負の相関ルールを抽出する高速トップダウン型アルゴリズム

An Efficient Top-Down Mining of Negative Association Rules

井出 典子
Ide Noriko

山梨大学大学院 医学工学総合教育部 コンピュータ・メディア工学専攻
Computer Science and Media Engineering, Interdisciplinary Graduate School of Medical and Engineering, University of Yamanashi

岩沼 宏治
Iwanuma Koji

山梨大学大学院 医学工学総合研究部 コンピュータ・メディア工学専攻
Interdisciplinary Graduate School of Medical and Engineering, University of Yamanashi
iwanuma@yamanashi.ac.jp

山本 泰生
Yamamoto Yoshitaka

(同 上)
yyamamoto@yamanashi.ac.jp

keywords: negative association rule, mining, top-down search, suffix tree

Summary

Negative association rules represent some relationships between presence and absence of itemsets. In general, the number of negative association rules is enormously huge even if compared with that of positive association rules. Therefore, an efficient mining method is quite important. In this paper, we propose a novel top-down mining method for negative association rules in the forms of $X \Rightarrow \neg Y$ and $\neg X \Rightarrow Y$. The proposed method search a suffix tree over frequent itemsets in a top-down manner, and efficiently extract all of valid negative rules of these two types, step by step. The suffix tree plays very important roles for effectively pruning a lot of redundant searches such as the one producing non-minimal valid negative rules. We also show some good results of experiments for evaluating our proposed method. The proposed method is given for simple negative rule mining based on the support and confidence measures, therefore is definitely the most fundamental and important framework, into which additional measures can be easily introduced if necessary.

1. は じ め に

本論文では、データベース中の有用な負の相関ルールを完全かつ効果的に抽出することを目的として、トップダウン型の負ルール抽出アルゴリズムを提案する。また提案アルゴリズムを実装し実証評価を行った結果、良好な結果を得たので報告する。

正の相関ルール [AS 94, HPY00] とは、頻繁に共起する事象の関係を記述したものであり、 $X \Rightarrow Y$ のような形式のルールとなる。一方、本研究で扱う負の相関ルールは、ある事象が発生した際に別の事象が“生起しない”現象を記述するものであり、 $\neg X \Rightarrow Y$, $X \Rightarrow \neg Y$, $\neg X \Rightarrow \neg Y$ という形のルールとして記述される。これは実用上大変重要であり、1990 年代末から研究 [AY 98, BMS97, SON98] が行われてきた。

一般に、負の相関ルールは非常に多数存在し、正ルールと比較しても、その数は格段に多い。そのため、有用な負ルールを絞り込むための評価尺度についての研究 [AY 98, AZ04, BMS97, SON98, YBYZ02] が多く成されている。一方で、負の相関ルールの効率的で高速な抽出計算

法はあまり研究されてこなかった。先行研究 [WZZ04, CYZC06, ZY07] では、Apriori 流 [AS 94] のボトムアップ型の抽出計算法を提案している。この手法は負の相関ルールの膨大な台集合を明示的に生成してルール抽出を行っており、非常に効率が悪い。これに対して [WZC08] では、頻出アイテム集合の組合せから負の相関ルールを抽出し、負ルールの台集合の明示的な生成を避けている。しかし、やはりボトムアップ型の計算法を採用しており、負ルールの相互関係の検査が難しいために計算効率性は低い。

3 種類の負ルールのうち、両否定形のルール $\neg X \Rightarrow \neg Y$ は支持度と確信度による選別機構が有効に働かない。また、前件 $\neg X$ と後件 $\neg Y$ の間の統計的関係性を見出すことも一般にはかなり難しく、両否定形の負ルールの有効性は低いと考えられる。そこで本論文では左右の否定形、即ち $\neg X \Rightarrow Y$ と $X \Rightarrow \neg Y$ の形の負ルールに焦点を絞り、ルール抽出計算の高速化を考察する。具体的には、効率的なトップダウン型の抽出計算法を新たに提案する。提案手法では、頻出アイテム集合を接尾木上に保持し、トップダウン型の探索を行い、左右の否定形ルールの間

の関係を効率的に検査する．これにより探索の枝刈を効果的に実行し，負ルール抽出計算の高速化を図る．提案アルゴリズムの正当性を理論的に示すと同時に，試験的に実装したシステムを用いた性能評価実験の結果を報告する．

本論文では，負ルールの評価度は支持度と確信度だけを考慮して負ルールの抽出法を考えるが，これは他の評価尺度を加えていく上での基盤であり，その高速計算法の開発は極めて重要な試みである．

論文の構成は以下の通りである．第2章は前準備である．第3章では先行研究と本論文で扱う負の相関ルールの定義と性質について述べる．第4章で先行研究の問題点と，その解決策としての接尾木を用いた負の相関ルールのトップダウン型抽出アルゴリズムを示す．また正当性について理論的に証明する．第5章で実証実験の結果と考察を示す．第6章はまとめである．

2. 準備

$I = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ をアイテムの全体集合とすると，トランザクション t をアイテムの集合 $t \subseteq I$ と定める．トランザクションデータベース D をトランザクションの多重集合^{*2}とする． X をアイテム集合とすると， $X \subseteq t$ となる D 中のトランザクション t を出現と呼び，その出現の集合を $D(X)$ と略記する．集合 A の大きさ (濃度) を $|A|$ と表記するものとし， X の D 中の支持度 $\text{sup}(X)$ を， $\text{sup}(X) = \frac{|D(X)|}{|D|}$ と定義する．

正の相関ルール (以下，適宜“正ルール”と略記) を $X \cap Y = \emptyset$ であるアイテム集合 X, Y からなる表現 $X \Rightarrow Y$ と定める． X と Y をそれぞれルールの前件，後件と呼び， $X \cup Y$ を台集合 (underlying set) と呼ぶ．正ルールに対する支持度 sup と確信度 conf を以下のように定義する．

$$\text{sup}(X \Rightarrow Y) = \text{sup}(X \cup Y), \quad \text{conf}(X \Rightarrow Y) = \frac{\text{sup}(X \cup Y)}{\text{sup}(X)}$$

最小支持度 ms と最小確信度 mc とはユーザが支持度と確信度に関して与える閾値である． $\text{sup}(X) \geq ms$ を満たす X を頻出アイテム集合と呼ぶ．また $\text{sup}(X \Rightarrow Y) \geq ms$ と $\text{conf}(X \Rightarrow Y) \geq mc$ の両方を満たす $X \Rightarrow Y$ を有効 (valid) な正の相関ルールと呼ぶ．

3. 負の相関ルール

本論文では，負の相関ルール (negative association rule: 以下では適宜“負ルール”と略記する) を考察する． X と Y を $X \cap Y \neq \emptyset$ であるアイテム集合とすると，負ルールとは以下のいずれかの表現である．

$$\begin{aligned} X \Rightarrow \neg Y & \quad (\text{右否定形もしくは後件負形}), \\ \neg X \Rightarrow Y & \quad (\text{左否定形もしくは前件負形}), \end{aligned}$$

^{*2} と定義し，以下では適宜，データベースと略記する．データベースには同一のトランザクション (アイテム集合) が複数含まれてもよいとする．必要ならば ID 番号等で識別する．

$$\neg X \Rightarrow \neg Y \quad (\text{両否定形})$$

上記の $\neg X$ はアイテム集合の否定表現であり，負アイテム集合と呼ぶ．否定表現の解釈は一般に難しく，負の相関ルールにおいても，解釈は大きく2つに分かれている [CYZC06]．1つはアイテム集合内のアイテムの関係を論理和と考えるもの [AZ04, AY 98, BMS97, THC02, TRLD08] である．これは $X \Rightarrow \neg\{a, b\}$ を $X \Rightarrow \neg(a \vee b)$ と解釈するもので，「トランザクションに X が出現する場合，アイテム a, b はどちらも現れないことが多い」を表している． $X \Rightarrow (\neg a \wedge \neg b)$ と変形できるので，以下では否定積形と呼ぶ．もう1つの解釈は論理積で解釈するもの [CYZC06, SON98, WZC08, WZZ04, YBYZ02, ZY07] である．即ち， $X \Rightarrow \neg\{a, b\}$ を $X \Rightarrow \neg(a \wedge b)$ と解釈するもので，「 X が出現する場合， a, b のどちらか一方は出現しないことが多い」を表している． $X \Rightarrow (\neg a \vee \neg b)$ と変形できるので，以下では否定和形と呼ぶ．否定和形の負ルールの支持度は，下記に示すように正のアイテム集合の支持度を基に計算でき，正の相関ルールマイニングで開発された技術を比較的容易に転用できる．またアイテム集合 I を固定したときに，可能な負ルールの数も否定和形の方が大幅に少ない [CYZC06] ことが知られている．このような事情から近年では否定和形に関する研究が多くなされている．本論文では否定和形の負ルールに関する効率的な抽出計算を考察する．

負ルールの支持度と確信度を文献 [WZZ04] に従って定める．以下では C_X でアイテム集合 X または負アイテム集合 $\neg X$ のどちらかを表すものと約束する．

【定義1】 ([WZZ04]) 負アイテム集合および負ルールの支持度 sup と確信度 conf を以下のように定める．

$$\begin{aligned} \text{sup}(\neg X) &= 1 - \text{sup}(X) \\ \text{sup}(X \Rightarrow \neg Y) &= \text{sup}(X) - \text{sup}(X \cup Y) \\ \text{sup}(\neg X \Rightarrow Y) &= \text{sup}(Y) - \text{sup}(X \cup Y) \\ \text{sup}(\neg X \Rightarrow \neg Y) &= 1 - \text{sup}(X) - \text{sup}(Y) + \text{sup}(X \cup Y) \\ \text{conf}(C_X \Rightarrow C_Y) &= \frac{\text{sup}(C_X \Rightarrow C_Y)}{\text{sup}(C_X)} \end{aligned}$$

相関ルールの発見問題とは，支持度や確信度のような評価尺度とその閾値が与えられたときに，閾値を超える有効なルールをデータベースから全て抽出する計算問題である．負ルールは正ルールと比較しても，その数が格段に多い．そのため，これまでは負ルールを絞り込むための (支持度と確信度に続く) 新しい評価尺度が数多く研究されてきた [AY 98, AZ04, BMS97, SON98, YBYZ02]．支持度と確信度に基づく負ルールの抽出計算は，種々の負ルールの抽出計算の最も重要な基盤であるが，その研究はあまり行われてきていない．次節ではまず，有効な負ルールの概念定義に関する先行研究の問題点を述べ，その解決策について考察する．

3.1 先行研究と問題点

負の相関ルールの効率的な抽出計算に関する先駆的な研究として [WZZ04] がある．そこでは支持度と確信度に加えて，以下の興味度 (interest)^{*3}を用いて負ルールの評価と絞り込みを試みている．

$$\text{inter}(X, Y) = |\sup(X \cup Y) - \sup(X) \cdot \sup(Y)|$$

興味度は X と Y の独立性を示す尺度で，Lift などの多くの類似の尺度 [TKS02] がある．[WZZ04] では，支持度，確信度および興味度を用いて，正負の有効 (valid) な相関ルール $C_X \Rightarrow C_Y$ を以下のように定義している．

【定義 2】([WZZ04]) 支持度，確信度，興味度の閾値をそれぞれ ms, mc, mi とするとき，以下の条件を満たす $C_X \Rightarrow C_Y$ を SCI-有効な相関ルールと定める．

- (1) $X \cap Y = \emptyset$ ^{*4}
- (2) $\sup(X) \geq ms$ かつ $\sup(Y) \geq ms$
- (3) $\sup(C_X \Rightarrow C_Y) \geq ms$
- (4) $\text{conf}(C_X \Rightarrow C_Y) \geq mc$
- (5) $\text{inter}(C_X, C_Y) \geq mi$

この定義の下で，[WZZ04] では Apriori 準拠アルゴリズムを開発し，SCI-有効な正および負のルールの同時抽出を試みている．確信度と興味度は逆単調性を満たさないので，ルールの生成過程でこの 2 つの尺度を用いて不用意に枝刈をすると，アルゴリズムの完全性が失われてしまう．[CYZC06] ではこの点を指摘し，[WZZ04] の提案アルゴリズムが不完全であることを明らかにしている．この問題の解決を目指して，[CYZC06, WZC08] では興味度ではなく，極小性^{*5}に基づく探索空間の枝刈手法を考察している．以下に [WZC08] の右極小性の定義を示す．まず負ルールが SC-有効であることを，定義 2 の (1) から (4) の条件を満たす場合と定める．

【定義 3】([WZC08]) 以下の 2 つの条件を満たす右否定形 $C_X \Rightarrow \neg Y$ を右極小な負ルールと呼ぶ．

- (1) $C_X \Rightarrow \neg Y$ は SC-有効である．
- (2) Y の真部分集合 Y' で， $C_X \Rightarrow \neg Y'$ が SC-有効となるものは存在しない．

命題 1 (右単調性 [WZC08]) $Y \subset Y'$ に対して以下が成り立つ．

- (1) $\sup(C_X \Rightarrow \neg Y') \geq \sup(C_X \Rightarrow \neg Y)$
- (2) $\text{conf}(C_X \Rightarrow \neg Y') \geq \text{conf}(C_X \Rightarrow \neg Y)$

[補題 1] (SC-有効性の右単調性) 右否定形 $C_X \Rightarrow \neg Y$ が SC-有効ならば， $Y \subset Y'$ なる頻出アイテム集合 Y' に関して， $C_X \Rightarrow \neg Y'$ も必ず SC-有効である．

《証明》 命題 1 と SC-有効性の定義より明らか． □

補題 1 より，右極小でない右否定ルールは冗長と考えられる．以上から [WZC08] では，右否定形は右極小な SC-有効な負ルールだけに限定して抽出計算を行っている．

3.2 無矛盾性を考慮した負の相関ルール

本論文では，SC-有効性に更に無矛盾性 (consistency) 条件を追加した SCC-有効性を新たに提案する．

【定義 4】(SCC-有効性, 右極小性) 支持度，確信度それぞれの閾値を ms, mc とし， X と Y をアイテム集合とする． $C_X \Rightarrow C_Y$ を右否定，左否定，両否定のいずれかの形の負ルールとするととき，以下の条件を満たす $C_X \Rightarrow C_Y$ を SCC-有効な負の相関ルールと呼ぶ．

- (1) $X \cap Y = \emptyset$
- (2) $\sup(X) \geq ms$ かつ $\sup(Y) \geq ms$
- (3) $\sup(X \Rightarrow Y) < ms$
- (4) $\sup(C_X \Rightarrow C_Y) \geq ms$
- (5) $\text{conf}(C_X \Rightarrow C_Y) \geq mc$

SCC-有効な負ルールの右極小性は，定義 3 と全く同様に定める．

定義 4 は負ルールを対象としており，正ルールについては何も言及していない点に注意して頂きたい．定義 4 の条件 (3) は， $C_X \Rightarrow C_Y$ の骨格となる正ルール $X \Rightarrow Y$ に対する条件であり， $X \Rightarrow Y$ と $X \Rightarrow \neg Y$ が同時に抽出されるような矛盾を回避するために必要な条件である．以下では条件 (3) を満たす負ルールを無矛盾 (consistent) と呼ぶ．無矛盾性は [WZZ04, CYZC06, WZC08] では全く考慮されていない^{*6}．[TRLD08] では，抽出された主ルール (例えば， $X \Rightarrow Y$) に対する例外ルール ($X \Rightarrow \neg Y$) の同時抽出^{*7}を取り扱っているが，有効な例外ルールの判別基準を主な考察の対象としており，ファジィ関数の利用を提案している．筆者らの知る限り，負ルールの無矛盾性を明示的に考慮するのは，本論文が初めてである．

正ルールに対しては明らかに右逆単調性が成り立つ．即ち $Y \subset Y'$ に対して， $\sup(X \Rightarrow Y) \geq \sup(X \Rightarrow Y')$ が成り立つ．よって命題 1 と併せて以下が成り立つ．

[補題 2] (SCC-有効性の右単調性) 右否定形 $C_X \Rightarrow \neg Y$ が SCC-有効ならば， $Y \subset Y'$ なる頻出アイテム集合 Y' に関して， $C_X \Rightarrow \neg Y'$ も必ず SCC-有効である．

以上から，SCC-有効な右否定形に対しても，右極小性は妥当な定義となる．右極小でない SCC-有効な右否定ルールは冗長と考えられ，抽出の対象から取り除く．一方で $X \subset X'$ なる X と X' に対して， $\text{conf}(\neg X \Rightarrow C_Y)$ と $\text{conf}(\neg X' \Rightarrow C_Y)$ の大小関係は一般には定まらない．よって左否定形に関しては，極小性に基づくルール抽出

^{*3} この興味度は PS (Piatetsky-Shapiro) 尺度と呼ばれる場合 (例えば [TKS02]) が多い．

^{*4} 本論文では，この条件を非重複性条件と呼ぶ．

^{*5} [CYZC06] の極小性の定義は，確信度を考慮せずに支持度だけの極小性，即ち定義 2 の (1) から (3) を満たす極小なルールを考えており，確信度の充足性に関して問題が生じる．

^{*6} [WZZ04] で示されたルール抽出アルゴリズムでは，暗黙のうちに，無矛盾な負ルールだけを抽出ようになっている．しかし，負ルールの有効性の定義では無矛盾性は全く考慮されていない．即ち，抽出すべき負ルールの仕様と実際の抽出実行コードの間に齟齬が存在していることに注意して頂きたい．

^{*7} [TRLD08] では否定積形 $X \Rightarrow \neg a \wedge \neg b$ を扱っており，この意味でも本論文とは枠組みが異なる．

計算の効率化はできないことに注意して頂きたい。

4. 高速な抽出計算アルゴリズム

本章では SCC-有効な負ルールの高速抽出法を提案する。

4.1 先行手法の問題点とその解決法

先行研究 [WZZ04, CYZC06, ZY07] では, Apriori 法 [AS 94] に準拠して, 正と負の相関ルールを同時並行的に生成している。まず正負のルールの台集合の集合 PL と NL をそれぞれ生成し, 次に PL と NL の各集合を分割して正と負のルールを生成している。 PL は頻出アイテム集合の集合であり, NL は PL の補集合の集合である。一般に, NL は PL に比べて非常に大きな集合となり, 抽出には多大な時間がかかる。この解決を目的として, [WZZ04] では PL と NL の生成過程での確信度や興味度による枝刈りを行ったが, 結果としてアルゴリズムの完全性を失っていた [CYZC06]。

有効な負ルール $C_X \Rightarrow C_Y$ の定義から分かるように, X と Y は頻出アイテム集合であり, NL は本来は必要ない。[WZC08] では負ルールの台集合 NL は生成せずに, PL だけを生成し, PL 中の 2 つの頻出アイテム集合の組合せから有効な負ルールを生成している。以下では要素数 k の頻出アイテム集合の集合を $FISS^k$ と表記する。また以下の負ルールの集合を, $CR(i, j)$ と表記する。

$$\{C_X \Rightarrow C_Y \mid X \in FISS^i, Y \in FISS^j, \text{Pru}(X, Y)\}$$

但し, $\text{Pru}(_, _)$ は適当な枝刈り*8を行うための条件式である。このとき, [WZC08] の負ルール抽出アルゴリズムの骨格*9は以下になる。

[WZC08] の負ルール抽出アルゴリズムの骨格

Apriori 法で $FISS^1, \dots, FISS^n$ を生成;

$CR(1, 1)$ を生成;

for ($i := 1$; $i \leq n$; $i++$) do

for ($j := 1$; $j \leq n$; $j++$) do

for each $C_X \Rightarrow C_Y \in CR(i, j)$ do

$C_X \Rightarrow C_Y$ の SC-有効性や

右極小性を検査し, 合格した負ルールを抽出する

end for;

$CR(i, j+1)$ を, $CR(i, j)$ から枝刈りを行いながら生成する

end for

$CR(i+1, 1)$ を生成

end for

上記の負ルールの抽出部分も, Apriori スタイルのボトムアップ (幅優先探索) 型アルゴリズムである。[WZC08]

*8 例えば, 非重複性の条件 $X \cap Y = \emptyset$ や, 後述の conf_ub 尺度などで枝刈りする。

*9 [WZC08] では最初に $FISS^1, \dots, FISS^n$ をまとめて生成することは明記されていない。 $CR(i, j)$ 関数を呼び出すたびに何度も生成するのは, 明らかに無駄と考えられるので, 上記のような形式としてある。

図 1 接尾木

を含めた先行研究では, どれも探索空間の効果的な枝刈り技術について殆ど何も考察されていない。本質的に, 上のようなボトムアップ型計算の多重ループ構造では, 負ルールの相互の関係付けが難しく, 効果的な枝刈りを行うことは極めて難しい。そこで本論文では, トップダウン (深さ優先探索) 型の負ルール抽出アルゴリズムを提案する。

4.2 トップダウン型抽出アルゴリズム

負ルールには右否定, 左否定, 両否定の 3 つの形があるが, 両否定形 $\neg X \Rightarrow \neg Y$ は一般に非常に数が多い。アイテム集合 X と Y の支持度は (それらが頻出集合であっても) 通常かなり小さい。そのため両否定形の支持度と確信度は 1 に近い値となる (定義 1 を参照) ので, その殆どが閾値を満たすことになる。また $\neg X$ と $\neg Y$ が表すトランザクション集合は $D - D(X)$ と $D - D(Y)$ であるが, これらの間にも統計的に有意な関係性を見出すことは, 通常は困難*10と思われる。以上から, 両否定形の有用性は低く, 抽出計算を行う意味はかなり小さいと考えられる。そこで本論文では, 左右の否定形 $\neg X \Rightarrow Y$ と $X \Rightarrow \neg Y$ に焦点を絞り, その効率的な抽出計算法を提案し, 理論と実際の 2 つの側面から評価を行う。

[WZC08] の負ルール抽出アルゴリズムの欠点は, 有効な負ルールの候補の間の関連付けが弱く, 探索空間の枝刈りが難しいことであった。抽出するルールを左右の否定形に制限することにより, トップダウン型の探索抽出が容易になる。本論文では, 接尾木 (suffix tree) を用いて, 左右の否定形ルールの間に構造を導入し, 探索空間の効果的な枝刈り技術を開発する。

アイテム集合を節点とする接尾木の例を図 1 に示す。アイテムの間には適当な順序 $\prec$ を仮定し, アイテム集合をアイテムの列として取り扱う。図 1 ではアルファベット順 $a \prec b \prec c \prec d$ を仮定している。各節点 N_c の親は, 長さが 1 つだけ短い接尾辞 (suffix) をもつ節点 N_p である。子 N_c と親 N_p の差分アイテムは, $\prec$ 上において N_p 中のアイテムより前にあるものである。兄弟関係にある

*10 通常, $D(X)$ と $D(Y)$ は D よりもかなり小さい集合となるので, $(D - D(X)) \approx (D - D(Y)) \approx D$ となっている。

節点は $\prec$ に基づく辞書順で左から右へ並ぶ。接尾木上で左優先深さ優先探索を行うと、節点 N を訪問する時点で N の部分集合は全て訪問が完了している。この特徴は定義 4 の条件検査、特に右極小性を検査する上で都合が良く、効果的な探索空間の枝刈りに貢献^{*11}できる。

次に負ルール $C_X \Rightarrow C_Y$ が S-有効であることを、定義 4 の条件 (2) ~ (4)、即ち支持度に関する 3 条件を満たす場合と定める。定義より $\sup(X \Rightarrow \neg Y) = \sup(\neg Y \Rightarrow X)$ が成り立つので、以下が明らかに成り立つ。

命題 2 (S-有効性の左右同値性) 負ルール $X \Rightarrow \neg Y$ が S-有効であることと、 $\neg Y \Rightarrow X$ が S-有効であることは同値である。

よって右否定形の S-有効な負ルールを全て抽出すれば、構文的な変換処理だけで、左否定形の S-有効なルールも全て生成できることが分かる。本論文では SCC-有効な負ルールの抽出を行うが、S-有効性検査はその途中の処理と位置付けることができる。命題 2 は、その途中処理の手間を半分にできることを示しており、大変有用である。更に S-有効性の定義、命題 1 の (1) および命題 2 から以下が成り立つ。

[補題 3] (S-有効性の単調性) 右否定形 $X \Rightarrow \neg Y$ が S-有効ならば、 $Y \subset Y'$ なる頻出アイテム集合 Y' に関して、 $X \Rightarrow \neg Y'$ と $\neg Y' \Rightarrow X$ は必ず S-有効である。

上記の性質より、 $X \Rightarrow \neg Y$ が S-有効であるならば、 Y のみならず、接尾木上の Y の子孫節点 Y' を順次訪問し、2 つの負ルール $X \Rightarrow \neg Y'$ と $\neg Y' \Rightarrow X$ の重複性と確信度だけを検査して、SCC-有効性を確認することが可能となる。以上の考察を基に、本論文では以下の 2 ステップ型の負ルールの抽出計算法を新しく提案する。

トップダウン型の負の相関ルール抽出アルゴリズム

入力: トランザクションデータベース D ,

支持度の閾値 ms , 確信度の閾値 mc

出力: SCC-有効な負の相関ルールの集合。但し $X \Rightarrow \neg Y$ の型のルールは右極小なものに限定

ステップ 1: D から $\sup(F) \geq ms$ なる頻出アイテム集合 F を全て抽出し、その集合を FISS とする。

ステップ 2: FISS の要素を節点とする接尾木で組合せ探索を行い、 $X \in \text{FISS}$ と $Y \in \text{FISS}$ に対する負ルール $X \Rightarrow \neg Y$ の重複性、S-有効性および右極小性を検査する。検査を合格した場合には、確信度条件 $\text{conf}(X \Rightarrow \neg Y) \geq mc$ と $\text{conf}(\neg Y \Rightarrow X) \geq mc$ を確認し、SCC-有効な負ルールを抽出する。SCC-有効性を満たさない場合には、 Y の子孫節点 T に対して重複性と確信度条件を順次検査する。その過程で右極小性等の性質を利用して探索空間を効果的に枝刈する (詳細は次節を参照のこと)。

ステップ 1 には、近年開発された高速抽出法 [HPY00, UKA04] を利用できる。本論文のような枠組みは、頻出

アイテム集合の抽出法の将来の発展を取り込むことができ、この意味でも有効である。また、ステップ 2 中で行う (補題 3 に基づく) S-有効性と確信度の分離検査は、本論文での新しい試みであり、冗長な S-有効性 (即ち支持度) 検査を防止し、計算効率の改善が期待できる。接尾木を用いた組合せ探索も新しい手法であり、次節でその詳細を述べる。

4.3 接尾木を用いた SCC-有効性の高速検査

以下にステップ 2 の詳細アルゴリズムを示す。左否定形の負ルールでは極小性に基づく抽出計算の効率化はできないので、高速化のためには別の枝刈法が必要となる。幸いにも、左否定形ルールの確信度の上界を与え逆単調性も満たす近似関数 [WZC08] が知られているので、これを用いた分枝限定法 [亀谷他 11, MS00] を導入する。上界を与える関数として以下の conf_ub を考える。

$$\text{conf_ub}(\neg X \Rightarrow Y) = \frac{\sup(Y)}{1 - \sup(X)}$$

定義より以下が明らかに成り立つ。

命題 3 (上界関数 conf_ub の左逆単調性) X, X', Y をアイテム集合とし、 $X \subset X'$ と仮定する。このとき以下が成り立つ。

$$(1) \text{conf_ub}(\neg X \Rightarrow Y) \geq \text{conf}(\neg X \Rightarrow Y)$$

$$(2) \text{conf_ub}(\neg X \Rightarrow Y) \geq \text{conf_ub}(\neg X' \Rightarrow Y)$$

命題 3 より、 conf_ub は確信度の上界をなし、左逆単調性が成り立つことが保証されるので、接尾木上での $\neg Y \Rightarrow X$ 型の負ルール探索の枝刈り基準として使用できる。即ち、閾値 mc に対して $\text{conf_ub}(\neg Y \Rightarrow X) < mc$ ならば、 $\neg Y \Rightarrow X$ 自身、および Y の任意の子孫節点 T に関する $\neg T \Rightarrow X$ は全て閾値を満たさないことが保証でき、枝刈できる。なお [WZC08] では conf_ub の右逆単調性を利用している。左逆単調性の利用は本論文が初めてである。

次に幾つかの表記法を導入する。まず、 $\text{Subset}(X)$ で、アイテム集合 X からアイテムを 1 つ削除した部分集合の全体、即ち $\{X' \mid X' \subset X \text{ かつ } |X'| = |X| - 1\}$ を表す。また $\text{child-list}(X)$ を、節点 X の全ての子節点 (アイテム集合) が $\prec$ 上の辞書順に従って並んでいるリスト $W_1, \dots, W_k$ を返す関数とする。更に $\text{push-list}(\text{List}, ST)$ は、与えられたリスト List の各要素を逆順でスタック ST に格納する関数とする。最後に、接尾木上の探索において、節点がチェック済みであることをラベル “CH” で示す。また SCC-有効な負ルール $X \Rightarrow \neg Y$ の後件 Y にラベル “OK” をマークし、更に非極小な負ルール $X \Rightarrow \neg Y$ の後件 Y に対してラベル “NM” を用いる。一般に、極小性の検査は計算量的に計算が困難なことが多い。本論文では接尾木を用いて、 $\text{Subset}(X)$ の要素のラベルのチェックという簡便な操作 (後述の Has_No_Minimal 関数を参照) で極小性検査を実現する。

下記の疑似コード中の縦線 “|” は関数の入れ子関係を

*11 FP-growth 法 [HPY00] も暗黙のうちに、頻出アイテム集合を節点とする接尾木上で、深さ優先探索を行っていることが [亀谷他 11] で指摘されている。但し、左優先ではなく、右優先探索を行っている。そもそも FP-growth 法では極小性の概念は使用しないので、左優先探索の必要は無い。

分かり易くするための単なる補助線である．

ステップ 2 の疑似コード：

入力： トランザクションデータベース D ，

頻出アイテム集合の集合 $FISS$ ，

支持度の閾値 ms ，確信度の閾値 mc ，

出力： SCC -有効な負の相関ルールの集合．但し右否定形のルールは右極小なものに限定．

変数： SX, SY : スタック； X, Y : アイテム集合

%% $FISS$ の要素を節点とする接尾木 T において，左優先

%% 深さ優先戦略で節点を辿る．

m1: initialize(SX); %% スタック初期化

push-list(child-list(root), SX);

m2: while $SX \neq \emptyset$ do

$X := \text{pop}(SX)$;

initialize_label; %% 節点の前ラベルを消去

initialize(SY); %% スタック初期化

push-list(child-list($root$), SY);

m3: while $SY \neq \emptyset$ do

$Y := \text{pop}(SY)$;

Y にラベル CH をマークする;

m4: if $X \cap Y \neq \emptyset$ then

do_nothing

m5: else if $\sup(X \Rightarrow Y) < ms$ かつ

$\sup(X \Rightarrow \neg Y) \geq ms$ then

begin

m6: if Has_No_Minimal(Y) then

m7: if $\text{conf}(X \Rightarrow \neg Y) \geq mc$ then

節点 Y のラベルを OK に変更;

output($X \Rightarrow \neg Y$) %% 右極小ルール

m8: if $\text{conf}_{ub}(\neg Y \Rightarrow X) \geq mc$ then

%% $\neg Y \Rightarrow X$ の検査と生成

m9: if $\text{conf}(\neg Y \Rightarrow X) \geq mc$ then

output($\neg Y \Rightarrow X$) %% 有効ルール

end if;

m10: chk_conf_LN(X, Y)

%% Y の子孫節点 T に対して

%% $\neg T \Rightarrow X$ の確信度を検査

end if

m11: else if $\text{conf}_{ub}(\neg Y \Rightarrow X) \geq mc$ then

%% $\neg Y \Rightarrow X$ の検査と生成

m12: if $\text{conf}(\neg Y \Rightarrow X) \geq mc$ then

output($\neg Y \Rightarrow X$) %% 有効ルール

end if;

m13: push-list(child-list(Y), SY)

%% Y の子孫節点 T に対して

%% $X \Rightarrow \neg T$ および $\neg T \Rightarrow X$ の

%% 確信度を検査

else

m14: chk_conf_RN(X, Y)

%% Y の子孫節点 T に対して

%% $X \Rightarrow \neg T$ の確信度を検査

end if

else

m15: 節点 Y のラベルを NM に変更;

%% 以下は $\neg Y \Rightarrow X$ の検査と生成

m16: if $\text{conf}_{ub}(\neg Y \Rightarrow X) \geq mc$ then

%% 以下は $\neg Y \Rightarrow X$ の検査と生成

m17: if $\text{conf}(\neg Y \Rightarrow X) \geq mc$ then

output($\neg Y \Rightarrow X$) %% 有効ルール

end if;

m18: chk_conf_LN(X, Y)

%% Y の子孫節点 T に対して

%% $\neg T \Rightarrow X$ の確信度を検査

end if

end if

end

else %% $X \cap Y = \emptyset$ かつ

%% $\sup(X \Rightarrow Y) \geq ms$ または

%% $\sup(X \Rightarrow \neg Y) < ms$ の場合

m19: push-list(child-list(Y), SY)

end if

end while;

m20: push-list(child-list(X), SX)

end while

%% Has_No_Minimal(Y)

Has_No_Minimal(Y)

begin

h1: for each $Z \in \text{Subset}(Y)$ do

h2: if Z のラベルが CH である then

do_nothing

else

h3: break && return(false)

end if;

end for;

h4: return(True)

%% Subset(Y) 中の節点 Z のラベルには

%% OK や NM は 1 つも無く，またラベルが

%% ついていない場合も無かった場合

end

%% chk_conf_RN(X, Y)

chk_conf_RN(X, Y)

begin

r1: initialize(ST); %% スタック初期化

push-list(child-list(Y), ST);

r2: while $ST \neq \emptyset$ do

$T := \text{pop}(ST)$;

T にラベル CH をマークする;

r3: if $X \cap T \neq \emptyset$ then

do_nothing

r4: else if Has_No_Minimal(T) then

r5: if $\text{conf}(X \Rightarrow \neg T) \geq mc$ then

節点 T のラベルを OK に変更;

output($X \Rightarrow \neg T$) %% 右極小ルール

else

r6: push-list(child-list(T), ST)

end if

else

r7: 節点 T のラベルを NM に変更

end if

end while

end

%% chk_conf_LN(X, Y)

chk_conf_LN(X, Y)

begin

n1: initialize(ST); %% スタック初期化

push-list(child-list(Y), ST);

```

n2: while  $ST \neq \emptyset$  do
     $T := \text{pop}(ST)$ ;
     $T$  にラベル NM をマークする;
n3: if  $X \cap T \neq \emptyset$  then
    | do_nothing
n4: else if  $\text{conf\_ub}(\neg T \Rightarrow X) \geq mc$  then
n5: | if  $\text{conf}(\neg T \Rightarrow X) \geq mc$  then
    | output( $\neg T \Rightarrow X$ ) %% 有効ルール
    | end if;
n6: | push-list(child-list( $T$ ),  $ST$ )
    end if
end while
end

```

上記のアルゴリズムの完全性を示すために、まず単調性に関する命題を以下に示す。証明は自明である。

命題 4 (重複性の単調性) $X \cap Y \neq \emptyset$ ならば、 $Y \subset Y'$ である Y' に対して $X \cap Y' \neq \emptyset$ が必ず成り立つ。

上記のアルゴリズムはまず、行 m4 で X と Y の重複性を検査し、重複部分があれば子節点を枝刈している。この枝刈は命題 4 よりその安全性が保証される。次に m5 で S-有効性を検査し、有効性が確認できなければ、m19 の部分で Y の子節点に探索を移行させる。ルール候補の S-有効性は m5 で一括して検査し、それ以外では検査していないことに注意して頂きたい。確認できれば右極小性と確信度条件の検査を行う。m6 の Has_No_Minimal 関数(後述の補題 4 参照のこと)は、 $X \Rightarrow \neg Y$ より小さい SCC-有効な負ルールが存在するか否かを調べる。存在しない場合には m7 で確信度を調べている。更に $\neg Y \Rightarrow X$ の確信度を調べる (m9, m12) が、その前に上界関数 conf_ub も用いて枝刈 (m8, m11) を適宜行う。 $\neg Y \Rightarrow X$ に対する左極小性は意味をなさないので、適宜 Y の子孫節点 T も調べる必要 (m10, m13) がある。m14 に到達した時点では、m11 の conf_ub 検査で $\neg T \Rightarrow X$ の型の SCC-有効なルールは存在しないことが判明しているため、 $X \Rightarrow \neg T$ の型のルールだけを調べている。

m15 以下は、m6 の Has_No_Minimal 関数が偽となった場合の処理である。m10 および m18 は、既に右極小なルールが見つかった状態なので、 Y の子孫節点 T に対して $\neg T \Rightarrow X$ の型のルールだけを調べている。関数 chk_conf_LN はその子孫節点を調べるので、それらの節点には、最初にラベル NM をマーク (n2 部分の最後で) している。

関数 Has_No_Minimal(Y) は $X \Rightarrow \neg Y$ よりも小さい SCC 有効な負ルールの存在を、各 $Z \in \text{Subset}(Y)$ のラベルで判定している。Has_No_Minimal(Y) の動作の正当性は以下の補題から保証される。下記の条件 (1) と Has_No_Minimal 関数が偽 (false) を返すことは同値であることに注意して頂きたい。

[補題 4] (Has_No_Minimal 関数の正当性) ステップ 2 で接尾木を深さ優先左優先で探索するとき、外側の while ループでの処理対象の節点を X に固定して、内側の while

表 1 実験に使用したデータセットの概要

データセット	#(item)	#(trans.)	ave(item)
T10I4D100K	870	100,000	10.1
T40I10D100K	942	100,000	39.6
mushroom	119	8,124	23
retail	16,470	88,162	10.3
kosarak	41,270	990,002	7.1

ループの接尾木探索で関数 Has_No_Minimal(Y) が節点 Y に対して呼ばれた時点を考える。このとき以下の 2 つが同値である。

- (1) ある $Z \in \text{Subset}(Y)$ がラベル CH を持たない。
- (2) Y の真部分集合 $W (\subset Y)$ で、負ルール $X \Rightarrow \neg W$ が SCC-有効となるものが存在する。

《証明》証明は付録に示す。

補題 2, 3, 4 および命題 3, 4 とこれまでの議論から以下が明らかに成り立つ。

[定理 1] (アルゴリズムの正当性) ステップ 2 のアルゴリズムは完全かつ健全である。即ち、右否定形のルールに関しては、右極小な SCC-有効な負ルールを全て生成し、左否定形のルールに対しては SCC-有効な負ルールを全て生成し、それ以外のルールは生成しない。

5. 実験結果と考察

提案アルゴリズムを試験的に実装し、実証実験を行った結果を以下に示す。実験には、Frequent Itemset Mining Dataset Repository [FIMI] より、ランダムデータ 2 種と実データ 3 種のデータセットを用いた。各データセットの詳細を表 1 に示す。#(item) はデータセット中に含まれるアイテムの種類数を示し、#(trans.) はデータセット中のトランザクションの総数、ave(item) は、1 トランザクション中出现するアイテムの平均数である。

正の頻出アイテム集合の集合は、Apriori [Apriori] を使用して抽出を行った。最小確信度 mc を 0.4 に固定し、最小支持度 ms の値を変化させて負ルールを抽出した実験結果を表 2 に示す。

#(FIS) と #(FI) はそれぞれ頻出アイテム集合と頻出アイテムの数である。S-有効性を (m5 において) 検査する頻出アイテム集合の対 $\langle X, Y \rangle$ を、以下では sup 検査対と呼ぶ。定義 4 の非重複性と右極小性の条件を用いて枝刈りを行った場合に、sup 検査対がどの程度減少するかを削減率として示す。削減率は以下のように定める。

$$\text{削減率} = 1 - \frac{\text{sup 検査対の総数}}{\text{直積 FISS}^2 \text{の要素数}} (\%)$$

表 2 の右 2 列には、接尾木の探索中に行った重複性検査 (m4, r3, n3) と確信度左上界検査 (m8, m11, m16, n4) の総数を示している。

表 2 より、本論文で導入した各種の枝刈りによって、多くの場合に sup 検査対を大幅に削減でき、抽出計算の高

速化が達成されていることが分かる．削減率が低いのは，本実験の結果で見る限りにおいては，頻出アイテム集合の数が非常に小さい場合に限られている．探索時間は接尾木上の探索時間を示しているが，(同一のデータセットにおいては)sup 検査対の数にほぼ比例している．

本論文では，二つの頻出アイテム集合 X と Y を組合せて，有効な負ルールの生成を試みているが，表 2 での $\#(FI)$ に対する $\#(FIS)$ の比率と削減率との関係などを見ると，非重複性 ($X \cap Y = \emptyset$) の検査が，この枠組みにおいてかなり重要な役割を果たしていることが推測される．

次に最小支持度 ms の値を固定し，最小確信度 mc の値を変化させて負ルール抽出実験を行った結果を表 3 に示す．実験に使用したデータセットは retail を用い， ms は 0.001 に固定している．最小確信度の値を変更することによって，左否定ルールの抽出数は変動した．一方，右否定ルールの抽出数に大きな変化は見られない．

表 3 Retail セットでの最小確信度の変更に伴う抽出結果

mc	sup 検査対	削減率 (%)	探索時間 (sec)	左否定ルール	右否定ルール
0.4	16,087,611	72.07	415.65	1,977	15,943,237
0.5	16,087,611	72.07	412.22	963	15,943,237
0.6	16,087,835	72.07	414.77	0	15,943,196
0.7	16,088,997	72.06	412.89	0	15,944,623

今回の実験結果では全てのデータセットにおいて，右否定ルールは多数抽出されたが，左否定ルールはあまり抽出されなかった．確信度の定義は

$$\text{conf}(C_X \Rightarrow C_Y) = \frac{\sup(C_X \Rightarrow C_Y)}{\sup(C_X)}$$

であるが，ルール全体の支持度を前件の支持度で割っている．このため $X \Rightarrow \neg Y$ のような右否定ルールでは，前件の支持度が閾値を僅かに上回る場合には，確信度は大きな値，即ち 1 に近い値となる．一方で， $\neg X \Rightarrow Y$ の左否定ルールでは，分母となる $\sup(\neg X)$ の値が大きくなり確信度の値が小さくなる．このため今回のような結果になったと考えられる．mushroom データセットにおいては左否定ルールが多く抽出されているが，これは mushroom が稠密 (dense) であることが理由として考えられる．即ち，mushroom ではアイテム種類数に対してトランザクション平均長がかなり大きく，他のデータセットと比較して，個々のアイテムの出現割合が非常に大きい．このため確信度の分母の値が小さくなり，確信度が閾値を超える場合が増えたと考えられる．

左否定ルールと右否定ルールを別々の閾値で抽出する必要性や別の評価尺度を重複させて評価することの必要性は，これまでの先行研究では全く指摘されていなかった．本評価実験で初めて明らかになったものである．これらの点に関する具体的な考察は，今後の課題としたい．

6. ま と め

負の相関ルールの完全かつ効率的な抽出は，正のルールの抽出と比べると非常に困難である．本論文では，左否定形および右否定形の負ルールを対象として，トップダウン型の高速抽出アルゴリズムを新しく提案した．接尾木を用いた重複性，支持度，極小性，左右の確信度の効率的な検査方法と探索木の枝刈り手法を提案した．またアルゴリズムの理論的な正当性を証明すると同時に，その性能について実証的な評価を行い，良好な結果を示した．

本論文では負ルールの評価尺度は支持度と確信度だけを考へて，負ルールの高速抽出法を考えたが，これは今後種々の評価尺度を加えていく上での基盤となるものである．新しい評価尺度は，逆単調性を満たす上界関数が存在すれば，容易に本論文の抽出アルゴリズムに追加可能である．これらの拡張は今後研究を進めていく予定である．また負ルールには否定積形と否定和形が存在しているが，それぞれの応用特性などはまだ十分に研究されていない．これも今後の重要な研究課題と考えられる．

謝 辞

実証実験等に協力頂いた黒岩健歩氏 (山梨大学) に感謝致します．なお本研究は一部，平成 24 年度電気通信普及財団研究助成および JSPS 科研費 No.25330256 の援助を受けたものです．

◇ 参 考 文 献 ◇

- [Apriori] C. Borgelt: Apriori. <http://www.borgelt.net/apriori.html> (2013).
- [AS 94] R. Agrawal and R. Srikant: Fast Algorithm for Mining Association Rules. *Proc. 20th Intl. Conf. on Very Large Data Bases*, pp.487–499 (1994)
- [AY 98] C. C. Aggarwal and P. S. Yu: A New Framework for Itemset Generation. *Proc. 17th ACM SIGACT-SIGMOD-AIGART Symp. on Principles of Database Systems*, pp.18–24 (1998)
- [AZ04] M.-L. Antonie and O. R. Zaïane: Mining Positive and Negative Association Rules: An Approach for Confined Rules. *Proc. 8th Euro. Conf. on Principles and Practice of Knowledge Discovery in Databases*, pp.27–38 (2004)
- [BMS97] S. Brin, R. Motwani and C. Silverstein: Beyond Market Baskets: Generalizing Association Rules to Correlations. *Proc. 1997 ACM SIGMOD Intl. Conf. on Management of Data*, pp.265–276 (1997)
- [CYZC06] C. Cornelis, P. Yan, X. Zhang, and G. Chen: Mining Positive and Negative Association Rules from Large Databases. *Proc. CIS 2006. Lect. Notes in Comput. Sci.*, Vol.4456, pp.613–618 (2006)
- [FIMI] Frequent Itemset Mining Dataset Repository, URL: <http://fimi.ua.ac.be/>
- [亀谷他 11] 亀谷由隆, 佐藤泰介: 最小サポート上昇法に基づく上位 k 関連パターン発見. 人工知能学会データ指向構成マイニングとシミュレーション研究会 SIG-DOCMAS B101-4, pp.(2-24)–(2-32) (2011)
- [HPY00] J. Han, J. Pei and Y. Yin: Frequent Patterns without Candidate Generation. *Proc. 2000 ACM-SIGMOD Intl. Conf. on Management of Data*, pp.1–12 (2000)
- [MS00] S. Morishita and J. Sese: Traversing itemset lattices with statistical metric pruning. *Proc. 19th ACM SIGACT-SIGMOD-AIGART Symp. on Principles of Database*, pp.50-60 (2000)

表 2 接尾木を用いたトップダウン型の負ルール抽出計算の実験結果

データ セット	ms	#(FIS)	#(FI)	sup 検査対	削減率 (%)	探索時間 (sec)	左否定 ルール	右否定 ルール	重複性 検査	確信度左 上界検査
T10I4D100K	0.01	385	375	144,091	2.79	24.4	0	142,358	407	142,358
	0.02	155	155	23,870	0.65	5.82	0	22,604	155	22,604
	0.03	60	60	3,540	1.67	1.12	0	2,967	60	2,967
	0.04	26	26	650	3.85	0.24	0	543	26	543
	0.05	10	10	90	10.0	0.03	0	68	10	68
T40I10D100K	0.02	2,293	610	1,460,052	72.23	769.67	0	1,219,916	5,360	1,219,116
	0.03	793	486	389,963	38.00	247.15	0	330,682	1,356	330,682
	0.04	440	376	166,003	14.26	126.37	0	145,026	550	145,026
	0.05	316	301	95,023	4.84	80.91	0	82,267	336	82,267
mushroom	0.35	1,189	24	37,606	97.34	6.35	2,734	2,776	8,148	1,303
	0.40	565	21	16,858	94.72	2.56	1,007	1,007	3,174	405
	0.45	329	18	6,556	93.94	1.44	231	231	1,567	122
retail	0.001	7,589	2,117	16,087,611	72.07	415.65	1,997	15,943,237	19,780	15,943,134
	0.002	2,691	956	2,578,315	64.40	111.18	1,045	2,534,735	6,310	2,534,713
	0.003	1,393	515	719,765	62.91	46.53	572	701,456	3,209	701,445
	0.004	831	317	264,466	61.70	23.4	366	257,192	2,099	257,188
kosarak	0.01	383	54	21,779	85.15	68.76	43	15,025	1,456	15,021
	0.02	121	27	3,379	76.92	19.19	25	2,275	205	2,273
	0.03	65	16	1,086	74.30	9.15	13	638	195	635
	0.04	42	13	561	68.20	5.61	15	331	109	329
	0.05	33	10	324	70.25	3.88	8	161	86	160

- [SON98] A. Savasere, E. Omiecinski and S. Navathe: Mining for Strong Negative Associations in a Large Database of Customer Transactions. *Proc. Intl. Conf. on Data Engineering*, pp.494–502 (1998)
- [THC02] W.-Guang Teng, M.-J. Hsieh and M.-S. Chen: On the Mining of Substitution Rules for Statistically Dependent Items. *Proc. 2002 IEEE Intl. Cnfn. on Data Mining*, pp.442–449 (2002)
- [TKS02] P.-N. Tan, C. Kumar and J. Srivastava: Selecting the right interestingness Measure for association patterns. *Proc. 8th ACM SIGKDD Intl. Conf. on Knowledge Discovery and Data Mining*, pp.32–41 (2002)
- [TRL08] D. Taniar, W. Rahayu, V. Lee and O. Daly: Exception Rules in Association Rule Mining. *Applied Mathematics and Computation*, Vol.205, pp.735–750 (2008)
- [UKA04] T. Uno, M. Kiyomi and H. Arimura LCM ver. 2: Efficient Mining Algorithms for Frequent/Closed/Maximal Itemsets *Proc. IEEE ICDM Workshop FIMI04* (2004)
- [WZC08] H. Wang, X. Zhang and G. Chen: Mining a Complete Set of Both Positive and Negative Association Rules from Large Databases. *Proc. 12th Pacific-Asia Conf. on Advances in knowledge discovery and data mining*, pp.777–784 (2008)
- [WZZ04] X. Wu, C. Zhang and S. Zhang: Efficient Mining of Both Positive and Negative Association Rules. *ACM Trans. on Information Systems*, Vol.22(3), pp.381–405 (2004)
- [YBYZ02] X. Yuan, B. P. Buckles, Z. Yuan and J. Zhang: Mining Negative Association Rules. *Proc. 7th Intl. Symp. on Computers and Communication*, pp.623–629, (2002)
- [ZY07] L. Zhou and S. Yau: Efficient Association Rule Mining among Both Frequent and Infrequent Items. *Computers and Mathematics with Applications*, Vol.54, pp.737–749 (2007)

〔担当委員：高間 康史〕

2013 年 12 月 25 日 受理

◇ 付 録 ◇

A. 補題 4 の証明

接尾木上を深さ優先左優先で探索した場合の節点の出現順序を、 $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ とする。外側の while ループで固定した X に対して、内側の while ループで Has.No.Minimal が複数回実行されるので、Has.No.Minimal が検査した節点の出現順序を $Y_{i_1}, Y_{i_2}, \dots, Y_{i_k}$ ($1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$) とする。 i_j ($j = 1, \dots, k$) に関する帰納法で証明する。

帰納の基底: (1) と (2) の否定がそれぞれ成り立つことを示す。外側の while ループで固定された X に対して、 Y_{i_1} は初めて Has.No.Minimal が呼び出された節点なので、まだラベル OK や NM は一度もマークされておらず、Subset(Y_{i_1}) の節点でラベルを持つ場合は、全て CH である。また接尾木上の幾つかの節点は、枝刈によって探索されないの、いずれのラベルもマークされていないが、最初の Has.No.Minimal が呼び出される時点までは m4 の非重複性検査による枝刈しか実行されない。 Y_{i_1} に対しては $X \cap Y_{i_1} = \emptyset$ なので、任意の $Z \in \text{Subset}(Y_{i_1})$ に対しても $X \cap Z = \emptyset$ が成り立ち、非重複性検査による枝刈の対象とはならない。よって Subset(Y_{i_1}) の任意の節点はラベルを持ち、そのラベルは必ず CH となるので、(1) の否定が成り立つ。また初めて Has.No.Minimal が呼び出された状態であるので、 $1 \leq h < i_1$ なる全ての Y_h は m4 もしくは m5 の条件検査をパスしていない。よって $X \Rightarrow \neg Y_h$ は有効なルールとはならないので、(2) の否定も明らかに成り立つ。

帰納ステップ: $i_1, \dots, i_j$ に対して本補題が成り立つと仮定して、 i_{j+1} に対しても成り立つことを証明する。

まず (1) $\Rightarrow$ (2) を証明する。ある $Z_p \in \text{Subset}(Y_{i_{j+1}})$ がラベル CH を持っていない場合に、 $Y_{i_{j+1}}$ の真部分集合 $W (\subset Y_{i_{j+1}})$ で、負ルール $X \Rightarrow \neg W$ が SCC-有効となるものが存在することを証明する。 Z_p は接尾木上で Y_{i_h} と $Y_{i_{h+1}}$ ($1 \leq h < j$) の間で探索される順番にあると仮定する。

Z_p は、OK、NM のどちらかのラベルがマークされている場合と、何もマークされていない場合の 2 つに分けられる。OK がマークされている場合は、アルゴリズムの構成から、負ルール $X \Rightarrow \neg Z_p$ が SCC-有効であることが保証される。また $Z_p (= Y_{i_h})$ は Has.No.Minimal 関数の検査をパスしているから、帰納の仮定から、 $X \Rightarrow \neg Z_p$ は右

極小であることも保証される。

Z_p にラベル NM がマークされている場合は、アルゴリズムの構成から、 Y_{i_h} が Has.No.Minimal 関数検査で偽となり、 Z_p は Y_{i_h} 自身もしくはその子孫節点としてマークされている。よって $Y_{i_h} \subset Z_p$ である。また帰納の仮定より、 Y_{i_h} の真部分集合 W で $X \Rightarrow \neg W$ が SCC-有効となる負ルールが存在する。 $W \subset Y_{i_h} \subset Z_p \subset Y_{i_{j+1}}$ なので、(2) は明らかである。

ラベル CH は、探索候補スタックから取り出された節点全てに必ずマークされる (適宜、後で OK や NM に書き換えられる)。よって、ラベルをもたない節点 Z_p は、それ以前の枝刈によって探索されなかった (探索候補スタックに挿入されなかった) 節点である。その枝刈は重複性検査、極小性検査 Has.No.Minimal および確信度上界 conf_ub による検査に起因する 3 種類のものがある。 $Y_{i_{j+1}}$ は $X \cap Y_{i_{j+1}} = \emptyset$ なので、 $Z_p \in \text{Subset}(Y_{i_{j+1}})$ に関しても $X \cap Z_p = \emptyset$ が成り立つ。よって節点 Z_p は重複性検査による枝刈の対象とはならないので、 Z_p がラベルを持たないならば、それは極小性の検査 Has.No.Minimal または確信度上界の検査 conf_ub によって枝刈されている。 Z_p が Has.No.Minimal によって枝刈された場合には、アルゴリズムの構成より、 Y_{i_h} が Has.No.Minimal 関数検査で真 (m6, r4) となり、 $X \Rightarrow \neg Y_{i_h}$ が右極小な SCC 有効となっている。接尾木上で Z_p は Y_{i_h} の子孫節点であるので、 $Y_{i_h} \subset Z_p \subset Y_{i_{j+1}}$ となり、(2) は明らかである。

最後に Z_p が確信度上界 conf_ub によって枝刈された場合を考える。conf_ub は 4 か所 (m8, m11, m16, n4) で実行されるが、m11 で偽と判断された場合は m14 で chk_conf_RN 関数が呼ばれるので、枝刈は実施されない。残りの m8, m16, n4 で枝刈が実施されるが、 Z_p が m8 で枝切されている場合は、 Y_{i_h} に対して $X \Rightarrow \neg Y_{i_h}$ が右極小な SCC-有効な負ルールとなっている。m16 で枝刈された場合には Y_{i_h} が m6 の Has.No.Minimal 関数で偽と判断され、帰納の仮定より $W \subset Y_{i_h}$ で $X \Rightarrow \neg W$ が SCC-有効なもの存在する。 $W \subset Y_{i_h} \subset Z_p \subset Y_{i_{j+1}}$ なので、(2) は明らかである。n4 は chk_conf_LN 関数内にあるが、chk_conf_LN は m10, m18 で呼び出される。m10 で呼び出された場合は、 Y_{i_h} が Has.No.Minimal 関数検査で真 (m6) となり、 $X \Rightarrow \neg Y_{i_h}$ が右極小な SCC 有効となっている。接尾木上で Z_p は Y_{i_h} の子孫節点であるので、 $Y_{i_h} \subset Z_p \subset Y_{i_{j+1}}$ となり、(2) は明らかである。m18 で呼び出された場合は、 Y_{i_h} が Has.No.Minimal 関数検査で真 (m6) となり、帰納の仮定より $W \subset Y_{i_h}$ で $X \Rightarrow \neg W$ が SCC-有効なもの存在する。 $W \subset Y_{i_h} \subset Z_p \subset Y_{i_{j+1}}$ なので、明らかである。

次に (2) $\Rightarrow$ (1) を証明する。 $Y_{i_{j+1}}$ の真部分集合 W ($\subset Y_{i_{j+1}}$) で、負ルール $X \Rightarrow \neg W$ が SCC-有効となるもの存在すると仮定し、ある $Z_p \in \text{Subset}(Y_{i_{j+1}})$ がラベル CH を持たないこと、即ち Z_p がラベル OK, NM のどちらかがマークされているか、全くマークされていないことを証明する。

仮定より、右極小な負ルールが明らかに存在するので、それを $X \Rightarrow \neg W_{\min}$ とする。よって $W_{\min} \subset W \subset Z_p \subset Y_{i_{j+1}}$ なる Z_p ($\in \text{Subset}(Y_{i_{j+1}})$) が存在することは明らかである。一般性を失わずに、 Z_p は接尾木上で Y_{i_h} と $Y_{i_{h+1}}$ ($1 \leq h \leq j$) の間で探索される順番にあると仮定する。

Z_p が枝刈されて全くラベルがマークされていないのであれば、(1) は自明である。よって以下では Z_p はラベルを持つ、即ち探索候補スタックから取り出され (pop され) て一連の検査処理が行われる場合を考える。 $Z_p = W_{\min}$ の場合は、アルゴリズムの構成より、 $Z_p = Y_{i_h}$ となるので、帰納の仮定より Z_p に対して Has.No.Minimal 関数が真になり、 Z_p にはラベル OK がマークされる。 $Z_p \neq W_{\min}$ ならば、帰納の仮定より、 Y_{i_h} に対して Has.No.Minimal 関数が偽になるので。アルゴリズムの構成より、その後に Z_p にラベル NM がマークされるのは明らかである。以上より証明が終了した。□

著者紹介

井出 典子

2012 年山梨大学工学部コンピュータ・メディア工学科卒業、現在山梨大学大学院修士コンピュータ・メディア工学専攻在学。データマイニング、特に負の相関ルールの高速マイニングの研究に従事。

岩沼 宏治 (正会員)

1985 年東北大学大学院・電子及通信工学専攻修士課程修了。同年山形大学情報工学科助手。現在、山梨大学大学院・医学工学総合研究部教授。博士 (工学)。人工知能の基礎、特に非単調論理、定理自動証明プログラム、WEB 知的処理、系列データマイニング等の研究と開発に従事。1987, 89, 90, 91 年人工知能学会全国大会優秀論文賞。2004 年 FIT 優秀論文賞。2014 年日本ソフトウェア科学会第 3 回ソフトウェア論文賞。

山本 泰生 (正会員)

2005 年神戸大学大学院自然科学研究科電気電子工学修士課程修了。2010 年総合研究大学院大学博士課程修了。博士 (情報学)。2009 年より山梨大学大学院医学工学総合研究部助教。帰納論理プログラミング、仮説発見、システム生物学、Web 知的処理などの研究に従事。2010 年帰納論理プログラミングに関する国際会議 (ILP2010) において最優秀学生論文賞受賞。