スタビリティを指向する能力所要量計画に関する一考察
(柔軟ジョブショップへの適用)諏訪 晴彦^{*1}, 森田 大輔^{*2}A study on stability-directed capacity requirements planning
(Application to flexible job shops)Haruhiko SUWA^{*1} and Daisuke MORITA^{*2}^{*1}Department of Mechanical Engineering, Setsunan University,
17-8 Ikedanakamachi, Neyagawa, Osaka 572-8508, Japan^{*2}Faculty of Business Administration, Takachiho University,
2-19-1, Omiya, Suginami, Tokyo 168-8508, Japan

Received 2 December 2013

Abstract

This paper proposes a method for *stability*-directed capacity requirements planning (CRP). The stability signifies here the sustainability of manufacturing systems and the predictability of CRP under the dynamic environment. In our CRP method, the probability of overload of each operation order is calculated, and then the starting times of operation orders are determined so as to minimize such overload probabilities. In computational experiments, the proposed method is compared with two conventional methods in terms of the machine utilization and the schedule stability. The experimental results demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Key words : Capacity requirements planning, Job shops, Flexible manufacturing systems, Stability, Machine scheduling, Resource constraints, Robust manufacturing

1. は じ め に

製造活動において、迅速な納期回答や環境変動への柔軟な対応を実現しつつ生産システムの実行性能を最大限に発揮させるためには、計画プロセスでの環境変動への柔軟性とロバスト性の考慮が必要である。多くの場合、生産スケジューリングがその課題解決の役割を担うとされ、さまざまな研究が展開されてきた (Suwa and Sandoh, 2012)。しかし現実には、生産スケジューリングとは能力所要量計画 (Capacity Requirements Planning; CRP) の実施結果の下での意思決定プロセスであるがゆえに、生産スケジューリングの問題のみを切り出した上でその解決を図ることは自ずと限界がある。製造環境の変動の下での生産システムの安定的運用と製造資源の効率的利用の側面から、CRP を巧みに策定することが重要である (Hosni and Alsebaïse, 1987, Wortmann, et al., 1996, Ceryan and Koren, 2009)。

少なくとも直近 10 年の間に、さまざまな CRP の理論モデルや解法が提案されている。たとえば、半導体工場を対象とした確率計画モデルの構築と分枝限定法の構成 (Chen and Lu, 2012) や山崩しのための最適化ルール (Chen, et al., 1996) などが提案されている。臨床試験を考慮した製薬工場での CRP の混合整数計画モデル (Gatica, et al., 2003) などが提案されている。このように様々なモデル構築がなされているものの、多くの場合、環境変動への対応を積極的に考慮した方法論はほとんど議論されていない。CRP の意思決定レベルにおいて、スタビリティのある能力所要量計画が生成できれば、生産システムの運用を予測し、かつ生産スケジューリングの意思決定自体を柔軟に実施できることが期待できる (Gatica, et al., 2003)。スタビリティとは、不確定的事象の生起に破たんするこ

となく生産システムの持続的運用が可能であること、また CRP の実施結果の予測性が高いことを意味する。このような観点の下、本研究では、環境変動に対してスタビリティの高い CRP 技法を新たに提案する。

本論文では、まず対象とする CRP の問題を明らかにしたのち、スタビリティの高い生産システム運用を実現するための数理モデルとそれに基づく CRP 技法を提案する。提案手法では、作業オーダの資源要求量が生産能力を超える確率を算出したうえで、その確率の最小化を目的として、各作業オーダの開始時期の決定を行う点に特徴がある。数値実験では、提案手法と従前手法によって生成された計画を、設備稼働率とスタビリティの観点から評価する。

2. 問題の定義

2.1 CRP

製品のオーダが発生した場合、生産システム側では工程展開を通して、資材計画で得られた製造オーダが複数の作業オーダに展開される。作業オーダとは、ある工程での必要な製造個数を必要な時間で処理する行為に相当し、処理する工程や各工程における資源要求量などの属性を持つ。CRP では、計画期間の任意の時点で生産システムの製造能力を超えないよう各作業オーダの開始時期を決定する。ここでは、CRP の実施結果、すなわちすべての作業オーダの実行可能な開始時期が定まった計画を負荷計画と呼ぶこととする。

工程展開後のすべての作業オーダの集合を $A = \{1, \dots, N\}$ とし、作業オーダ $i \in A$ は n_i^O 個の製品をそれぞれ d_i^O 単位時間で処理する行為を表す。また、対象とする生産システムには N^W の工程があり、工程の集合を $W = \{1, \dots, N^W\}$ で表すとする。各工程 $k \in W$ の機械台数は N_k^W とする。

各作業オーダ i の開始時刻を S_i とする。 S_i は CRP の決定変数であり、作業オーダ i が期日 D_i までに工程 $W_i (\in W)$ で完了するよう定められなければならない。各作業オーダの工程順序は、作業オーダ i の後続オーダの集合 Q_i を用いて表すこととする。

ここでは、所与のすべての作業オーダを有限の生産能力で処理するために、CRP を実施することを考える。対象とする生産システムにおいて、工程 k の機械 1 台当たりの最大生産能力を c_k で表すと、工程 k の 1 期間あたりの生産能力 C_k は、機械台数 N_k^W を用いて、

$$C_k = c_k N_k^W \quad (1)$$

と試算できる。作業オーダ $i \in A$ が工程 k で処理される際の資源要求量 R_{ik} は、製品の個数と製品 1 つあたりの処理時間との積により得られるとする。すなわち、

$$R_{ik} = \begin{cases} n_i^O \cdot d_i^O, & \text{if } k = W_i \\ 0, & \text{if } k \in W \setminus W_i \end{cases} \quad (2)$$

である。ただし、作業オーダをまとめて処理しようとするなど、処理のタイミングによって資源要求量 R_{ik} が工程 k の生産能力 C_k を超過してしまうことがある。その際には、作業オーダを適当に分割し複数の期にわたって処理することにより、生産能力の超過を解消（山崩し）することとなる。ここでは、各作業オーダに対する属性としてモードと呼ばれる概念を付与することにより、山崩しを表現する。

作業オーダ i をモード m_i で処理するときの所要期間を d_{im_i} 、作業オーダの開始から t 期後の工程 k における資源要求量を $R_{ikm_i}(t)$ で表すこととする。このとき、各モード m_i において、次の関係式：

$$\sum_{t=1}^{d_{im_i}} R_{ikm_i}(t) = R_{ik} \quad (3)$$

$$R_{ikm_i}(t) = \xi d_i^O \quad (4)$$

が成立するとする。ただし、 ξ は正の整数である。

一例として、図 1 の 2 工程柔軟ジョブショップシステムにおける、6 個の作業オーダ（表 1）に対する CRP を考える。このシステムでは各工程に並列処理ができる 2 台のマシニングセルがある。表 1 では、作業オーダの個数 n_i^O 、処理時間 d_i^O 、資源要求量 R_{ik} 、さらには先行関係（ $Q_2 = \{3\}, Q_4 = \{5\}$ ）が表されている。これらの属性情報から各作業オーダの処理モードを特定することができる。例えば作業オーダ 4 ($i = 4$) の場合、図 2 に示す 4 種類の処理モードを考えることができる。

Table 1 Instance of CRP with $N = 6$.

i	n_i^O	d_i^O	W_i	R_{i1}	R_{i2}	Q_i	D_i
1	2	8	1	16	0	—	2
2	4	6	1	0	24	3	—
3	2	4	2	0	8	—	2
4	3	6	2	0	18	5	—
5	3	4	1	12	0	—	3
6	3	6	2	0	18	—	1

Fig. 1 Flexible job-shop system with two stages.

各作業オーダを、おのものの期日にあわせて山積みした結果の一例を図 3(a) に示す．ただし、各工程の最大生産能力 $C_1 = C_2 = 24$ としている．工程 2 の 2 期目でオーダの資源要求量が超過しているため、図 3(b) のように作業オーダ 4 の処理モードを $m_4 = 3$ とすることにより、実行可能な負荷計画が得られる．

2.2 生産スケジューリング問題

所定の期間において、2.1 に述べた CRP の実施結果に基づいて期ごとの生産スケジュールが生成されるとする．CRP の t 期で処理される作業オーダの集合を $A_t = \{i \mid S_i \leq t < S_i + d_{im_i}\}$ とすると、期間 $[c_k(t-1), c_k t]$ において工程 k で処理される作業数は、

$$n_{kt} = \frac{\sum_{i \in A_t} R_{ikm_i} (t - S_i)}{d_i^O} \quad (5)$$

と見積もることができる．ただし、オーダ i に関する作業 j は、工程 W_i における機械で d_i^O 単位時間だけ処理される．

図 3(b) に基づいて生成された生産スケジュールは図 4 のとおりである．

3. スタビリティを指向する CRP

3.1 CRP モデル

各オーダは、図 4 に示すような生産スケジュールに従って処理されることとなる．しかしながら実際の現場では、資材の到着の遅れや機械故障の発生などの不確定的事象の生起により、所要時間 d_i^O が予定よりも延長することがある．式 (2) より、所要時間の変動に伴い、オーダの資源要求量も変動することとなる．資源要求量の変動は生産能力の超過を招き、結果として当初の負荷計画どおりのオーダの処理が困難となることがある．すなわち、不確定的事象の生起と製造の遅延をある程度事前に予測した上で、各オーダの開始時刻を決定することができれば、環境変動にロバストな負荷計画の下での生産システムの運用が期待できる．

ここでは、CRP を資源制約付きプロジェクト・スケジューリング問題 (Resource Constrained Project Scheduling Problem; RCPSP) (Hartmann and Briskorn, 2010, Drezet and Billaut, 2008, Cavalcante, et al., 2001) として表す．さらにスタビリティの向上に関する指標として、工程の各期での生産能力の余裕を表す確率を新たに目的関数として

Fig. 2 Processing modes

Fig. 3 Capacity requirement planning

導入する．このような確率的 RCPSP は次のように定式化できる．

$$\min. C = \sum_{k \in W} \sum_{t=1}^T \sum_{\tau=C_k+1}^{U_{kt}} G_{kt}(\tau) \quad (6)$$

$$\text{s.t. } S_i + d_{im_i} \leq S_j \quad (i \in A, j \in Q_i) \quad (7)$$

$$S_i + d_{im_i} \leq D_i \quad (i \in A) \quad (8)$$

$$\max_{i \in A} (S_i + d_{im_i}) \leq T \quad (9)$$

$$\sum_{i \in A_t} R_{ikm_i}(t - S_i) \leq C_k \quad (k \in W, 1 \leq t \leq T) \quad (10)$$

$$S_i \geq 0 \quad (i \in A) \quad (11)$$

目的関数の右辺にある $G_{kt}(\tau)$ は、工程 k の期 t における資源要求量の総和が τ となる確率であり、 U_{kt} は資源要求量の上限である．上記の問題は、式 (6) に示した資源要求量が生産能力を超過する確率を最小化することを目的として、各オーダの開始時刻 S_i および処理モード m_i を決定する問題である．式 (7) は作業間の先行関係を表し、式 (8) は作業オーダ i が期日 D_i までに完了しなければならないことを表す．式 (9) はすべての作業オーダを計画期間内 $[0, T]$ で処理しなければならないことを表す．式 (10) は各期での資源要求量が工程の生産能力以下でなければならないことを示す．式 (11) は開始時刻の非負制約である．本研究では、式 (6)～(11) に示した意思決定モデルに対する CRP 技法を提案する．

Fig. 4 Illustrative example of a schedule.

3.2 確率 $G_{kt}(\tau)$ のモデルと算出方法

作業所要時間の遅延量を確率変数 X で表すこととする．遅延の大きさは有限とし，その上限を U とする．確率変数 X の確率密度関数 $f_X(\geq 0)$ を，

$$\int_0^U f_X(x)dx = 1 \quad (0 \leq x \leq U) \quad (12)$$

$$f_X(x) = 0 \quad (x < 0 \text{ or } x > U) \quad (13)$$

と定義する．一つの期で i 個の作業を実行した際，遅延量の総和が τ となる確率 $F_i(\tau)$ は，

$$F_1(\tau) = \int_{\tau-1}^{\tau} f_X(x)dx \quad (14)$$

$$F_i(\tau) = \sum_{v=0}^U \{F_{i-1}(\tau-v)F_1(v)\} \quad (15)$$

で得られる．ここで，工程 k の t 期の資源要求量は，

$$r_{kt} = \sum_{i \in A_t} R_{ikm_i}(t - S_i) \quad (16)$$

であり，資源要求量の総和が τ となる確率は，

$$G_{kt}(\tau) = F_{n_{kt}}(\tau - r_{kt}) \quad (\tau = 0, \dots, U_{kt}) \quad (17)$$

で算出される．ただし，

$$U_{kt} = r_{kt} + n_{kt}U \quad (18)$$

である．

3.3 負荷計画の生成手順

3.1 で述べた負荷計画の生成問題は，NP 困難に属することに加え，確率要素を含むことから厳密な最適手法を構成することは容易ではない．そこで本研究では，負荷計画の品質を求めつつも式 (6) を効率的に改善することを図り，貪欲 (Greedy) アプローチを提案する．具体的な手順は以下のとおりである．

Step 1: $C^* = \infty$ とする．山崩し法を用いて実行可能な負荷計画を生成する．

Step 2: オーダ i の開始時刻 $S_i = t$ ，実行モード $m_i = \hat{m}_i$ に変更した際に得られる負荷計画とそれに対応する遅延確率 $C_{it\hat{m}_i}$ を逐次算出していく．

Step 3: Step 2 の中で最小の確率 $C_{i^*t^*\hat{m}_{i^*}}$ を特定する．

Step 4: $C^* \leq C_{i^*t^*\hat{m}_{i^*}}$ ならば，手順を終了する．そうでなければ，最良値 $C^* \leftarrow C_{i^*t^*\hat{m}_{i^*}}$ と更新する．

Step 5: 作業オーダ i^* について，開始時刻 $S_{i^*} \leftarrow t^*$ ，実行モード $m_{i^*} \leftarrow \hat{m}_{i^*}$ として，Step 2 へ戻る．

以上の手順を通して，最終的な負荷計画が生成される．

Table 2 CRP instances used in computational simulations.

N_1^W	N_2^W	α	N	$\sum_{i \in A} R_{i1}$	$\sum_{i \in A} R_{i2}$
2	2	9.5	585	3405	3377
2	2	9.0	554	3238	3202
3	3	9.5	917	5245	5199
3	3	9.0	865	5014	4894

Table 3 Predictive machine utilization

Instances		(P)						(F)	(B)
(N_1^W, N_2^W, α)	T	35	36	37	38	39	40		
(2,2,9.5)	O_1	–	0.985	0.959	0.933	0.909	0.887	0.985	0.887
	O_2	–	0.977	0.951	0.926	0.902	0.879	0.977	0.879
(2,2,9.0)	O_1	0.964	0.937	0.912	0.888	0.865	0.843	0.992	0.843
	O_2	0.953	0.927	0.901	0.878	0.855	0.834	0.981	0.834
(3,3,9.5)	O_1	–	–	0.984	0.959	0.934	0.911	0.984	0.911
	O_2	–	–	0.976	0.950	0.926	0.903	0.976	0.903
(3,3,9.0)	O_1	0.995	0.967	0.941	0.916	0.893	0.870	0.995	0.870
	O_2	0.971	0.944	0.919	0.894	0.871	0.850	1.000	0.850

4. 数 値 実 験

3.1 の CRP モデルの妥当性と 3.2 の CRP 解法の有用性を検討するために数値実験を行った．ここでは，工程内に 2 台もしくは 3 台のマシニングセルを有する 2 工程柔軟ジョブショップ・システムを取り上げる．計画期間は $T = 35, 36, \dots, 40$ の 6 種類を考え，各期間における機械の生産能力量は， $c_k = 48$ ($k = 1, 2$) とした．作業オーダ i で生産される製品の個数 (n_i^O) と製品一つあたりの処理時間 (d_i^O) は，それぞれ区間 $[2, 5]$ および区間 $[1, 4]$ の一様乱数で与えた．また，生産オーダの納期 (D_i) は，10, 20, 30, 40 の 4 種類のいずれかを与えた．ここで，4 つに区切った期間 $[1, 10]$ ， $[11, 20]$ ， $[21, 30]$ ，および $[31, 40]$ のそれぞれで，納期 $D_i = 10, 20, 30, 40$ である作業オーダが処理されるものとする．ただし，各納期で処理される作業オーダの資源要求量の総和は αC_k 以下とした ($\alpha = 9.0, 9.5$)．ここでは，機械台数 N_k^W とパラメータ α の組み合わせに対して表 2 に示す四つの問題例を取り上げた．

本実験では，資材の到着の遅れや機械故障の発生などにより作業の処理が遅延する状況を考える．実際の遅延量は，式 (12) および式 (13) で想定する遅延の振る舞いとは異なり，平均 $1/\lambda$ の指数分布に従うこととした．すなわち，変数 X の確率密度関数 $f_X (\geq 0)$ は，

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases} \quad (19)$$

である．遅延量の期待値 $1/\lambda = 0.5$ で与えた．3.3 で述べた提案手法の比較対象として，実用性と解導出の高速性の点から次の二つの能力所要量計画法を取り上げた．

- フォワード法：各作業オーダ $i (\in A)$ ができるだけ早く開始するように開始時刻 S_i およびモード m_i を決定する．フォワード法による負荷計画では，各作業オーダの開始時刻が，最早開始時刻で与えられることとなる．
- バックワード法：先のフォワード法とは異なり，各作業オーダ $i (\in A)$ ができるだけ納期 D_i で完了するように開始時刻 S_i およびモード m_i を決定する．バックワード法では，各作業オーダの開始時刻は，納期を超えない範囲で最も遅い時刻 (最遅開始時刻) で与えられる．

以上の実験条件のもと，所与の CRP について，提案手法 (P)，フォワード法 (F) およびバックワード法 (B) を適用し，それぞれ負荷計画を生成した．負荷計画に基づいて，工程 k における稼働率

$$O_k = \frac{\sum_{i \in A} R_{ik}}{\max_{i \in A} (S_i + d_{im_i}) C_k} \quad (20)$$

を算出した．

Fig. 5 Schedule delay and machine utilization ($N_k^W = 2$) Fig. 6 Schedule delay and machine utilization ($N_k^W = 3$)

表 3 に稼働率の実験結果を示す．フォワード法は，各作業オーダの開始時刻を最早開始時刻で与える手法であるため，計画に余裕が生じにくい．そのため，問題例にかかわらず，フォワード法の稼働率が最も大きい．バックワード法は，全手法の中で稼働率が最も小さい値をとっている．これは，できる限り納期の近くで完了するように各オーダの開始時刻を決定するというバックワード法の特性に起因する．提案手法について見ると，計画期間 T が大きくなるとともに稼働率が減少する傾向がある．

次にスタビリティを評価するために，各手法によって得られた CRP から 3 種類の生産スケジュールを生成し，100 回の遅延シミュレーションを行った．なお，スケジュールの生成には最早納期規則 (EDD) を用いた．スタビリティの評価指標として各作業 j の開始時刻の遅延量

$$h(s'_j, s_j) = \max(0, s'_j - s_j) \quad (21)$$

をそれぞれのスケジュールに対して算出した．ただし， s_j および s'_j は，それぞれ作業 j の計画段階における開始時刻と実際の開始時刻を表す．

各工程の機械台数が 2 台の場合の作業開始時刻の遅延量の平均値と実際の稼働率の関係を図 5 に示す．同様に，機械台数が 3 台の場合の結果を，図 6 に示す．表 3 の稼働率に見られるように，フォワード法を用いることにより，高い稼働率が得られている．ただし，各作業に生じた遅延量については他の手法よりも大きい値をとっている．バックワード法では，稼働率が最も小さい値をとっているものの，遅延量に関してはフォワード法よりも良

好である．提案手法について見ると，計画期間 T を大きくするとともに，遅延量の減少がみられる．また，提案手法は計画期間 T を比較的大きく取る場合（例えば図 5(a) や図 6(a) では $T \geq 39$ ），バックワード法よりも遅延量と稼働率について良好な計画を生成することができる．フォワード法と比較すると，稼働率は同等であり，遅延量については提案手法が良好な結果となっている．以上の結果から本数値実験では，提案手法が稼働率および遅延量について有用であるといえる．

5. お わ り に

本研究では，環境変動に対するスタビリティの高い生産システムの運用を指向する新たな CRP 技法を提案した．提案手法は，作業オーダの資源要求量が生産能力を超える確率を算出したうえで，その確率の最小化を目的として，各作業オーダの開始時期の決定を行う．数値実験では，稼働率とスタビリティの観点から提案手法と従前手法とを比較した．実験の結果，提案手法によって，稼働率の低下を抑えつつスタビリティの向上が可能であることが明らかとなった．今後の課題としては，より複雑な生産システムへの適用が挙げられる．

謝 辞

本論文の一部は科学研究補助金基盤研究 (C) (課題番号 23510195) の補助を受けた．

References

- Cavalcante, C. C. B., Carvalho de Souza, C., Savelsbergh, M. W. P., Wang, Y. and Wolsey, L.A., Scheduling projects with labor constraints, *Discrete Applied Mathematics*, Vol. 112, No. 1–3 (2001), pp. 27–52.
- Ceryan, O. and Koren, Y., Manufacturing capacity planning strategies, *CIRP Annals – Manufacturing Technology*, Vol. 58 (2009), pp. 403–406.
- Chen, J. C., Chen, C.-W., Lin, C. J. and Rau, H., Capacity planning with capability for multiple semiconductor manufacturing fabs, *European Journal of Operational Research*, Vol. 91, No. 2 (1996), pp.386–394.
- Chen, T.-L. and Lu, H.-C., Stochastic multi-site capacity planning of TFT-LCD manufacturing using expected shadow-price based decomposition, *Applied Mathematical Modeling*, Vol. 36, No. 12 (2012), pp. 5901–5919.
- Drezet, L.-E. and Billaut, J.-C., A project scheduling problem with labour constraints and time-dependent activities requirements, *European Journal of Operational Research*, Vol. 112, No. 1 (2008), pp. 217–225.
- Gatica, G., Papageorgiou, L. G. and Sha, N., Capacity planning under uncertainty for the pharmaceutical industry, *Chemical Engineering Research and Design*, Vol. 81, No. 6 (2003), pp. 665–678.
- Hartmann, S. and Briskorn, D., A survey of variants and extensions of the resource constrained project scheduling problem, *European Journal of Operational Research*, Vol. 207, No. 1 (2010), pp. 1–14.
- Hosni, Y. A. and Alsebaie, A., Capacity planning in job-shop environment, *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 13, No. 1 (1987), pp. 96–99.
- Suwa, H. and Sandoh, H., *Online scheduling in manufacturing – Cumulative delay approach*, Springer (2012).
- Wortmann, J.C., Euwe, M.J., Taal, M. and Wiers, V.C.S., A review of capacity planning techniques within standard software packages, *Production Planning & Control*, Vol. 7, No. 2 (1996), pp. 117–128.