分散制約最適化問題の 異なる精度保証付き非厳密解法の統合手法

Integrating Different Incomplete DCOP Algorithms with Quality Bounds

谷藤 拓麻
Takuma Yato

名古屋工業大学
Nagoya Institute of Technology
yato@matlab.nitech.ac.jp

松井 俊浩
Toshihiro Matsui

(同 上)
matsui.t@nitech.ac.jp

松尾 啓志
Hiroshi Matsuo

(同 上)
matsuo@nitech.ac.jp

keywords: multi-agent, distributed constraint optimization problem

Summary

Distributed Constraint Optimization Problem (DCOP) is a basic framework of cooperative problem solving in multi-agent systems. A number of distributed resource allocation problems including sensor networks, smart grids and disaster response tasks are formulated as DCOPs. Since DCOPs are generally NP-hard, incomplete algorithms are practical for large scale applications. DALO is an incomplete algorithm that guarantees the solution quality based on k/t -optimality. The k -optimality defines local optimality criterion based on the size of the group of deviating agents. On the other hand, the t -optimality is based on a group of surrounding agents within a fixed distance of a central agent. In the recent study, C -optimality has been introduced to generalize those criteria. The C -optimality defines criteria for local optimality in any arbitrary regions. As another type of optimality criteria, the p -optimality that is based on the induced width of pseudo-trees on constraint networks has been proposed. With p -optimality, the original problem is approximated by removing back edges of the pseudo-tree. Both types of incomplete algorithms have different weak points. Since DALO is based on local optimality criteria, its solution quality depends on limited information (e.g. agent's values and constraints) within local regions. The solution quality of the p -optimal algorithms decreases when constraint graph consists of many cycles to be removed. In this paper, in order to achieve both lower computational complexity and better solution quality, we propose an integrated solution method based on both types of optimality criteria. Namely, we use information of the incomplete algorithm based on p -optimality and besides another method of C -optimality. Hence our aim is to employ complementary effects of both incomplete algorithms. Empirical results show that our integrated solution method obtain better solution quality than existing incomplete algorithms.

1. はじめに

複数の自律的に動作する要素である「エージェント」が、協調して問題を解決するマルチエージェントシステムは、分散協調型のシステムのための主要な研究分野である。マルチエージェントシステムにおける協調問題解決の基本的な枠組みとして、分散制約最適化問題 (Distributed Constraint Optimization Problem, DCOP) [Modi 05, Petcu 05, Zhang 02] が研究されている。DCOP は、変数、制約および評価関数が、複数のエージェントに分散して配置された最適化問題である。この問題の解法では、エージェント間のメッセージ通信を伴う、分散協調アルゴリズムが用いられる。センサ網、スマートグリッド、レスキュー問題等の多くの分散資源割り当て問題が、DCOP として定式化されている [Zhang 05, Miller 12, Ramchurn

10] .

DCOP の解法は、厳密解法と非厳密解法に分類される。厳密解法は、必ず最適解を求めることができる。しかし一般に、変数、制約および評価関数の数についての問題の規模や複雑さが増加すると、計算量、記憶量およびメッセージサイズが指数的に増加するという問題点がある。これに対し、非厳密解法は、最適解を求めることができるとは限らないが、問題の規模に対する計算量、記憶量およびメッセージサイズは抑制される。そのため、大規模かつ複雑な問題に対しては非厳密解法が適用される。

非厳密解法として、 k/t -optimality という解の最適性の指標に基づく解法である DALO が提案された [Kiekintveld 10]。 k -optimality とは、エージェント数に基づく解の最適性の指標である [Bowring 08]。 k -optimal な解とは、 k 個のエージェントの変数値を変更しても利得の総和

を向上できない解のことである．一方で, t -optimality とは, あるエージェントを中心に, 一定範囲内にあるエージェント数に基づく解の最適性の指標である [Kiekintveld 10]. t -optimal な解とは, 制約網において, あるエージェントを中心に, t ホップ内のエージェントの変数値を変更しても利得の総和を向上できない解のことである．近年, k/t -optimality を一般化した C -optimality が提案された [Vinyals 11]. また, k -optimality, t -optimality を組み合わせた解の最適性の指標として s -optimality が提案された [Vinyals 11]. s -optimal な解とは, エージェント数が s 個を超えない, 最大距離内にあるエージェントの変数値を変更しても利得の総和を向上できない解のことである．

C -optimality とは異なる視点に基づく解の最適性の指標として, p -optimality が提案された [沖本 11]. p -optimality とは, 制約網に対応する擬似木の誘導幅に基づく解の最適性の指標である． p -optimal な解とは, 元の問題から木幅を p に制限した問題に対する最適解のことである． p -optimality により, 木幅を制限した問題の最適解を, 元の問題の近似解として用いる手法が提案された．

これらの非厳密解法にはそれぞれ異なる問題点がある． C -optimality に基づく解法によって得られる解品質は, 局所情報のみに依存するため, 解品質の向上が制限される．一方で, p -optimality に基づく解法によって得られる解品質は, 元の問題にサイクルが多く含まれる場合, 大きく低下する．

そこで, 本研究では, 解品質の向上と計算量抑制の両立を図るために, これらの異なる解の最適性の指標に基づく非厳密解法の統合を提案する．すなわち, p -optimality に基づく解法を実行することで得られた情報のもとで, C -optimality に基づく解法を実行することにより, 両者を相補的に用いることを目指す．また, 実験により, 提案手法を既存の手法と比較し, その有効性を評価する．

以下に本論文の構成を示す．2 章では DCOP について述べる．3 章, 4 章では非厳密解法の解の最適性の指標について述べる．5 章では提案手法について述べる．6 章では実験による評価を示し, 7 章ではまとめと今後の課題について述べる．

2. 分散制約最適化問題とその解法

2.1 分散制約最適化問題 (DCOP)

分散制約最適化問題 (DCOP) は, 変数の集合 X , 制約の集合 C , 評価関数の集合 F , およびエージェントの集合から構成される．各変数 $x_i \in X$ は, 離散有限集合 D_i に含まれる変数値をとる．変数は, 複数のエージェントに分散して配置される．本論文では, 簡単のために, 一つのエージェントに対して, 一つの変数が配置されるものとする．また, 必要に応じて変数と, その変数が配置されたエージェントを区別せずに扱う． i 番目の変数 x_i

図1 DCOP の例

がとる変数値を d_i と表し, 制約 $c_{i,j}$ は, 変数 x_i, x_j 間に制約があることを表す．また, $c_{i,j}$ に対応する評価関数を $f_{i,j}(x_i, x_j)$ と表す．ただし, $c_{i,j} \in C$, $f_{i,j} \in F$ である．それぞれの変数への割り当て $A = [d_1, d_2, d_3, \dots, d_n]$ に関する評価関数の利得の総和は, 以下のように表される．

$$R(A) = \sum_{f_{i,j} \in F} f_{i,j} \quad (1)$$

DCOP の目的は, $R(A)$ を最大化するような割り当て A^* を求めることである．

変数 $x_i \in X$ をノード, 変数間にある制約 $c_{i,j} \in C$ を辺として表現したグラフ (ネットワーク) $G = \langle X, C \rangle$ を制約網という．この制約網において, 各ノードは自身に関連する制約を知っている．また, 各ノードは, 隣接しているノードとのみ, 通信することができる．図1に3つのノード, 3つの制約辺がある制約網の例を示す．この制約網において, 評価関数の利得の総和の最大値は $R(A) = 6$ であり, そのときの割り当て $A = [1, 1, 1]$ が最適解 A^* である．

2.2 分散制約最適化問題の解法

分散制約最適化問題 (DCOP) の解法は, 厳密解法と非厳密解法の二つに分類される．

厳密解法は, 必ず最適解を求めることができる．厳密解法として, 制約網に対応する擬似木を利用したメッセージ交換により, 最適解を求める DPOP [Petcu 05], ADOPT [Modi 05] 等が提案されている．これらの解法は, 変数, 制約および評価関数の数が多くなり, 問題の規模や複雑さが大きくなるにつれて, 計算量, 記憶量, メッセージサイズ, メッセージ通信回数の幾つかが指数的に増加するという問題点がある．したがって, 大規模かつ複雑な問題に対して, 厳密解法を適用することは困難である．

非厳密解法は, 必ず最適解を求めることができるとは限らないが, 比較的少ない計算量, メッセージ数およびメッセージサイズで近似解を求めることができる．そのため, 大規模かつ複雑な問題には, 非厳密解法を適用することが実際的である．非厳密解法として, 局所的な山登り法に基づく DSA [Zhang 02] 等が提案されている．

また, 非厳密解法の解品質について, 解の最適性の指標が提案されている [Vinyals 11, Kiekintveld 10, Bowring 08, 沖本 11]．本研究では, C -optimality として一般化されている一連の指標 [Vinyals 11, Kiekintveld 10, Bowring 08] および p -optimality [沖本 11] に注目する．

図2 (a)は、DCOPの制約網である。(b)は $t=1$ の範囲、(c)は $s=5$ の範囲である

3. C -optimality

C -optimality は、分散制約最適化問題の解の最適性の指標である。 C を X の部分集合の多重集合とすると、 C -optimal な解とは、制約網において $C^\alpha \in C$ に含まれるノードの変数値を変更しても、利得の総和 $R(A)$ を向上できない解のことである。 $D(A, A')$ を異なる変数値を取るノードの集合とすると、 C -optimal な解 A^C は、以下のように定義される。

$$\forall A', R(A^C) - R(A') \geq 0$$

$$\text{where } D(A^C, A') \subseteq C^\alpha, C^\alpha \in C \quad (2)$$

ここで、評価関数 $f_{i,j}$ に関する変数 x_i, x_j を完全に含んでいるノードの部分集合 C^α の数を、 $cc(f_{i,j}, C) = |\{C^\alpha \in C \text{ s.t. } \{x_i, x_j\} \subseteq C^\alpha\}|$ とする。また、評価関数 $f_{i,j}$ に関する変数を含まないノードの部分集合 C^α の数を、 $nc(f_{i,j}, C) = |\{C^\alpha \in C \text{ s.t. } \{x_i, x_j\} \cap C^\alpha = \emptyset\}|$ とする。この時、 $R(A^C)$ を C -optimal な解の利得の総和、 $R(A^*)$ を最適解の利得の総和、 $cc_* = \min_{f_{i,j} \in F} cc(f_{i,j}, C)$ 、 $nc_* = \min_{f_{i,j} \in F} nc(f_{i,j}, C)$ とすると、 C -optimal な解 A^C の下界は、以下のように計算される [Vinyals 11]。

$$R(A^C) \geq \frac{cc_*}{|C| - nc_*} R(A^*) \quad (3)$$

C -optimality は、 k/t -optimality [Bowring 08, Kiekintveld 10] と呼ばれる解の最適性を一般化した指標である。また、 k/t -optimality を組み合わせた解の最適性の指標として s -optimality が提案された [Vinyals 11]。以降では、 t -optimality, s -optimality について説明する。

3.1 t -optimality

$T(x_i, x_j)$ を x_i, x_j 間のホップ数、 $\Omega_t(x_i)$ を x_i を中心に、 t ホップ内にあるノードの集合と定義する。 t -optimal な解とは、 $\Omega_t(x_i) = \{u | T(u, x_i) \leq t\}$ となるノード u の

変数値を変更しても、利得の総和を向上できない解のことである。すなわち、 t -optimality は、 $C = \{\Omega_t(x_i) | x_i \in X\}$ とした場合の解の最適性の指標である。図 2(a) の制約網において、 $t=1$ の時に、各ノードが作るノードの部分集合 (グループ) を図 2(b) に示す。 x_1 の場合、 x_1 から、1 ホップ内のノードは $\Omega_1(x_1) = \{x_1, x_2, x_4\}$ となる。ここで、全てのノード x_i について、 x_i から、1 ホップ内のノードの集合 $\Omega_1(x_i)$ に含まれるノードの変数値を変更しても、利得の総和を向上できない時、 $t = 1$ -optimal な解となる。

3.2 s -optimality

$t_s(x_i)$ を x_i を中心に、あるホップ内にあるノード数が s 個を超えない最大ホップ数、すなわち、 $t_s(x_i) = \max t \text{ s.t. } |\Omega_t(x_i)| \leq s$ と定義する。また、 $\Phi_s(x_i)$ を x_i から、 $t_s(x_i)$ 内にあるノードの集合と定義する。 s -optimal な解とは、 $\Phi_s(x_i) = \Omega_{t_s(x_i)}(x_i)$ に含まれるノードの変数値を変更しても、利得の総和を向上できない解のことである。すなわち、 s -optimality は、 $C = \{\Phi_s(x_i) | x_i \in X\}$ とした場合の解の最適性の指標である。図 2(a) の制約網において、 $s=5$ の時に、各ノードが作るノードの部分集合 (グループ) を図 2(c) に示す。 x_1 の場合、 $|\Omega_2(x_1)| \leq 5$ であるため、 $t_5(x_1) = 2$ となる。したがって、 $\Phi_5(x_1) = \Omega_2(x_1) = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ となる。ここで、全てのノード x_i について、 x_i から、 $t_5(x_i)$ ホップ内のノードの集合 $\Phi_5(x_i) = \Omega_{t_5(x_i)}(x_i)$ に含まれるノードの変数値を変更しても利得の総和を向上できない時、 $s = 5$ -optimal な解となる。

3.3 DALO

分散制約最適化問題の k/t -optimality に基づく非厳密解法として DALO- k/t が提案された [Kiekintveld 10]。さらに、 s -optimality に基づく DALO- s に拡張された [Vinyals 11]。この解法は、大域的な同期を必要としない非同期アルゴリズムである。各ノードの変数値は、ランダムな初期値からはじまる。そして各グループが独立に、利得の総和を最大化することを繰り返すことによって解を求める、anytime 解法である。DALO は、大きく 3 つのフェーズから構成される。

- (1) グループの生成: まず、はじめにグループを生成する。各ノードは、パラメータに応じて変数値と値域、評価関数の情報を互いに送受信しグループを生成する。ここでは、DALO- t を例に説明する。各ノードは、変数値と値域を $t+1$ ホップ内、自分に関する評価関数を t ホップ内にブロードキャストする。これにより、各ノードは、 t ホップ内のノードに関する評価関数、 $t+1$ ホップ内のノードの変数値と値域を得る。ここで、 $t+1$ 先のノードをフリンジと呼ぶ。例えば、図 2(b)(1) $\Omega_1(x_1)$ のフリンジは $\{x_3, x_5\}$ である。
- (2) グループ内の最適な割り当ての計算: 次に、各ノ

図3 (a) は木幅が 3 の擬似木, (b) は (a) から生成した木幅を 2 に制限した擬似木である。

ドはフリンジの変数値を現在の値に固定し, 利得の総和を最大化するように, グループ内の変数の最適な割り当てを計算する。最適な割り当ては, 各ノードが, 集めた部分問題の情報により計算する。

(3) 割り当ての更新: 現在の割り当てよりも, 手順 (2) で計算したグループ内の変数値の割り当てが, 利得の総和を大きくするとき, 割り当てを更新する。このために, 各ノードは, 自身が計算した割り当てを, グループ内のノードに送信する。ここで, 変数が重複する異なるグループが, 同時に変数値を更新する競合を避けるために, lock/commit プロトコルを用いて, グループ間の排他制御をする [Kiekintveld 10]。各ノードは, 変数値を変更した時, $t+1$ ホップ内に変数値をブロードキャストし, 手順 (2) から反復する。全てのグループが, 現在の割り当てよりも, 利得の総和を大きくできなくなったとき, 解は収束する。

3.4 DALO の問題点

この解法は, 各ノードがパラメータ t/s によって決められた範囲の局所情報を収集し, 局所的な最適解を繰り返し求める解法である。したがって, 解品質は, 局所情報のみに依存し, 解品質の向上が制限されるという問題点がある。また, 解品質を向上させるために, パラメータを大きくすると, 各ノードが解く問題の規模が大きくなり, 計算コストが指数的に増加する可能性がある。

4. p -optimality

p -optimality は, C -optimality とは異なる視点に基づく解の最適性の指標である。 p -optimality では, 制約網に対応する擬似木を用いる。図 3 の (a) に擬似木の例を示す。擬似木は, 制約網に含まれるノード間に順序関係を与えるグラフ構造であり, 制約網における生成木の一つに対応する。生成木に含まれる辺を木辺, それ以外の辺を後退辺と呼ぶ。擬似木において, 各ノードを根とする部分木に含まれるノードのいずれかと, 制約辺で関連している上位ノード数を, 誘導幅 $w(x_i)$ と呼ぶ。また, 全ノードについて最大の誘導幅を, 木幅 $W(G)$ と呼ぶ。ここで, 与えられたパラメータ p と, 木幅が等しくなるまで後退辺を除去する。このようにして得られた擬似木 $G' = \langle X, C' \rangle$ の最適解を, p -optimal な解という。すなわち, p -optimality に基づく解法では, 木幅をパラメータ p によって制限した問題の最適解を, 元の問題の近似解と

して用いる。

f_{max} を評価関数の利得の最大値とすると, p -optimal な解 A^p の下界は, 以下のように計算される [沖本 11]。

$$R(A^p) \geq R(A^*) - f_{max} \times \sum_{k=1}^{W(G)-p} (|X| - (k+1)) \quad (4)$$

4.1 p -optimal アルゴリズム

p -optimality に基づく解法である, p -optimal アルゴリズム [沖本 11] は, 大きく 2 つのフェーズから構成される。

(1) 擬似木の木幅を p に削減: フェーズ 1 では, 元の擬似木 $G = \langle X, C \rangle$ から, 与えられたパラメータ p と, 木幅が等しくなるまで後退辺を除去する。この手順を Algorithm 1 に示す。

Algorithm 1 擬似木の木幅を p に削減

- 1: set C' to C
- 2: repeat the following procedure $W(G) - p$ times
- 3: each $x_i \in X$, $p+1 \leq w(x_i) \leq W(G)$
- 4: remove the first backedge in G' from C' if there is one.
- 5: return $G' = \langle X, C' \rangle$

ここで *first backedge* とは, 各ノードにおいて, 一番上位のノードと関連している後退辺のことをいう。図 3 の (b) は, (a) の擬似木から後退辺を除去し, 木幅を 2 に制限した擬似木である。

(2) 木幅 p の擬似木に厳密解法を適用: 擬似木に基づく厳密解法 [Petcu 05, Modi 05] により最適解を求める。この解が p -optimal である。ここでは, 厳密解法 DPOP [Petcu 05] について概説する。

DPOP は動的計画法に基づく解法であり, 擬似木の葉ノードから順にボトムアップに利得を集計し, 根ノードからトップダウンに変数値を決定する。このアルゴリズムは, 全ノードが一度に変数値を決定する, one-shot アルゴリズムである。ここで, 擬似木のノード x_i に関連するノードを次のように表す。

- $P(x_i)$: 辺で x_i と関連する親ノード
- $PP(x_i)$: 後退辺で x_i と関連する祖先ノードの集合
- $C(x_i)$: 木辺で x_i と関連する子ノードの集合
- $PC(x_i)$: 後退辺で関連する子孫ノードの集合
- $\overline{PP}(x_i)$: x_i を根とする部分木に含まれるいずれかのノードと関連する x_i の祖先ノード, および $P(x_i)$ からなる集合

この解法は大きく 2 つのフェーズから構成される。

(1) UTIL メッセージの生成, 伝搬: 各ノード x_i は, $\overline{PP}(x_i)$ に含まれるノードの全ての変数値の組について, 自身を根とする部分木の利得値の表 $UTIL_{x_i, P(x_i)}$ を Algorithm 2 の手続き (a) により計算する。この表は, UTIL メッセージとして $P(x_i)$ に送信される。同様な計算が根ノードまでボトムアップに行われる。

(2) VALUE メッセージの生成, 伝搬: UTIL メッセージが根ノードまで伝搬された後, 各ノード x_i は最適変数

値 d_i^* を Algorithm 2 の手続き (b) により決定する．この値は，VALUE メッセージとして $C(x_i)$ に送信される．この計算は根から葉までトップダウンに行われる．

Algorithm 2 UTIL メッセージの生成と最適値の決定

```

1: (a) [Compute_UTIL]
2:  $\bar{X} \leftarrow \overline{PP}(x_i)$ 
3: for all  $\bar{d} \in \prod_{x_j \in \bar{X}} D_j$  do
4:    $UTIL_{x_i, P(x_i)}(\bar{d})$ 
      $\leftarrow \max_{d_i \in D_i} (f_{i, P(x_i)}(d_i, d_{P(x_i)}) +$ 
        $\sum_{x_j \in PP(x_i)} f_{i, j}(d_i, d_j) +$ 
        $\sum_{x_k \in C(x_i)} UTIL_{x_k, x_i}((\bar{d}, d_i)))$ 
5: end for
1: (b) [Choose_Optimal]
2:  $d_i^* \leftarrow \operatorname{argmax}_{d_i \in D_i} (f_{i, P(x_i)}(d_i, d_{P(x_i)}^*) +$ 
    $\sum_{x_j \in PP(x_i)} f_{i, j}(d_i, d_{x_j}^*) +$ 
    $\sum_{x_k \in C(x_i)} UTIL_{x_k, x_i}((\bar{d}, d_i)))$ 

```

4.2 p -optimal アルゴリズムの問題点

DPOP は擬似木の木幅について計算量，メッセージサイズが指数的に増加するという問題点がある．そのため， p -optimality のように，木幅を制限した問題の最適解を元の問題の近似解として用いる手法が研究されてきた．しかし， p -optimality における解品質は除去される制約辺に依存するため，制約網にサイクルが多く含まれるような問題では，解品質が大きく低下する可能性がある．

5. 提案手法

本章では，解品質の向上と，計算量の抑制の両立を図るために，異なる解の最適性の指標 p -optimality， C -optimality に基づく非厳密解法の統合を提案する．

5.1 提案手法の概要

p -optimality に基づく解法は，サイクルが多く含まれる問題の場合，解品質が大きく低下する． C -optimality に基づく解法は，局所情報のみに依存するため，解品質の向上が制限される．そこで，解品質の向上を図るために， p -optimality に基づく解法と C -optimality に基づく解法を統合する．まず，制約網に対応する擬似木を生成し，その木幅をパラメータ p に制限する．そして，DPOP の最初の処理である，UTIL メッセージを伝搬する．これにより，擬似木の根ノードは，大域的な利得の集計結果を得る．しかし，他ノードは，この恩恵を受けることがない．そこで，同一の擬似木について，各ノードを根として，それぞれ UTIL メッセージを伝搬する．これにより，各ノードは，それぞれのノードを根とした場合の，自分を根とする部分木の利得の集計結果を得る．このようにして得られた利得の情報を，DALO の計算で用いることにより，各ノードにおいて，局所的かつ詳細な情報と広範囲の情報を活用し，解品質の向上を目指す．

図4 同一の擬似木に対して，各ノードを根として，UTIL メッセージを伝搬する．部分木間に後退辺がまたがる場合，[Atlas 07] 類似する手法により (b)' のように変形する

提案手法のアルゴリズムは大きく二つのフェーズから構成される．

- p -optimal 解法の実行
- C -optimal 解法の実行

5.2 p -optimal 解法の実行

まず，制約網から深さ優先探索によって擬似木を生成し， p -optimal アルゴリズムの手順 (1) と同様の手続きによって，木幅をパラメータ p に制限する．次に，同一の擬似木に対して，それぞれのノードを根として DPOP の UTIL メッセージを伝搬する．しかし，本来は根ではないノードを，強引に根とすると矛盾が生じる．このような例を図4に示す．図4(b)のように， x_2 を根ノードとした場合，部分木間に制約辺が存在する．擬似木に基づく解法は，部分木間に制約辺がないことに基づく分割統治法であるため，このままでは正しく計算ができない．そこで，このような擬似木に対処する手法 [Atlas 07] と類似する方法を用いる．図4(b)の， x_1, x_4 間の制約辺を分解する手順を示す．まず， x_4 の複製 x_4' を生成する．そして，その複製を，部分木に分かれる部分のノード x_2 を管理しているエージェントに配置する．そして， x_1, x_4 間にある制約 $c_{1,4}$ および評価関数 $f_{1,4}$ を削除し， x_1, x_4' 間に同一の制約 $c_{1,4'}$ ，および評価関数 $f_{1,4'}$ を追加する．また， x_4, x_4' 間に制約 $c_{4,4'}$ ，等式評価関数 $f_{4,4'}$ を追加する．

この手続きを Algorithm 3 に示す．ノード x_i に関連するノードを以下のように表記する．

- $ANC(x_i)$: x_i の祖先ノードの集合
- $DES(x_i)$: x_i の子孫ノードの集合
- $N(x_i)$: c_i の近傍ノードの集合
- $rep(x_i)$: x_i の複製ノード

ここで，変数の複製を持つエージェントは，自身が元々管理していたノードと，複製のノードとの組み合わせを評

Algorithm 3 部分木間の制約辺の分解

- 1: 葉ノードからボトムアップに $ANC(x_i)$ を集計
- 2: 根ノードからトップダウンに $DES(x_i)$ を集計
- 3: **if** $x_j \in N(x_i)$ が $x_j \notin ANC(x_i) \cap x_j \notin DES(x_i)$ **then**
- 4: $rep(x_j)$ を x_k where $x_i \in DES(x_k) \cap x_j \in DES(x_k)$ に設置
- 5: 制約 $c_{x_j.rep(x_j)}$, 等式関数 $f_{j,rep(x_j)}$ を追加
- 6: 制約 $c_{i,j}$ および $f_{i,j}$ と同一の $c_{i,rep(x_j)}$, $f_{i,rep(x_j)}$ を追加
- 7: $c_{i,j}, f_{i,j}$ を削除
- 8: **end if**

価する必要がある．エージェントが持つ複製ノードの集合を $x_r \in cop(x_i)$ とすると，Algorithm 4 のように UTIL メッセージを生成する．従来の DPOP では，一つのノード

Algorithm 4 変数の複製がある場合の UTIL メッセージの生成

- 1: [Compute_UTIL]
- 2: $\bar{X} \leftarrow \overline{PP}(x_i) \cup x_i$
- 3: **for all** $\bar{d} \in \prod_{x_j \in \bar{X}} D_j$ **do**
- 4: $UTIL_{x_r, x_i} \leftarrow \max_{d_r \in D_r} (\sum_{x_k \in C(x_i)} UTIL_{x_k, x_i}(\bar{d}, d_r))$
- 5: **end for**
- 6: $\bar{X} \leftarrow \overline{PP}(x_i)$
- 7: **for all** $\bar{d} \in \prod_{x_j \in \bar{X}} D_j$ **do**
- 8: $UTIL_{x_i, P(x_i)}(\bar{d}) \leftarrow \max_{d_i \in D_i} (f_{i, P(x_i)}(d_i, d_{P(x_i)}) + \sum_{x_j \in PP(x_i)} f_{i,j}(d_i, d_j) + \sum_{x_r \in cop(x_i)} UTIL_{x_r, x_i}((\bar{d}, d_i)))$
- 9: **end for**

のみを根とするので，変数値を決定するために，VALUE メッセージを生成し，伝搬する必要がある．提案手法では，それぞれのノードを根として UTIL メッセージを生成するため，VALUE メッセージを伝搬することなく，各ノードは大域的な利得に基づいて変数値を決定する．しかし，各ノードの複数の変数値に対して，利得が同一となる対称解がある場合，ノード間におけるタイブレークが必要となる．そこで，各ノードに，微小な乱数の値を持つ単項関数を与えておく [A.Farinelli 08]．これは，各ノードにおいて，対称解を確率的に除外することを意図する．

5.3 C-optimal 解法の実行

各ノードは，DALO と同様に変数値と値域，評価関数の情報をブロードキャストするのに加えて，前処理で生成した UTIL メッセージもブロードキャストする． t -optimality に基づいてグループを生成する場合，評価関数の情報を t ホップ内，自身がとる変数値と値域を $t+1$ ホップ内にブロードキャストするのに加えて，前処理で生成した UTIL メッセージも $t+1$ ホップ内にブロードキャストする．したがって，各ノードは，グループのフリンジが生成した UTIL メッセージの情報を知ることができる．

図5 C-optimal 解法の実行．フリンジが生成した UTIL メッセージも利用して，グループ内ノードの最適な割り当てを計算する．

次に，グループ内の変数への最適な変数値の割り当てを計算する．この時，フリンジが生成した UTIL メッセージを利用する．各グループ C^α について，グループ内のノードが完全に関係している評価関数の集合を $T(C^\alpha)$ ，フリンジの集合を $fri(C^\alpha)$ とすると，最適な割り当て A^α の計算は，以下のようになる．

$$\operatorname{argmax}_{A^\alpha} \left(\sum_{f_{i,j} \in T(C^\alpha)} f_{i,j} + \sum_{x_i \in fri(C^\alpha)} UTIL_{x_i, P(x_i)} \right) \quad (5)$$

ここで $UTIL_{x_i, P(x_i)}$ は，各グループの中心ノードを根とした時に生成した UTIL メッセージである．例を図5に示す．ノード x_1 は， $T(C^\alpha) = \{f_{1,2}, f_{1,3}, f_{1,7}\}$ に加えて， $fri(C^\alpha) = \{x_4, x_5, x_6, x_{13}\}$ がそれぞれ生成した $UTIL_{x_4, x_2}, UTIL_{x_5, x_2}, UTIL_{x_6, x_3}, UTIL_{x_{13}, x_7}$ を用いて，最適な割り当てを計算する．

最後に，計算した割り当てを更新するグループを決定する．ここでは，DALO と同様の手法を用いて，割り当てを更新するグループを決定する．変数値を変更したノードは，現在の変数値を $t+1$ ホップ内にブロードキャストする．そして DALO と同様に，最適な割り当ての計算と，変数値の更新を反復する．

5.4 提案手法の計算，通信コスト

まず提案手法における， p -optimal 解法の実行に必要な通信，計算コストについて考察する． p -optimal 解法では，擬似木の生成，木幅の制限，そして UTIL メッセージを伝搬する．はじめに，典型的な擬似木である DFS 木の生成と，木幅を制限する時の通信コストについて考える．逐次的な深さ優先探索を模倣する分散アルゴリズムは，木辺の数の2倍のサイクル数を要する．これをオーバーヘッドの上限と考えれば，木を生成する処理に必要なサイクル数は， $2 \times (\text{木辺の数})$ である．擬似木の木幅を制限するのに必要なサイクル数は，Algorithm 1 より， $(W(G) - p) \times (\text{木の最大深さ})$ となる． $p=1$ とした時，木幅を制限する処理は必要ない．次に，部分木間にまたがる制約辺の検知，対処にかかる通信コストについて考える．ボトムアップに子孫の集合，トップダウンに祖先の集合を集計するのに必要なサイクル数は，(木の最大深さ) $\times 2$ となる．ノードの複製の設置にかかるサイクル数は，最大で，(木の最

大深さ) – (複製を置くノードの深さ) となる。

次に, DPOP の UTIL メッセージの伝搬にかかるサイクル数と計算, 通信コストについて考察する。サイクル数は, ボトムアップの計算を並行するため, 木の最大深さだけ必要となる。各ノードが行う, UTIL メッセージの計算量とメッセージサイズは, 木幅と値域に対して, 指数的に増加する。提案手法では, 木幅を制限するため, 計算量, メッセージサイズを抑制できると考えられる。また, メッセージ数は, それぞれのノードを根とした場合の UTIL メッセージを生成するため, 最大 (木辺) $\times$ (ノード数) である。そのため, 通信サイクル数の増加が原因となり, 実行時間が増加する。

次に, 提案手法における C -optimal 解法の実行にかかる計算, 通信コストについて考察する。UTIL メッセージをフリンジから収集する処理は, 変数値を送信するメッセージと統合することができる。したがって, メッセージ数は DALO と比べて増加しない。この時, メッセージサイズは増加するが, UTIL メッセージのサイズが小さければ, その増加は重大ではない。また, 比較的大きなパケットサイズを用いる環境では, パケットに収まるメッセージならばサイズの差が隠蔽されることが期待できる。次に, 局所範囲の最適な割り当てを求める時にかかる計算コストを考察する。DALO において, 各グループの解く問題の規模 (値域の直積のサイズ) は, $|\prod_{x_i \in C^\alpha} D_i|$ である。一方で, 提案手法では, フリンジの UTIL メッセージの値域の直積のサイズを $|UTIL_{x_i, P(x_i)}|$ とすると, $|\prod_{x_i \in C^\alpha} D_i| + |\prod_{x_i \in \text{fr}(C^\alpha)} UTIL_{x_i, P(x_i)}|$ となる。したがって, フリンジのノード数と, その UTIL メッセージのサイズの分だけ, 計算コストが増加する。通信コストが計算コストよりも大きい一般的な環境では, UTIL メッセージのサイズが小さければ, 計算コストの増加の影響は, 相対的に小さいと考えられる。

5.5 提案手法による解の精度

本節では, 提案手法の解の下界を与える。提案手法では, p -optimal 解法を実行し, C -optimal 解法を実行する。ここで, 全ての $C^\alpha \in C$ に対して, 割り当て A^α に含まれる, ある変数への割り当てを x_i^α とする。また, x_i^p を, p -optimal 解法の実行によって得られる割り当て, x_i^* を, 最適な割り当てとする。この時, 上記の提案手法の実行により, $x_i^\alpha = x_i^p$ if $x_i^\alpha \notin C, x_i^\alpha = x_i^*$ if $x_i^\alpha \in C$ となる。提案手法の割り当て A^{pc} は, 全ての $C^\alpha \in C$ に対して $R(A^{pc}) \geq R(A^\alpha)$ が成り立つ。したがって,

$$R(A^{pc}) \geq \frac{\sum_{C^\alpha \in C} R(A^\alpha)}{|C|} \quad (6)$$

ここで, $R(A^\alpha) = \sum_{f_{i,j} \in F} f_{i,j}(A^\alpha)$ である。各 C^α について, 自身に関係する変数 x_i, x_j が全て含まれている評価関数 $f_{i,j}$ の集合 $T(C^\alpha)$, 部分的に含まれている評価関

数 $f_{i,j}$ の集合 $P(C^\alpha)$, 含まれていない評価関数 $f_{i,j}$ の集合 $N(C^\alpha)$ に分割すると, $R(A^\alpha) = \sum_{f_{i,j} \in T(C^\alpha)} f_{i,j}(A^\alpha) + \sum_{f_{i,j} \in P(C^\alpha)} f_{i,j}(A^\alpha) + \sum_{f_{i,j} \in N(C^\alpha)} f_{i,j}(A^\alpha)$ となる。ここで, 評価関数の利得が負値でないとする,

$$R(A^\alpha) \geq \sum_{f_{i,j} \in T(C^\alpha)} f_{i,j}(A^\alpha) + \sum_{f_{i,j} \in N(C^\alpha)} f_{i,j}(A^\alpha) \quad (7)$$

となる。

割り当て A^α は, $x_i^\alpha = x_i^p$ if $x_i^\alpha \notin C^\alpha, x_i^\alpha = x_i^*$ if $x_i^\alpha \in C^\alpha$ なので,

$$R(A^\alpha) \geq \sum_{f_{i,j} \in T(C^\alpha)} f_{i,j}(A^*) + \sum_{f_{i,j} \in N(C^\alpha)} f_{i,j}(A^p) \quad (8)$$

(6), (8) より,

$$R(A^{pc}) \geq \frac{\sum_{C^\alpha \in C} \sum_{f_{i,j} \in T(C^\alpha)} f_{i,j}(A^*) + \sum_{C^\alpha \in C} \sum_{f_{i,j} \in N(C^\alpha)} f_{i,j}(A^p)}{|C|} \quad (9)$$

ここで, それぞれの評価関数 $f_{i,j}$ について, その評価関数に関係する変数を含むグループ C^α の総数について考える。(9) の各項は, 3 章で説明した $cc(f_{i,j}, C), nc(f_{i,j}, C)$ 用いて以下のように変形することができる。

$$\begin{aligned} \sum_{C^\alpha \in C} \sum_{f_{i,j} \in T(C^\alpha)} f_{i,j}(A^*) &= \sum_{f_{i,j} \in F} cc(f_{i,j}, C) \cdot f_{i,j}(A^*) \\ &\geq cc_* \sum_{f_{i,j} \in F} f_{i,j}(A^*) = cc_* \cdot R(A^*) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \sum_{C^\alpha \in C} \sum_{f_{i,j} \in N(C^\alpha)} f_{i,j}(A^p) &= \sum_{f_{i,j} \in F} nc(f_{i,j}, C) \cdot f_{i,j}(A^p) \\ &\geq nc_* \sum_{f_{i,j} \in F} f_{i,j}(A^p) = nc_* \cdot R(A^p) \end{aligned} \quad (11)$$

そして, p -optimality の解の下界の式 (4) より, 以下のように解の下界を与えることができる。

$$R(A^{pc}) \geq \frac{(cc_* + nc_*)R(A^*) - nc_* \cdot f_{max} \times \sum_{k=1}^{W(G)-p} (|X| - (k+1))}{|C|} \quad (12)$$

6. 実験と評価

提案手法を実験により評価した。

図6 密度3のランダムグラフにおける各手法の下界値の比較

図7 密度3のランダムグラフにおける各手法の上界値の比較

6.1 実験の設定

問題の制約網は、ランダムグラフとBAモデルに基づいたスケールフリーグラフ [Barabasi 99] を用いた。生成された制約網は、単一連結成分からなる。本章では、制約の密度をノードにおける次数の平均と定義する。各問題のインスタンスは、ノード数、密度を固定し、ランダムに生成した。各変数の値域のサイズを3とし、各評価関数の利得は、0から999からランダムに選択した。実験結果は30インスタンスの平均値を示す。

6.2 上界と下界

まず、 p -optimal アルゴリズム、DALO、提案手法のそれぞれの誤差の上界に基づく下界と上界を比較した。

p -optimal アルゴリズムは、事前に絶対誤差の上界 E_p が得られる。式(4)より、 $E_p = f_{max} \times \sum_{k=1}^{W(G)-p} (|X| - (k+1))$ とすると、下界は、 $R(A) = R(A^*) - E_p$ である。また、上界は実際に得られる解をもとに、 $R(A) = R(A^p) + E_p$ とした。

DALO は、事前に相対誤差の上界 E_c が得られる。よって、式(3)より、 $E_c = cc_*/(|C| - nc_*)$ とすると、下界は $R(A) = E_c R(A^*)$ である。また、上界は実際に得られる解をもとに、 $R(A) = R(A^C)/E_c$ とした。

提案手法も、 p -optimal アルゴリズム、DALO と同様に事前に誤差の上界が得られる。式(12)より、 $E_{abs} = nc_* \cdot f_{max} \times \sum_{k=1}^{W(G)-p} (|X| - (k+1))/|C|$ 、 $E_{rel} = (cc_* + nc_*)/|C|$ とすると、下界は、 $R(A) = E_{rel} R(A^*) - E_{abs}$ である。また、上界は実際に得られ

る解をもとに、 $R(A) = (R(A^{pc}) + E_{abs})/E_{re}$ とした。

図6と図7は、密度3の異なるノード数(変数)のグラフにおける下界、上界の比較を示す。それぞれの値は最適解に対して正規化されている。下界、上界ともに、100に近いほど良い結果となる。図6より、 p -optimal アルゴリズムは、ノード数10では、DALOよりも高い下界値が得られることが分かった。また、ノード数の増加に対して、下界値の低下が大きいことが分かった。一方で、DALOは、ノード数の増加に対して下界値の低下は小さく、ノード数40では、 p -optimal アルゴリズムよりも高い下界値が得られることが分かった。提案手法は、既存の手法よりも高い下界値が得られており、従来手法の下界を相補的に改善する傾向があることが分かった。図7より、 p -optimal アルゴリズムは、どの手法よりも良い上界が得られることが分かった。提案手法の上界は、 p -optimal アルゴリズム、DALOの中間の値となる傾向があることが分かった。

6.3 解品質

提案手法の解品質を既存の手法である p -optimal アルゴリズム、DALOと比較した。実験では、 p -optimal アルゴリズム、DALO- t 及び DALO- s 、そして p と t および s を組み合わせた提案手法を比較した。また、解品質とは、最適解に対して正規化された値を表す。

図8から図11に、40ノード(変数)からなる異なる密度のグラフにおける各手法の比較を示す。グラフは、左から p -optimal アルゴリズム、DALO、提案手法となっている。ここで DALO と提案手法は、収束時の解品質である。また、DALO および提案手法に用いる指標は、図8と図9は、 t -optimality、図10と図11は、 s -optimality となっている。また、図8、図9の密度5と7の結果において、 $t=2$ とした、DALO および提案手法の t -optimal 解法は、各ノードの問題の規模の増加により結果を得られなかった。実験の結果、提案手法によって得られる解品質は、どちらのグラフ構造においても既存の手法よりも高品質であることが分かった。また、どの手法も密度が上がるにつれて解品質が低下することが分かった。特に、 p -optimal アルゴリズムではその傾向が顕著であり、これは除去される制約辺が多くなるためである。提案手法は、 p -optimal 解法と C -optimal 解法を組み合わせるため、密度の上昇に対して、解品質の低下は DALO と同程度に抑えられている。

次に、全ノードが最初に変数値を変更したとき、すなわち、one-shot時の p -optimal アルゴリズム、そして DALO- t 、 p と t を組み合わせた提案手法を比較した。ここで、提案手法における one-shot 時とは、 C -optimal 解法を実行時に、最初に全ノードが変数値を変更したときである。ノード数40のランダムグラフにおける、one-shot 時の解品質の比較を図12に示す。実験の結果、密度3では、DALO- t よりも、 p -optimal アルゴリズムのほうが、高品質

図 8 ノード数 40 のランダムグラフにおける各手法の解品質の比較

図 9 ノード数 40 のスケールフリーグラフにおける各手法の解品質の比較

図 10 ノード数 40 のランダムグラフにおける各手法の解品質の比較

図 11 ノード数 40 のスケールフリーグラフにおける各手法の解品質の比較

図 12 ノード数 40 のランダムグラフにおける one-shot 時の各手法の解品質の比較

図 13 評価関数の利得が 0, 1 の頂点彩色問題に対して、ノード数 100 のランダムグラフにおける各手法の解品質の比較

図 14 評価関数の利得が 0, 1~9 の頂点彩色問題に対して、ノード数 100 のランダムグラフにおける各手法の解品質の比較

図 15 ノード数 50, 密度 4 のランダムグラフにおける提案手法と DALO-t の収束速度の比較

質な解が得られることが分かった。これは、DALO は利得の改善を繰り返す anytime アルゴリズムであるため、one-shot 時では、十分な解品質が得られていないからである。また、提案手法は、one-shot 時においても、既存の手法よりも高品質な解が得られることが分かった。提案手法も DALO と同様に、anytime アルゴリズムであるが、前処理として、 p -optimal 解法の実行により、解が得られているため、既存の手法よりも高品質な解が得られたと考えられる。

続いて頂点彩色問題に対して、 $(p=1, t=1)$ とした提案手法と $p=1$ とした p -optimal アルゴリズム、 $t=1$ とした DALO- t と比較した。図 13 と図 14 に、100 ノードからなる、異なる密度のランダムグラフにおける解品質の比較を示す。図 13 の各評価関数の利得は、関係する二変数の値が同一の場合は利得を 0 とし、異なる場合は利得を 1 とした。また、図 14 は、頂点彩色問題の利得に変化を与え、二変数値が異なる場合の利得を 1 から 9 の間でランダムに選択した。実験の結果、提案手法によって得られる解品質は、既存の手法よりも高品質であることが分かった。図 13 と図 14 を比較すると、提案手法の効果に差が出ているが、重みの値の範囲も考慮すると、同様の傾向であることが分かった。また、密度が上がるにつれて、 p -optimal アルゴリズムと DALO、および提案手法の解品質の差が大きくなることが分かった。これは、上で述べたように、除去される後退辺の数が多くなるためである。

6.4 収束までの実行サイクル数

次に、 $(p=1, t=1)$ とした提案手法と、 $t=1$ とした DALO- t の収束速度を比較した。ここで、提案手法における p -optimal 解法の実行サイクル数を、 $(\text{ノード数} - 1) \times 2$ と見積り実験を行った。この実験では、部分木間に制約辺が存在しないため、木幅を制限する処理は必要ない。実行サイクル数は 500 で打ちきった。ノード数を 50、密度 4 のランダムグラフにおける収束速度の比較を図 15 に示す。実験の結果、提案手法よりも DALO- t の方が早く収束することが分かった。

6.5 考 察

提案手法について実験結果をもとに考察する。

提案手法では、まず、 p -optimality に基づく解法と同様の手法である、 p -optimal 解法を実行する。これにより、得られた利得は、各エージェントを中心とする部分問題については、次に実行する、 C -optimal 解法の利得に置き換わる。それ以外の部分の利得は、 C -optimal 解法の利得に加算される。 C -optimal 解法は、適用する部分問題の評価関数を全て評価するので、その結果、提案手法では、 p -optimality に基づく解法と同等以上の利得が得られると考えられる。次に、 C -optimality に基づく解法と同様の手法である、 C -optimal 解法を実行する。この

とき、元の C -optimality に基づく解法よりも、広範囲の情報を利用して、 C -optimal な解を得る。その結果、提案手法は、元の C -optimality に基づく解法と同等以上の利得が得られると考えられる。

このような性質から、提案手法の下界値は、 p -optimal アルゴリズム、DALO よりも、高い下界値が得られると考えられる。実験の結果、図 6 より、提案手法は、 p -optimal アルゴリズム、DALO よりも高い下界値が得られることが分かった。すなわち、実験結果は、上記の性質を支持しているといえる。

図 8 から図 11 より、提案手法は、既存の手法よりも、高品質な解が得られている。これは、上記に示したように、提案手法は、 p -optimal 解法の実行、そして、 C -optimal 解法の実行時に、局所情報に加えて、 p -optimal 解法の実行により、生成した UTIL メッセージも利用する。したがって、広範囲の情報に基づいて、局所範囲の最適な割り当てを計算するため、高品質な解が得られたと考えられる。

ランダムグラフとスケールフリーグラフの各手法の解品質の違いについて、考察する。実験の結果、スケールフリーグラフのほうが、提案手法と既存の手法の解品質の差が大きいことが分かった。スケールフリーグラフは、ハブ構造を持つ。そのため、DALO と提案手法の C -optimal 解法において、含まれるノード数が非常に多いグループが存在する。そのため、DALO でも十分な解品質が得られると考えられるが、提案手法では、それに加えて、プリングが生成した UTIL メッセージも利用する。よって、ほとんど制約網全体の、大域的な情報を得ることができたために、スケールフリーグラフのほうが、提案手法と既存の手法の解品質の差が大きくなったと考えられる。また、BA モデルによって生成したスケールフリーグラフとランダムグラフは、密度の増加とともに、サイクル数が多くなる。したがって、密度の増加に対する解品質の変化に、同様の傾向が見られたと考えられるが、より詳細な比較は、今後の課題とする。

提案手法では、パラメータ $p, t/s$ を調整することにより、計算および通信コストを犠牲にする代わりに、より高品質な解を得ることができる。ここで、パラメータ $p, t/s$ の設定について考察する。 p -optimal アルゴリズムの解品質は、除去される制約辺に依存する。問題のグラフにサイクルが多く含まれる場合、すなわちグラフ密度が大きい場合、除去される制約辺が多くなるため、解品質が大きく低下する可能性がある。また、DALO の解品質は、グループサイズに依存する。問題のグラフ密度が小さい場合、グループサイズが小さくなるため、解品質が大きく低下する可能性がある。したがって、問題のグラフ密度が大きい場合、パラメータ p を大きく、問題のグラフ密度が小さい場合、パラメータ t/s を大きく設定することで、解品質の低下を抑制できると考えられる。しかし、実際には、計算量や記憶量に制限があるため、可

能な範囲でバランスをとることが重要である．

提案手法の収束速度は， p -optimal 解法の実行時間に依存する．本論文では，パラメータ $p=1$ とし， p -optimal 解法の実行時間を最悪の場合を想定して $(ノード数 - 1) \times 2$ と見積もって実験を行った結果，既存の DALO よりも収束する時間が大きくなることが分かった．この問題については，提案手法と DALO を多重実行する手法を用いる [飯塚 09]．すなわち， p -optimal 解法を実行している間は，DALO を実行することで得られた解を採用することで，この問題を隠蔽できると考えられる．

7. ま と め

本論文では，DCOP の非厳密解法によって得られる解品質に着目し，異なる解の最適性の指標 p -optimality， C -optimality に基づく非厳密解法を統合する手法を提案した．すなわち， p -optimality に基づく解法を実行し，得られた情報のもとで， C -optimality に基づく解法を実行することにより，両者を相補的に用いる手法を提案した．実験により提案手法の有効性を評価したところ，既存の p -optimal アルゴリズム，DALO よりも高品質な解が得られることを示した．

今後の研究課題として，提案手法を Bounded Max-sum 解法 [Rogers 11] を含む，他の近似解法との比較が挙げられる．また，応用問題に対して，提案手法の有効性を検証する．例えば，センサネットワーク [Zhang 05] 等の応用問題に対して，解品質，計算，通信コストを考慮に入れて提案手法がどれだけ有効であるかを調べることが考えられる．

謝辞 本研究の一部は，科学研究費補助金 (基盤研究 (C)25330257)，平成 23 年度人工知能研究振興財団研究助成による．

◇ 参 考 文 献 ◇

- [A.Farinelli 08] A.Farinelli, A.Rogers, A.Petcu, and N.R.Jennings, : Decentralized Coordination of Low-Powered Embedded Devices Using the Max-Sum Algorithm, *Autonomous Agents and Multiagent Systems*, Vol. 2, pp. 639–646 (2008)
- [Atlas 07] Atlas, J. and Decker, K.: A complete distributed constraint optimization method for non-traditional pseudotree arrangements, in *Autonomous Agents and Multiagent Systems*, pp. 111:1–111:8 (2007)
- [Barabasi 99] Barabasi, A.-L. and Albert, R.: Emergence of Scaling in Random Networks, *Science*, Vol. 286, No. 5439, pp. 509–512 (1999)
- [Bowring 08] Bowring, E., Pearce, J. P., Portway, C., Jain, M., and Tambe, M.: On K -optimal distributed constraint optimization algorithms: new bounds and algorithms, in *Autonomous Agents and Multiagent Systems*, pp. 607–614 (2008)
- [Kiekintveld 10] Kiekintveld, C., Yin, Z., Kumar, A., and Tambe, M.: Asynchronous algorithms for approximate distributed constraint optimization with quality bounds, in *Autonomous Agents and Multiagent Systems*, pp. 133–140 (2010)
- [Miller 12] Miller, S., Ramchurn, S. D., and Rogers, A.: Optimal decentralised dispatch of embedded generation in the smart grid, in *Autonomous Agents and Multiagent Systems*, pp. 281–288 (2012)
- [Modi 05] Modi, P. J., Shen, W.-M., Tambe, M., and Yokoo, M.: Adopt: asynchronous distributed constraint optimization with quality guarantees, *Artificial Intelligence*, Vol. 161, No. 1-2, pp. 149–180 (2005)
- [Petcu 05] Petcu, A. and Faltings, B.: A scalable method for multi-agent constraint optimization, in *International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pp. 266–271 (2005)
- [Ramchurn 10] Ramchurn, S. D., Farinelli, A., Macarthur, K. S., and Jennings, N. R.: Decentralized Coordination in RoboCup Rescue, *Computer Journal*, Vol. 53, No. 9, pp. 1447–1461 (2010)
- [Rogers 11] Rogers, A., Farinelli, A., Stranders, R., and Jennings, N. R.: Bounded Approximate Decentralised Coordination via the Max-sum Algorithm, *Artificial Intelligence*, Vol. 175, No. 2, pp. 730–759 (2011)
- [Vinyals 11] Vinyals, M., Shieh, E., Cerquides, J., Rodríguez-Aguilar, J. A., Yin, Z., Tambe, M., and Bowring, E.: Quality guarantees for region optimal DCOP algorithms, in *Autonomous Agents and Multiagent Systems*, pp. 133–140 (2011)
- [Zhang 02] Zhang, W., Wang, O., and Wittenburg, L.: Distributed stochastic search for constraint satisfaction and optimization: Parallelism, phase transitions and performance, in *Association for the Advancement of Artificial Intelligence Workshop on Probabilistic Approaches in Search*, pp. 53–59 (2002)
- [Zhang 05] Zhang, W., Wang, G., Xing, Z., and Wittenburg, L.: Distributed stochastic search and distributed breakout: properties, comparison and applications to constraint optimization problems in sensor networks, *Artificial Intelligence*, Vol. 161, No. 1-2, pp. 55–87 (2005)
- [沖本 11] 沖本 天太, ジョヨンジュン, 岩崎 敦, 横尾 真: 疑似木に基づく分散制約最適化問題の精度保証付き非厳密解法の提案, 情報処理学会論文誌, Vol. 52, No. 12, pp. 3786–3795 (2011)
- [飯塚 09] 飯塚 泰樹, 竹内 郁雄: 分散制約最適化問題近似解法の実験的効果, 情報処理学会論文誌, Vol. 50, No. 12, pp. 3136–3149 (2009)

〔担当委員：山下 倫央〕

2013 年 11 月 14 日 受理

著 者 紹 介

谷藤 拓麻

2013 年名古屋工業大学工学部情報工学科卒業．2013 年同大学大学院博士前期課程在学中．マルチエージェント，分散協調問題解決等に興味を持つ．電子情報通信学会学生会員．

松井 俊浩(正会員)

1995 年名古屋工業大学電気情報工学科卒業．1999 年同大学大学院博士前期課程修了．2006 年同博士後期課程修了．同年名古屋工業大学情報基盤センター助手．2007 年同助教．2011 年同准教授．現在に至る．分散協調処理，マルチエージェントシステム，分散制約最適化問題に関する研究に従事．博士 (工学)．情報処理学会，電子情報通信学会，各会員．

松尾 啓志(正会員)

1983 年名古屋工業大学情報工学科卒業．1989 年同大学大学院博士課程修了．同年名古屋工業大学電気情報工学科助手．講師，助教授を経て，2003 年同大学院教授．2006 年情報基盤センターセンター長 (併任)．現在に至る．分散システムに関する研究に従事．工学博士．情報処理学会，電子情報通信学会，IEEE 各会員．