エネルギー回生振動制御のための調和入力を用いたモデル予測制御器への
外乱モデルの導入中原 健志^{*1}, 藤本 孝^{*1}The introduction of disturbance models into model predictive controllers using harmonic
inputs for energy regenerative vibration controlTakeshi NAKAHARA^{*1} and Takashi FUJIMOTO^{*1}^{*1} Department of Mechanical Engineering, Kyushu Sangyo University
2-3-1 Matsukadai, Higashi-ku, Fukuoka 813-8503, Japan

Received 22 October 2014

Abstract

The authors proposed a model predictive control method for energy regenerative active vibration control systems. The control input of this method is composed of a linear sum of harmonic functions to reduce computational costs and this approach gives a simple way to predict the time averaged regenerated power. However, the predicted averaged power tends to be smaller than the actual averaged power because the disturbance input is ignored in the prediction process. In this paper, a modified predictive controller that uses a harmonic disturbance model and a minimal order observer to estimate and consider the disturbance input in the prediction process is proposed. Numerical simulations of a single degree of freedom (SDOF) system with the proposed controller show that the modified controller can improve the prediction quality of the time averaged regenerated power in the following cases. These are the cases that the type of the disturbance is sinusoidal input whose frequency is the natural frequency of the SDOF system or random input whose amplitude is small enough to satisfy control input constraint.

Key words : Energy regenerative active vibration control, Model predictive control, Disturbance model, Harmonic input

1. 緒 言

従来のアクティブ振動制御における制御器設計では、LQR や H_∞ 制御に見られるように応答の大きさを評価される制御性能と制御入力の大きさを総合した評価関数に対する最適化問題を考え、制御性能とのトレードオフの中で制御入力の大きさを抑制することが多い。このように制御入力の大きさを抑制する意図としては、エネルギー消費の抑制とアクチュエータ等の飽和の防止が考えられる。しかし、著者らが提案するエネルギー回生アクティブ振動制御では、アクティブ振動制御のために外部からのエネルギーを消費するのではなく、振動系の持つエネルギーを電気エネルギーとして回生することになるため (Nakahara and Fujimoto, 2008, 2011)、エネルギー消費の抑制のために制御入力の大きさを抑制する必要は乏しい。また、アクチュエータ等の飽和の防止は評価関数の一部として扱うよりは、最適化問題の制約条件として扱うことが適切と考えられる。以上のことから、アクチュエータ等の飽和に関する入力制約条件の下で制御性能を最大化する制約付き最適化問題を解くことが、理想的なエネルギー回生アクティブ振動制御系での適切な制御器設計法になると考えられる。さらに、現実的には制御用プロセッサやアクチュエータ駆動回路の消費電力による定常的な損失が存在することも考慮して、期待される回生パ

Fig. 1 The principle of model predictive control (MPC). The upper and the lower figures show an output or a state variable and an input of a controlled system respectively. MPC optimizes the control input in the control horizon to minimize an objective function which is a function of the outputs or the state variables in the prediction horizon.

ワーが定常的な損失を上回りセルフパワー動作が実現できる条件を制約条件に追加することも考えられる。

このように制約条件を持つ最適制御問題に対する有力な手法の1つとしてモデル予測制御 (Maciejowski, 2002) が知られている。モデル予測制御では、図1に示すように予測ホライズン中の出力または状態に関する評価関数を最小化するように制御ホライズン中の入力を最適化し、その最初のステップのみを入力として使用する。そのため、制御周期ごとに制約付き最適化問題をリアルタイムで解く必要があり、振動制御のような速いダイナミクスに関する問題では計算負荷が大きくなる点が問題となる。エネルギー回生アクティブ振動制御では、計算負荷の増大による制御用プロセッサの消費電力の増大がエネルギー回生のメリットを損なわせるため、特に計算負荷の問題が重要になる。

この点に対応するため、著者らは計算負荷を大幅に低減する手法として、制御ホライズン中の入力を振動系の固有角振動数と同じ角振動数の調和関数の線形和で仮定する手法を提案し、1自由度系を対象とした数値シミュレーションにより基本的な有効性を示している (中原, 藤本, 2013, Nakahara and Fujimoto, 2014)。このように制御ホライズン中の入力を基底関数の線形和とすることで計算負荷を低減する考え方は予測関数制御 (Richalet and O'Donovan, 2009) と同様なものであるが、予測関数制御では基底関数として主に多項式基底が用いられるのに対し、本手法では振動制御を対象とすることから調和関数を用いている。

また、この手法では計算負荷を低減できるだけでなく、周期が明確な調和関数で入力を仮定しているため、制御ホライズン中に期待される回生パワーを周期平均で予測することが容易であるという特徴がある。セルフパワー動作の可否を決定する系全体での長期的なエネルギー収支を考慮するためには、振動の位相に応じて周期的に変化する回生パワーの瞬時値よりも周期平均を評価することが適しており、この予測値が容易に得られる点は極めて有用であると考えられる。しかし、著者らの従来の研究では、周期平均の回生パワーが実際よりも小さめに予測される傾向があり (Nakahara and Fujimoto, 2014)、その原因としては現時点以降に入力される外乱を予測に考慮していないことが考えられる。そこで本研究では、回生パワーの予測精度の改善を目的として、外乱相殺制御 (野波他, 1992, 野波, 1991) に用いられるものと同様の外乱モデルを導入し、最小次元オブザーバにより外乱を推定して予測に反映させる手法を示す。さらに、その基本的な有効性について1自由度系を対象とした数値シミュレーションにより検討する。

2. 調和入力を用いたモデル予測制御器への外乱モデルの導入

2.1 対象とする振動系のモデル

一般的な振動制御の対象は複数の振動モードを持つ多自由度系であるが、本論文では提案手法の基本的な有効性を確認する段階として、外乱を考慮しなかった著者らの従来の研究に引き続いて図2に示す1自由度系を対象

Table 1 Model parameters

Mass m	1.0kg
Damping c	0.50Ns/m
Stiffness k_s	1.0×10^3 N/m
Sampling period t_s	1.0×10^{-3} s
Maximum input amplitude U_{max}	1.0N

Fig. 2 A single degree of freedom (SDOF) oscillator with a piezoelectric actuator. This is an example of a system controlled by the proposed controller and the parameters of the system are shown in Table 1.

とする。この系は外乱力 w を受ける 1 自由度振動系に制御力 u を発生する圧電アクチュエータを取り付けた系であり、系のパラメータは表 1 に示すとおりである。運動方程式は

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + k_s x = u + w \quad (1)$$

となり、これを状態方程式で表現すると

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}(u + w) \quad (2)$$

となる。ただし、

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k_s}{m} & -\frac{c}{m} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix}$$

である。この状態方程式を予測制御問題で扱いやすいようにサンプリング時間 t_s で離散化すると

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}(k) + \mathbf{b}_d \{u(k) + w(k)\} \quad (3)$$

となる。ただし、離散化された式での括弧内の値は離散時間ステップを表し、 k ステップは時刻 kt_s に対応する。また、

$$\mathbf{A}_d = e^{\mathbf{A}t_s}, \quad \mathbf{b}_d = \int_0^{t_s} e^{\mathbf{A}\tau} d\tau \mathbf{b}$$

であり、 τ はサンプリング時刻の間で積分を行うためのローカルな時刻を表す変数である。

2.2 外乱モデルを含む拡大モデル

外乱のモデルとしては、振動系の外乱相殺制御の場合(野波他, 1992, 野波, 1991)と同様に、振動系の固有角振動数 ω_n と同じ角振動数の正弦波外乱を発生するモデルを考える。一般的には、振動系へと加わる外乱は様々な周波数成分を含んでいると考えられるが、多様な外乱を扱いやすい簡潔なモデルで表現することは困難である。そこで本研究では、振動制御による減衰効果が強く現れてエネルギーが多く回生される固有振動数付近の外乱に注目し、この固有角振動数の正弦波を発生する簡潔な 2 次モデルを外乱モデルとして採用した。固有振動数の外乱は共振を引き起こして応答振幅を増大させる最悪の外乱であるため、振動抑制の観点から考えても、そのモデルを取り入れて制御に反映させることは適切であると考えられる。ただし、オブザーバの特性によっては、固有振動数以外の周波数成分の外乱が外乱モデルの状態の推定値に強く影響を与え、予測の過程において固有振動数成分の外乱として誤って反映されてしまうため、オブザーバ設計の際に注意する必要がある。

採用した正弦波外乱モデルの状態方程式は

$$\dot{\mathbf{x}}_n = \mathbf{A}_n \mathbf{x}_n \quad (4)$$

$$w = \mathbf{C}_n \mathbf{x}_n \quad (5)$$

となる。ただし,

$$\mathbf{A}_n = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_n = \begin{Bmatrix} w \\ \dot{w} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{C}_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

である。これを振動系の状態方程式と同様に離散化すると

$$\mathbf{x}_n(k+1) = \mathbf{A}_{nd}\mathbf{x}_n(k) \quad (6)$$

$$w(k) = \mathbf{C}_n\mathbf{x}_n(k) \quad (7)$$

となる。ただし,

$$\mathbf{A}_{nd} = e^{\mathbf{A}_n t_s} \quad (8)$$

である。外乱モデルの出力である外乱 $w(k)$ を表す式 (7) を振動系の状態方程式である式 (3) に代入すると外乱モデルを含む拡大システムの状態方程式は

$$\tilde{\mathbf{x}}(k+1) = \tilde{\mathbf{A}}_d\tilde{\mathbf{x}}(k) + \tilde{\mathbf{b}}_d u(k) \quad (9)$$

ただし,

$$\tilde{\mathbf{x}}(k) = \begin{Bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{x}_n(k) \end{Bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{A}}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d & \mathbf{b}_d\mathbf{C}_n \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{nd} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{b}}_d = \begin{Bmatrix} \mathbf{b}_d \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}$$

となる。この拡大システムの状態変数 $\tilde{\mathbf{x}}(k)$ の内で振動系の状態変数 $\mathbf{x}(k)$ は測定可能とし、外乱モデルの状態変数 $\mathbf{x}_n(k)$ については最小次元オブザーバ (野波, 西村, 1998) により推定する。

2.3 入力の仮定と予測制御問題

現在の時刻ステップを k として, h_c ステップ先までの制御ホライズンでの入力 u を固有角振動数 ω_n と同じ角振動数の調和関数を用いて

$$\begin{aligned} u(k+i) &= u_s \sin \omega_n \tau_i + u_c \cos \omega_n \tau_i \quad (i = 0, \dots, h_c - 1) \\ &= \Phi(i)\mathbf{u} \end{aligned} \quad (10)$$

ただし,

$$\tau_i = t_s i, \quad \Phi(i) = \begin{bmatrix} \sin \omega_n \tau_i & \cos \omega_n \tau_i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u_s \\ u_c \end{Bmatrix}$$

のように仮定し, 現ステップから h ステップ先までの予測ホライズンでの評価関数を最小化するように係数ベクトル $\mathbf{u}$ を決定することで最適な入力 $u(k)$ を求める予測制御問題を考える。通常の予測制御では制御ホライズン中の h_c ステップ分の入力が最適化すべき変数となるが, 入力 u を調和関数の和と仮定したことにより最適化すべき変数は2つの係数 u_c と u_s のみとなり, 大幅に計算負荷を小さくすることができる。評価関数としては, 制御性能に関係する振動系の応答の大きさを評価するため, 現ステップから h ステップ先までの予測ホライズンでの振動系の状態ベクトル $\mathbf{x}$ の2次形式である

$$V(k) = \sum_{i=1}^h \mathbf{x}^T(k+i) \mathbf{Q}_i \mathbf{x}(k+i) \quad (11)$$

を考える。ただし, $\mathbf{Q}_i$ は $k+i$ ステップでの重み行列であり, 本研究では振動系の持つ位置エネルギーと運動エネルギーの和を振動応答の大きさとして評価するように

$$\mathbf{Q}_i = \begin{bmatrix} k_s & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \quad (12)$$

とする。この最適化問題の枠組みは, 外乱の影響を考慮していない著者らの従来の研究 (Nakahara and Fujimoto, 2014) と同様であり, 従来の研究で用いた手法を外乱モデルを含む拡大システムに適用することで, 以下に示すように外乱の影響を考慮した予測制御器を設計できる。

2.4 制約条件のない場合の予測制御器の設計

予測ホライズンでの拡大システムの状態変数ベクトル $\tilde{\mathbf{x}}(k+i)$ は、現ステップでの拡大システムの状態変数ベクトル $\tilde{\mathbf{x}}(k)$ と入力の係数ベクトル $\mathbf{u}$ から以下のように予測される。ただし、ここでは簡単のために予測ホライズン長 h と制御ホライズン長 h_c は同じとして考え、予測ホライズン長 h と制御ホライズン長 h_c が異なる一般的な場合については後ほど説明する。

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{x}}(k+1) &= \tilde{\mathbf{A}}_d \tilde{\mathbf{x}}(k) + \tilde{\mathbf{b}}_d u(k) \\ &= \tilde{\mathbf{A}}_d \tilde{\mathbf{x}}(k) + \tilde{\mathbf{b}}_d \Phi(0) \mathbf{u}\end{aligned}\quad (13)$$

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{x}}(k+2) &= \tilde{\mathbf{A}}_d \tilde{\mathbf{x}}(k+1) + \tilde{\mathbf{b}}_d u(k+1) \\ &= \tilde{\mathbf{A}}_d^2 \tilde{\mathbf{x}}(k) + \tilde{\mathbf{A}}_d \tilde{\mathbf{b}}_d \Phi(0) \mathbf{u} + \tilde{\mathbf{b}}_d \Phi(1) \mathbf{u}\end{aligned}\quad (14)$$

$$\begin{aligned}&\vdots \\ \tilde{\mathbf{x}}(k+h) &= \tilde{\mathbf{A}}_d^h \tilde{\mathbf{x}}(k) + \sum_{i=1}^h \tilde{\mathbf{A}}_d^{h-i} \tilde{\mathbf{b}}_d \Phi(i-1) \mathbf{u}\end{aligned}\quad (15)$$

これらの予測を行列にまとめて表現すると

$$\tilde{\mathbf{X}}(k) = \tilde{\Psi} \tilde{\mathbf{x}}(k) + \tilde{\Gamma} \mathbf{u}\quad (16)$$

となる。ただし、

$$\tilde{\mathbf{X}}(k) = \begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(k+1) \\ \tilde{\mathbf{x}}(k+2) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{x}}(k+h) \end{Bmatrix}, \quad \tilde{\Psi} = \begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_d \\ \tilde{\mathbf{A}}_d^2 \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{A}}_d^h \end{Bmatrix}, \quad \tilde{\Gamma} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{b}}_d & 0 & \cdots & 0 \\ \tilde{\mathbf{A}}_d \tilde{\mathbf{b}}_d & \tilde{\mathbf{b}}_d & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\mathbf{A}}_d^{h-1} \tilde{\mathbf{b}}_d & \tilde{\mathbf{A}}_d^{h-2} \tilde{\mathbf{b}}_d & \cdots & \tilde{\mathbf{b}}_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi(0) \\ \Phi(1) \\ \vdots \\ \Phi(h-1) \end{bmatrix}$$

である。

また、式 (11) の評価関数 $V(k)$ を拡大システムの状態ベクトルで表現すると

$$V(k) = \sum_{i=1}^h \tilde{\mathbf{x}}^T(k+i) \tilde{\mathbf{Q}}_i \tilde{\mathbf{x}}(k+i)\quad (17)$$

となる。ただし、

$$\tilde{\mathbf{Q}}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\quad (18)$$

である。これを行列で計算すると

$$V(k) = \tilde{\mathbf{X}}(k)^T \tilde{\mathbf{Q}} \tilde{\mathbf{X}}(k)\quad (19)$$

と表現できる。ただし、

$$\tilde{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Q}}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \tilde{\mathbf{Q}}_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \tilde{\mathbf{Q}}_h \end{bmatrix}\quad (20)$$

である。

この式に式 (16) で予測される $\tilde{\mathbf{X}}(k)$ を代入すると

$$V(k) = \tilde{\mathbf{x}}(k)^T \tilde{\Psi}^T \tilde{\mathbf{Q}} \tilde{\Psi} \tilde{\mathbf{x}}(k) + 2 \mathbf{u}^T \tilde{\Gamma}^T \tilde{\mathbf{Q}} \tilde{\Psi} \tilde{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{u}^T \tilde{\Gamma}^T \tilde{\mathbf{Q}} \tilde{\Gamma} \mathbf{u}\quad (21)$$

のように、調和関数の線形和の係数 $\mathbf{u}$ と現ステップの状態ベクトル $\tilde{\mathbf{x}}(k)$ の式になることが分かる。 $V(k)$ を最小化する $\mathbf{u}$ を求めるために式 (21) を $\mathbf{u}$ で偏微分すると

$$\frac{\partial V(k)}{\partial \mathbf{u}} = 2 \tilde{\Gamma}^T \tilde{\mathbf{Q}} \tilde{\Psi} \tilde{\mathbf{x}}(k) + 2 \tilde{\Gamma}^T \tilde{\mathbf{Q}} \tilde{\Gamma} \mathbf{u}\quad (22)$$

となり, これを 0 として $V(k)$ を最小化する $\mathbf{u}$ を求めると

$$\mathbf{u} = -(\tilde{\Gamma}^T \tilde{\mathbf{Q}} \tilde{\Gamma})^{-1} \tilde{\Gamma}^T \tilde{\mathbf{Q}} \tilde{\Psi} \tilde{\mathbf{x}}(k) \quad (23)$$

となる. ここで, $\tilde{\mathbf{x}}(k)$ に掛かる行列 $(\tilde{\Gamma}^T \tilde{\mathbf{Q}} \tilde{\Gamma})^{-1} \tilde{\Gamma}^T \tilde{\mathbf{Q}} \tilde{\Psi}$ は定数行列であり, 事前にオフライン計算で求めることができるため, 制御用のプロセッサ上でリアルタイムに計算する必要は無い. このことを強調するため,

$$\mathbf{K}_u = (\tilde{\Gamma}^T \tilde{\mathbf{Q}} \tilde{\Gamma})^{-1} \tilde{\Gamma}^T \tilde{\mathbf{Q}} \tilde{\Psi} \quad (24)$$

と置き, 最適な係数ベクトル $\mathbf{u}$ を

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}_u \tilde{\mathbf{x}}(k) \quad (25)$$

と表現することにする. したがって現ステップで与えるべき入力 $u(k)$ は,

$$\begin{aligned} u(k) &= \Phi(0) \mathbf{u} \\ &= - \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{K}_u \tilde{\mathbf{x}}(k) \end{aligned} \quad (26)$$

のように拡大システムに対する定数係数の状態フィードバックとして求めることができる.

ここまででは簡単のため制御ホライズン長 h_c と予測ホライズン長 h が等しい場合を考えたが, 一般には制御ホライズンよりも予測ホライズンを長くとることができ, その極端な場合として予測ホライズンを無限大とすることができる. この考えは無限ホライズンと呼ばれ, 最終的には制御ホライズンの最後のステップでの評価関数の重みにまとめられるので, $h = h_c$ の場合と同じ形式の問題に帰結される (Takács and Rohal'-Ilkiv, 2012).

制御ホライズン h_c の後では入力 u が 0 となるので

$$u(k+i) = 0 \quad (i \geq h_c) \quad (27)$$

であり, 外乱 w を制御ホライズン中のみ考慮することになると

$$w(k+i) = 0 \quad (i \geq h_c) \quad (28)$$

として予測を行うことになる.

この場合, $k+h_c$ ステップから先は振動系への入力 u および外乱 w が 0 となり, 外乱モデルを含まない振動系のみの状態方程式である式 (3) が

$$\mathbf{x}(i+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}(i) \quad (i \geq k+h_c) \quad (29)$$

のような自律システムとなる. これを踏まえた上で制御ホライズン h_c の後での重み行列 $\mathbf{Q}_i$ は

$$\mathbf{Q}_i = \mathbf{Q}_{h_c} \quad (i \geq h_c) \quad (30)$$

のように一定であるとする. 無限ホライズンを用いる場合の評価関数は

$$\begin{aligned} V(k) &= \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{x}^T(k+i) \mathbf{Q}_i \mathbf{x}(k+i) \\ &= \sum_{i=1}^{h_c-1} \mathbf{x}^T(k+i) \mathbf{Q}_i \mathbf{x}(k+i) + \mathbf{x}^T(k+h_c) \bar{\mathbf{Q}}_{h_c} \mathbf{x}(k+h_c) \end{aligned} \quad (31)$$

となる. ただし,

$$\bar{\mathbf{Q}}_{h_c} = \sum_{i=0}^{\infty} (\mathbf{A}_d^T)^i \mathbf{Q}_{h_c} \mathbf{A}_d^i \quad (32)$$

であり, リアプノフ方程式

$$\mathbf{A}_d^T \bar{\mathbf{Q}}_{h_c} \mathbf{A}_d - \bar{\mathbf{Q}}_{h_c} + \mathbf{Q}_{h_c} = 0 \quad (33)$$

の解として、 $\mathbf{A}_d$ と $\mathbf{Q}_{h_c}$ から数値的に求めることができる。これを、 $h = h_c$ の場合の評価関数である式 (11) と比較すると、予測ホライズンの最後のステップでの状態ベクトル $\mathbf{x}$ の重みが変わるだけなので、無限ホライズンの場合も $h = h_c$ の場合と同様に解を求めることができ、式 (31) についても拡大システムの状態ベクトル $\tilde{\mathbf{x}}(k)$ で表現すると、

$$V(k) = \sum_{i=1}^{h_c-1} \tilde{\mathbf{x}}^T(k+i) \tilde{\mathbf{Q}}_i \tilde{\mathbf{x}}(k+i) + \tilde{\mathbf{x}}^T(k+h_c) \tilde{\mathbf{Q}}_{h_c} \tilde{\mathbf{x}}(k+h_c) \quad (34)$$

となる。ただし、

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{h_c} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Q}}_{h_c} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (35)$$

である。

2.5 アクチュエータ等の飽和制約を考慮した予測制御器

次にアクチュエータが発生できる力の大きさが U_{max} に制限され、入力 u に

$$-U_{max} \leq u \leq U_{max} \quad (36)$$

のような制約条件がある場合について考える。入力 u を式 (10) のように調和関数を用いて仮定したことを思い出すと、その振幅 U は明らかに

$$U = \sqrt{u_s^2 + u_c^2} = |\mathbf{u}| \quad (37)$$

であり、この制約条件を表す不等式は

$$|\mathbf{u}| \leq U_{max} \quad (38)$$

となることが分かる。この不等式は u_c - u_s 平面上での円形の実行可能領域を表しており、式 (23) で得られた制約なしでの最適解 $\mathbf{u}$ が、この円形の実行可能領域に含まれていれば、制約付き問題についても最適解となる。一方、この制約なしでの最適解が実行可能領域に含まれていない場合は、実行可能領域の外周円と評価関数 $V(k)$ の等高線の接点が制約付き問題の最適解となる。評価関数 $V(k)$ は式 (21) に示したように、係数ベクトル $\mathbf{u}$ の 2 次式となるため、その等高線は図 3、図 4 に示すように、円形もしくは楕円形となる。図 3 のように等高線が円形となる場合には、以下に説明するように制約付き最適化問題を単純なベクトルのスケーリングで置き換えることができる。図 3 の破線は原点と制約なし最適解を結ぶ直線であり、制約付き最適解はこの破線と実行可能領域の外周円の交点となることが分かる。この交点を表すベクトル $\mathbf{u}_c$ は、ベクトル $\mathbf{u}$ の大きさを U_{max} にスケーリングすることで簡単に

$$\mathbf{u}_c = \frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} U_{max} \quad (39)$$

と求めることができ、制約条件下での最適入力 $u(k)$ は

$$\begin{aligned} u(k) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{u}_c \\ &= -\frac{U_{max}}{|\mathbf{u}|} \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{K}_u \tilde{\mathbf{x}}(k) \end{aligned} \quad (40)$$

となる。 $V(k)$ の等高線が円形の場合の制約条件下での最適入力をベクトルのスケーリングで求める式 (40) の計算には、制約付き最適化問題で一般的に必要とされるような繰り返し計算が必要ないため、等高線が楕円形となり繰り返し計算で制約付き最適化問題を解く必要のある場合と比較して、計算負荷を大幅に減らすことができると考えられる。 $V(k)$ の等高線の形状は、式 (21) の中の行列 $\tilde{\mathbf{r}}^T \tilde{\mathbf{Q}} \tilde{\mathbf{r}}$ によって決定され、等高線の長軸と短軸の長さの比は、この行列の固有値の比から求めることができる。図 5 は予測ホライズンの長さ h を無限大として、制御ホライズンの長さ h_c を変化させながら、等高線の長軸と短軸の長さの比を求めたものであり、横軸は以下のように振動系の固有周期 T で正規化した制御ホライズンの長さ h_c^* である。

$$h_c^* = \frac{h_c t_s}{T} \quad (41)$$

Fig. 3 The feasible region shown by Eq.(38) and an example of the circular contour lines of the objective function $V(k)$. The constrained solution $\mathbf{u}_c$ can be obtained by simple scaling of the unconstrained solution $\mathbf{u}$ as shown by Eq.(39) without solving the constrained optimization problem directly.

Fig. 4 The feasible region shown by Eq.(38) and an example of the ellipsoidal contour lines of the objective function $V(k)$. In this case, it is necessary to solve the constrained optimization problem with large computational cost to find the constrained solution $\mathbf{u}_c$.

この図より、制御ホライズンの長さが振動系の半周期 $T/2$ の整数倍になるときに、等高線が円形となることが分かる。確認のために制御ホライズンの長さが振動系の半周期 $T/2$ すなわち $h_c^* = 0.5$ の場合の等高線を求めると図6のようになり、確かに円形となることが分かる。

このように等高線が円形となる場合に制御用のプロセッサが制御周期ごとにリアルタイムで行うべき処理をまとめると図7となる。まず始めに式(25)に基づき、オブザーバから得られる拡大系の状態ベクトルの推定値 $\hat{\mathbf{x}}$ と事前にオフラインで計算された2行4列の定数行列 $\mathbf{K}_u$ の積として、制約条件を考慮しない場合の最適な係数ベクトル $\mathbf{u}$ を求める。次に式(38)に基づき入力振幅である係数ベクトルの絶対値 $|\mathbf{u}|$ と U_{max} を比較し、制約条件が満足されているかを確認する。制約条件が満足されている場合には、式(26)に基づき係数ベクトル $\mathbf{u}$ に $[0 \ 1]$ をかけて入力 $u(k)$ を決定し、満足されていない場合には、式(39)に基づき係数ベクトル $\mathbf{u}$ をスケールしてから、式(40)に基づき $[0 \ 1]$ をかけて入力 $u(k)$ を決定する。これらの処理にオブザーバの処理を加えたものが、プロセッサが制御周期ごとにリアルタイムで行うべき処理の全てであり、小規模な行列演算と簡単な場合分けのみで実行できることが分かる。比較のために一般的なモデル予測制御での定式化を考えると、制御ホライズン中の h_c ステップの入力全てが最適化すべき変数となり、 h_c 個の最適化変数を持つ2次計画問題として定式化される (Takács and Rohal'-Ilkiv, 2012)。また、全ての時間ステップにおいて式(36)で示した入力に関する制約条件を満たす必要があるため、制約条件は

$$-U_{max} \leq u(k+i) \leq U_{max} \quad (i=0, \dots, h_c-1) \quad (42)$$

のように h_c 本の不等式となる。2次計画問題に基づく一般的なモデル予測制御を用いる場合の適切なホライズン長 h_c は、数十ステップから数百ステップとなる例が示されており (Takács and Rohal'-Ilkiv, 2012)、このように大規模な2次計画問題を制御周期ごとにリアルタイムで解く必要がある。そのため、本手法を用いる場合よりも制御用プロセッサがリアルタイム処理すべき問題の規模が大幅に大きくなることが分かる。

2.6 アクチュエータから振動系に入力される平均パワーの予測

時間ステップ k から $k+1$ でアクチュエータから振動系に入力されるパワーの平均 $p(k)$ は、速度が $\dot{x}(k)$ から $\dot{x}(k+1)$ まで直線的に変化すると近似すると

$$p(k) = \frac{1}{2} u(k) \{ \dot{x}(k) + \dot{x}(k+1) \} \quad (43)$$

Fig. 5 The length ratio of the major axis to the minor axis of the contour lines of the objective function $V(k)$. The ratio is one means that the shape of the contour lines is circle as shown in Fig. 3. This figure shows that the shape of the contour lines is circle when the length of the control horizon is a multiple of half of the natural period of the SDOF system.

Fig. 6 The contour lines of the objective function $V(k)$ for $h_c^* = 0.5$. As shown in Fig. 5, the length ratio of the major axis to the minor axis of the contour lines for $h_c^* = 0.5$ is one and it means the shape of the contour lines is circle. It is confirmed by the calculated contour lines shown in this figure.

となり、現在の時間ステップ k から h_p ステップ先までの平均は

$$\begin{aligned}
 \bar{P}(k) &= \frac{1}{h_p} \sum_{i=1}^{h_p} p(k+i-1) \\
 &= \frac{1}{2h_p} \sum_{i=1}^{h_p} u(k+i-1) \{ \dot{x}(k+i-1) + \dot{x}(k+i) \} \\
 &= \frac{1}{2h_p} \sum_{i=1}^{h_p} \Phi(i-1) \mathbf{u} [0 \ 1 \ 0 \ 0] \{ \tilde{\mathbf{x}}(k+i-1) + \tilde{\mathbf{x}}(k+i) \} \\
 &= \frac{1}{2h_p} \mathbf{u}^T \Phi^T (\tilde{\mathbf{O}}_p \tilde{\mathbf{X}}(k) + \tilde{\mathbf{O}}_c \tilde{\mathbf{x}}(k))
 \end{aligned} \tag{44}$$

となる。ただし、

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi(0) \\ \Phi(1) \\ \vdots \\ \Phi(h_p-1) \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{O}}_p = \begin{bmatrix} [0 \ 1 \ 0 \ 0] & [0 \ 0 \ 0 \ 0] & \cdots & [0 \ 0 \ 0 \ 0] & [0 \ 0 \ 0 \ 0] \\ [0 \ 1 \ 0 \ 0] & [0 \ 1 \ 0 \ 0] & \cdots & [0 \ 0 \ 0 \ 0] & [0 \ 0 \ 0 \ 0] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ [0 \ 0 \ 0 \ 0] & [0 \ 0 \ 0 \ 0] & \cdots & [0 \ 1 \ 0 \ 0] & [0 \ 1 \ 0 \ 0] \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{O}}_c = \begin{bmatrix} [0 \ 1 \ 0 \ 0] \\ [0 \ 0 \ 0 \ 0] \\ \vdots \\ [0 \ 0 \ 0 \ 0] \end{bmatrix}$$

である。このパワーの平均を考える期間をパワー予測ホライズンと呼ぶことにし、 h_p はパワー予測ホライズン中のステップ数である。ここでパワー予測ホライズンをパワーの瞬時値の変動周期と一致させれば、周期平均パワーを予測することができる。パワーの瞬時値の変動周期は、入力 u の角振動数と速度応答 $\dot{x}$ の角振動数に関係しており、それぞれについて順番に考えることにする。まず、入力については固有角振動数に等しい角振動数を持つ調和関数を用いているため、その角振動数は明らかに固有角振動数である。次に速度応答については、自由振動応答と入力および外乱により生じる強制振動応答の和になっており、自由振動応答の角振動数は固有角振動数である。強制振動応答の角振動数は入力および外乱の角振動数になるが、本手法では入力と外乱の双方を固有角振動数に等しい角振動数を持つ調和関数としているため、強制振動応答の角振動数も固有角振動数と一致する。したがって、速度応答の角振動数も固有角振動数となり、瞬時パワーは固有角振動数に等しい角振動数の入力と速度応答の積となるため、その角振動数は固有角振動数の2倍となり変動周期は固有周期の半分となることが分かる。よって、本研究ではパワー予測ホライズン h_p を振動系の固有周期の半分となるように選ぶこととする。式 (44) に式 (16) で予測される $\tilde{\mathbf{X}}(k)$ を代入すると

$$\bar{P}(k) = \frac{1}{2h_p} (\mathbf{u}^T \Phi^T (\tilde{\mathbf{O}}_p \tilde{\Psi} + \tilde{\mathbf{O}}_c) \tilde{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{u}^T \Phi^T \tilde{\mathbf{O}}_p \tilde{\Gamma} \mathbf{u}) \tag{45}$$

Fig. 7 The flowchart of the realtime calculation in the controller. The process is composed by only small scale matrix calculations and a simple branching.

Fig. 9 The displacement response x for sinusoidal disturbance w whose amplitude is 0.8N. The response of the controller with disturbance model is suppressed perfectly. It means that disturbance cancellation occurs by introducing the disturbance model.

Fig. 8 The transfer functions from the disturbance w to the displacement response x . The transfer functions of the controllers with the sinusoidal disturbance model have notches around the natural frequency. The width of the notch is widened by increasing of the damping ratio of the observer ζ_o .

Fig. 10 The control input u for sinusoidal disturbance w whose amplitude is 0.8N. The amplitude of the input u obtained by the controller with disturbance model coincides with the disturbance amplitude and the disturbance is cancelled perfectly. The amplitude of the input u obtained by the controller without disturbance model is slightly smaller than the disturbance amplitude. Amplitude of each input is smaller than the maximum amplitude $U_{max} = 1\text{N}$ and the input constraint does not affect the input.

となり，調和関数の線形和の係数 $\mathbf{u}$ と現ステップの状態ベクトル $\hat{\mathbf{x}}(k)$ から予測されることが分かる．ここで係数となる行列 $\Phi^T (\tilde{\mathbf{O}}_p \tilde{\Psi} + \tilde{\mathbf{O}}_c)$ と $\Phi^T \tilde{\mathbf{O}}_p \tilde{\Gamma}$ は，事前にオフラインで計算できる定数行列であり，オンラインで周期平均パワーを予測するためにリアルタイム処理すべき計算は小規模な行列演算のみである．なお，式 (38) が満足されず入力飽和制約の影響を受ける場合には， $\mathbf{u}$ の代わりに $\mathbf{u}_c$ を用いてパワーの予測を行うものとする．

3. 数値シミュレーション

提案手法の基本的な有効性を検証するため，外乱モデルで想定した外乱である固有角振動数の正弦波外乱を受ける場合についてシミュレーションを行うとともに，より一般的な外乱に対する有効性についても検証するため，

Fig. 11 The displacement response x for sinusoidal disturbance w whose amplitude is 1.1N. The responses of both controllers have no difference.

Fig. 12 The control input u for sinusoidal disturbance w whose amplitude is 1.1N. Amplitude of each control input is scaled to the maximum amplitude $U_{max} = 1N$ to satisfy the input constraint condition and these inputs have no difference.

Fig. 13 The predicted averaged power $\bar{P}(k)$ for sinusoidal disturbance w whose amplitude is 0.8N. The all power of the case using the controller with disturbance model is zero because the response is suppressed perfectly by disturbance cancellation as shown in Fig. 9. The predicted averaged power of the controller without disturbance model is smaller than the actual averaged power.

Fig. 14 The predicted averaged power $\bar{P}(k)$ for sinusoidal disturbance w whose amplitude is 1.1N. The predicted averaged power of the controller with disturbance model coincides with the actual averaged power. The predicted averaged power of the controller without disturbance model is smaller than the actual averaged power but the difference is smaller than the case that the input constraint does not affect the input shown in Fig. 13.

不規則外乱を受ける場合についてもシミュレーションを行う。また、入力飽和に関する制約の影響を見るために、正弦波外乱と不規則外乱のそれぞれについて、式(38)が満たされ入力飽和制約の影響を受けない場合と式(38)が満たされず入力飽和制約の影響を受ける場合に対応する2通りの外乱振幅についてシミュレーションを行う。シミュレーションで使用するモデル予測制御器を設計する際の予測ホライズンの長さ h は無限大とし、制御ホライズンの長さ h_c は短くするほど減衰比が向上する傾向があるため (Nakahara and Fujimoto, 2014)、評価関数の等高線が円形となる最小の長さである $h_c^* = 0.5$ となるように選ぶ。アクチュエータの入力の飽和に関する制約は、表1に示したように振幅の上限 U_{max} を 1N とする。このようにして得られたモデル予測制御器は非線形な制御器となるが、式(38)が満たされ入力飽和制約の影響を受けない範囲で動作する場合には、式(26)で示したような線形フィードバックとなり、オブザーバおよび振動系も線形であるので閉ループ系は線形系となる。したがって、

Fig. 15 The displacement response in the power prediction horizon predicted without disturbance for the case of 1.2mm constant amplitude sinusoidal response. This is the case that the input constraint condition does not affect the input u . The response predicted without disturbance is suppressed perfectly within the horizon and the difference between predicted and constant amplitude responses is large.

Fig. 16 The displacement response in the power prediction horizon predicted without disturbance for the case of 6.1mm constant amplitude sinusoidal response. This is the case that the input constraint condition limits the amplitude of the input u . The response predicted without disturbance still remains at the end of the horizon and the difference between predicted and constant amplitude responses is relatively small.

閉ループ系の伝達関数を求めることが可能であり、この伝達関数から制御器の特性の傾向を評価することができる。図8は、このような入力飽和制約の影響を受けない条件での外乱 w から変位応答 x までの閉ループ伝達関数を求めたものであり、比較のために著者らの従来の研究で示した外乱モデルを考慮しない制御器を用いる場合についても示してある。また、本研究で提案する外乱モデルを考慮した制御器については、オブザーバの特性が制御性能に与える影響を見るために、オブザーバの極の減衰比 ζ_o を0.3と0.5の2通りにした場合について示している。この図から分かるように、外乱モデルを導入した場合には伝達関数の固有振動数付近にノッチが形成されており、オブザーバの減衰比を大きくし推定誤差の収束を早くするとノッチの幅が広くなる傾向を持つことが分かる。この傾向は正弦波外乱モデルを用いた外乱相殺制御(野波, 1991)での傾向と同様なものであり、外乱の周波数成分の中でも外乱モデルの構造に近い固有振動数付近の成分が効果的に推定され、外乱相殺により取り除かれることが分かる。また、オブザーバの極の減衰比を大きくした場合には、実際の外乱と外乱モデルの構造の違いにより推定誤差が生じる場合でも、オブザーバゲインによる修正が強くなるため、より広い周波数範囲で外乱相殺の効果が現れて伝達関数のノッチの幅が広くなると考えられる。このことは、振動抑制の観点からは望ましいことであるが、パワー予測ホライズン中の外乱の予測という観点で考えると、固有振動数から外れた周波数の外乱の影響が外乱モデルの状態に反映され、パワー予測ホライズン中では固有振動数の正弦波外乱として予測されることになるため必ずしも望ましいことではない。したがって、本研究の目的である制御ホライズン中のパワーの予測精度改善のためには、オブザーバの減衰比を大きくしすぎないことが必要であり、以降は比較的良好な結果が得られた $\zeta_o = 0.3$ の場合の結果について示す。

図9は、式(38)が満たされ入力飽和制約の影響を受けない場合として、振幅0.8Nの正弦波外乱を受け定常状態となった後の変位応答 x を示したものである。この場合には、外乱モデルを考慮しない制御器では若干の振動応答が残っているが、外乱モデルを考慮した制御器では完全な外乱相殺が実現され応答が0になっていることが分かる。図10は、そのときの外乱入力 w と制御入力 u を示したものであり、外乱モデルを考慮した制御器では、外乱を打ち消すように外乱と逆位相で同一振幅の制御入力が発生し、外乱相殺が行われていることが確認できる。一方、外乱を考慮しない制御器の場合は、制御入力の振幅がやや小さいため、図9で見たように若干の振動応答が残ることになると考えられる。

図11は、式(38)が満たされず入力飽和制約の影響を受ける場合として、振幅1.1Nの正弦波外乱を受ける場合の変位応答 x を示したものである。この場合は、外乱モデルを考慮しない制御器と外乱モデルを考慮した制御器の応答は一致している。図12は、そのときの外乱入力 w と制御入力 u を示したものであり、両方の制御器におい

Fig. 17 The displacement response x for random disturbance w whose amplitude is 5N. The response of the controller with disturbance model is smaller than the response of the controller without disturbance model. It can be thought as that the frequency components of the disturbance around the natural frequency are cancelled by introducing the sinusoidal disturbance model.

Fig. 18 The control input u for random disturbance w whose amplitude is 5N. The amplitude of each input is smaller than the maximum amplitude $U_{max} = 1\text{N}$ and the input constraint does not affect the input and the performance.

て外乱入力 w と逆位相で振幅が最大値 U_{max} に等しい 1N の正弦波が制御入力 u として表れていることが分かる。このように入力の飽和制約の影響を受ける場合には、外乱モデルを考慮しない制御器と外乱モデルを考慮した制御器の双方で、制御入力の振幅が最大値 U_{max} に圧縮されるために同一となり、応答にも違いが表れないものと考えられる。

図 13 と図 14 は、それぞれの場合のアクチュエータから振動系に流れるパワーについて、瞬時値、瞬時値を移動平均フィルタに通して求めた平均値、式 (45) で予測される平均値を示したものである。図 13 に示した入力の飽和制約の影響を受けない場合で、外乱を考慮した制御器でのパワーが 0 となるのは、パワーは制御入力 u と応答速度 $\dot{x}$ の積であり、アクチュエータが飽和しない場合には完全な外乱相殺が実現され応答が 0 になっているためである。これらの図より、入力の飽和制約の影響を受けない場合と受ける場合の双方で、外乱モデルを考慮した制御器では、予測された平均値が実際の平均値に一致していることが確認できる。一方、外乱モデルを考慮しない制御器では予測された平均値の絶対値が実際よりも小さくなる傾向を持つことが確認でき、図 13 に示す入力の飽和制約の影響を受けない場合の方が、図 14 に示す入力の飽和制約の影響を受ける場合よりも予測された平均値と実際の平均値とのずれが大きくなる傾向を持つことが分かる。このように入力の飽和制約による影響の有無により、予測された平均値と実際の平均値とのずれが異なる原因については、次のように考えることができる。制御時には制御ホライズンにおいて最適化された調和入力の中で最初のステップの入力のみが使用されるが、パワーの予測では最適化された調和入力制御ホライズン全体に渡って入力されると仮定して予測しているため、このようにして予測した制御ホライズン中の応答に注目して考える。図 15 と図 16 は、正弦波外乱を受けて一定振幅で振動している場合に、外乱の影響を考慮しないと制御ホライズン中の変位応答がどのように予測されるかを示したものであり、それぞれの図は入力の飽和制約の影響を受けない場合と受ける場合に対応している。入力の飽和制約の影響を受けない場合には、外乱が入力されず制御ホライズン中の最適な制御入力のみが入力されるとして予測が行われるため、図 15 に示すように制御ホライズン中にほぼ完全に振動が抑制される予測となり、実際の一定振幅の応答との差が大きいが分かる。一方、入力の飽和制約の影響を受ける場合には、飽和制約を満足させるために最適な制御入力の振幅を抑えて入力するとして予測が行われるため、図 16 に示すように制御ホライズンの終端でも振動が残る形となり、入力の飽和制約の影響を受けない場合と比べて実際の一定振幅の応答との差が小さくなることが分かる。そのため、制御入力と応答の積として求められるパワーについても、入力の飽和制約の影響を受けない場合と比べて受ける場合の方が、予測された平均値と実際の平均値とのずれが小さくなる傾向を持つと考えられる。

Fig. 19 The displacement response x for random disturbance w whose amplitude is 15N. The responses of both controllers have little difference.

Fig. 20 The control input u for random disturbance w whose amplitude is 15N. Amplitude of each control input is scaled to the maximum amplitude $U_{max} = 1\text{N}$ to satisfy the input constraint condition around 0.8s and 1.9s.

Fig. 21 The predicted averaged power $\bar{P}(k)$ for random disturbance w whose amplitude is 5N. The predicted averaged power of the controller without disturbance model is smaller than the actual averaged power especially around 0.8s. The difference is reduced in the case of the controller with disturbance model.

Fig. 22 The predicted averaged power $\bar{P}(k)$ for random disturbance w whose amplitude is 15N. Even using the controller without disturbance model, the difference between the predicted averaged power and the actual averaged power is small. The merit of introducing the disturbance model is not noticeable in this case.

次に、より一般的な外乱に対する有効性を検証するために不規則外乱を与えた場合のシミュレーション結果を示す。図 17 と図 18 に入力飽和制約の影響を受けない場合として振幅 5N の不規則外乱を与えた場合の変位応答と入力、図 19 と図 20 に入力飽和制約の影響を受ける場合として振幅 15N の不規則外乱を与えた場合の変位応答と入力を示す。図 17 より入力飽和制約の影響を受けない場合には、外乱モデルを考慮した制御器の応答のほうが若干小さくなっていることが分り、正弦波外乱を受ける場合と同様に外乱モデルを導入したことによる外乱相殺の効果が現れていると考えられる。一方、図 19 より入力飽和制約の影響を受ける場合には、制御器の違いによる変位応答の違いはほとんど無いことが分り、これも正弦波外乱を受ける場合と同様の傾向であると考えられる。また、図 20 より入力飽和制約の影響を受ける場合の外乱モデルを考慮した制御器の入力は、外乱モデルを考慮しない制御器の入力と同様に制約範囲に収まり、入力の上限および下限付近で急激に折れ曲がる飽和の波形ではなく滑らかな波形となっていることが分かる。これは、入力の瞬時値が上限値 U_{max} に達してから打ち切るのではなく、瞬時値が上限値 U_{max} に達していなくても、制御ホライズン中の将来の入力の最大値である振幅 $|u|$ が上限値 U_{max} を超える場合には、式 (39) に従ってスケールングを行い、入力の大きさを徐々に抑制している

ためである。この性質は、現実の振動系への適用を考えた場合に高次振動モードの励起の防止に役立ち、好ましい性質であると考えられる。

図 21 と図 22 は、それぞれの外乱振幅の場合について正弦波外乱の場合と同様にアクチュエータから振動系に流れるパワーを示したものである。図 21 より入力飽和制約の影響を受けない場合には、特に応答が大きくなり共振状態にあると考えられる時刻 0.8s 付近で、外乱モデルを考慮しない制御器での予測された平均値の絶対値が実際よりも小さくなる傾向が確認できる。これに対して、外乱モデルを考慮した制御器では時刻 0.8s 付近での予測された平均値と実際の平均値との差が小さくなっており、外乱モデルを導入したことでパワーの予測の改善が図られていることが分かる。一方、図 22 に示す入力飽和制約の影響を受ける場合には、制御器の種類に関わらず予測された平均値と実際の平均値との差は小さく、外乱モデルを考慮することによる効果は大きくない。入力の飽和制約の影響を受ける場合に、外乱モデルを考慮しなくてもパワーの予測のずれが小さい傾向は正弦波外乱を受ける場合と同様であり、その原因も同様なものと推察される。

4. 結 論

本論文では、入力を調和関数の線形和と仮定した予測制御での平均回生パワーの予測精度を改善するために、固有角振動数と等しい角振動数の正弦波外乱を仮定した外乱モデルを含めた拡大系を作成して、最小次元オブザーバにより外乱を推定することで予測に反映させる手法を示した。この手法の基本的な有効性を確認するため、1 自由度振動系を対象として外乱モデルで想定した外乱である固有角振動数の正弦波外乱を受ける場合についてシミュレーションを行うとともに、より一般的な外乱に対する有効性についても検証するため、不規則外乱を受ける場合のシミュレーションも行った。また、入力の飽和に関する制約の影響を見るために、正弦波外乱と不規則外乱のそれぞれについて、入力の飽和制約の影響を受けない場合と受ける場合に対応する 2 通りの外乱振幅についてシミュレーションを行った。

正弦波外乱を受ける場合、入力の飽和制約の影響を受けない場合と受ける場合の双方で、外乱モデルを考慮しない制御器では予測された平均値の絶対値が実際よりも小さくなる傾向を持つのに対して、外乱モデルを考慮した制御器では予測された平均値が実際の平均値に一致しており、外乱モデルの導入によるパワー予測精度の改善が確認できた。また、外乱モデルを考慮しない制御器での予測された平均値と実際の平均値のずれは、入力の飽和制約の影響を受けない場合の方が受ける場合よりも大きくなる傾向があることを示した。

一方、不規則外乱を受ける場合では、入力の飽和制約の影響を受けない場合で応答振幅が大きくなり共振状態となるときの中心に外乱モデルを導入することによるパワー予測精度の改善が見られたが、入力の飽和制約の影響を受ける場合には顕著な改善は見られなかった。この原因としては、入力の飽和制約の影響を受ける場合には正弦波外乱の場合と同様に外乱モデルを考慮しなくてもパワーの予測値のずれが小さいことと外乱モデルと外乱の構造が異なるため正弦波外乱を受ける場合と比較すると外乱モデルを導入する効果が限定的と考えられることが挙げられる。

以上より、提案する手法は入力の飽和制約の影響を受ける期間が少ない場合および固有振動数に近い周波数成分を継続的に含む外乱を受ける場合に有効性が高いと考えられる。

謝 辞

本研究は JSPS 科研費 23760210 の助成を受けたものです。

文 献

Maciejowski, J.M., Predictive control with constraints (2002), p.1, Pearson Education.

Nakahara, T. and Fujimoto, T., Model predictive controllers for energy regenerative active vibration control systems using piezoelectric actuators and class D amplifiers, Proceedings of the 12th International Conference on Motion and Vibration Control (2014), 3B12.

中原健志, 藤本孝, 調和入力を仮定した予測制御によるスマート構造のエネルギー回生振動制御, 第 13 回「運動と振動の制御」シンポジウム講演論文集 (2013), B32.

- Nakahara, T. and Fujimoto, T., Energy regenerative active vibration control of cantilever beam using piezoelectric actuator and class D amplifier, *Journal of System Design and Dynamics*, Vol.5, No.5 (2011), pp.731-751.
- Nakahara, T. and Fujimoto, T., Energy regenerative vibration control using piezoelectric actuator and class D amplifier, *Proceedings of the 9th International Conference on Motion and Vibration Control* (2008), paper No.1140.
- 野波健蔵, 西村秀和, MATLAB による制御理論の基礎 (1998), p.184, 東京電機大学出版局.
- 野波健蔵, 西村秀和, 崔衛民, 多自由度振動系の外乱相殺制御 (固定面を利用する制御器およびアクティブ動吸振器を用いる場合), *日本機械学会論文集 C 編*, Vol.58, No.545 (1992), pp.68-74.
- 野波健蔵, 調和励振力を受ける多自由度振動系の外乱相殺制御, *日本機械学会論文集 C 編*, Vol.57, No.534 (1991), pp.364-370.
- Richalet, J. and O'Donovan, D., *Predictive functional control* (2009), p.36, Springer.
- Takács, G. and Rohal'-Ilkiv, B., *Model predictive vibration control* (2012), pp.221-223, pp.229-230, pp.392-396, Springer.

References

- Maciejowski, J.M., *Predictive control with constraints* (2002), p.1, Pearson Education.
- Nakahara, T. and Fujimoto, T., Model predictive controllers for energy regenerative active vibration control systems using piezoelectric actuators and class D amplifiers, *Proceedings of the 12th International Conference on Motion and Vibration Control* (2014), 3B12.
- Nakahara, T. and Fujimoto, T., Energy regenerative vibration control of smart structures using harmonic input predictive control, *Proceedings of the 13th Symposium on Motion and Vibration Control* (2013), B32 (in Japanese).
- Nakahara, T. and Fujimoto, T., Energy regenerative active vibration control of cantilever beam using piezoelectric actuator and class D amplifier, *Journal of System Design and Dynamics*, Vol.5, No.5 (2011), pp.731-751.
- Nakahara, T. and Fujimoto, T., Energy regenerative vibration control using piezoelectric actuator and class D amplifier, *Proceedings of the 9th International Conference on Motion and Vibration Control* (2008), paper No.1140.
- Nonami, K. and Nishimura, H., MATLAB niyoru seigyoriron no kiso (1998), p.184, Tokyo Denkidaigaku Syuppanyoku (in Japanese).
- Nonami, K., Nishimura, H. and Cui, W., Disturbance cancellation control for vibration control of multi-degree-of-freedom systems (Case of using active vibration absorber and active dynamic vibration absorber), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 58, No. 545 (1992), pp.68-74 (in Japanese).
- Nonami, K., Disturbance cancellation control for vibration of multi-degree-of-freedom systems with harmonic excitation, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 57, No. 534 (1991), pp.364-370 (in Japanese).
- Richalet, J. and O'Donovan, D., *Predictive functional control* (2009), p.36, Springer.
- Takács, G. and Rohal'-Ilkiv, B., *Model predictive vibration control* (2012), pp.221-223, pp.229-230, pp.392-396, Springer.