混合潤滑状態下にある転がり-すべり接触面の
接線力とピッチング発生限界の関係松本 将^{*1}Relation of tangential force and pitting limit
at rolling-sliding contact surface under mixed lubrication conditionSusumu MATSUMOTO^{*1}^{*1} Graduate School of Information, Production and Systems, Waseda University
2-7 Hibikino, Wakamatsu-ku, Kitakyushu-shi, Fukuoka 808-0135, Japan

Received 8 December 2014

Abstract

Design for pitting (surface crack initiated rolling fatigue wear) at rolling-sliding contact surface under mixed lubrication condition is based on the combination of maximum contact pressure (Hertzian stress) and lubrication condition (ratio of surface roughness value and oil film thickness value). However there is indirect relationship in the combination of contact pressure and lubrication condition to the pitting phenomena. The origins of rolling fatigue pit are the micro cracks at contact surface due to tangential force. In this paper, the pitting test results are re-examined from a standpoint of influence of the tangential force on pitting. The new parameter $f \cdot (p_H/H_B)^2$ based on the friction coefficient estimation formula by Matsumoto for pitting design is introduced. And it is cleared that the new parameter has same value in pitting limit to every different contact pressure and lubrication condition. In conclusion, it is necessary to reconsider the pitting design method for power transmission gears excepted tangential force from consideration.

Key words : Rolling-sliding contact surface, Rolling fatigue, Pitting, Tangential force, Coefficient of friction, Mixed lubrication, Elastohydrodynamic oil film thickness, Surface roughness in maximum height

1. 緒 言

歯車かみ合い歯面や転がり軸受転動面のピッチング（表面起点き裂型転動疲労ピット）防止設計は、転動面のヘルツ応力（ p_H ：最大接触圧力）が基準になっている。ヘルツ応力は接触面の集中接触圧力を簡易に表現できるため、耐ピッチング設計を行う際には欠かせない値となっている。ピッチング発生限界の p_H は転動面の潤滑状態（表面粗さの大きさと転動面間に形成される弾性流体潤滑最小油膜厚さの比）に依存している。接触圧力と潤滑状態で決まる転動疲労現象の起点（萌芽）は、運転初期の転動面の表面粗さ突起凝着部をせん断する力による材料のミクロ破壊に伴う微細き裂である。表面粗さ突起凝着部のせん断力は接線力（摩擦力）であり、上記の設計概念には潤滑状態が悪くなると接線力が大きくなり、早期に初期き裂が発生するため、ピッチング発生限界が低下するとの考え方に基いている。すなわち、ピッチング発生に直接関与するのは接線力であるが、接触圧力や潤滑状態の値を組み合わせた間接的な因子でピッチング発生限界を議論してきたのが現状である。

このような便宜的手法でしかピッチング発生限界を表現できなかった理由は、転動疲労ピットの源になる表面き裂生成の直接的な因子である接線力の推定が困難であったことによる。これまで、歯車かみ合い歯面などの混合潤滑状態下の摩擦係数を推定する試みが多くなされてきたが、推定精度が悪く、ピッチング発生限界を摩擦係数と関連付けて定量的に議論されることもなかった。（表面粗さの考慮なし：Buckingham, 1949, Misharin, 1958,

Benedict and Kelley,1961, 寺内他, 1966, Kelley and Lemanski,1967, Drozdov and Gavrikov,1968, Trachman,1977, 表面粗さを考慮:O'Donoghue and Cameron,1965, Schoeder and Leimann,1980,Xu and Kahraman,2007) しかし最近, 筆者が提案した摩擦係数推定式(松本, 2011)(松本, 豊田, 2013)で, 混合潤滑状態下の摩擦係数を 0.01 以下の誤差で推定できることが分かり, 転がり-すべり接触面のピッチング発生限界を推定した接線力で議論できるようになった. 本報告は, 筆者が以前実施したピッチング発生限界試験データ(Matsumoto,1977)を, 改めて接線力をパラメータとして見直したもので, ピッチング発生限界が接線力の大きさに依存していることを解明したものである.

2. 接線力を求めるための摩擦係数推定式

過去に提案された複数の摩擦係数推定式に実用性がないことを踏まえ, 新たに混合潤滑状態における潤滑苛酷さ(表面粗さと油膜厚さの大きさの比)を考慮した摩擦係数推定式を考案し, 実験検証した結果, 歯車に実用できることが分かった(森川他, 2012)(Matsumoto and Morikawa, 2014). 摩擦係数推定式(松本式)の概要を次に示す. 推定式の特徴は, 接触領域内の境界潤滑部分の比率 α を簡易式で表現したこと, 用いる表面粗さを最大高さ粗さとした点である.

$$f = f_L(1 - \alpha) + f_S\alpha \quad (1)$$

$$\alpha = 0.5 \log D \quad (2)$$

$$D = (Rz_1 + Rz_2) / h_0 \quad (3)$$

ここで, f : 摩擦係数, f_L : 流体潤滑負荷分担部分の摩擦係数, f_S : 境界潤滑部分の摩擦係数 α : 接触域での境界潤滑部分の割合, D : 潤滑状態 (ただし $1 < D$), Rz_1 , Rz_2 : 2 面の最大高さ粗さ, h_0 : 2 面間の弾性流体潤滑最小油膜厚さ(Dowson, 1967)

なお, f_L と f_S の値はそれぞれ, 流体潤滑状態 ($D < 1$) および境界潤滑状態 ($D > 100$) での実験値を用いる.

3. ピッチング発生限界確認試験

3・1 試験条件

ピッチング発生の確認試験には, 2 円筒転動疲労試験機を用いた. 材料は歯車用調質鋼 (NiCrMoV 鋼, 旧 JIS の SNCM7 相当) で, 硬度の異なる組み合わせとし, 硬い方を H 材, 硬度が低い方を S 材とした. 円筒寸法は, H 材 (ブリネル硬さ 340 kgf/mm²) を外径 70 mm, 幅 25 mm, S 材 (ブリネル硬さ 250 kgf/mm²) を外径 70 mm, 幅 10 mm (ボス部幅 25 mm, 転動部とボス部の段差 3mm) とした. 円筒外周面は研削とし, 2.5 μ mRz を基準とした. 負荷荷重は最大約 2×10^4 N とした. 接触面は転がり-すべり接触とし, 回転速度はかみ合い歯面のデデンダム部分を想定し, 硬度が低い S 材が常に低速側 (負すべり側) になるようにし, 2,100 rpm, すべり率 24 % で負荷運転した. 潤滑油は 200 番無添加タービン油 (旧 JIS 規格, 現規格では VG80 相当) を 40°C (83 mm²/s) で円筒かみ込み上部より 2.0 l/min で供給した. 弾性流体潤滑最小油膜厚さの計算に用いた粘度は給油温度での値を用いた. また, ピッチング発生は, S 材表面に直径 0.1 mm 以上の転動疲労ピットが 1 個~数個発生した時点とした. なお, 摩擦係数の推定に用いる f_L と f_S の実験値は, それぞれ 0.01 と 0.11 であった.

3・2 潤滑状態による転動疲労ピット発生までの繰返し数の変化

接触圧力 p_H と潤滑状態 D 値を変えて, ピット発生までの繰返し数を確認した結果を図 1 に示す. 混合潤滑状態下 ($D > 1$) では D 値が小さくなる程, ピット発生までの繰返し数が増加していき, 油膜分離状態 ($D \approx 1$) に近づくと, ピット発生限界は材料の Shakedown limit (加工効果を考慮しない場合は約 $0.4H_B$) に近くなった. また, D 値が大きくなるとピッチング発生限界の p_H はあまり低下しなかった.

Fig.1 Pitting limit under the different D value

3・3 転動疲労ピット発生限界と D 値の関係

次に、硬さの組み合わせを変えてピッチング試験を実施した。求めた $S-N$ 曲線から、繰返し数 10^7 回までピットが生じない接触圧力をピッチング発生限界とし、 D 値との関係を調べた。結果を図2に示す。 D 値の増加とともに、ピッチング発生限界が低下して行く。また、 D 値が増加に伴いピッチング発生限界は飽和してゆく傾向が確認された。

現在のピッチング設計は、この図と同様の実験データをもとにして、接触面の D 値を計算し、ピッチング限界 (P_H/H_B) を設定することで行われている。図2の曲線は実験で得られたピッチングの発生限界線で実用性はあるが、その物理的意味は未解明である。

Fig.2 Changing in Pitting Limit due to D -value

4. ピッチング発生限界での接線力

4・1 ピッチング発生時の接線力と繰返し数の関係

接線力は法線力に比例する値であり，法線力は最大接触圧力 p_H の2乗に比例する．そこで，図1のデータをもとに，式(1)～(3)を用いて D 値から摩擦係数を求め，接触圧力とブリネル硬さの比 p_H/H_B を2乗した値の積をとれば，接線力の大きさと材料硬さの比を表す値が得られる．図3にたて軸に接線力パラメタを $f \cdot (p_H/H_B)^2$ とした結果を示す．図1の多くの実験点が，ややばらつきはあるが，ほぼ一本の曲線上に集まり(両対数グラフで直線)，その曲線は $f \cdot (p_H/H_B)^2$ が約 1.3×10^{-3} で繰返し数が 10^7 回になった． $f \cdot (p_H/H_B)^2$ の値が大きくなると，曲線に沿ってピッチング寿命が短くなり，繰返し数に対応する $f \cdot (p_H/H_B)^2$ の値が存在する．図3のデータは材料硬さが一定の場合であるが，ピッチング発生限界は接線力の大きさで決まることを表している．すなわち接触圧力を硬さで除した材料に対する負荷の過酷さを考慮した荷重と，潤滑状態で決まる摩擦係数の組み合わせで決まる接線力がピッチング発生限界と直接関係があるとの結果が得られた．本実験は繰返し数 10^7 回で実験を終了させたが，さらに大きな繰返し数に対しては直線を延長した線上にピッチング発生限界が生じてくると推定される．

Fig.3 Relation of tangential force and pitting life

4・2 異なった硬さでのピッチング発生限界の接線力

図3で確認され繰返し数 10^7 回に対応するピッチング発生限界を表す $f \cdot (p_H/H_B)^2$ 値は，一種類の硬度組み合わせに対する結果である．材料硬度が変わってもこの値になるかを確認するために，図2の硬さが異なる毎に得られたS-N曲線から求めたピッチング限界値と D 値の関係をもとに，接線力の値を計算した．結果を表1に示す．各 D 値におけるピッチング発生限界の $f \cdot (p_H/H_B)^2$ は， $1.5 < D$ の領域ではすべて約 1.3×10^{-3} となった．すなわち，これらの実験で得られた繰返し数 10^7 回に対応するピッチング発生限界の曲線上での接線力の値はほぼ同じであることがわかった．

なお， D 値が1.0に近いほぼ流体潤滑の状態では， $f \cdot (p_H/H_B)^2$ 値がやや小さくなった． $D < 1$ の流体潤滑状態では，ピットは内部起点き裂型に移行し，表面起点き裂型転動疲労の寿命は存在しなくなるはずである．厳密な理由は不明であるが，本ピッチング寿命試験でなお表面起点型き裂によるピットが生じていることより， $D=1.0$ 付近の D 値の評価に若干の誤差があると推定される．

Table 1 Tangential force under different lubrication condition

D	1	1.5	2	4	6	8	10
α	0	0.088	0.15	0.30	0.39	0.45	0.5
f	0.01	0.019	0.025	0.04	0.049	0.055	0.06
p_H / H_B	0.32	0.265	0.23	0.18	0.16	0.15	0.145
$(p_H / H_B)^2$	0.102	0.074	0.053	0.032	0.026	0.023	0.021
$f \cdot (p_H / H_B)^2 \times 10^{-3}$	1.0	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3

5. 考 察

5・1 混合潤滑状態で生じる表面起点き裂型ピッチングに対する流体潤滑部分摩擦係数の寄与

接線力に関係する因子でピッチング発生限界がほぼ決まることが実験データから分かったが、混合潤滑状態下の摩擦係数の内訳をみると、第2節で述べたように、流体潤滑負荷分担部分と境界潤滑部分の摩擦係数が存在する。金属接触を伴わない完全な流体潤滑状態になると、ピッチングの起点となる表面の微小き裂が生じないことは周知である。したがって、混合潤滑状態での流体潤滑負荷分担分の接線力は、混合潤滑状態ではピッチングを抑制する作用をするとの考え（曾田他, 1971）もあり、流体潤滑負荷分担分を考慮した接線力でピッチング限界を説明できることはおかしいのではないかと議論が生まれる。流体潤滑負荷分担部分の摩擦係数がピッチング発生に寄与しないということになると、前述の実験結果は説明できなくなる。

Table 2 Tangential force under different lubrication condition

D	1	1.5	2	4	6	8	10
α	0	0.088	0.15	0.30	0.39	0.45	0.5
αf_s	0	0.0097	0.017	0.033	0.042	0.050	0.055
p_H / H_B	0.32	0.265	0.23	0.18	0.16	0.15	0.145
$(p_H / H_B)^2$	0.102	0.074	0.053	0.032	0.026	0.023	0.021
$\alpha f_s \cdot (p_H / H_B)^2 \times 10^{-3}$	0	0.72	0.88	1.06	1.12	1.15	1.16

表2は表1と同じ実験結果を用いて、摩擦係数として流体潤滑負荷分担分を考慮せずに、境界潤滑負荷分担分 αf_s だけで整理した結果である。 αf_s は潤滑状態が悪くなって行くと共に増加していく。 $\alpha f_s \cdot (p_H / H_B)^2$ は D 値の増加とともに増加の傾向を示し、潤滑状態にかかわらず接線力が同じなら、同じピッチング限界になるという考えは当てはまらなくなる。とりわけ、 D 値が1に近い潤滑状態では $\alpha f_s \cdot (p_H / H_B)^2$ の値が非常に小さくなり、そのような値でもピッチングが生じることを説明できなくなる。

この結果は、混合潤滑状態での流体潤滑部分のピッチング発生に及ぼす影響を考える上で非常に重要な意味を持つ。すなわち、混合潤滑状態下では、流体潤滑部分は接触面の摩耗を防止する機能がある。この機能は、境界潤滑部分の金属接触で生じた微小き裂の摩耗を抑制する働きをする。微小き裂の摩耗が抑制されるとき裂が残存し、接触繰り返しにより進展する確率が高まる。そのため、流体潤滑部分の存在は、運転初期の微小き裂発生を抑制する機能があるのと同時に、発生した微小き裂を保護しピッチングに進展させる機能を持つことになる。仮に、流体潤滑部分が全くない境界潤滑状態になると、接触面は摩耗して表面起点き裂型ピッチングは生じ難くなり、摩擦係数増加に伴う接触面の温度上昇に伴うスカuffingやマイクロピッチングなどの損傷が生じてくるようになる。

混合潤滑状態では、境界潤滑部分から生じる微小き裂の発生を避けることはできない。そのため、流体潤滑部分は微小き裂を除去することなく保護するという意味で、ピッチング発生を促進していると考えられる。また、流体潤滑負荷分担部分の比率が大きいくほど、言い換えれば混合潤滑状態で潤滑状態が良好な（ D 値が小さい）ほど、微小き裂を保護する機能が大きく、ピッチング発生限界が低下すると考えられる。

このように、流体潤滑部分の寄与には微小き裂発生の抑制と発生したき裂進展の促進の2面性があるが、初期の微小き裂発生が避けられない状態では、後者のき裂の保護、進展促進という、ピッチング発生に対するネガティブな作用を考慮しておく必要がある。すると、ピッチング発生に対する接線力は、共に増加することでピッチング発生を促進する流体潤滑部分と境界潤滑部分の摩擦係数の和に比例すると考えておくことができ、現実的なピッチング防止設計につながる。

5・2 ピッチング発生メカニズム

緒言でも少し触れたが、上記の考察を整理するとピッチング発生メカニズムは次のように説明できる。すなわち、混合潤滑状態で生じる転動疲労ピットの起点は運転の初期に発生する微小き裂と推定される。ピッチング発生メカニズムの第1段階の微小き裂の発生は、表面粗さ突起干渉による凝着部（接触領域内の境界潤滑部分）を

せん断する接線力, 異物かみ込みなどがあり, 稀に仕上げ加工による表面傷に由来する. これらの傷は混在し, 何れかがき裂発生時間を律則している. ここで潤滑状態の影響を受け, 潤滑状態が良好なほど, 発生したき裂が残存しやすくなる. 次に第2段階として, 初期の微小き裂が接触圧力あるいは荷重の繰返しに伴うせん断応力により, 材料の弱い部分(主に粒界)に沿って進展する. 内部に主に斜め方向(表面側から見れば扇状)に進展したき裂は内部のせん断力分布の影響を受け, ごく表層付近でき裂進展が停止し, 切り欠きを持つ材料として破壊し, 進展したき裂は比較的短時間に表面に至りピットとなる.

第1段階のき裂発生の主因が接線力, 第2段階のき裂進展課程ではせん断応力の繰返し, あるいはき裂への潤滑油閉じ込みなどの諸説がある. ピッチング発生限界を高める方策は, 初期き裂を防止することとその進展を抑制することである. 歯車材料と潤滑はそれぞれの段階での効果を考慮して選定しなければならない. 第2段階の進展の抑制は, なお進展のメカニズムや効果的な材料が明確になっていない. 従って, 現状で確実にピッチング発生に効果があるのは第1段階で初期き裂の発生を抑制することであり, き裂発生に関与する接線力低減がピッチング発生限界を高める方策になり得る.

5・3 接線力をピッチング設計値としての活用と課題

ヘルツ圧力がピッチング設計の指標になると提案(Jandasek, 1920)されて以来, 現在に至るまでピッチングはヘルツ圧力の繰返しによって生じるため, 基本的にはヘルツ圧力を下げることがピッチングを防止する効果的な方法とされてきている. 一時, 転がり圧力{荷重/(直径・幅)}がピッチングの指標になると考えられたが(Niemann, 1943), 弾性係数が考慮されていないため接触現象をうまく表現できず, 現在では使用されなくなった. ヘルツ圧力 p_H と摩擦係数 μ の積を求め, 転動面の接線方向圧力成分と考えることも行われてきた. μp_H がピッチング発生限界を表す指標になると提案(松本, 2011)もある. しかし, 摩擦係数の定義は, 接線力と法線力の比であり, 法線方向圧力と接線方向圧力の比ではないため, μp_H は異なった考えの値を組合せたことになる. 転動面には接触圧力分布が存在するので, 最大接触圧力の概念は必要である. 摩擦係数を考慮できる接線力成分は, 線接触の場合では最大接触圧力の2乗の値となる. また材料強度も応力(圧力の単位)を持っているため, ピッチング発生限界の指標に摩擦係数を考慮するためには, 最大接触圧力を材料硬さ値で除して, その値を2乗し摩擦係数値との積, すなわち $f \cdot (p_H/H_B)^2$ とする方法を考えた.

上記の接線力指標でピッチング発生限界を表すことができることが分かった. 今後はさらに異なった材料や潤滑状態での実験を行い, $f \cdot (p_H/H_B)^2$ で約 1.3×10^{-3} の値が今回の実験特有の値かどうかを明らかにして行く.

6. 結 言

調質鋼に発生する表面起点き裂型ピッチングの発生限界と潤滑状態で決まる接線力の関係を検討し, 下記の結果が得られた.

- (1) ピッチング発生限界は, 接線力に関連した指標 $f \cdot (p_H/H_B)^2$ を用いると明確に説明でき, 異なった潤滑状態での値がほぼ同じになる.
- (2) ピッチング発生時の指標 $f \cdot (p_H/H_B)^2$ の値は繰返し数により異なる.
- (3) 混合潤滑下での流体潤滑部分は, ピッチングの萌芽となる運転のごく初期の微小き裂を保護しき裂進展を促進すると推定される. そのため, ピッチング発生に影響する接線力は, 境界潤滑部分と流体潤滑部分の値を加えたものと推定される.
- (4) 設計規格などの耐ピッチング設計をヘルツ応力と摩擦係数あるいは接線力を同時に考慮する方法に改善して行く必要がある.

文 献

- Benedict, G.H. and Kelley, B.W., Instantaneous Coefficient of Gear Tooth Friction, ASLE Transactions, Vol.4, No.1 (1961), pp.59-70.
- Buckingham, E., Analytical Mechanics of Gears (1949), pp.395-425, McGraw-Hill.

- Dowson, D., Elastohydrodynamics, Proceedings of the Institute of Mechanical engineers, 182, Part 3A, Conference on Lubrication and Wear, 3, Paper 10 (1967-68), p. 151.
- Drozдов, Y.N. and Gavrikov, Y.A., Friction and Scoring under the Condition of Simultaneous Rolling and Sliding of Bodies, Wear, Vol.11, No.4 (1968), pp.291-302.
- Jandasek, J., Gear tooth sizes from the standpoint of durability, Automotive Industries, Vol.42 (1920), p.1305, p.1402.
- Kelley, B.W. and Lemanski, A.J., Lubrication of Involute Gearing, Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers, Vol.182, 3A9 (1967), pp.173-184.
- Matsumoto, S., On the Design of Surface Durability of Rolling Contact Surface, ASME, Design Engineering Technical Conference, 77-DET-115 (1977), pp.1-13.
- 松本將, 混合潤滑状態にある転がり-すべり接触面の摩擦係数推定式, トライボロジスト, Vol.56, No.10 (2011), pp.632-638.
- 松本將, 小出隆夫, 動力伝達用歯車における信頼性設計, トライボロジスト, Vol.56, No.11 (2011), pp.680-685.
- Matsumoto, S. and Morikawa, K., The new estimation formula of coefficient of friction in rolling-sliding contact surface under mixed lubrication condition for the power loss reduction of power transmission gears, International Gear Conference 2014, Conference Proceedings, Vol.2 (2014), pp.1078-1088.
- 松本將, 豊田展光, 混合潤滑状態にある転がり-すべり接触面の摩擦係数推定式 (第2報) - 摩擦係数に及ぼす表面粗さ形状の影響 -, トライボロジスト, Vol.58, No.9 (2013), pp.676-684.
- Misharin, J.A., Influence of the Friction Conditions on the Magnitude of the Friction Coefficient in the Case of Rolling with Sliding, Institute of Mechanical Engineers, Proceedings of International Conference on Gearing, Paper 40 (1958), p.159.
- 森川邦彦, 西原隆太, 松本將, 円筒歯車の噛合い効率予測とその向上, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.78, No.788 (2012), pp.1250-1259.
- 森川邦彦, 永原幹雄, 西原隆太, 松本將, 円筒歯車の動力損失に及ぼすトラクション油の影響, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.79, No.803 (2013), pp.2609-2621.
- Niemann, G., Walzenfestigkeit Grubchenbildung von Zahnrad- und Walzlager-Werkstoffen, VDI, Vol.87 (1943), p.521.
- O'Donoghue, J.P. and Cameron, A., Friction and Temperature in Rolling Sliding Contact, ASLE Transaction, Vol.9, No.2 (1965), pp.186-194.
- Schoeder, W. and Leimann, D.O., Ermittlung der Getriebe Verlustleistung, Antriebstechnik, Vol.19, No.11 (1980), pp.532-535.
- 曾田範宗, 山下正忠, 大空金次, 転がり疲れに及ぼす接線力の影響について, 潤滑, Vol.18, No.8 (1971), pp.573-584.
- 寺内喜男, 熊本佳党, 木本泉, 佐々木照雄, 平歯車の歯面摩擦について, 日本機械学会論文集, Vol.32, No.242 (1966), pp.1571-1579.
- Trachman, E.G., A Simplified Technique for Predicting Traction in Elastohydrodynamic Contact, ASLE Transaction, Vol.21, No.1 (1977), pp.160-169.
- Xu, H. and Kahraman, A., Prediction of friction-related power losses of hypoid gears, Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers, 221, Part K, Journal of Multi-body Dynamics (2007), pp.387-400.

References

- Benedict, G.H. and Kelley, B.W., Instantaneous Coefficient of Gear Tooth Friction, ASLE Transactions, Vol.4, No.1 (1961), pp.59-70.
- Buckingham, E., Analytical Mechanics of Gears (1949), pp.395-425, McGraw-Hill.
- Dowson, D., Elastohydrodynamics, Proceedings of the Institute of Mechanical engineers, 182, Part 3A, Conference on Lubrication and Wear, 3, Paper 10 (1967-68), p. 151.
- Drozдов, Y.N. and Gavrikov, Y.A., Friction and Scoring under the Condition of Simultaneous Rolling and Sliding of Bodies, Wear, Vol.11, No.4 (1968), pp.291-302.
- Jandasek, J., Gear tooth sizes from the standpoint of durability, Automotive Industries, 42 (1920), p.1305, p.1402.
- Kelley, B.W. and Lemanski, A.J., Lubrication of Involute Gearing, Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers, 182, 3A9 (1967), pp.173-184.

- Matsumoto, S., On the Design of Surface Durability of Rolling Contact Surface, ASME, Design Engineering Technical Conference, 77-DET-115(1977), pp.1-13.
- Matsumoto, S., Estimation Formula of Friction Coefficient of Rolling-Sliding Contact Surface under Mixed Lubrication Condition, Journal of Japanese Society of Tribologists, Vol.56, No.10 (2011), pp.632-638(in Japanese).
- Matsumoto, S. and Koide, T., Reliability Design in Power Transmission Gears, Journal of Japanese Society of Tribologists, Vol.56, No.11(2011), pp.680-685(in Japanese).
- Matsumoto, S. and Morikawa, K., The new estimation formula of coefficient of friction in rolling-sliding contact surface under mixed lubrication condition for the power loss reduction of power transmission gears, International Gear Conference 2014, Conference Proceedings, Vol.2(2014), pp.1078-1088.
- Matsumoto, S. and Toyota, N., Estimation Formula of Friction Coefficient of Rolling-Sliding Contact Surface under Mixed Lubrication Condition (Part 2)-Effect of Surface Roughness Profile on Friction Coefficient-, Journal of Japanese Society of Tribologists, Vol.58, No.9 (2013), pp.676-684(in Japanese).
- Misharin, J.A., Influence of the Friction Conditions on the Magnitude of the Friction Coefficient in the Case of Rolling with Sliding, Institute of Mechanical Engineers, Proceedings of International Conference on Gearing, Paper 40(1958), p.159.
- Morikawa, K., Nishihara, R. and Matsumoto, S., Estimation and Improvement Method of Mesh Efficiency of Cylindrical Gears, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, Vol.78, No.788(2012), pp.1250-1259 (in Japanese).
- Morikawa, K., Nagahara, M., Nishihara, R. and Matsumoto, S., Influence of Traction Oil on Power Loss of Cylindrical Gears, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, Vol.79, No.803,(2013), pp.2609-2621 (in Japanese).
- Niemann, G., Walzenfestigkeit Grubchenbildung von Zahnrad -und Walzlager-Werkstoffen,, VDI, 87(1943), p.521.
- O'Donoghue, J.P. and Cameron, A., Friction and Temperature in Rolling Sliding Contact, ASLE Transaction, Vol.9, No.2 (1965), pp.186-194.
- Schoeder, W. and Leimann, D.O., Ermittlung der Getriebe Verlustleistung, Antriebstechnik, 19, 11(1980), pp.532-535.
- Soda, N., Yamashita, M. and Oozora, K., Effect of Tangential Force on Rolling Fatigue, Jyunkatsu(Journal of Japan Society of Lubrication Engineers), Vol.16, No.8(1971), pp.573-584(in Japanese).
- Terauchi, Y., Kumamoto, Y., Kimoto, I. and Sasaki, T., Mesh friction of Spur Gear, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Vol.32, No.242 (1966), pp.1571-1579(in Japanese).
- Trachman, E.G., A Simplified Technique for Predicting Traction in Elastohydrodynamic Contact, ASLE Transaction, Vol.21, No.1, (1977), pp.160-169.
- Xu, H. and Kahraman, A., Prediction of friction-related power losses of hypoid gears, Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers, 221, Part K, Journal of Multi-body Dynamics(2007), pp.387-400.