を与えていた e-nodes およびそれらに隣接する (n_d を計算法に含まない) v-node(s) の TMS ノード, その計算法を表す (新たに生成され enable された) 仮定ノード J_L によって正当化する。そして, x_{ps} を Loop で正当化する (後の矛盾処理において, Loop が out となったとき, 対応する計算法ノード J_L も retract される)。(1), (2) いずれの場合も, 更新前の計算法を表す仮定ノード (J_{ss}) は, すべて retract しておく。

3.3 不等式を含む場合

上記のアルゴリズムは, 制約集合が不等式を含む場合にも同様に動作する。ただし, 不等式による値域の伝播においては, 次の点に関する注意が必要である。

- ある変数の値域を決定する複数の経路の存在が必ずしも過制約を意味しないこと (例えば $x > 0$ かつ $x < 5$)。
- ある変数の値域を決定する際, 計算法において伝播経路上の変数を消去すると不等式の持つ情報が失わ

れること (例えば, 連立不等式 $e < x - 1, y > x$ (e は外生変数) において値域を $e \rightarrow x \rightarrow y$ の順に伝播すると, y の値域を (x を消去して) $y > e + 1$ と記述することができるが, これは第二式の持つ情報を失っている)。

そこで, 値域の伝播においては, 変数の消去を行わないこととする (仮数を含む c-equation* が充足された場合も (仮数を消去せず) 正当化の更新のみ行う)。また, 仮数を含まない c-equation* についても充足可能性を調べる。c-equation* に関わる e-node(s) および v-node(s) の同定は (更新前の) 正当化を参照して行う。

3.4 部分制約解析法の動作例

図 3 において, ループ上の連立方程式 (eq_1, eq_2, eq_3, eq_4) が解を持つとする。{ e_1 } を始点として探索を始めると, まず, 複数の非決定 vnodes と隣接する eq_1 に出会う。その内 x を進行方向に選び, 仮数とした z と外生変数 e_1 および eq_1 を用いて x の計算法を決定する。次に y の計算法を x (の計算法) および eq_2, w の計算法を y (の計算法) および eq_3 を用いて決定した後 (eq_5 は open (後の探索対象) に入れられる), eq_4 に到る。このとき, eq_4 に隣接する v-nodes はすべて決定済みなので, 含まれる (唯一の) 仮数 z について制約 (c-equation*) を解き, 解を x, y, w の計算法に代入する (仮数 z の消去)。ループ処理の前後における TMS ノードの依存関係の様子を同図 b, c に示す (図中, すべての計算法ノード J_{ss} の記述は省略されている)。仮数 z を支持していた $dum-z$ が retract され, x, y, w, z の (更新された) 計算法が Loop によって支持されていることがわかる (Loop は, c-equation* の解決に関わったすべての TMS ノード (eq_1, eq_2, eq_3, eq_4 および e_1) によって支持される)。次いで, open から eq_5 を取り出し, v の計算法を (w (の計算法) および eq_5 を用いて) 決定する。さらに eq_6 へ進むが, これに隣接する vnodes はすべて決定済みかつ仮数が含まれないので, 解決できない

図 3 PCA の動作例

制約であることがわかる．このとき， v ， eq_6 および e_2 によって矛盾ノードを正当化すると，TMS から，矛盾の原因となった仮定ノード (eq_1 ， eq_2 ， eq_3 ， eq_4 ， eq_5 および eq_6) が，削除 (retract) すべき e-nodes の候補として示される．例えば eq_2 を削除すると，Loop はその支持を失い， x ， y ， z ， w および v はすべて out (非決定) となる．そこで，それらの計算法を与えていた eq_1 ， eq_3 ， eq_4 ， eq_5 (および eq_6) もすべて retract され，open に入れられて再処理される． eq_5 を削除したときは， v のみ out (非決定) となるので， v の計算法のみ (e_2 および eq_6 を用いて) 再導出される．

4. 現象の「非妥当性」を見積もる一般的ヒューリスティクス

4.1 制約緩和のための四つのヒューリスティクス

誤りを含む連立方程式^{*8}が解を持たない場合，PCA は元の連立方程式から一つ (または一組) の方程式を削除したものを PCN として出力する．一般に，制約緩和のための削除の候補となる方程式 (の組) は複数存在するが，そのうちどれを選択するかによって，生成される現象の物理的不自然さは大きく影響を受ける．すなわち，対象となり得る方程式の物理的意味 (領域におけるどのような規約を表しているか) を予め記述しておくことにより，生成される EBS の「非妥当性」を見積もることができる．これは，PCA を用いたロバストシミュレータが，より効果的な EBS を生成するためにどの方程式を削除すべきかを決定する際の，選択基準として用いることができる．

本節では，直接的な誤りへの気づきを支援する観点から，可能な限り学習者にとって「妥当でない」EBS を生成するための評価基準 (方程式の選択基準) を考察し，具体的領域に依存しない四つのヒューリスティクスとまとめる．

(H1) 誤った方程式は原則として削除しない．

EBS の目的は，「学習者の誤った仮説を認めると妥当でない現象が生起せざるを得ない」ことを示すことである．立式問題では，誤った方程式に学習者の誤りが反映され

ているため，これを削除すべきではない．誤った方程式が複数存在して互いに矛盾する場合にのみ，それらのうちいくつかを削除する．

(H2) 学習上のトピック (物理法則・原理など) を表す方程式を優先的に削除する．

ある物理定数・変数間に成立する制約関係を学習しているとき，これを表す方程式を削除してその不成立を示すことは，トピックを焦点化する上で有用である．例えば「エネルギー保存の法則」の学習において「学習者の立式に従うとエネルギーが非保存とならざるを得ない」ことを示すことは，誤りへの気づき (内省) を促進すると考えられる．具体的な適用例を付録 A・2 に示す．

(H3) 物理定数の値や変数の定義域を規定する方程式 / 不等式を優先的に削除する．

物理定数の値や変数の定義域を規定する方程式 / 不等式は，その定数や変数の物理的意味，それらを属性に持つ物理的オブジェクトやプロセスの存在に関わる条件，および対象系の振る舞いを表す方程式の成立条件など，領域における最も基本的な規約を表したものが多い．よって，これらに違反する現象は「妥当でない」と認知される可能性が高いと考えられる．例えば，摩擦係数が非負であることを記した不等式，力学 (機構) 系における自由領域 / 閉塞領域を記した方程式 / 不等式，および Bernoulli 方程式において定常的層流を仮定するための不等式 ($Reynolds$ 数 ≤ 2300) などが削除された場合などである．具体的な適用例を付録 A・1 に示す．

(H4) 対象系の基本回路方程式，カットセット (インシデンス) 方程式を優先的に削除する．特に，力学系では前者を，流体系・電気系では後者を優先する．

対象系の方程式が，系の構成要素において定義される横断変数の代数和に関する基本回路方程式や通過変数の代数和に関するカットセット (インシデンス) 方程式 [成田 70, Shearer 71] として表されているとき，一般に，それらは対象系における基本的物理量の保存や構成要素間の関係の保持など，最も基本的な規約を表したものとなっている．よって，これらを削除することにより「妥当でない」と認知される現象が生じる可能性が高い．例えば，流体系や電気系におけるカットセット (インシデンス) 方程式は，構成要素間を流れる物質の保存則 (物質収支の式やキルヒホッフの電流則) を表し，また，力学系にお

^{*8} 本節においても，「方程式」という語に不等式をも含めて考える．特に不等式が含まれることを強調する必要があるときのみ，「方程式 / 不等式」と記すこととする．

ける基本回路方程式は、構成要素間の相対速度の保持を表している。これらが削除されると、原因なく物質が生成 / 消滅したり、剛体同士が時空間的に重なるなどの現象が生じ得る。

4.2 ヒューリスティクスを用いた EBS の生成例

部分制約解析法 (3.1 節, 3.2 節) および制約緩和のためのヒューリスティクス (4.1 節) を用いて、制約違反を含み得る所与の連立方程式および不等式から EBS を生成するロバストシミュレータのプロトタイプを試作した。本節では、その実装および初等電気回路と初等力学の領域における動作例について述べる。

§1 学習者による立式の取り扱い

本プロトタイプにおいて実装した数式解釈器は、次元の一貫性を持つ多項式のみから成る方程式 / 不等式を取り扱い、物理定数や変数を表すラベルは、すべて問題において指定されているものとした。数式の正誤は、予め正解の数式およびそのいくつかの変形例を与えておくことで判定する。学習上のトピックを表す式、物理定数や変数の値や定義域を規定する式の同定についても、同様の方法を用いた。

基本回路方程式、カットセット (インシデンス) 方程式の同定は、次の理由により一般には困難である。すなわち、これらの方程式が横断変数、通過変数のみを含む式として立式されることはまれであり、通常、他の関係式を用いた代入や変形がすでに行われていることが多い。そこで、ここでは (H4) の適用において重要となる電気系のカットセット (インシデンス) 方程式および機械系の基本回路方程式を正しく同定することを目的として、次の方法をとった。すなわち、系のすべての構成要素に対する電流 (電気系)、速度 (機械系) のラベルを問題において指定しておき、必ずそれらを用いて立式するよう学習者に指示する。これによって、各々の領域における基本的な規約を表す方程式が、省略されることなく立式される。

§2 説明の生成

制約解析時に生成される依存関係ネットワークを辿ることにより、連立方程式がなぜ解けないか (またはどのようにして解かれるか) に関する説明を生成する機能を実装した。また、方程式 / 不等式が削除された場合、上記ヒューリスティクスを用いて現象の「非妥当性」に関する説明も併せて生成される。説明は、簡単な説明テンプレートによって、自然言語文として提示される。

§3 電気回路の例

図 4a に示す電気回路に対して同図 b の方程式が立式されたとき、この連立方程式は解を持たない。これは、同図 c の制約ネットワークにおいて上下のループ (変数 v_1, v_2, i_1, i_2 を含むループおよび変数 v_2, i_2, i_3 を含むループ) が同時には解けないことに起因するため、ロバストシミュレータは、いずれかのループ上の方程式の

削除を試みる。(H1) により、式 (5') は削除対象から外される。残る式 (1) ~ (4) のうち、式 (1), (3), (4) は基本回路方程式、式 (2) はインシデンス方程式であるので、(H4) により、式 (2) が削除される (今、学習上のトピックは特に指定されず、また、物理定数や変数の値や定義域に関する規定もないため、(H2), (H3) は適用対象外である)。残った方程式による計算の結果、 $i_1 = 2.25(A)$, $i_2 = -0.5(A)$, $i_3 = 1.5(A)$ となり (i_3 の値は仮数として任意に与えた)、節点 A における電流の総量が保存されないという「妥当でない」現象が生じる。同図 d に、システムによって生成された説明の例を示す。

§4 初等力学の例

図 5a に示す力学系に対して同図 b の方程式が立式されたとき、この連立方程式は解を持たない。これは同図 c の制約ネットワークにおいて左右のループ (変数 a_3, b_2, T を含むループおよび変数 a_1, a_2, N を含むループ) が同時には解けないことに起因するため、ロバストシミュレータは、いずれかのループ上の方程式の削除を試みる。(H1) により、式 (3') は削除対象から外される。残る式 (1), (2), (4) ~ (6) のうち、式 (1), (2), (4) はインシデンス方程式、式 (5), (6) は基本回路方程式であるので、(H4) により、例えば式 (5) が削除される。残った方程式による計算の結果、 $a_1 = g/4$, $a_2 = 9g/4$, $a_3 = b_2 = 3g/2$, $T = 5mg/2$, $N = 9mg/4$ となり (a_1 の値は仮数として任意に与えた)、Block-1 と Block-2 の相対位置が保持されず、両者が重なるという「妥当でない」現象が生じる。同図 d に、システムによって生成された EBS の例を示す。

なお、従来の手法 (2.2 節) を用いて本例題の EBS を生成すると、 $a_1 = a_2 = g/4$, $a_3 = g/2$, $b_2 = -g/2$, $T = mg/2$, $N = mg/4$ と計算され、Block-2 が上昇する (結果として糸が縮む) という「妥当でない」現象が生じる。これは、式 (6) (Block-2 と Block-3 の相対位置を保持) が削除されたことに相当するが、その処理に関わる知識は暗黙的である。よって、シミュレータは、連立方程式がなぜ解けないか / 生成された現象がどのように妥当でないかを説明することができない。さらに、この場合、式 (4) (Block-3 の水平方向の運動に関する正しい立式) も不成立となっており、必要以上の制約が削除されている。

5. 予 備 実 験

本稿で提案した手法 (PCA および制約緩和のヒューリスティクス) の有用性を確認するため、以下のような予備実験を行った。

目的・計画 本手法を用いて実装されたロバストシミュレータが種々の誤答例に対して生成した EBS が、誤りへの気づきに有効なものとなっているか否かを、意見聴取の形で調査した。ただし、誤答の捉え方は個々人の経験や知識・理解に依存するところが大きいと考えられる。

図 4 2つの電源を持つ抵抗回路

図 5 糸と滑車を持つ3物体 (1)

そこで、ここでは、各々の誤答例が実際にあり得るものであるか否かも併せて意見聴取し、肯定的な回答をした被験者による有効性の評価のみを検討した。

装置・課題 初等物理学における立式問題 (力学三題、電気回路一題。それぞれ問題1～3、問題4とする)、およびそれらに対する誤答例を8例用意した (問題1, 2, 4については各1例、問題3については4例)。誤答例 (誤った立式) は、立式問題において頻出するとされる誤り (ベクトル量の符号違い、項の欠落、三角関数の誤用など [Liew 05, Shapiro 05]) を組み合わせることで作成した。それぞれの誤答例に対し、試作したシステムを用いて説明およびEBSを生成する。本実験で用いた問題と誤答例、およびEBSの生成例を付録Aに示す。EBSは、原則として対象系の運動を動画で表示するものであるが、視認が難しい挙動 (例えばエネルギーや電流の総量の変化) については、説明の中でそれに言及した箇所への注意を、実験者が口頭で促した。

被験者 工学系大学生・大学院生、計10名。

手順 それぞれの問題における誤答例、および生成された説明とEBSを被験者に提示し、「実際にあり得る誤りであるか否か」および「誤った立式をした学習者に対してこのような説明およびEBSを提示することは、誤りへの気づきに有効であるか否か」を、チュータとしての視点からそれぞれ五段階で評定させた。

結果と考察 それぞれの問題における誤答例について、システムによって生成されたEBSを表1に示す。PCAおよび制約緩和のヒューリスティクスを用いることで、種々

の誤答例 (誤った立式) に対してEBSが生成されている。これらのEBSおよび説明を、被験者に提示したときの反応を表2に示す。ただし同表は、各々の誤答例があり得るか否かについて肯定的な回答 (五段階評定 (よくあり得る～ほとんどあり得ない) で「よくあり得る」または「あり得る」を選択) をした被験者による有効性の評価のみを集計したものである。

問題3の誤答例1および2に関しては、サンプル数 (「あり得るか否か」に対して肯定的な回答をした被験者数) が少ないため、ここでは考慮外とする。このとき、他のすべての場合において、多くの学習者がEBSの効果に対して肯定的評価を与えていることがわかる (ただし、肯定的評価 (「十分効果がある」および「効果がある」と否定的評価 (「あまり効果がない」および「ほとんど効果がない」) をした被験者数について二項検定 (両側) を行ったとき、有意傾向以上の偏りが見られるのは問題1および問題3の誤答例4の場合のみである)。否定的評価を行った被験者の多くは、提示された説明が解釈し難いことを指摘した。また、肯定的評価が比較的少ない問題2については、現象の非妥当性 (力学的エネルギーの増加) が、対象系の運動を表示するEBSによっては直観的に可視化されないため理解し難いとの指摘が多くなされた。しかし、これらの被験者も生成されたEBSの主旨自体を否定するものではなく、説明生成に用いるテンプレートの改良および適切な可視化メディアの使用により、改善が可能であると考えられる (後者は [Hirashima 01, 平嶋 04, Horiguchi 99, 堀口 01] において検討され

表 1 問題・誤答例と生成された EBS

		立式中の誤り	適用ヒューリスティクス (削除された方程式/不等式)	生成されたEBS
問題 1		項の誤り	H4 (基本回路方程式)	二物体を結ぶ糸が縮む
問題 2		三角関数の誤用	H2 (力学的エネルギー保存の式)	力学的エネルギーの消失
問題 3	誤答例 1 EBS1	ベクトル量の符号	H4 (基本回路方程式)	物体同士が重なる
	誤答例 1 EBS2	同上	H4 (基本回路方程式)	二物体を結ぶ糸が縮む
	誤答例 2	ベクトル量の符号	H4 (基本回路方程式)	結合された二物体が離れる
	誤答例 3	ベクトル量の符号, 項の欠落	H4 (基本回路方程式)	二物体を結ぶ糸が伸びる
	誤答例 4	ベクトル量の符号, 項の欠落	H4 (基本回路方程式)	二物体を結ぶ糸が縮む
問題 4		ベクトル量の符号	H4 (インシデンス方程式)	電流の消失

表 2 アンケートの結果

		十分効果がある	効果がある	どちらとも言えない	あまり効果がない	ほとんど効果がない
問題 1		1	6	1	0	0
問題 2		0	4	2	1	0
問題 3	誤答例 1 EBS1	1	1	0	0	0
	誤答例 1 EBS2	1	1	0	0	0
	誤答例 2	2	1	1	0	0
	誤答例 3	0	4	3	0	0
	誤答例 4	3	4	1	1	0
問題 4		0	4	2	1	0

ている)。

さらに, 説明の解釈し難さが制約緩和のヒューリスティクスの不適切性に起因するものでないことを確認するため, 問題 4 の誤答例 (図 4b) において同ヒューリスティクスを適用せずに生成した説明の例を図 6 に示す。同図 a, b は (H4) に従わず) それぞれ式 (1), (4) を削除したときの説明である。式変形に関する説明の煩雑さは図 4d と同程度であるが, 削除した式が成立しないことに関する説明が, より非直観的かつ領域固有的なものになっていることがわかる。また, 図 6c は (H1) および (H4) に従わず) 式 (5') を削除したときの説明である。誤った式の物理的意味を予測することは困難であるため, この場合, 削除した式が成立しないことに関する説明は付されていない。すなわち, ヒューリスティクスを適用したときの方が説明の質が向上しており, その適切性が示唆される。よって, 説明の解釈し難さがヒューリスティクスに起因するとは考え難く, 上記の方法によって改善を図るのが妥当であると考える。

本実験は, 学習者による実際の誤答に基づくものではないため, 予備的調査の域を出るものではない。しかし, 種々の形式の誤った方程式から EBS および説明が生成可能であること, また, それらの現象の不自然さ (非妥当性) の多くが誤りへの気づきに有効であると評価されたことは, 本手法の有用性を示唆しているものと考える。

6. 関 連 研 究

一般のシミュレーション型学習環境 [Towne 93, Towne 95, Wenger 90] においては, 正しい制約集合に基づいた計算により, 常に正しい現象が提示される。学習者が対象系の振る舞いを誤って予測したり, 対象系に所望の振

る舞いをさせるべく誤った操作を行ったとき, その「誤った予測」と「正しい現象」との間に差異が生じ, それが誤りへの気づきの契機となる。しかし, このような誤りへの気づきは, 学習者が最終的には受け入れるべき「正解 (正しい現象)」を提示することによって行われるという意味で間接的であり, 生起する認知的葛藤は外発的なものとなる。また, このような学習環境において, 学習者が自己の仮説の検証を試みるためには, それをシミュレータの正しい制約集合に違反しない入力 (操作) へと変換しなければならない (例えば, 学習者が「二つの変量 x と y が比例する」という仮説を持っていたとしても, 通常, ' $y = cx (c > 0)$ ' という方程式を入力することはできず, x の値を増加させて y の値の変化を (増加するという予測をもって) 観察する)。これは, 学習者が仮説を表明する際の負荷を増大させるとともに, 学習者がどのような現象を予測しているかをシステムが把握することを困難にする。従って, 「誤った予測」と「正しい現象」との差異の認知的な重大性を見積もることも困難となる。

これに対して, EBS 学習環境においては, 学習者の誤った仮説に基づいて, 物理的にあり得ない現象が生成・提示される。さらに, それ自体が (正しい現象と比べるまでもなく) 「妥当でない」と認知されるように制御が行われる。この意味で, 誤りへの気づきは直接的であり, 内発的な認知的葛藤が生起する可能性が高い。また, 学習者は, シミュレータの正しい制約集合に制限されることなく自己の仮説を表明することができる。これは, 学習者の負荷を軽減するとともに, 学習者がどのような仮説を持っているかをシステムが把握することを容易にする。従って, 生成される現象の認知的な「非妥当性」を制御することが可能となる。ロバストシミュレータは, このような支援を実現する上で中心的な役割を果たす。

図 6 ヒューリスティクスを適用しない説明の例

一方、技術的視点から見れば、矛盾を含み得る制約集合（学習者の誤った仮説および領域の正しい知識の表現）を、TMS（特に ATMS（Assumption-based TMS）[Forbus 93]）を用いて処理する様々な技法が、主に学習者モデリングの分野において提案されている [Webb 01]。非単調推論機構としてのそれらの能力は本手法と同等（以上）であるものの、学習支援上の目的の違いにより、それらの提供する機能は本手法のそれとは異なっている。例えば、model-based cognitive diagnosis [Self 93] は、学習者の誤答からその問題解決に必要な知識のうち誤っている部分を同定することができるが、その誤った知識に基づくどのような（妥当でない）結果が生じ得るかを示すものではない。また、SMIS [池田 89] は、学習者の一貫しない応答からその知識の無矛盾な部分を、実行可能な制約集合として同定することができるが、その結果の非妥当性に関する評価は行わない。すなわち、SMIS は学習者モデルの一貫性を維持するために幾つかの制約を排除するが、それらの意味に基づいてモデルの実行結果の「非妥当性」を制御する機能は持たない。本稿で提案した手法は、このような機能の実現を可能にする。

誤りを含み得る連立方程式の処理に関しては、物理学を対象とする知的学習支援システムの諸研究において、学習者の立式を解釈・診断するための種々の技法が提案されている [Liew 05, Shapiro 05, VanLehn 05]。それらの主な目的は、学習者による事前の変形を受けた方程式とシステムの持つ正解（正しい方程式）とのマッチングを行う際の探索の効率化であり、この点では、本稿で実装されたプロトタイプは、限られた能力を持つに過ぎない。しかし、筆者らの目的は、誤りへの気づきを支援するために、誤った連立方程式から「妥当でない」現象を生成することであり、これは本プロトタイプの持つ機能として実現されている。

7. ま と め

本稿では、誤りへの直接的な気づきを支援するための枠組みである EBS の適用領域の拡張を図るため、誤りを含む任意の連立方程式 / 不等式を処理して EBS を生成するための手法（PCA）、および EBS における現象の「非妥当性」を予測・制御するための一般的ヒューリスティクスを提案した。これにより、「立式問題」が重要

となる様々な学習領域において、EBS を用いた支援を行うことが可能となる。

今後の課題として、次の二つを検討中である。第一に、本稿のロバストシミュレータは、処理対象を連立方程式 / 不等式に限定しているが、これは主として、「方程式」が科学一般において広く合意の得られた制約（知識）の表現形式であり、このレベルにおける支援の必要性・重要性が明らかであることによる。PCA の動作原理を（方程式以外の）一般の制約集合へ拡張することは可能であるが、学習領域における知識の適切な表現レベルも併せて検討する必要がある。第二に、本稿における制約緩和のためのヒューリスティクスは、現象の物理的な「非妥当性」を高めることを目的として、個々の方程式 / 不等式について削除の可否を判断するものとなっている。しかし、誤りへの気づきのみならずその修正をも含めた支援を考えると、EBS における現象は誤りの原因を示唆するものであることが望ましい。そのためには、学習者の持つ誤概念と方程式上に表れる誤りとの関係を考察した上で、ヒューリスティクスをさらに洗練する必要がある。学習者がどのように方程式を理解・立式するかに関する従来の知見（例えば [Sherin 01]）も踏まえ、今後、検討を進めていく予定である。

謝 辞

本研究の一部は、日産科学振興財団による学術研究助成を受けて行われた。

◇ 参 考 文 献 ◇

- [Forbus 93] Forbus, K. and deKleer, J.: *Building Problem Solvers*, The MIT Press (1993)
- [Hirashima 97] Hirashima, T., Horiguchi, T., Kashiara, A., and Toyoda, J.: Error-Visualization by Error-Based Simulation and Its Management, in *Proc. of AIED97*, pp. 450-457 (1997)
- [Hirashima 98] Hirashima, T., Horiguchi, T., Kashiara, A., and Toyoda, J.: Error-based Simulation for Visualization and Its Management, *Int. J. of Artificial Intelligence in Education*, Vol. 9, No. 1-2, pp. 17-31 (1998)
- [Hirashima 01] Hirashima, T. and Horiguchi, T.: Evaluating of Error-Based Simulation by Using Qualitative Reasoning Techniques, in *Proc. of QR-01*, pp. 128-133 (2001)
- [平嶋 04] 平嶋宗, 堀口知也: 「誤りからの学習」を指向した誤り可視化の試み, *教育システム情報学会誌*, Vol. 21, No. 3, pp. 178-186 (2004)
- [Horiguchi 96] Horiguchi, T., Hirashima, T., Kashiara, A.,

◇ 付 録 ◇

- and Toyoda, J.: Qualitative Diagnosis of Error-Based Simulation for Error-Visualization, in *Proc. of ED-MEDIA96*, pp. 312–317 (1996)
- [堀口 97] 堀口知也, 平嶋宗, 柏原昭博, 豊田順一: 定性推論技法を用いた誤り可視化シミュレーションの制御, 人工知能学会誌, Vol. 12, No. 2, pp. 285–296 (1997)
- [Horiguchi 99] Horiguchi, T., Hirashima, T., Kashiara, A., and Toyoda, J.: Error-Visualization by Error-Based Simulation Considering Its Effectiveness -Introducing Two Viewpoints-, in *Proc. of AIED99*, pp. 421–428 (1999)
- [Horiguchi 00] Horiguchi, T. and Hirashima, T.: A Method of Creating Counterexamples by Using Error-Based Simulation, in *Proc. of ICCE2000*, pp. 619–627 (2000)
- [堀口 01] 堀口知也, 平嶋宗: 誤りへの気づきを支援するシミュレーション環境-表現手法と視覚効果を考慮した Error-Based Simulation の制御-, 教育システム情報学会誌, Vol. 18, No. 3-4, pp. 364–376 (2001)
- [堀口 02] 堀口知也, 平嶋宗: 誤りの修正を支援するシミュレーション環境-誤り原因の示唆性を考慮した Error-Based Simulation の制御-, 人工知能学会論文誌, Vol. 17, No. 4, pp. 462–472 (2002)
- [Horiguchi 05] Horiguchi, T., Hirashima, T., and Okamoto, M.: Conceptual Changes in Learning Mechanics by Error-based Simulation, in *Proc. of ICCE2005*, pp. 138–145 (2005)
- [池田 89] 池田満, 溝口理一郎, 角所収: 学生モデル記述言語 SMDL と学生モデルの帰納推論アルゴリズム SMIS, 電子情報通信学会論文誌, Vol. J72-D-II, No. 1, pp. 112–120 (1989)
- [Liew 05] Liew, C., Shapiro, J., and Smith, D.: Student Referring to? - Mapping Properties and Concepts in Students' Systems of Physics Equations, in *Proc. of AIED2005*, pp. 160–167 (2005)
- [成田 70] 成田誠之助: システム工学の手法, コロナ社 (1970)
- [Perkinson 84] Perkinson, H.: *Learning From Our Mistakes: Reinterpretation of Twentieth Century Educational Theory*, Greenwood Press (1984)
- [Self 93] Self, J.: Model-Based Cognitive Diagnosis, *User-Modeling and User-Adapted Interaction*, Vol. 3, pp. 89–106 (1993)
- [Shapiro 05] Shapiro, J.: An Algebra Subsystem for Diagnosing Students' Input in a Physics Tutoring System, *Int. J. of Artificial Intelligence in Education*, Vol. 15, No. 3, pp. 205–228 (2005)
- [Shearer 71] Shearer, J., Murphy, A., and Richardson, H.: *Introduction to System Dynamics*, Addison-Wesley (1971)
- [Sherin 01] Sherin, B.: How Students Understand Physics Equations, *Cognition and Instruction*, Vol. 19, No. 4, pp. 479–541 (2001)
- [Towne 93] Towne, D., Jong, de T., and Spada, H. (eds.): *Simulation-based experiential learning*, Springer (1993)
- [Towne 95] Towne, D.: *Learning and Instruction in Simulation Environments*, Englewood Cliffs (1995)
- [VanLehn 05] VanLehn, K., Lynch, C., Schulze, K., Shapiro, J., Shelby, R., Taylor, L. Treacy, D., Weinstein, A., and Wintersgill, M.: The Andes Physics Tutoring System: Lessons Learned, *Int. J. of Artificial Intelligence in Education*, Vol. 15, No. 3, pp. 147–204 (2005)
- [Webb 01] Webb, G., Pazzani, M., and Billsus, D.: Machine Learning for User Modeling, *User-Modeling and User-Adapted Interaction*, Vol. 11, pp. 19–29 (2001)
- [Wenger 90] Wenger, E.: *Artificial Intelligence and Tutoring Systems: Computational and Cognitive Approaches to the Communication of Knowledge*, Morgan Kaufmann (1990)

[担当委員: 柏原 昭博]

2006 年 2 月 16 日 受理

A. 予備実験で使用した問題と誤答例

A・1 問題 1: 糸で結ばれた 2 物体

図 A.1a に示す力学系に対して同図 b の立式が行われたとき, この連立方程式・不等式は解を持たない (制約ネットワークを同図 c に示す). そこで, (H3) によって式 (5) を削除すると, 残る方程式・不等式から $T = F(M_2 - M_1)/M_2 < 0$ と計算され, 張力の値が負となるという「妥当でない」現象が生じる. また, (H4) によって式 (3) を削除すると, 残る方程式・不等式から $a_1 = F/(M_1 + M_2)$, $a_2 = F/M_2$ と計算され (T の値は仮数として任意に与えた), 2 つのブロックを結ぶ糸が縮むという「妥当でない」現象が生じる (同図 d). 実験では, 後者の EBS を用いた.

A・2 問題 2: 斜面上の物体

図 A.2a に示す力学系に対して同図 b の立式が行われたとき, この連立方程式は解を持たない (制約ネットワークを同図 c に示す). いま, 学習上のトピックが「エネルギー保存の法則」であるとして, (H2) により式 (2) (エネルギー保存則) を削除すると, 式 (1), (3) から $mv^2/2 = mgl \cos \theta$ と計算され, 斜面上部での力学的エネルギー ($mgl \sin \theta$) が斜面下部において保存されないという「妥当でない」現象が生じる (同図 d).

A・3 問題 3: 糸と滑車を持つ 3 物体

図 5a に示す力学系に対して, 次のような誤答例・EBS 生成例を作成した.

誤答例 1・EBS1 図 5 (4・2・4 節) と同じ誤答例・EBS 生成例である.

誤答例 1・EBS2 図 5b の立式について, (H4) により式 (6) を削除すると, 残った方程式から $a_1 = a_2 = g/4$, $a_3 = g/2$, $b_2 = -g/2$, $T = mg/2$, $N = mg/4$ と計算される (T の値は仮数として任意に与えた). すなわち, Block-2 と Block-3 の相対位置が保持されず, 両者を結ぶ糸が縮むという「妥当でない」現象が生じる (図 A.3a).

誤答例 2 図 A.3b-1 の立式が行われたとき, この連立方程式は解を持たない. そこで, (H4) によって式 (5) を削除すると, 残った方程式から $a_1 = g/4$, $a_2 = -7g/4$, $a_3 = b_2 = -g/2$, $T = -3mg/2$, $N = -7mg/4$ と計算される (a_1 の値は仮数として任意に与えた). すなわち, Block-1 と Block-2 の相対位置が保持されず, 両者が離れるという「妥当でない」現象が生じる (同図 b-2).

誤答例 3 図 5a の block-3 の質量を m とした問題に対して, 図 A.3c-1 の立式が行われたとき, この連立方程式は解を持たない. そこで, (H4) によって式 (6) を削除すると, 残った方程式から $a_1 = a_2 = g/5$, $a_3 = -2g/5$, $b_2 = 3g/5$, $T = 2mg/5$, $N = mg/5$ と計算される (N の値は仮数として任意に与えた). すなわち, Block-2 と Block-3 の相対位置が保持されず, 両者を結ぶ糸が伸びるという「妥当でない」現象が生じる (同図 c-2).

誤答例 4 図 5a の block-3 の質量を m とした問題に対して, 図 A.3d-1 の立式が行われたとき, この連立方程式は解を持たない. そこで, (H4) によって式 (6) を削除すると, 残った方程式から $a_1 = a_2 = g/5$, $a_3 = 2g/5$, $b_2 = -3g/5$, $T = 2mg/5$, $N = mg/5$ と計算される (N の値は仮数として任意に与えた). すなわち, Block-2 と Block-3 の相対位置が保持されず, 両者を結ぶ糸が縮むという「妥当でない」現象が生じる (同図 d-2).

A・4 問題 4: 2 つの電源を持つ抵抗回路

図 4 (4・2・3 節) と同じ問題・誤答例・EBS 生成例である.

図 A.1 糸で結ばれた2物体

図 A.2 斜面上の物体

図 A.3 糸と滑車を持つ3物体 (2)

著者紹介

堀口 知也(正会員)

1987年早稲田大学理工学部電気工学科卒業。1989年同大大学院修士課程修了。1997年大阪大学大学院博士課程修了。同年神戸商船大学講師。2001年同助教授。2003年より神戸大学海事科学部助教授。工学博士。知識工学の教育応用に興味を持ち、知的学習支援システムの研究に従事。1996年度人工知能学会研究奨励賞、2002年度人工知能学会研究会優秀賞受賞。電子情報通信学会、情報処理学会、教育システム情報学会、日本教育工学会、日本教育心理学会、日本認知科学会、IAIED 各会員。

平嶋 宗(正会員)

1986年大阪大学工学部卒業。1991年同大大学院博士課程了。同年大阪大学産業科学研究所助手、1996年同講師。1997年九州工業大学情報工学部助教授、2004年より広島大学大学院工学研究科教授。人間を系に含んだ計算機システムの高度化に興味をもっており、特に知的学習支援システム及びユーザモデルを用いた情報フィルタリング・情報整理支援の研究に従事している。工学博士。1993年度人工知能学会全国大会優秀論文賞、ED-MEDIA95優秀論文賞、1996、1998、1999年度人工知能学会研究奨励賞、ICCE2001、ICCE2002優秀論文賞、2003年度人工知能学会優秀研究賞、2003年度ゲーム学会ゲーム作品コンペティションアカデミック部門優秀賞受賞。電子情報通信学会、情報処理学会、教育システム情報学会、日本教育工学会、日本教育心理学会、IAIED、APSCE、AACE 各会員。