複数の動吸振器による電動機固定子の制振

吉武 裕^{*1}, 片原田 浩之^{*2}, 近藤 良平^{*3}
野崎 優^{*3}, 山崎 豪^{*4}, 田中 秀樹^{*3}

Vibration control of induction motor stator using multiple dynamic absorbers

Yutaka YOSHITAKE^{*1}, Hiroyuki KATAHARADA^{*2}, Ryohei KONDOH^{*3},
Suguru NOZAKI^{*3}, Goh YAMASAKI^{*4} and Hideki TANAKA^{*3}^{*1} Graduate School of Engineering, Nagasaki University

1-14 Bunkyo-machi, Nagasaki-shi, Nagasaki 852-8521, Japan

^{*2,*4} Toshiba Mitsubishi-Electric Industrial Systems Corporation

6-14 Maruo-machi, Nagasaki-shi, Nagasaki 852-8004, Japan

^{*3} Department of Advanced Engineering, Graduate School of Engineering, Nagasaki University

1-14 Bunkyo-machi, Nagasaki-shi, Nagasaki 852-8521, Japan

Received 23 March 2014

Abstract

This paper deals with the quenching problem of electromagnetic vibration of the motor stator in the wide frequency region around the natural frequency using multiple dynamic absorbers. The iron stator of motor is modeled by circular ring, and a pair of dynamic absorbers or two pair of them are installed on the outside of the circular ring to quench the forced vibration caused by the rotating distributed electromagnetic force. The solutions of forced vibration are obtained by the theoretical analysis. Following was made clear: (1) By installing two dynamic absorbers those have the same appropriate natural frequency ratios and damping ratio, the iron stator is quenched well. (2) By installing the same two dynamic absorbers leaving an angle that is equals to the one between loop and node of the mode to be quenched, the iron stator is quenched best. (3) By installing the two dynamic absorbers those have different natural frequency ratios and damping ratios each other, the quenching effect become a little better than the case mentioned above. (4) By installing the multiple pair of dynamic absorbers, the quenching effect become much more better than the cases using a pair of dynamic absorbers.

Key words: Vibration control device, Forced vibration, Dynamic absorber, Motor, Iron stator, Electromagnetic force

1. 緒 言

電動機では、固定子と回転子間に作用している電磁力により固定子が振動し、電磁騒音（堀，田中，2010）（野田他，1993）が発生することがあり、また、近年よく使われるインバータ制御された電動機では駆動回転数が広範囲で変わるため防振が難しくなっている。さらに、電動機の制振のために動吸振器などの制振装置を使うことも考えられるが、電動機では空間に分布した電磁力が回転することにより固定子鉄心の振動モードも回転し、振動モードが空間に固定されないため、制振が困難となる（一文字他，2010）。このような状況の中、著者らは振動モードが回転する固定子の電磁振動の制振のために、一対の動吸振器を用いる方法を提案し、理論解析と有限要素解析に基づくシミュレーションからその有効性を示した（吉武他，2013）。

本研究では、さらにインバータモータのような駆動回転数が広範囲で変わる電動機の制振のために、減衰をもつ一対の動吸振器の最適な設計について詳しく調べるとともに、いわゆる多重動吸振器（背戸，2010a）に相当する複数対の動吸振器による最適な制振についても調べることを目的とする。

No.14-00166 [DOI: 10.1299/transjsme.2014dr0305]

^{*1} 正員，長崎大学 大学院工学研究科（〒852-8521 長崎県長崎市文教町 1-14）^{*2} 東芝三菱電機産業システム（株）（〒852-8004 長崎県長崎市丸尾町 6-14）^{*3} 長崎大学 大学院工学研究科 博士前期課程 総合工学専攻^{*4} 正員，東芝三菱電機産業システム（株）

E-mail of corresponding author: yoshitak@nagasaki-u.ac.jp

2. 解析モデルと運動方程式

ハンマリング試験において電磁振動が問題となる数千Hz以下の振動数範囲には軸方向に節があるモードは得られなかった(吉武他, 2013)ため, 簡単のために電動機固定子を変位の軸方向の分布を考えない図1に示すような一様な円環で近似することとし, これに発生する電磁振動を $\theta = \theta_j (j=1, \dots, N)$ に設置した N 個の動吸振器により制振する問題を考える.

固定子の半径方向の変位 u は, M 個の振動モードを考慮するとき, 次式で表される (Timoshenko, et al., 1974) (吉武他, 2013).

$$u = \sum_{i=1}^M (a_i \cos i\theta + b_i \sin i\theta) \quad (1)$$

ここに

- θ : 円周方向の座標 (rad) (反時計回りが正)
- i : 円周方向の振動モードを表す整数 ($i=1, \dots, M$)
- a_i : $\theta=0$ に腹をもつモード i の変位
- b_i : $\theta=\pi/(2i)$ に腹をもつモード i の変位

電動機に作用する外力として一般的なものは半径方向に作用する力が円周方向に分布するとともに円周方向に回転するものであるので, それを次式で表す(堀, 田中, 2010) (一文字他, 2010).

$$F(\theta, t) = F_s \cos(\Omega_s t + s\theta) \quad (2)$$

ここに

- s : 電磁力のモードを表す整数
- Ω_s : モード s をもつ電磁力の角振動数
- F_s : モード s の電磁力の振幅

実際の電磁力は多くの振動数成分を含むが, 簡単のため, $F_s \cos(\Omega_s t + s\theta)$ の成分のみ作用する場合を考えると, 固定子の $\cos i\theta$ モードの変位 a_i , $\sin i\theta$ モードの変位 b_i , および, 動吸振器の運動方程式($j=1, 2, \dots, N$)は次式となる(吉武他, 2013).

$$\begin{aligned} & (1 + \frac{1}{i^2})\pi r \rho A \ddot{a}_i + (1 - i^2)^2 EI \frac{\pi}{r^3} a_i + \sum_{j=1}^N k_j \cos i\theta_j \left\{ \sum_{i=1}^M (a_i \cos i\theta_j + b_i \sin i\theta_j) - x_j \right\} \\ & = \int_0^{2\pi} F_s \cos(\Omega_s t + s\theta) \cos i\theta d\theta \end{aligned} \quad (3)$$

Fig.1 Vibration model

Fig.2 Electromagnetic force($s=2$)

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{1}{i^2}\right) \pi r \rho A \ddot{b}_i + (1-i^2)^2 EI \frac{\pi}{r^3} b_i + \sum_{j=1}^N k_j \sin i \theta_j \left\{ \sum_{i=1}^M (a_i \cos i \theta_j + b_i \sin i \theta_j) - x_j \right\} \\ & = \int_0^{2\pi} F_s \cos(\Omega_s t + s \theta) \sin i \theta d\theta \end{aligned} \quad (4)$$

$$m_j \ddot{x}_j + k_j \left\{ x_j - \sum_{i=1}^M (a_i \cos i \theta_j + b_i \sin i \theta_j) \right\} = 0 \quad (5)$$

ここに

- r : 円環の半径
- u : 半径方向変位 (外向きが正)
- E : 縦弾性係数
- A : 断面積 (長方形断面の場合は円環の厚さ h と軸方向長さ L の積)
- I : 環の面に垂直な主軸に関する断面二次モーメント (長方形断面の場合は $L h^3/12$)
- ρ : 密度
- u_j : 動吸振器設置位置 ($\theta = \theta_j$) における固定子の半径方向変位
- x_j : $\theta = \theta_j$ に設置した動吸振器の変位
- m_j : $\theta = \theta_j$ に設置した動吸振器の質量
- k_j : $\theta = \theta_j$ に設置した動吸振器のばね定数

式(3)から(5)を解くことにより定常解を求めることができる。

主系として、 i 次モードのみ採用し、 $i=s$ の場合を扱う。また、主系と動吸振器にそれぞれ粘性減衰力も追加する。このとき、主系と動吸振器の運動方程式は以下ようになる。

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{1}{i^2}\right) \pi r \rho A \ddot{a}_i + c_{0i} \dot{a}_i + (1-i^2)^2 EI \frac{\pi}{r^3} a_i \\ & + \sum_{j=1}^N c_j \cos i \theta_j \left\{ \dot{a}_i \cos i \theta_j + \dot{b}_i \sin i \theta_j \right\} - \dot{x}_j + \sum_{j=1}^N k_j \cos i \theta_j \left\{ (a_i \cos i \theta_j + b_i \sin i \theta_j) - x_j \right\} \\ & = \pi F_s \cos \Omega_s t \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{1}{i^2}\right) \pi r \rho A \ddot{b}_i + c_{0i} \dot{b}_i + (1-i^2)^2 EI \frac{\pi}{r^3} b_i \\ & + \sum_{j=1}^N c_j \sin i \theta_j \left\{ \dot{a}_i \cos i \theta_j + \dot{b}_i \sin i \theta_j \right\} - \dot{x}_j + \sum_{j=1}^N k_j \sin i \theta_j \left\{ (a_i \cos i \theta_j + b_i \sin i \theta_j) - x_j \right\} \\ & = -\pi F_s \sin \Omega_s t \end{aligned} \quad (7)$$

$$m_j \ddot{x}_j + c_j \left\{ \dot{x}_j - (\dot{a}_i \cos i \theta_j + \dot{b}_i \sin i \theta_j) \right\} + k_j \left\{ x_j - (a_i \cos i \theta_j + b_i \sin i \theta_j) \right\} = 0 \quad (8)$$

ここに、 $c_{0i} (i=1, \dots, M)$ は主系の粘性減衰係数であり、 $c_j (j=1, \dots, N)$ は動吸振器の粘性減衰係数である。

3. 数値解析結果

以下、 $i=2$ のモードの共振点付近のある程度広い領域における制振を考える。 $i=2$ のモード以外についても同様に 2 個の動吸振器により制振できることは前報 (吉武他, 2013) で示している。数値計算においては主系の減衰比を 0.02 とする。

3・1 2個の動吸振器による制振

2個の動吸振器を用いた $i=2$ のモードの制振を考える．式(6)から式(8)の定常解を次式のようにおく．

$$a_2 = A_1 \cos \Omega_2 t + B_1 \sin \Omega_2 t, \quad b_2 = A_2 \cos \Omega_2 t + B_2 \sin \Omega_2 t \quad (9)$$

$$x_1 = A_3 \cos \Omega_2 t + B_3 \sin \Omega_2 t, \quad x_2 = A_4 \cos \Omega_2 t + B_4 \sin \Omega_2 t \quad (10)$$

式(9), (10)を式(6)から式(8)に代入し, 各式の $\cos \Omega_2 t$, $\sin \Omega_2 t$ の係数を両辺比較することにより, $A_1 \sim A_4$, $B_1 \sim B_4$ に関する連立方程式を求め, それを解いて $A_1 \sim A_4$, $B_1 \sim B_4$ を求めることにより定常解を得る．動吸振器と主系の質量比は $\mu = m_1/m_{02} = m_2/m_{02} = 0.02$ とした ($m_{02} = 5\pi r \rho A/4$)．

以下の共振曲線では, 縦軸は次式で示すように, 式(1)で表される半径方向の変位 u の2乗を空間と時間で平均したものを $(F_2 \pi / k_{02})^2$ で除して無次元化したもので定義している ($k_{02} = 9EI\pi / r^3, T = 2\pi / \Omega_2$)．

$$A^2 = \frac{1}{T \cdot 2\pi} \int_0^T \int_0^{2\pi} u^2 d\theta dt / (F_2 \pi / k_{02})^2 \quad (11)$$

また, 横軸も $\nu = \Omega_2 / \omega_{02}$ として電磁力の角振動数を $i=2$ のモードの固有角振動数で無次元化している ($\omega_{02}^2 = 36EI/5\rho A r^4$)．よって, 横軸の $\nu = 1$ が主系の無次元固有角振動数, つまり, 共振点となる．

3・1・1 2個の動吸振器が同じ場合

ここでは, 2個の動吸振器の質量だけでなく, 固有振動数と減衰比も互いに等しい場合を取り扱う．

2個の動吸振器の予め仮定した設置間隔の場合についての最適な動吸振器の定義は, 共振点を含むある程度広い振動数領域 (ここでは $\nu = 0.7 \sim 1.2$ とした) における式(11)で表される振幅の最大値が最小となるような固有角振動数比と減衰比をもつ動吸振器とする．動吸振器の固有角振動数比と減衰比の最適値は, それらの値を 0.0001 間隔で変化させながら両者の全ての組み合わせについて $\nu = 0.7 \sim 1.2$ の範囲で振幅を計算し, 前述の定義に基づいて求めた．

図3から図5にそれぞれ一対の動吸振器の設置間隔を $15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ としたときの主系の共振曲線を示す．以下に示す共振曲線の図においては, 黒色の実線 (Without D.A.) は動吸振器が無い場合を, 青色の実線 (Without Damping) は減衰のない動吸振器を2個設置した場合 (固有角振動数比は 1.0) を, 赤色の実線 (Best Tuned) は最適な固有角振動数比と減衰比を与えた2個の動吸振器を設置した場合の共振曲線である．また, 図6から図8にそれぞれ各動吸振器の設置間隔における最大振幅, 最適固有角振動数比, 最適減衰比を示している．

図3～図5のいずれも赤線で示している動吸振器に最適な固有角振動数比と減衰比を与えた場合を考える．いずれの図においても動吸振器に減衰がない青線の共振曲線と比較して, 共振点付近の幅広い振動数領域でよく制振されていることがわかる．図3の2個の動吸振器の開き角が 15° の場合は, 4つの共振ピークが見られるが, 図4と図5の動吸振器の開き角がそれぞれ 30° と 45° の場合は, 共振ピークは2個のなだらかなものとなり, 最大振幅も動吸振器の開き角が 15° の場合よりも小さくなっている．動吸振器の各設置間隔における最大振幅を示した図6からは, 設置間隔が小さいときほど最大振幅は大きく, また, 制振対象の $i=2$ の振動モードの腹と節の間隔である 45° の時に最大振幅は最も小さいことがわかる．また, 設置間隔がおおよそ 30° 以上では最大振幅はほとんど変わらないことがわかる．このことは, 実際の電動機においては固定子本体の外周にある部品や機器等の制約から, 最適設計された動吸振器を必ずしも制振対象モードの腹と節の間隔で設置できない場合も考えると, 設計上重要な知見である．

図7に示した動吸振器の各設置間隔とそのときの最適な固有角振動数比との関係から, 設置間隔が狭いときは最適な固有角振動数比は 1 に近く, 設置間隔が振動モードの腹と節の間隔に近づくにつれて最適な固有角振動数比の値は少し小さくなっていることがわかる．1自由度の主系の減衰比が γ の場合, 動吸振器を用いた制振における固有角振動数比 κ の最適値の近似式が背戸 (背戸, 2010b) により次式のように示されている．

Fig.3 Resonance curve

(With two dynamic absorbers, $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 15^\circ$)

Fig.4 Resonance curve

(With two dynamic absorbers, $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 30^\circ$)

Fig.5 Resonance curve

(With two dynamic absorbers, $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 45^\circ$)

Fig.6 Relation between maximum amplitude and angle

(With two optimum dynamic absorbers)

Fig.7 Relation between optimum natural frequency ratio and angle (With two optimum dynamic absorbers)

Fig.8 Relation between optimum damping ratio and angle (With two optimum dynamic absorbers)

$$\kappa = \frac{1}{1+\mu} - (0.241 + 1.74\mu - 2.6\mu^2)\gamma - (1 - 1.9\mu + \mu^2)\gamma^2 \quad (12)$$

このとき、 $\gamma = 0.02$ 、 $\mu = 0.02$ を式(12)に代入すると、1 自由度系の制振のための動吸振器の固有角振動数比の最適値として $\kappa = 0.9745$ が得られる。本研究では、図 7 からわかるように動吸振器の設置間隔が、振動モードの腹と節の間隔である 45° に近づくにつれ、ほぼこの値に収束していることがわかる。これは、式(6)~(8)からわかるように考えている系は 4 自由度系となっているが、制振したい振動モードの腹と節の間隔に動吸振器をそれぞれ 1 個設置した場合、系が 2 つの別々の 2 自由度系として応答するためである。逆に、動吸振器の設置間隔が制振したい振動モードの腹と節の間隔でない場合、式(12)の近似式を用いることができない。

図 8 に示した動吸振器の各設置間隔とそのときの最適な減衰比との関係から、動吸振器の設置間隔が振動モードの腹と節の間隔に近づくにつれて、最適な減衰比の値はかなり大きくなることがわかる。1 自由度の主系の減衰比が γ の場合の動吸振器を用いた制振における動吸振器の減衰比 γ_d の最適値の近似式が背戸（背戸，2010b）により次式のように示されている。

$$\gamma_d = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)}} + (0.130 + 0.12\mu + 0.4\mu^2)\gamma - (0.01 + 0.9\mu + 3\mu^2)\gamma^2 \quad (13)$$

このとき、上式を計算すると 1 自由度系の制振のための動吸振器の減衰比の最適値として $\gamma_d = 0.0883$ が得られる。図 8 からわかるように、本研究では、動吸振器の設置間隔が制振対象の振動モードの腹と節の間隔である 45° に近づくにつれ、この値に収束する。この理由は最適な固有角振動数比の場合と同じである。

3・1・2 2 個の動吸振器が異なる場合

ここでは、2 個の動吸振器の質量は同じであるが、それらの固有振動数と減衰比はそれぞれ互いに異なる場合を取り扱う。

前項では、一对の動吸振器の固有角振動数比と減衰比が等しいという仮定の元に最適設計を行った。しかし、振動モードの腹と節の間隔以外で動吸振器を設置した場合、固有角振動数比と減衰比の最適値は一对の動吸振器で互いに等しくならない可能性がある。そこで、最適設計条件として一对の動吸振器の固有角振動数比と減衰比が相異なる場合を考える。

まず、以下のように、Case1 と Case2 を定義する。

Case1：2 個の動吸振器の固有角振動数比と減衰比がそれぞれ同じ場合

Case2：2 個の動吸振器の固有角振動数比と減衰比がそれぞれ異なる場合

動吸振器の最適値は、前項と同様に動吸振器の固有角振動数比と減衰比の多くの組み合わせについて 0.0001 の精度で計算した。ただし、2 つの固有角振動数比と 2 つの減衰比で、計 4 個のパラメータの全ての組合せについて計算したことが前項と異なる。

図 9 に動吸振器の設置間隔と最適化したときの最大振幅の関係を示す。図(a)が全体図、図(b)は拡大図である。図中の黒色の丸印は Case1、赤色の丸印は Case2 の場合を示している。図 9 から、全ての設置間隔で Case1 よりも Case2 の方が最大振幅が小さいことがわかる。動吸振器の設置間隔が振動モードの腹と節の間隔に近い時は Case1 の最大振幅と Case2 の最大振幅の差はわずかであるが、動吸振器の設置間隔が腹と節の間隔から離れると振幅の差は大きくなる。また、Case1 の場合では、振動モードの腹と節の間隔である 45° の間隔で動吸振器を設置した場合が最もよく制振されていたが、Case2 の場合では、詳細に調べると動吸振器の設置間隔が約 32.5° 程度のときに最も制振されていることがわかった(式(11)で定義された A^2 の値は設置間隔 45° の時の 27.8 に対して 32.5° の時は 27.0)。この理由は後述する。これより、動吸振器を振動モードの腹と節の間隔から離れた状態で設置せざるを得ないときなどには、Case2 の場合に得られた固有角振動数比、および減衰比の最適値を用いて設計すると、より高い制振効果を得ることができる。さらに、図 9 から Case2 の場合においても、前項の図 6 で示した Case1 の場合と同じように、動吸振器の設置間隔がおおよそ 30° から 45° までの間隔で設置すると、ほぼ同様の制振効果が

Fig.9 Relation between maximum amplitude and angle
(With two optimum dynamic absorbers)

Fig.10 Relation between optimum natural frequency ratio and angle
(With two optimum dynamic absorbers)

Fig.11 Relation between optimum damping ratio and angle
(With two optimum dynamic absorbers)

Fig.12 Resonance curve
(With two optimum dynamic absorbers, $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 15^\circ$)

Fig.13 Resonance curve
(With two optimum dynamic absorbers, $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 32.5^\circ$)

Fig.14 Resonance curve
(With two optimum dynamic absorbers, $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 32.5^\circ$)

得られることがわかる。

図 10 に動吸振器の各設置間隔における固有角振動数比の最適値を示している。図中の黒色、赤色、青色の各丸印はそれぞれ Case1, Case2 の動吸振器 1, Case2 の動吸振器 2 の最適値を示している。Case2 の動吸振器 1 と動吸振器 2 の最適値は Case1 の値よりもそれぞれ小さい値と大きい値となっている。また、制振対象モードの腹と節の間隔に動吸振器を設置した場合, Case2 の 2 個の動吸振器の最適値は Case1 の最適値に等しいことがわかる。

図 11 に動吸振器の各設置間隔における減衰比の最適値を示している。図中の各印の定義は図 10 と同様である。動吸振器の設置間隔が $0^\circ \sim 12.5^\circ$ の範囲では, Case2 の 2 個の動吸振器の最適値は Case1 の最適値にほぼ等しく, 設置間隔が $17.5^\circ \sim 45^\circ$ の範囲では, Case2 の動吸振器 1 と動吸振器 2 の最適値は Case1 の値よりもそれぞれ小さい値と大きい値となっている。そして, これら 2 つの範囲の間の設置間隔では, 設置間隔が約 12.5° で 2 つの動吸振器の最適減衰比に差が出始め, 設置間隔が約 16° でその差が最大になっている。また, 振動モードの腹と節の間隔に動吸振器を設置した場合, Case2 の 2 個の動吸振器の最適値は Case1 の最適値にほぼ等しいことがわかる。

Case1 と Case2 のそれぞれの場合について動吸振器を最適化したときの共振曲線を図 12, 13 に比較して示している。図 12 が動吸振器の設置間隔が 15° の場合であり, 図 13 が動吸振器の設置間隔が 32.5° の場合である。各図において図(a)は全体図, 図(b)が拡大図である。図中の黒色の実線は動吸振器を設置していない場合, 青色の実線は動吸振器を 2 個設置し, 動吸振器に減衰がなく最適化していない場合 (固有角振動数比は 1.0), 緑色の実線は Case1 の場合, 赤色の実線は Case2 の場合を示している。いずれの図においても Case2 の場合の方が Case1 の場合より制振効果が大きいことがわかる。図 14 に動吸振器の設置間隔 32.5° の場合の cos モードと sin モードに分解した時の共振曲線を示している。図(a)が Case1, 図(b)が Case2 である。図(a)の Case1 では cos モード, sin モードともに 1 つのピークを持つ共振曲線となっているのに対し, 図(b)の Case2 では cos モード, sin モードともに 2 つのピークをもつなだらかな共振曲線となっていることがわかる。このために, Case2 では cos モードと sin モードを合成した共振曲線が全体的に低くなったと考えられる。

以上のように, 一対の動吸振器の最適設計問題において, 制振対象モードの腹と節の間隔に動吸振器を設置する場合は一対の動吸振器の固有角振動数比と減衰比を等しくし, 制振対象モードの腹と節の間隔以外に動吸振器を設置する場合は一対の動吸振器の減衰比や固有角振動数比を異なる値として設計すればよいことがわかった。しかしながら両者の制振量の差は小さい。

Fig.15 Two pair of dynamic absorbers model

3・2 複数対の動吸振器を設置する場合

電動機が産業用の大型の場合、固定子の質量は大きくなる。一方、発生する電磁振動の振動数は数千 Hz と極めて高い。一般に動吸振器の固有振動数を高くするには質量を小さくするか、剛性を大きくすればよいが、高い制振効果を得るには固定子の質量に応じて動吸振器の質量もそれなりに大きくしなければならない。このような状況から、電動機固定子の制振で要求される大きい質量と高い固有振動数の両立という条件の実現は困難となる。そこで、図 15 に示すような動吸振器を複数対（ここでは、二対、すなわち 4 個の例を示している）設置することが考えられる。動吸振器の複数化により、動吸振器 1 個当たりの質量を半分以下にすることにより、固有振動数を高くすることができるので、動吸振器の設計が容易になる。さらに、(背戸, 2010a) が多重動吸振器と呼ぶ研究の中で明らかにしているように制振効果を高めることができる。

本節では、複数対の動吸振器の設置間隔と固有角振動数比と減衰比の最適値の関係、制振効果を調べる。ここでは、二対の動吸振器を対象に、それらを最適化したときの制振効果を、一対の最適な動吸振器 (3・1・1 項で扱った 2 個の動吸振器が同じ場合) の制振効果と比較する。まず、質量 $m_1 \sim m_4$ の動吸振器 1 から 4 と主系との質量比は次式とした。

$$\mu = \frac{m_1}{m_{02}} = \frac{m_2}{m_{02}} = \frac{m_3}{m_{02}} = \frac{m_4}{m_{02}} = 0.01 \quad (14)$$

動吸振器 1 と 2 を一対、動吸振器 3 と 4 も一対と考え、動吸振器 1 と 3 を 180° の間隔で、動吸振器 2 と 4 も 180° 間隔で設置している場合を考える。そして、対となる 2 つの動吸振器 1 と動吸振器 2 の固有角振動数比と減衰比は同じとし、もう一対の動吸振器 3 と動吸振器 4 の固有角振動数比と減衰比も同じ値とする。よって、最適な動吸振器の決定の仕方は次のようになる。すなわち、2 つの固有角振動数比と 2 つの減衰比、計 4 個のパラメータの全ての組合せについて共振曲線を計算し、各共振曲線の共振点付近のある程度広い領域（ここでは $\nu = 0.7 \sim 1.2$ とした）で最大振幅を求め、それが最小となるパラメータの組合せを最適値とした。ただし、動吸振器の最適値は前節と同様に、動吸振器の固有角振動数比と減衰比の値を 0.0001 の精度で計算した。

図 16～18 に最適化した動吸振器を設置した時の共振曲線を示す。それぞれ、対となる動吸振器の設置間隔は $15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ である。各図において図(a)は全体図、図(b)は拡大図である。図中の黒色の実線 (Without D.A.) は動吸振器を設置していない場合、青色の実線 (With two D.A.) は最適設計した一対の動吸振器を設置した場合、赤色の実線 (with four D.A.) は最適設計した二対 (4 個) の動吸振器を設置した場合の共振曲線を示している。図 16 から図 18 より、二対の動吸振器の方が一対の動吸振器よりも幅広い振動数領域にわたり、より小さな振幅で制振できていることがわかる。また、二対の動吸振器の場合も、図 18 のように対となる 2 個の動吸振器の間隔が制振対象モードの腹と節の間隔の時に制振効果が高いことがわかった。

図 19 から図 21 にそれぞれ動吸振器の設置間隔と動吸振器を最適化したときの最大振幅、固有角振動数比の最適値、減衰比の最適値の関係を示す。各図の(a)は全体図、(b)は拡大図を示している。図 19 の動吸振器の設置間隔と最大振幅の関係の図においては、黒色の丸印は最適な動吸振器を一対 (2 個) 設置した場合、赤色の丸印は最適な動吸振器を二対 (4 個) 設置した場合を示している。図 19 からどの設置間隔においても最適化した一対の動吸振器よりも二対の動吸振器の方がより制振されていることがわかる。また、二対の動吸振器の場合においても、一対の動吸振器の場合と同じく動吸振器の 1 と 2 の設置間隔がおおよそ 30° から 45° までの間隔で設置すれば、ほぼ同様の制振効果があることがわかった。

図 20 に動吸振器の設置間隔と固有角振動数比の最適値の関係を示す。図中の黒色の丸印は一対の動吸振器を設置した場合、赤色の丸印は二対の動吸振器のうちの動吸振器 1,2、青色の丸印は動吸振器 3,4 の最適値を示している。二対の動吸振器の場合では動吸振器 1,2 の固有角振動数比は一対の動吸振器の場合より少し小さな値となり、逆に動吸振器 3,4 の固有角振動数比は少し大きな値となっていることがわかる。 180° 離して設置した動吸振器 (1,2) と (3,4) の中間の値が一対の動吸振器のときの最適な固有角振動数比となっている。

図 21 に動吸振器の設置間隔と減衰比の最適値の関係を示す。図中の各印の定義は図 20 と同じである。二対の動吸振器の場合においても一対の動吸振器の場合と同様に設置間隔が制振対象モードの腹と節の間隔に近づくにつれて、最適な減衰比の値は大きくなっていることがわかる。設置間隔が 30° 以上の場合では、一対の動吸振器

Fig.16 Resonance curve

(Optimum dynamic absorbers, $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 15^\circ$, $\theta_3 = 180^\circ$, $\theta_4 = 195^\circ$)

Fig.17 Resonance curve

(Optimum dynamic absorbers, $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 30^\circ$, $\theta_3 = 180^\circ$, $\theta_4 = 210^\circ$)

Fig.18 Resonance curve

(Optimum dynamic absorbers, $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 45^\circ$, $\theta_3 = 180^\circ$, $\theta_4 = 225^\circ$)

Fig.22 Waveforms of a pair of optimum dynamic absorbers
($\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 45^\circ$)

Fig.23 Waveforms of two pairs of optimum dynamic absorbers
($\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 45^\circ$, $\theta_3 = 180^\circ$, $\theta_4 = 225^\circ$)

の最適減衰比の方が二対の動吸振器の最適減衰比よりも少し大きな値となっている．図 22 と図 23 に最適設計時の各動吸振器の 1 周期の波形を示している．図からわかるように，二対の動吸振器では 180° 離れた 2 つの動吸振器の最適値が異なるために，動吸振器 1 と 3，動吸振器 2 と 4 はそれぞれ振幅が異なるとともに，位相もずれている．

以上のように動吸振器を多対化することで，より高い制振効果が得られることがわかった．この節では簡単のため二対の動吸振器を用いて解析したが，神谷ら（神谷他，1996）は 1 自由度系の制振問題において，4 つ動吸振器を最適化することで十分な制振効果が得られ，それ以上動吸振器の個数を増やしても制振性能はほとんど上がらないとしている．本研究との対応を考えると，四対の動吸振器を用いたときに最も制振効果が高いと考えられる．

4. 結 言

インバータモータのように回転数が増減する場合の電動機固定子を複数の動吸振器を設置して制振する問題について，円環理論による解析から詳細に調べた結果は以下のようにまとめられる．

- (1) 一对の動吸振器を用い，その固有角振動数比と減衰比を最適化することで制振できる．
- (2) 一对の動吸振器の固有角振動数比と減衰比を等しくする場合の制振では，振動モードの腹と節の間隔に動吸振器を設置し，最適設計する場合に最も制振効果が高い．
- (3) 一对の動吸振器の固有角振動数比と減衰比を等しくしないことにより，それらを等しくした場合と同等以上の制振効果が得られる．
- (4) 複数対の動吸振器を用い，それらを最適化することでさらに高い制振効果が得られる．

文 献

- 堀康郎，田中基八郎，電磁振動&騒音設計(2010)，pp.1-2，丸善．
- 一文字正幸，平野俊夫，池田和憲，見村勇樹，片山仁，村田大輔，動吸振器を利用したタービン発電機の電磁振動低減法の検討，日本機械学会，Dynamics and Design Conference 2010(2010)，講演番号 528．
- 神谷圭二，鎌形健太郎，松本進，背戸一登，多重動吸振器の最適設計法，日本機械学会論文集 C 編，Vol.62，No.601(1996)，pp.3400-3405．
- 野田伸一，石橋文徳，井手勝記，誘導電動機固定子鉄心の振動応答解析:分布励振と多点励振の振動応答，日本機械学会論文集 C 編，Vol.59，No.562(1993)，pp.1650-1656．
- 背戸一登，動吸振器とその応用(2010a)，pp.57-78，コロナ社．
- 背戸一登，動吸振器とその応用(2010b)，p.43，コロナ社．

Timoshenko, S.P., Young, D.H. and Weaver, W. JR., Vibration problems in engineering (1974), pp.476-481, John Wily and Sons.
吉武裕, 片原浩之, 原田晃, 山崎豪, 田中秀樹, 近藤良平, 動吸振器による電動機固定子の制振, 日本機械学会論文集C編, Vol.79, No.803(2013), pp.2286-2297.

References

- Hori, Y. and Tanaka, K., Electromagnetic vibration and anti-noise design (2010), pp.1-2, Maruzen(in Japanese).
- Ichimonji, M., Hirano, T., Ikeda, K., Mimura, Y., Katayama, H. and Murata, D., Reduction of electro-magnetic vibration of turbine generator using dynamic damper, The Japan Society of Mechanical Engineers, Dynamics and Design Conference 2010 (2010), Paper No. 528(in Japanese).
- Kamiya, K., Kamagata, K., Matsumoto, S. and Seto, K., Optimal design method for multi dynamic absorber, The Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, Vol.62, No.601 (1996), pp.3400-3405(in Japanese).
- Noda, S., Ishibashi, H. and Ide, K., Vibration response analysis of induction motor stator core :Vibration response of distributed excitation and multipoint excitation, The Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, Vol.59, No.562 (1993), pp.1650-1656(in Japanese).
- Seto, K., Dynamic absorber and its application (2010a), pp.57-78, Corona(in Japanese).
- Seto, K., Dynamic absorber and its application (2010b), p.43, Corona(in Japanese).
- Timoshenko, S.P., Young, D.H. and Weaver, W. JR., Vibration problems in engineering (1974), pp.476-481, John Wily and Sons.
- Yoshitake, Y., Kataharada, H., Harada, A., Yamasaki, G., Tanaka, H. and Kondoh, R., Vibration control of induction motor stator using dynamic absorbers, The Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, Vol.79, No.803(2013), pp.2286-2297(in Japanese).