局所線形モデルのアライメントによる 非線形動的システムの学習法

Learning Non-linear Dynamical Systems by Alignment of Local Linear Models

上甲 昌郎 *1
Masao Joko

東京大学大学院工学系研究科航空宇宙工学専攻
Department of Aeronautics and Astronautics, The University of Tokyo. mjoko@space.rcast.u-tokyo.ac.jp
<http://www.sal.rcast.u-tokyo.ac.jp/top/sal/member/mjoko/>

河原 吉伸
Yoshinobu Kawahara

大阪大学産業科学研究所
The Institute of Scientific and Industrial Research (ISIR), Osaka University.
kawahara@ar.sanken.osaka-u.ac.jp, <http://www.ar.sanken.osaka-u.ac.jp/~kawahara/>

矢入 健久
Takehisa Yairi

東京大学先端科学技術センター
Research Center for Advanced Science and Technology (RCAST), The University of Tokyo.
yairi@space.rcast.u-tokyo.ac.jp, <http://www.space.rcast.u-tokyo.ac.jp/yairi/>

keywords: non-linear dynamical systems, dimensionality reduction, manifold learning, canonical correlation analysis, Kalman filter

Summary

In this paper, we present an algorithm for learning non-linear dynamical systems which works by aligning local linear models, based on a probabilistic formulation of subspace identification. This is achieved by the fusion of the recent works in the fields of machine learning and system control. Because the procedure for constructing a state sequence in subspace identification can be interpreted as the Canonical Correlation Analysis (CCA) between *past* and *future* observation sequences, we can derive a latent variable representation for this problem. Therefore, as in a similar manner to the recent works on learning a mixture of probabilistic models, we obtain a framework for constructing a state space by aligning local linear coordinates. This leads to a prominent algorithm for learning non-linear dynamical systems. Finally, we apply our method to motion capture data and telemetry data, and then show how our algorithm works well.

1. 序 論

1960 年代初期のカルマンフィルタの台頭以降、状態空間モデルは時系列データモデリング手法の最も標準的な方法として知られており、経済学の分野から工学分野まで幅広い領域で用いられている。多くの場合において、モデルのパラメータの正確な値や、そもそも対象とするシステムの全体的なモデル構造さえ未知であり、結果としてシステムは観測時系列データのみから学習せねばならない。そのような、時系列データからそのシステムのモデル構造やパラメータを推定する問題は、機械学習分野においては、動的システム学習 (Learning Dynamical Systems: LDS)、制御工学分野ではシステム同定 (System Identification) と呼ばれ、それぞれの分野で盛んに研究が進められている。

機械学習の分野においては、カルマンフィルタ等を用いた E ステップと、モデルとデータ間の距離の最小化を行なう M ステップの繰り返しによって学習を行う EM アルゴリズムをベースとしたアプローチが主となっており、基本

的な線形動的システムの学習法 [Ghahramani 96] から非線形動的システムの学習法まで様々な手法が研究されている。非線形動的システム学習法は、複数の線形モデルを用いて局所近似を行うスイッチング線形動的システム学習 [Ghahramani 98, Pavlovic 00, Fox 09] や、[Ghahramani 99, Wang 07, Langford 09] など確率的な手法を中心に盛んに研究されている。機械学習分野における手法は、高次元データへの適用が可能であり、また高い精度のもとでモデルを学習できる一方で、繰り返し計算を必要とするため一般的に計算量は大きい傾向にある。また局所解の問題が深刻であり、安定して精度の高いモデルを学習することは困難となっている。

一方で、制御工学の分野においては、1980 年代後半以降、部分空間同定法と呼ばれる一連の手法が盛んに研究されている [Katayama 05]。部分空間同定法は、観測データによって作られるハンケル行列の行、列によって張られる部分空間の幾何演算に基づいており、解が一意に求まるため応用的に使い易く、反復計算も不要で安定して、小さい計算コストで推定が可能であるという利点を持つ。

*1 現在は日本アイ・ピー・エム株式会社に勤務。

表 1 制御工学, 機械学習両分野の動的システム学習法の比較

	機械学習分野	制御工学分野
主な学習法	EM アルゴリズム	部分空間同定法
長所	高精度, 非線形	高速で安定, 一意解
短所	反復計算, 局所解	推定精度劣る, 線形

しかし, 推定の精度の観点では妥当な初期値を与えられた場合の EM ベースのアプローチよりも低い結果となる。また線形モデルを仮定しているため, 例えばモーションキャプチャデータや人工衛星からのテレメトリデータのように, システムの非線形性が強いシステムには不適切なモデリングとなっており, 欠点もまた存在する。そうした状況で, 近年では [Kawahara 07] のように, 部分空間同定法の非線形学習法も議論されている。また, 部分空間同定法以外にも, 部分空間同定法以前の主流であった予測誤差法 (Prediction Error Minimization Method: PEM) などがあるが, ここでは詳細については述べないこととする。両分野における学習アプローチ及びその特徴を表 1 にまとめる。

このように, 独自の進歩を遂げてきた機械学習及び制御工学の両分野であるが, 両者の共通点として正準相関分析という手法がある。正準相関分析は, 制御工学分野では部分空間同定法として発展しており, 一方, 機械学習分野ではカーネルによる非線形化や確率的潜在変数モデル化 [Bach 05] が研究されており, 近年では確率的潜在変数モデルに基づき多様体学習にも応用されている [Verbeek 06]。本稿では, 両分野におけるこれらの関連技術を非線形動的システム学習に用いることで, 両分野の長所を合わせ持つ, 新たな非線形動的システム学習法を提案する (図 1)。提案手法において, 部分空間同定法をベースとして, 局所線形モデルのアライメントによる多様体学習法がどのように組み込まれ, 動的システムがどのようにして学習されるかを図 2 に示す。部分空間同定における状態空間を構築する処理は未来と過去の観測時系列の間の正準相関分析とみなすことができ, それゆえ正準相関分析の確率的解釈 [Bach 05] と同様にして, 部分空間同定法の潜在変数表現を導出することができる。潜在変数モデルで表現された部分空間同定法に対して, パターン認識や機械学習の分野における近年の成果である, アライメントベースの混合確率モデル学習法 [Tipping 99, Verbeek 06] を用いることで, 局所線形モデルのアライメントによる状態空間を構築する枠組みを得, 非線形動的システム学習の優れたアルゴリズムを導く。なお, 本研究以外にも [Morimoto 10] のように両分野を結びつける研究が近年行われている。

本稿の構成は以下のものである。まず第 2 章において, 部分空間同定法を確率的解釈することによって正準相関分析と同様にして, 部分空間同定法の潜在変数モデルを導出する。そして続く第 3 章において, 局所線形モデル

図 1 正準相関分析を基とした提案手法の位置づけ

図 2 部分空間同定法と提案手法の概略図

のアライメントによる非線形動的システム学習法を提案し, さらに第 4 章において, 提案モデルにおけるフィルタリングの手順を示す。続く第 5 章においては, 人工データを用いた従来手法との比較実験と, モーションキャプチャデータ, テレメトリデータなど実データへの適用例を基に本手法の有用性を示し, 最後に第 6 章にて本稿の結論を述べる。

表 記

離散時間のベクトル過程 $\mathbf{y}(\tau) \in \mathbb{R}^p$, $\tau=0, \pm 1, \dots$ を考える。本稿では後述の混合状態空間モデルを用いるが, 時刻 t における潜在変数として状態量 $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^d$ 及び C 個の混合要素に対するインデックス $s(t) \in 1, \dots, C$ を用いる。また, 過去及び未来の k ステップにわたる部分列を以下のように表記する。

$$\begin{aligned}\check{\mathbf{y}}_k(t) &\equiv [\mathbf{y}(t-1)^T, \mathbf{y}(t-2)^T, \dots, \mathbf{y}(t-k)^T]^T \\ \mathbf{y}_k(t) &\equiv [\mathbf{y}(t)^T, \mathbf{y}(t+1)^T, \dots, \mathbf{y}(t+k-1)^T]^T\end{aligned}$$

これらの変数は, 時間的な関係を考慮する必要がある場合は離散時刻 t を指数に用いて $\mathbf{x}(t), s(t)$ などのように表記し, それ以外の場合は省略して $\mathbf{x}, s$ などのように表記する。

また, μ_p, μ_f は過去及び未来の部分列のサンプル平均ベクトル, $\Sigma_{pp}, \Sigma_{fp}, \Sigma_{ff}$ はサンプル共分散行列であり, 添え字の p や f は, それぞれ過去, 未来の部分列を表す。例えば, $\mu_p \equiv E\{\check{\mathbf{y}}_k(t)\}$, $\Sigma_{pp} = \text{var}(\check{\mathbf{y}}_k(t)) \equiv E\{(\check{\mathbf{y}}_k(t) - \mu_p)(\check{\mathbf{y}}_k(t) - \mu_p)^T\}$ のようである。

2. 部分空間同定法の確率的解釈

本章では、正準相関分析 (Canonical Correlation Analysis: CCA) に基づく部分空間同定法の確率的解釈について述べる。以下、2.1 節にて、正準相関分析について復習し、2.2 節にて、正準相関分析の確率的解釈と同様にして部分空間同定法の確率的解釈を行い、部分空間同定法の潜在変数モデルを得る。

2.1 正準相関分析

正準相関分析は、二つの変数の集合 $\{x_{1i} \in \mathbb{R}^{d_1}\}_{i=1}^N$ 及び $\{x_{2i} \in \mathbb{R}^{d_2}\}_{i=1}^N$ が与えられたときに、それらの間の相関係数 ρ を最大にするような、線形変換の組 (a_1, a_2) を求めるための方法である。一般には、最大 d 番目までの変換の組 (a_1^i, a_2^i) を同時に求める ($i = 1, \dots, d$)。ここで相関係数 ρ は正準相関係数と呼ばれ、 ρ を最大にするような a_1, a_2 に関して偏微分を行なうと、最終的に以下の一般化固有値問題に帰着される。

$$\begin{bmatrix} 0 & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \rho \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & 0 \\ 0 & \Sigma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

この一般化固有値問題は、次式の特異値分解を実行することにより計算することが出来る。

$$\Sigma_{11}^{-1/2} \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-T/2} = U_d S_d V_d^T \quad (2)$$

ここで、 $U_d \in \mathbb{R}^{d_1 \times d}$ 及び $V_d \in \mathbb{R}^{d_2 \times d}$ は各々左特異ベクトル及び右特異ベクトルから構成される行列であり、 $S_d \in \mathbb{R}^{d \times d}$ は対角要素が特異値 (0 付近のものを除く) から構成される正準相関行列である。得られる d 個の各特異ベクトルから d 個の線形変換の組 (a_1^i, a_2^i) が求まる。結果として、線形変換後の二つの変数を α, β とするとき、 α, β は次式で与えられる。

$$\alpha = U_d^T \Sigma_{11}^{-1/2} x_1, \beta = V_d^T \Sigma_{22}^{-1/2} x_2 \quad (3)$$

ここで、 α, β は正準ベクトルと呼ばれ、以下の関係を満たす。

$$E\{\alpha\alpha^T\} = E\{\beta\beta^T\} = I_d, E\{\beta\alpha^T\} = S_d \quad (4)$$

2.2 部分空間同定法の確率的解釈

§1 正準相関分析に基づく部分空間同定法

本節では、正準相関分析に基づく部分空間同定法について簡潔に述べる。

離散時間の広義定常過程 $y(t), t = 0, 1, \dots$ を考える。ここで、 y は次元 p のベクトルで、未知の確率システムの出力である。しばしば、確率システムは以下で表される線形の状態空間モデルで表現できると仮定される。

$$\begin{aligned} x(t+1) &= Ax(t) + w(t) \\ y(t) &= Cx(t) + v(t) \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 $x(t)$ は状態ベクトルで、 $w(t), v(t)$ は遷移モデル、観測モデルのノイズを表す。部分空間同定法では、システムを推定するにあたってまず、システムの状態ベクトルを推定する。なぜなら、一旦状態ベクトルが推定されれば、システムのパラメータは最小二乗法などによって得られるためである。正準相関分析に基づく部分空間同定法では、状態空間の基底は過去の部分列 $\tilde{y}_k$ と未来の部分列 y_k の間の正準相関ベクトルを用いて定義される [Akaike 74]。これは、状態空間の基底として、過去の部分列 $\tilde{y}_k$ で張られるヒルベルト空間への未来の部分列 y_k の直交射影を用いることができるという事実に基づいている。このとき、状態ベクトルは以下のように定義される。

$$x(t) \equiv S_d^{1/2} \alpha(t) \quad (6)$$

ただし、 $\alpha(t)$ は、2.1 節における二つの変数 x_1 及び x_2 を、時刻 t における過去の部分列 $\tilde{y}_k(t)$ 及び未来の部分列 $y_k(t)$ で置き換えることで得られる正準相関ベクトルの一方に相当し、 U_d, S_d, V_d は特異値分解 $\Sigma_{ff}^{-1/2} \Sigma_{fp} \Sigma_{pp}^{-T/2} = U_d S_d V_d^T$ から得られる行列である。また、式 (4), (6) から状態ベクトル $x(t)$ は以下の関係を満たす。

$$E\{x(t)x(t)^T\} = S_d \quad (7)$$

このとき、未来の部分列 $y_k(t)$ は過去の部分列 $\tilde{y}_k$ を用いて式 (8) のように表される。

$$\begin{aligned} y_k(t) &= O_k x(t) + v_k(t) \\ &= \Sigma_{fp} \Sigma_{pp}^{-1} \tilde{y}_k(t) + v_k(t) \end{aligned} \quad (8)$$

ただし、 $v_k(t)$ は $y_k(t)$ に相当する観測ノイズを表し、 O_k は以下で定義される拡大可観測行列である。

$$O_k = \Sigma_{ff}^{1/2} U_d S_d^{1/2} \left(\begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{k-1} \end{bmatrix} \right) \quad (9)$$

ここで得られた状態ベクトル $x(t)$ は、言い換えれば、未来 $y_k(t)$ を予測するために必要となる過去のデータを縮約したベクトルである。次節では、本節の結果に基づき、正準相関分析に基づく部分空間同定法を確率的に解釈することによって、部分空間同定法の潜在変数モデルを導出し、本節で用いた状態ベクトルが潜在変数モデルにおける潜在変数の事後分布として導かれることを示す。

§2 部分空間同定法の確率的解釈

本節では、前節で述べた正準相関分析に基づく部分空間同定法の確率的解釈について述べる。

前節では、状態ベクトルとして正準相関ベクトルの一方を用いたが、もう一方の正準相関ベクトルを用いて状態ベクトルを構築することも可能である。それぞれの正準相関ベクトルを用いた二つの状態ベクトルをそれぞれ x^f, x^b として改めて定義する。

$$x^f(t) \equiv S_d^{1/2} \alpha(t), x^b(t) \equiv S_d^{1/2} \beta(t) \quad (10)$$

これらはそれぞれ式 (11), (12) で表される前向きマルコフモデル, 後ろ向きのマルコフモデルの状態ベクトルに相当する [Katayama 05].

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^f(t+1) &= A\mathbf{x}^f(t) + \mathbf{w}^f(t) \\ \mathbf{y}^f(t) &= C\mathbf{x}^f(t) + \mathbf{v}^f(t) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^b(t-1) &= A^T\mathbf{x}^b(t) + \mathbf{w}^b(t) \\ \mathbf{y}^b(t) &= \bar{C}^T\mathbf{x}^b(t) + \mathbf{v}^b(t) \end{aligned} \quad (12)$$

ただし, $\bar{C}$ は $E\{\mathbf{x}^f(t+1)\mathbf{y}(t)\}$ で定義される行列で, $\mathbf{w}^f(t)$, $\mathbf{w}^b(t)$ 及び $\mathbf{v}^f(t)$, $\mathbf{v}^b(t)$ は遷移モデル, 観測モデルのノイズを表す. 前節と同様に, 時刻 t における未来の部分列 $\mathbf{y}_k(t)$ 及び過去の部分列 $\tilde{\mathbf{y}}_k(t)$ は以下のように表される.

$$\mathbf{y}_k(t) = O_k^f \mathbf{x}^f(t) + \mathbf{v}_k(t), \tilde{\mathbf{y}}_k(t) = O_k^b \mathbf{x}^b(t) + \tilde{\mathbf{v}}_k(t) \quad (13)$$

ここで, $\mathbf{v}_k(t)$ と $\tilde{\mathbf{v}}_k(t)$ は $\mathbf{y}_k(t)$, $\tilde{\mathbf{y}}_k(t)$ に相当する観測ノイズであり, O_k^f と O_k^b は次式で与えられる拡大可観測行列である.

$$O_k^f \equiv \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{k-1} \end{bmatrix}, O_k^b \equiv \begin{bmatrix} \bar{C}^T \\ \bar{C}^T A^T \\ \vdots \\ \bar{C}^T (A^T)^{k-1} \end{bmatrix} \quad (14)$$

ここで, 各状態ベクトル $\mathbf{x}^f$, $\mathbf{x}^b$ は, それぞれ未来 $\mathbf{y}_k(t)$ を予測するために必要となる過去のデータを縮約したベクトル, 過去 $\tilde{\mathbf{y}}_k(t)$ を予測するために必要となる未来のデータを縮約したベクトルである. つまり, $\mathbf{x}_f$, $\mathbf{x}_b$ は, 未来, 過去の部分列 $\mathbf{y}_k$, $\tilde{\mathbf{y}}_k$ の十分統計量であることを意味するので ($p(\mathbf{x}^f) = p(\mathbf{x}|\tilde{\mathbf{y}}_k)$, $p(\mathbf{x}^b) = p(\mathbf{x}|\mathbf{y}_k)$), 式 (13) は正準相関分析の潜在変数モデル [Bach 05] と同じ形式となる^{*1}. よって, 部分空間同定法に相当する潜在変数モデルは以下のように表現できる (図 3).

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}) &= \mathcal{N}(0, I_d) \\ p(\mathbf{y}_k|\mathbf{x}) &= \mathcal{N}(F_1\mathbf{x}, \Psi_1), p(\tilde{\mathbf{y}}_k|\mathbf{x}) = \mathcal{N}(F_2\mathbf{x}, \Psi_2) \end{aligned} \quad (15)$$

ここで, I_d は状態ベクトルの次元 d の単位行列, F_1 , F_2 , Ψ_1 , Ψ_2 はこのモデルのパラメータを表し, $\mathcal{N}$ は正規分布を表す. F_1 , F_2 はそれぞれ拡大可観測行列 O_k^f と O_k^b に相当する. [Bach 05] によれば, 例えば $\tilde{\mathbf{y}}_k$ が与えられたときの潜在変数 $\mathbf{x}$ の事後分布は式 (16) のように表され, 前述の式 (10) 及び式 (7) に相当する事がわかる.

$$E(\mathbf{x}|\tilde{\mathbf{y}}_k) = S_d^{1/2} V_d^T \Sigma_{pp}^{-1/2} \tilde{\mathbf{y}}_k, \text{var}(\mathbf{x}|\tilde{\mathbf{y}}_k) = I_d - S_d \quad (16)$$

ただし, 分散 $\text{var}(\mathbf{x}|\tilde{\mathbf{y}}_k)$ については推定誤差共分散行列となっている. なお, 本章で述べた正準相関分析に基づく部分空間同定法は, 平衡確率実現に基づいており [Katayama

図 3 部分空間同定法の潜在変数モデル

05], 本節で求めた部分空間同定法の潜在変数モデルは, 平衡確率実現に相当する潜在変数モデルであることに注意する.

3. アライメントアプローチによる非線形への拡張

有限長の観測時系列データ $\mathbf{y}(t)$, $t = 1, 2, \dots, N + 2k - 1$ は滑らかな非線形低次元多様体から i.i.d にサンプルされたと仮定する. ただし, k は正数とし, 低次元多様体の次元 d よりも大きいものとする. このとき, データは高次元観測空間に埋め込まれた低次元多様体上に分布している. もし多様体が十分に滑らかであれば (つまり, 局所的に見たときに低次元多様体が高次元観測空間に線形に埋め込まれているならば), 我々はデータを各線形部分空間の混合確率モデルでモデル化することができる.

よって, 観測時系列データ $\mathbf{y}(t)$ は以下のような混合の状態空間モデルで表現されるとする.

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}(t+1)|\mathbf{x}(t)) &= \sum_{c=1}^C p(s(t+1) = c|\mathbf{x}(t)) p(\mathbf{x}(t+1)|\mathbf{x}(t), s(t+1) = c) \\ p(\mathbf{y}(t)|\mathbf{x}(t)) &= \sum_{c=1}^C p(s(t) = c|\mathbf{x}(t)) p(\mathbf{y}(t)|\mathbf{x}(t), s(t) = c) \end{aligned} \quad (17)$$

ここで, $s(t)$ は時刻 t における C 個の混合要素についてのインデックスであり, 大域的な座標系での状態が与えられた時の c 番目の混合要素の重みはベイズの公式より次式で計算される.

$$p(s(t) = c|\mathbf{x}(t)) = \frac{p(\mathbf{x}(t)|s(t) = c)p(s(t) = c)}{\sum_{c'=1}^C p(\mathbf{x}(t)|s(t) = c')p(s(t) = c')} \quad (18)$$

^{*1} もし, $\mathbf{y}_k(t)$, $\tilde{\mathbf{y}}_k(t)$ が i.i.d (independent and identically distributed) ならば, ある仮定のもとで, 正準相関分析に基づく部分空間同定法による推定は, カルマンフィルタを用いた最尤推定による推定と厳密に一致する. 実験的に, ある程度 k が大きいと, その推定誤差は十分に小さくなる [Katayama 05]

図4 (左) 提案手法の混合確率モデル, (右)SLDS の混合確率モデル

ただし, $p(\mathbf{x}(t)|s(t)=c) = \mathcal{N}(\boldsymbol{\kappa}_c, \Sigma_c)$ は各局所モデルにおける状態ベクトル $\mathbf{x}(t)$ の事前分布を表す. $\boldsymbol{\kappa}_c$ 及び Σ_c は平均及び分散である. 同様にして $p(s(t+1)=c|\mathbf{x}(t))$ もベイズの定理より計算される. また, 各々の混合要素のモデルは以下のような線形モデルである.

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}(t+1)|\mathbf{x}(t), s(t+1)=c) &= \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_c^t + A_c \mathbf{x}(t), \Sigma_c^t) \\ p(\mathbf{y}(t)|\mathbf{x}(t), s(t)=c) &= \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_c^o + C_c \mathbf{x}(t), \Sigma_c^o) \end{aligned} \quad (19)$$

ここで, A_c と C_c はシステムパラメータ, Σ_c^t と Σ_c^o は誤差の共分散, そして $\boldsymbol{\mu}_c^t$ と $\boldsymbol{\mu}_c^o$ は残差を表す.

グラフィカルモデルで表現すると図4のようになる. スイッチング線形動的システム学習 (Switching Linear Dynamical System: SLDS) で用いられる混合確率モデルと異なる点は時刻 $t+1$ における混合要素 $s(t+1)$ が時刻 t における混合要素 $s(t)$ ではなく, 時刻 t における状態ベクトル $\mathbf{x}(t)$ によって決定されるという点である. $s(t)$, $\mathbf{x}(t)$ を拡張状態とみなしたとき, 両者は同じ形式となる.

本章では, 局所線形モデルの推定と同様の考えを用いて, 式 (17) で表されるモデルを同定するアルゴリズムを提案する.

3.1 局所線形モデルのアライメントによる状態空間構築

本節では, 複数の局所線形モデルの座標系を統合することにより, 大域的状态空間を構築する方法を述べる. 学習は, 2.2 節で述べた部分空間同定法に基づいて静的に行われるため, 各変数は時系列データとして扱っていないことに注意する. n 番目のサンプルであることを明記する場合には, 離散変数 n を用いて $\mathbf{y}_k(n)$ などのように表記する.

式 (17) で表されるモデルにおいて, 2.2 節と同様に, 各々の局所線形モデルにおいて前向き及び後ろ向きマルコフモデルの潜在変数モデルを導出することができる. 各局所線形モデルにおける, 状態ベクトル $\mathbf{x}$ の事前分布及び, 状態ベクトル $\mathbf{x}$ に条件付けられた未来の部分列 $\mathbf{y}_k$ の確率密度分布, 過去の部分列 $\tilde{\mathbf{y}}_k$ の確率密度分布は, 式 (15) を c 番目の混合要素を表すインデックスで条件付けるこ

とで以下のように表される.

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}|s=c) &= \mathcal{N}(\boldsymbol{\kappa}_c, \Sigma_c) \\ p(\tilde{\mathbf{y}}_k|\mathbf{x}, s=c) &= \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_{1c} + W_{1c}\mathbf{x}, \Psi_{1c}) \\ p(\mathbf{y}_k|\mathbf{x}, s=c) &= \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_{2c} + W_{2c}\mathbf{x}, \Psi_{2c}) \end{aligned} \quad (20)$$

ただし, $\boldsymbol{\kappa}_c$ 及び Σ_c は各局所モデルにおける潜在変数の事前分布の平均及び, 分散を表す. また, $\{W_{ic}\}_{i=1,2}$ は各局所線形モデルにおける拡大可観測行列 O_k^b, O_k^f に相当し, $\{\boldsymbol{\mu}_{ic}\}_{i=1,2}$ は平行移動, $\{\Psi_{ic}\}_{i=1,2}$ は誤差の共分散を表す. また, 状態ベクトル $\mathbf{x}$ に条件付けられた未来の部分列 $\mathbf{y}_k$ の確率密度分布, 過去の部分列 $\tilde{\mathbf{y}}_k$ の確率密度分布の同時分布は以下になることに注意する.

$$p(\tilde{\mathbf{y}}_k, \mathbf{y}_k|\mathbf{x}, s) = p(\tilde{\mathbf{y}}_k|\mathbf{x}, s)p(\mathbf{y}_k|\mathbf{x}, s) \quad (21)$$

このとき, 未来の部分列 $\mathbf{y}_k(n)$ 及び過去の部分列 $\tilde{\mathbf{y}}_k(n)$ が与えられた下での状態ベクトル $\mathbf{x}$ の事後分布は以下になる.

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}|\mathbf{y}_k(n), \tilde{\mathbf{y}}_k(n)) &= \Sigma_{c=1}^C \\ p(s=c|\mathbf{y}_k(n), \tilde{\mathbf{y}}_k(n))p(\mathbf{x}|\mathbf{y}_k(n), \tilde{\mathbf{y}}_k(n), s=c) \end{aligned} \quad (22)$$

ここで, 各々のデータは多様体上に大域的な座標系, つまり単峰的確率密度分布をもつと仮定する. この仮定は, 各時刻において, ただひとつの状態ベクトルが存在することを考えに基づいている. 式 (22) において, もし無視できない負担率 $p(s=c|\mathbf{y}_k(n), \tilde{\mathbf{y}}_k(n))$ を有する複数の混合要素が異なる互いに異なる事後分布 $p(\mathbf{x}|\mathbf{y}_k(n), \tilde{\mathbf{y}}_k(n), s=c)$ をもつとき, $p(\mathbf{x}|\mathbf{y}_k(n), \tilde{\mathbf{y}}_k(n))$ は複峰性をもつこととなり, 大域的な座標系とならない.

以上のことを考慮するために, データ対数尤度関数に状態ベクトルの事後分布 $p(\mathbf{x}|\mathbf{y}_k(n), \tilde{\mathbf{y}}_k(n))$ がどれだけガウシアンに似ているかというペナルティ項を加える.

$$\begin{aligned} L' &= \sum_{n=1}^N [\log p(\tilde{\mathbf{y}}_k(n), \mathbf{y}_k(n)) \\ &\quad - \mathcal{D}(q_n(\mathbf{x}) \| p(\mathbf{x}|\tilde{\mathbf{y}}_k(n), \mathbf{y}_k(n)))] \end{aligned} \quad (23)$$

ここで, $q_n(\mathbf{x}) = \mathcal{N}(\mathbf{x}_n, \Sigma_n)$ は低次元多様体上の求めるべき大域的な状態空間を表し, $\mathcal{D}$ はカルバックライブラーダイバージェンスを表す. [Verbeek 06] によれば, L' は式 (24) で表される Φ によって下界を与えられ, 二つの観測変数と隠れ変数をそれぞれ部分列 $\tilde{\mathbf{y}}_k, \mathbf{y}_k$ と状態ベクトル $\mathbf{x}$ に置き換えることで, CFA アルゴリズム [Verbeek 06] を用いて Φ を最大化することができ, 大域的な状態空間 $q_n(\mathbf{x})$ を得る.

$$\begin{aligned} L' \geq \Phi &= \sum_{n=1}^N \mathcal{H}(q_n(s)) + \mathcal{H}(q_n(\mathbf{x})) + \sum_{n=1}^N \sum_{c=1}^C \\ &\quad \int q_n(s) \int q_n(\mathbf{x}) \log p(\tilde{\mathbf{y}}_k(n), \mathbf{y}_k(n), \mathbf{x}, s=c) d\mathbf{x} \end{aligned} \quad (24)$$

ここで, $\mathcal{H}$ は分布のエントロピー, そして $q_n(s)$ は混合要素の分布を示している. なお, パラメータの初期化も [Verbeek 06] と同様に, 拡張された Locally Linear Embedding: LLE[Ham 03] を用いて行う.

3.2 学習アルゴリズム

一旦状態ベクトル列が得られれば, 動的システムは二つの回帰問題を計算することで推定される. この回帰問題は各々の線形部分空間に対して最小二乗法を用いることで計算される. 結果として, アライメントアプローチによって非線形動的システムを学習する手順は以下のようになる.

- (1) $N + 2k - 1$ の有限時系列データから部分列 $\tilde{y}_k(n)$ と $y_k(n)$ を生成する.
- (2) 拡張 LLE[Ham 03] によって, 状態ベクトル x_n の初期化を行う
- (3) CFA アルゴリズム [Verbeek 06] に従って, 変数 x_n, Σ_n 及び $\kappa_c, \Sigma_c, q_n(s), p(s), \{W_{ic}\}, \{\mu_{ic}\}, \{\Psi_{ic}\}$ を繰り返し更新する
- (4) 最小二乗法を用いて式 (19) における回帰問題を解き, システムパラメータ $A_c, C_c, \mu_c^o, \mu_c^t, \Sigma_c^o, \Sigma_c^t$ を得る.

このアルゴリズムにおいて, 事前に設定すべきパラメータは混合要素の数 C , 低次元多様体の次元 d , 部分列の長さ k , LLE における最近傍の数 K である. k に関しては部分空間同定法の観点から適度に大きい値であることが望ましい. パラメータ d と C はモデルの複雑さを決定する重要なパラメータであり, クロスバリデーションなどを用いて, 適切に設定することが必要となる.

Algorithm 1 学習アルゴリズム

Require: C, d, k, K

Construct y_k and $\tilde{y}_k$ using k .

Initialize x_n by LLE

Iterate until L' converges

 update $x_n, \Sigma_n, \kappa_c, \Sigma_c, q_n(s), p(s), \{W_{ic}\}, \{\mu_{ic}\}, \{\Psi_{ic}\}$ by CFA algorithm

 Calculate $A_c, C_c, \mu_c^o, \mu_c^t, \Sigma_c^o, \Sigma_c^t$ by least square method in each linear space (19).

4. 大域的状态空間におけるフィルタリング

本章では, 動的システムにおけるフィルタリング手法について考える. フィルタリングとは, $p(x(t)|y(1:t))$ の帰納的な計算である. ここで, $y(1:t)$ は現在の時刻 t までの全ての観測を意味する. 本章では, 4.1 節にて状態空間モデルにおけるフィルタリング法について復習し, 4.2 節にて局所線形モデルのアライメントによって得られた大域的状态空間におけるフィルタリング法について述

べる.

4.1 状態空間におけるフィルタリング

本節では, 式 (5) で表される状態空間モデルにおける代表的なフィルタリング法であるカルマンフィルタについて述べる.

状態空間モデルにおいて, $p(x(t)|y(1:t))$ は, 予測分布 $p(x(t+1)|y(1:t))$ を求める予測ステップと事後分布 $p(x(t+1)|y(1:t+1))$ を求める更新ステップによって再帰的に計算される.

$$p(x(t+1)|y(1:t)) = \int_{\chi_t} p(x(t+1)|x(t))p(x(t)|y(1:t))d\chi_t \quad (25)$$

$$p(x(t+1)|y(1:t+1)) = \alpha p(y(t+1)|x(t+1))p(x(t+1)|y(1:t)) \quad (26)$$

式 (25), (26) は, ガウシアン of の性質から容易に計算でき, 予測ステップ, 更新ステップにおける更新式がそれぞれ得られることとなる [Murphy 02]. この結果を用いて, 次節ではこれらの結果を用いて, 第 3 章で得られた大域的状态空間におけるフィルタリングが混合要素の周辺化を考える事を除いて, カルマンフィルタと全く同様に計算することができることを確認し, そのフィルタリングアルゴリズムを提案する.

4.2 大域的状态空間におけるフィルタリング

我々の仮定する混合状態空間モデル (式 (17)) において, 予測分布 $p(x(t+1)|y(1:t))$ 及び, 事後分布 $p(x(t)|y(1:t))$ は再帰的に以下ようになる.

$$p(x(t+1)|y(1:t)) = \int_{\chi_t} \sum_{c=1}^C p(s(t+1)=c|x(t)) p(x(t+1)|x(t), s(t+1)=c) p(x(t)|y(1:t)) d\chi_t \quad (27)$$

$$p(x(t+1)|y(1:t+1)) = \alpha \sum_{c=1}^C p(s(t+1)=c|x(t+1)) p(y(t+1)|x(t+1), s(t+1)=c) p(x(t+1)|y(1:t), s(t+1)=c) \quad (28)$$

ここで α は正規化の係数である. これらの計算は, いずれの分布もガウス分布であるため, 混合要素の周辺化を除いて, カルマンフィルタと同様に計算することができる. つまり, 各部分空間においてカルマンフィルタと同様の計算を行い, それらを混合要素について周辺化したものとして計算することができる.

このフィルタリングアルゴリズムにおいて特徴的な点は, 我々はアライメントされた大域的な座標系を状態空間として使っているため, $p(x(t)|y(1:t))$ がほぼ単峰性を持つ点である. そのため, $p(x(t)|y(1:t))$ は最も大きい重み

を持つ混合要素 c^* による分布 $p(x(t)|y(1:t), s(t) = c^*)$ によってよく近似される.

$$\begin{aligned} p(x(t)|y(1:t)) &= \sum_{c=1}^C p(s(t) = c|y(1:t)) \\ p(x(t)|y(1:t), s(t) = c) & \quad (29) \\ &\approx p(x(t)|y(1:t), s(t) = c^*) \end{aligned}$$

我々が行うフィルタリングにおいては、各々の時間 t において一つのガウス分布を保ちさえすればよいので、スイッチングカルマンフィルタのような場合と違って、状態の混合要素の数が指数関数的に増大するのを避けることができる。提案するアルゴリズムのこの特徴は、フィルタリングを行うにあたって非常に重要な意味を持つことになる。

Algorithm 2 フィルタリングアルゴリズム

At each time t

predict $p(x(t+1)|y(1:t), s(t+1) = c)$
 update $p(x(t+1)|y(1:t+1), s(t+1) = c)$
 maginalize $p(x(t+1)|y(1:t+1))$

5. 実 験

本章では、前章までに述べたアプローチを用いた、いくつかの実験結果を示す。5.1 節では、提案するアルゴリズムと代表的なシステム同定アルゴリズムを比較し、フィルタリングにおける予測性能を検証し、その有用性を示す。5.2, 5.3 節では、実データへの応用例として、代表的な高次元非線形動的システムであるモーションキャプチャデータ、人工衛星からのテレメトリデータに提案アルゴリズムを適用し、提案手法の有用性を示す。

5.1 人工データへの適用

本節では異なる三つの人工データにおいて、提案手法 (MIX) と代表的なシステム同定アルゴリズムの予測性能評価を行う。比較するアルゴリズムは以下の 4 手法である。線形手法としてカルマンフィルタを基にしたパラメータ推定アルゴリズム (KFS)[Ghahramani 99], 非線形手法としてガウシアンプロセス動的モデル (Gaussian Process Dynamical Models: GPDM)[Wang 07], スwitchingカルマンフィルタに基づくアルゴリズム (SKFS)[Pavlovic 00], また、システムを既知とした場合におけるカルマンフィルタ (Kalman Filter: KF) または拡張カルマンフィルタ (Extended Kalman Filter: EKF) も用いる。性能評価の指標として、フィルタリングにおける、1step 予測における予測尤度 (Predictive Loglikelihood: PLL), 平均二乗誤差 (Root Mean Square Error: RMSE) を用い、学習に要した計算時間 (TIME) も測定し、比較を行う。ただし、ここで学習に要した計算時間にパラメータの初期等に要した時間は含めない。使用した計算機のスペックは、CPU: In-

表 2 人工データに対するパラメータ設定

	低次元 d	混合数 C	部分長 k	近傍 K
Sim. 1	3	6	4	120
Sim. 2-1	2	2	3	120
Sim. 2-2	2	2	3	120

tel(R)Core(TM)2 Duo CPU P8800@2.66GHz 2.67GHz, RAM: 4.00GB である。

各シミュレーションにおいて設定した、主要パラメータを表 2 にまとめておく。主要パラメータは、全手法において必要となる低次元状態空間の次元 d , SLDS 及び MIX において必要となる混合要素数 C , MIX において必要となる部分列の長さ k , 初期化における LLE の近傍数 K である。

Sim. 1 ローレンツシステム

一つめの人工システムとして代表的な非線形動的システムであるローレンツシステムを用いた。ローレンツシステムにおける潜在変数 $x(t)$ は以下の微分方程式の解となっている。

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -ax_1(t) + ax_2(t) + w_1(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_1(t)x_3(t) + rx_1(t) - x_2(t) + w_2(t) \quad (30) \\ \dot{x}_3(t) &= x_1(t)x_2(t) - bx_3(t) + w_3(t) \end{aligned}$$

$$y(t) = I_3x + v(t) \quad (31)$$

ただし、 $w(t), v(t)$ はそれぞれ、遷移モデル及び観測モデルにおけるガウシアンノイズであり、その共分散は $\Sigma_w = \text{diag}(0.01^2, 0.01^2, 0.01^2)$, $\Sigma_v = \text{diag}(1^2, 1^2, 1^2)$ である。パラメータは、 $a = 10, b = 28, r = 8/3$, 初期値を $(-10.0, -10.0, 30.0)$ と設定し、100 秒間のシミュレーションにおいて、0.1 秒おきに観測を行い、800 点を訓練データ、続く 200 点をテストデータとして用いた。

Sim. 2-1 状態非依存スイッチングシステム

次に、図 4 で表されるように、提案手法と特に類似するモデルを仮定している SLDS との差異を検証するために、スイッチングシステムを考える。Sim. 2-1 においては、状態に依存せずにモードが遷移するようなシステム (状態非依存スイッチングシステム), Sim. 2-2 においては、状態に依存してモードが遷移するようなシステム (状態依存スイッチングシステム) を想定する。いずれのスイッチングシステムにおいても、以下のような線形状態空間モデルを仮定している。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = A_i \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + w_i(t) \quad (32)$$

$$y(t) = I_2x + v_i(t) \quad (33)$$

ここで、添字の $i(= 1, 2)$ は各モードを表す。各モードにおけるシステム行列 A_i , 遷移モデル及び観測モデルにお

表 3 予測尤度及び平均二乗誤差の比較

		KFS	SLDS	GPDM	MIX	KF(prior info.)
Sim. 1	PLL	-8.381	-11.89	-7.536E+05	-7.045	(-4.611)
Lorenz	RMSE	11.06	28.75	2.705	5.632	(2.007)
	TIME[s]	5.317	2.504	6.268E+02	27.87	(-)
Sim. 2-1	PLL	-5.151	-5.016	-6.247E+06	-5.322	(-18.35)
switching	RMSE	4.571	4.481	4.797	4.725	(4.311)
(time)	TIME[s]	4.286	2.024	5.643E+02	1.331	(-)
Sim. 2-2	PLL	-5.564	-6.322	-1.878E+06	-5.489	(-38.45)
switching	RMSE	6.916	8.619	3.685	5.572	(3.714)
(state)	TIME[s]	5.528	7.288	5.223E+02	1.972	(-)

けるノイズの共分散行列 Σ_{wi} , Σ_{vi} を以下のように設定する.

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.5 & -0.05 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1.5 & -0.10 \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_{w1} &= \text{diag}(0.05^2, 0.05^2), \Sigma_{w2} = \text{diag}(0.4^2, 0.4^2) \\ \Sigma_{v1} &= \text{diag}(0.1^2, 0.1^2), \Sigma_{v2} = \text{diag}(0.1^2, 0.1^2) \end{aligned} \quad (35)$$

状態非依存スイッチングシステムにおいては, 以下のように, 時間でモードが遷移するようなシステムを想定する.

$$i = \begin{cases} 1 & (0 \leq t \leq 200, 400 \leq t \leq 450) \\ 2 & (200 \leq t \leq 400, 450 \leq t \leq 500) \end{cases} \quad (36)$$

このシステムにおいて, 初期値を (10.0, 0.0) と設定し, 500 秒間のシミュレーションにおいて, 1 秒おきに観測を行い, 400 点を訓練データ, 続く 100 点をテストデータとして用いた.

Sim. 2-2 状態依存スイッチングシステム

モード遷移が状態に依存するシステムとして, ここでは以下のように, 状態に応じてモードが遷移するようなシステムを想定する.

$$i = \begin{cases} 1 & (x_1(t) \geq 0) \\ 2 & (x_1(t) < 0) \end{cases} \quad (37)$$

このシステムにおいて, Sim. 2-1 と同様にして, データを得た.

結果及び考察

三つの人工データにおける予測尤度, 平均二乗誤差, 計算時間の比較を表 3 に示す. GPDM において予測尤度の値が極端に小さくなっているのは GPDM は予測の分散を実際の値より小さく評価してしまうためである. ここでは, 提案手法の優位性について, 類似したモデルを持つ SLDS とのとの比較について, の二点に分けて結果及び考察を述べる.

まず, 代表的な非線形動的システムである Sim. 1 における結果であるが, 提案手法は, 平均二乗誤差では GPDM

図 6 Sim. 1 における $y(t)-y(t+1)$ 上のサンプル. サンプルの色はどの局所線形モデルに属しているかを示す.

には劣っているものの, 予測尤度ではいずれの手法より優っている. 一方で, 学習時間の観点からみると, 提案手法の学習時間は GPDM の 1/20 程度であり, 計算コストを抑えた上で優れた予測精度を示していることがよくわかる. 図 6 は, 提案手法における $y_1(t)$ に相当するベクトル空間における各混合要素の分布を示している. 各色が各混合要素に対応しており横軸が $y_1(t)$, 縦軸が $y_1(t+1)$ を表す. この種のプロットは時系列データの特性を視覚的に捉えるのに有効であり, 図 6 において, 各々の混合要素の点がベクトル空間上で連続した領域に分布しており, 複雑なシステムの非線形を局所線形できれいに近似している事がわかる. また, 図 7 は Sim. 1 における, 提案手法を用いたフィルタリングの様子を表しており, 複雑な非線形動的システムに対して, よいモデル化ができており, フィルタリングがよく機能していることを示していることがわかる. また, Sim. 2-2 においても同様の結果が得られている事がわかる.

次に Sim. 2 の結果から, 提案手法と類似した混合確率モデルを用いている SLDS との比較について考察を行う. 表 3 より, 時間によって遷移するスイッチングモデルである Sim2-1 においては, SLDS が優れた予測性能を示しており, 状態によって遷移するスイッチングモデルである Sim2-2 においては, 提案手法や GPDM が良い結果であ

図5 モーションキャプチャデータにおける混合要素の遷移図

図7 ローレンツシステムにおけるフィルタリングの様子(上限, 下限は推定された分散の3シグマを表す)

図8 モーションキャプチャデータの潜在空間表現. サンプルの色はどの局所線形モデルに属しているかを示す.

ることがわかる. これは, 混合確率モデルの形から明らかであるが, SLDS のみが, 状態空間に複峰性を仮定しており, 他の手法は状態空間に単峰性を仮定しているためである. 以上の結果からもわかるとおり, 問題の性質に応じて手法は適切に使い分ける必要がある. 特に, 提案手法に関しては, 状態非依存の遷移のない Sim. 1 や Sim. 2-2 のようなシステムにおいては, 小さい計算コストで良いモデル化のできる優れた手法であると言える.

5.2 モーションキャプチャへの適用

モーションキャプチャは代表的な非線形動的システムであり, [Matsubara 08] などのように, 動作認識等を目的としたシステムのモデル化に関する研究が, 近年盛んに行われている. 本節ではモーションキャプチャデータに

対して提案アルゴリズムを適用し, 実データへの応用を示す*2.

我々が用いたデータは, 各フレームにおける姿勢が 44 個の関節のオイラー角, 3 個の胴体の角度及び, 3 次元の胴体速度の計 50 変数のデータから成る [Wang 07]. 訓練データとして, 最初の 150 フレーム (歩行 2 サイクルに相当) を用いた. 設定したパラメータは, 状態空間次元 $d = 4$, 部分列の長さ $k = 6$, 混合要素数 $C = 4$, LLE の近傍数 $K = 15$ である.

図 8 は訓練データに対して, 潜在空間を 3 次元空間上に投影し可視化したものである. 各色は前節の結果と同様に, 各混合要素に対応している. 人間の歩行サイクルが潜在空間上で周期性のある軌跡として表されており, 提案手法によって得られる状態空間が, 動的システムを表す多様体を表現していることが確認できる. 図 5 は, 各混合要素の負担率の遷移を表した図であり, 各混合要素が局所的な人間の動作を表していることがよくわかる.

5.3 テレメトリデータへの適用

本節では, 人工衛星からのテレメトリデータに対して提案アルゴリズムを適用し, 再構成誤差を評価することで異常検知への応用を示す. ある人工衛星の電力サブシステムで発生した異常事例について実験を行った. この実験では関連する 14 変数のデータを用いている. 訓練データは, 異常が発生する以前のデータからサンプリングした 1400 点から成る. 一方, テストデータは, 異常発生時 (500 点目付近以降) を含む前後の 700 点から成る. この事例における異常は, 突発的に衛星の状態が変化する類のものであったが, 14 変数いずれについても事前に専門家が設定したリミット値を超えていない. 設定したパラメータは, 状態空間次元 $d = 4$, 部分列の長さ $k = 5$, 混合要素数 $C = 3$, LLE の近傍数 $K = 30$ である.

異常検知は [Inui 09] で提唱されている再構成誤差を計算することで行った. 再構成誤差とは各テストデータ $y(t)$ に対して, 再構成データ $\hat{y}(t)$ を計算し, その差を計算したものである. ここでは, フィルタリングによって $p(x(t)|y(1:t))$ を求め, そこから元の観測空間に復元することで得られた $\hat{y}(t)$ から再構成誤差を計算する. 閾値は訓練時における再構成誤差の最大値の 1.1 倍とした.

*2 モーションキャプチャデータのデータセットは, 下記のサイトよりダウンロードした.

<http://mocap.cs.cmu.edu/>

図9 テレメトリデータの潜在空間表現

図10 テレメトリデータにおける再構成誤差

図9は訓練時及び、テスト時の潜在空間を3次元に射影したものである。サンプル及び軌跡の色は前節までと異なり、訓練時及び、テスト時における正常状態、異常状態を表すものとして色分けされている。訓練時において、異常が発生する以前は訓練時と類似した軌跡を描いているが、異常発生時以降は安定した軌道から逸れてしまっていることがわかる。図10は訓練時及びテスト時の再構成誤差をプロットしたものであり、上記のように設定した閾値を点線で示し、閾値を超えたサンプルは赤丸を付してある。提案アルゴリズムによって異常を正しく検知することができており、データをよくモデル化出来ていることが分かる。

6. 結 論

本稿では、部分空間同定法の確率的解釈に基づいて、局所座標系のアライメントによる画期的な非線形動的システム学習法を提案した。部分空間同定法において状態ベクトル列を求める手順は正準相関分析と解釈することができ、これを基にして潜在変数モデルを導出した。そして、パターン認識や機械学習の分野における近年の成果である混合確率モデル学習法と同様にして、非線形動的シス

テムの学習法の枠組みを提案した。部分空間同定法の自然な拡張として、局所線形モデルのアライメントによって得られた状態空間は動的システムを表す多様体を表現しており、この我々の成果は動的システムと多様体学習のつながりへの洞察を与えることが期待される。また、我々はモーションキャプチャデータ、テレメトリデータへの適用や他手法との比較を述べ、本手法の有用性を示した。今後の課題として、我々は動的システムと多様体学習の関係性をより明白にし、また本枠組みにおける低次元多様体の次元数や混合要素数の決定というモデル選択法を発展させていきたい。

謝 辞

本研究を進めるにあたり、宇宙航空研究開発機構 (JAXA) 様には実験で用いた人工衛星データをご提供頂きました。深く感謝致します。

◇ 参 考 文 献 ◇

- [Akaike 74] Akaike, H.: Markovian Representation of Stochastic Processes by Canonical Variables, in *SIAM Journal of Control*, Vol. 13, pp. 162–173 (1974)
- [Bach 05] Bach, F. R. and Jordan, M. I.: A Probabilistic Interpretation of Canonical Correlation Analysis, Technical report, Department of Statistics, University of California, Berkeley (2005)
- [Fox 09] Fox, E. B., Sudderth, E. B., Jordan, M. I., and Willsky, A. S.: Nonparametric Bayesian Learning of Switching Linear Dynamical Systems, in *Advances in Neural Information Processing Systems 21*, pp. 457–464, MIT Press (2009)
- [Ghahramani 96] Ghahramani, Z. and Hinton, G. E.: Parameter Estimation for Linear Dynamical Systems, Technical report, Department of Computer Science, University of Toronto (1996)
- [Ghahramani 98] Ghahramani, Z. and Hinton, G. E.: Variational Learning for Switching State-space Models, Vol. 12, pp. 963–996 (1998)
- [Ghahramani 99] Ghahramani, Z. and Roweis, S. T.: Learning Nonlinear Dynamical Systems using an EM Algorithm, in *Advances in Neural Information Processing Systems 11*, pp. 599–605, MIT Press (1999)
- [Ham 03] Ham, J. H., Lee, D. D., and Saul, L. K.: Learning High Dimensional Correspondences from Low Dimensional Manifolds, in *Workshop on The Continuum from Labeled to Unlabeled Data in Machine Learning and Data Mining*, pp. 34–41 (2003)
- [Inui 09] Inui, M., Yairi, T., Kawahara, Y., and Machida, K.: Comparison of Anomaly Detection Methods Using Dimensionality Reduction and Reconstruction Error, in *The 23rd Annual Conference of the Japanese Society for Artificial Intelligence* (2009)
- [Katayama 05] Katayama, T.: *Subspace Methods for System Identification* (2005)
- [Kawahara 07] Kawahara, Y., Yairi, T., and Machida, K.: A Kernel Subspace Method by Stochastic Realization for Learning Nonlinear Dynamical Systems, in *Advances in Neural Information Processing Systems 19*, pp. 665–672, MIT Press (2007)
- [Langford 09] Langford, J., Salakhutdinov, R., and Zhang, T.: Learning Nonlinear Dynamic Models, in *International Conference on Machine Learning 26*, pp. 593–600 (2009)
- [Matsubara 08] Matsubara, T., Hyon, S.-H., and Morimoto, J.: Online Human Motion prediction with Multiple-Gaussian Process Dynamical Models (2008)
- [Morimoto 10] Morimoto, J., Noda, T., and Hyon, S.-H.: Extraction of Shared State-Space between Human Users and Assistive Robots (2010)
- [Murphy 02] Murphy, K. P.: *Dynamic Bayesian Networks: Represent-*

tation, Inference and Learning (2002)

- [Pavlovic 00] Pavlovic, V., Rehg, J. M., and Maccormick, J.: Learning Switching Linear Models of Human Motion, in *Advances in Neural Information Processing Systems 12*, pp. 981–987, MIT Press (2000)
- [Tipping 99] Tipping, M. E. and Bishop, C. M.: Mixtures of Probabilistic Principal Component Analysers, *Neural Computation*, Vol. 11, pp. 443–482 (1999)
- [Verbeek 06] Verbeek, J.: Learning Nonlinear Image Manifolds by Global Alignment of Local Linear Models, *IEEE Transactions Pattern Analysis and Machine Intell.*, Vol. 28, pp. 1236–1250 (2006)
- [Wang 07] Wang, J. M., Fleet, D. J., Member, S., and Hertzmann, A.: Gaussian Process Dynamical Models for Human Motion, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 30, pp. 283–298 (2007)

〔担当委員：鈴木 英明〕

2010 年 11 月 12 日 受理

著 者 紹 介

上甲 昌郎(正会員)

1985 年生まれ。2009 年東京大学工学部航空宇宙工学科卒業。2011 年同大学院工学系研究科航空宇宙工学専攻修士課程終了。第 11 回計測自動制御学会システムインテグレーション部門講演会優秀講演賞受賞。2011 年より日本アイ・ピー・エム株式会社にシステム開発に従事。機械学習やデータマイニング、及びその工学システムやビジネスへの応用などに興味をもつ。

河原 吉伸(正会員)

1980 年生まれ。2003 年東京大学工学部航空宇宙工学科卒業。2005 年、2008 年同大学院工学系研究科航空宇宙工学専攻修士課程、博士課程修了。2007～2008 年日本学術振興会特別研究員 (DC2)。2008 年～2009 年 9 月東京工業大学グローバル COE 研究員。2009 年 10 月より大阪大学産業科学研究研究所助教。2010 年 10 月より科学技術振興機構さがけ研究員兼任。博士 (工学)。機械学習・データマイニング、数理最適化、及びその工学システムへの応用に興味を持つ。

IEEE, 計測自動制御学会, 各会員。

矢入 健久(正会員)

1971 年生まれ。1994 年東京大学工学部航空学科卒業。1996～1998 年日本学術振興会特別研究員。1999 年東京大学大学院工学系研究科航空宇宙工学専攻博士課程修了。同年、東京大学先端科学技術研究センター助手。同講師、助教授を経て、現在同大学工学系研究科准教授。博士 (工学)。1999 年度、2008 年度本学会論文賞受賞。機械学習、移動ロボットの環境モデル獲得、システム異常検知・診断などの研究に従事。日本ロボット学会、日本航空宇宙学会、各会員。