動ひずみ測定を用いた振動入力同定精度向上に関する研究

糸藤 匠^{*1}, 吉村 卓也^{*2}, 玉置 元^{*3}

Accuracy improvement of vibrational input identification using dynamic strain measurement

Takumi ITOFUJI^{*1}, Takuya YOSHIMURA^{*2} and Gen TAMAOKI^{*3}^{*1,*2,*3}Tokyo Metropolitan Univ. Dept. of Mechanical Engineering, 1-1 Minami-osawa, Hachioji-shi, Tokyo 192-0397, Japan

Received 25 December 2014

Abstract

Transfer Path Analysis (TPA) has been conducted in order to improve the noise and vibration quality of mechanical structures. However, the force identification in the TPA is still challenging problem and its accuracy has to be improved. The Matrix Inversion Method and the Apparent-Mass Matrix Method are approaches for force identification. The Matrix Inversion Method estimates the excitation force by the product of an inverse matrix of accelerance and a vector of actual operational acceleration. It is known that the Matrix Inversion Method is very sensitive to measurement noise especially at the resonance. Apparent-Mass Matrix Method has been recently proposed, which provides more accurate results than the Matrix Inversion Method. However, these methods are still insufficient in accuracy, and improvement of identification accuracy is required. This paper proposes a new force identification method by using strain measurement. The method estimates the force using the Strain Frequency Response Function (SFRF) instead of acceleration or Apparent-Mass Matrix. The SFRFs are more strongly affected by higher-order modes than accelerance FRF. Therefore, we considered that more accurate force identification can be obtained by using SFRF than the conventional method. A numerical simulation and a vibration experiment are conducted to compare the results by the proposed method with the conventional method.

Key words: Transfer path analysis, Matrix inversion method, Apparent mass method, Force identification, Strain

1. 緒 言

近年、機械構造物の振動・騒音を低減させるための技術は、商品の付加価値向上のために益々重要になっている。振動・騒音の対策検討のための方法の一つに、伝達経路解析(能村, 2011)があり、特に伝達経路の複雑な自動車の開発などに用いられている。伝達経路解析においては対象とする系を受動系と駆動系に分離し、各系に作用する入力とそれらに対応する周波数応答関数の積として応答に占める寄与を計算する。しかしセンサーの設置場所を確保できないために加振力を直接測定することは困難なことが多いため、各系の入力を得るためには入力同定を行う必要がある。入力同定には逆行列法が一般的に用いられている。逆行列法では加振力と加速度間の周波数応答関数であるアクセラランスの逆行列と、実稼働時の応答加速度の積で加振力を推定する。しかし逆行列を用いたこの演算を行うと応答加速度やアクセラランス行列に含まれる誤差が同定した加振力に拡大して伝播するという問題がある(中川, 小柳, 1982)。先行研究において提案された動質量法は、アクセラランスの逆行列に当たる動質量行列を直接推定することで、逆行列を用いた計算を回避し、入力同定精度を向上させている(小林, 吉村, 2009)。このように入力同定精度向上が求められ、様々な研究が行われているが実用上の精度は必ずしも十分ではない。

本研究では従来の加速度応答に加え、ひずみ応答を用いて入力同定を行う手法を検討する。従来の入力同定手法では、固有振動数近傍においてその固有モードが支配的になり、どの点を加振してもほぼ同じ振動形状を示す

No. 14-00698 [DOI:10.1299/transjsme.14-00698], J-STAGE Advance Publication date : 18 August, 2015

^{*1} 正員, 首都大学東京 大学院機械工学専攻 (〒192-0397 東京都八王子市南大沢 1-1)^{*2} 正員, フェロー, 首都大学東京^{*3} 正員, 首都大学東京

E-mail of corresponding author: yoshimu@tmu.ac.jp

ために、周波数応答関数行列は悪条件になる。この場合にはアクセランス行列の逆行列の計算は誤差の影響を受けやすく、同定される加振力は真値から離れたものになることが多い。共振点においては、少しでも他モードの影響を受けることで、周波数応答関数行列の悪条件が緩和されることが期待できるとされている。先行研究においては、ひずみ応答の周波数応答関数はアクセランスに比べて高次モードの影響をより大きく受けるため、加速度応答よりも正確な加振力推定が可能であるとされているが、必ずしも明確な根拠は示されていない(Hillary and Ewins, 1984),(中野, 細矢, 2009),(Edwin and Kriel, 2000)。またひずみ応答は測定点が近接した場合でも、その部位により異なった応答を示すため、加速度計よりも正確な荷重の同定が可能と述べている先行研究もある(Geluk, et al., 2011)。このようにひずみを用いた入力同定に関する検討例は報告されているものの、その根拠は十分に明らかにされていない。

本研究ではひずみ応答周波数応答関数における高次モードの影響について明らかにし、数値シミュレーション及び車両を模擬した簡易構造物を用いた入力同定実験を行い、入力同定におけるひずみ応答の有効性を検討する。

2. 理論

2・1 入力同定

機械の稼働中に加振力を直接計測することは、ロードセルの設置スペースや取付け面確保の観点から困難な場合が多く、そのため、間接的に加振力を推定する入力同定を行う必要がある。以下に主な入力同定手法について述べる。

2・1・1 逆行列法

逆行列法による入力同定では、初めに振動試験で周波数応答関数を推定する。この周波数応答関数は最小二乗法を用いて応答に含まれる誤差が最小になるように推定を行う。そして次に実稼働時における応答を計測する。このときの応答計測点は、先に行なわれた周波数応答関数推定時の応答計測点と同じである。

得られた周波数応答関数、実稼働時の応答と作用する加振力の間には、ある周波数 ω において以下の関係が成り立つ。ここで m は加振点数、 n は応答計測点数である。

$$\begin{Bmatrix} y_1(\omega) \\ \vdots \\ y_n(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{1,1}(\omega) & \cdots & H_{1,m}(\omega) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{n,1}(\omega) & \cdots & H_{n,m}(\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_1(\omega) \\ \vdots \\ f_m(\omega) \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで $f_j(\omega)$ は点 j における加振力のフーリエスペクトル、 $y_i(\omega)$ は点 i における応答のフーリエスペクトル、 $H_{i,j}(\omega)$ は点 j 入力、点 i 応答の周波数応答関数である。式(1)を以下のように行列表記する。

$$\mathbf{y}(\omega) = \mathbf{H}(\omega)\mathbf{f}(\omega) \quad (2)$$

加振点数 m と応答計測点数 n が等しい場合($m=n$)には、次式のように $\mathbf{H}$ の逆行列を計算し、式の両辺に左から乗じることで入力同定を行う。

$$\mathbf{f}(\omega) = \mathbf{H}^{-1}(\omega)\mathbf{y}(\omega) \quad (3)$$

入力同定精度の観点から、応答計測点数を加振点数よりも多く取ることが一般的であり($m < n$)、加振点数 m と応答計測点数 n が異なるときは最小二乗法を用いて入力同定を行う。この場合には次式のように入力同定を行う。

$$\mathbf{f}(\omega) = \mathbf{H}^+(\omega)\mathbf{y}(\omega) \quad (4)$$

ここで $\mathbf{H}^+(\omega)$ は疑似逆行列であり、 $\mathbf{H}^+(\omega) = (\mathbf{H}^H(\omega)\mathbf{H}(\omega))^{-1}\mathbf{H}^H(\omega)$ と表せる。また $\mathbf{H}^H(\omega)$ は $\mathbf{H}(\omega)$ の共役複素転置である。よって式(3)、式(4)を用いて周波数応答関数と実稼働時の応答から実稼働時の加振力を同定する。

2・1・2 動質量法

動質量法は、アクセランス行列の逆行列、または疑似逆行列に当たる動質量行列を直接推定して用いる手法である(小林, 吉村, 2009)。動質量法は次式のようになる。

$$\mathbf{f}(\omega) = \mathbf{G}(\omega)\mathbf{y}(\omega) \quad (5)$$

動質量法は、逆行列を用いた計算を避けることにより同定精度を向上させている。また、動質量法は入力加振力の誤差が最小となるよう推定するため、入力同定に有利である。なお本論文では比較を容易にするため、逆行列法を用いた検討を基本とし、動質量法を用いた入力同定の結果は5章の考察に記載する。

2・2 片持ちはりの周波数応答関数

図1に解析対象の片持ちはりを示す。片持ちはり、長さ $l=1\text{m}$ 、幅 $b=0.03\text{m}$ 、厚さ $h=0.01\text{m}$ とし、材質はアルミニウムとした。このはりの曲げ振動を考えたとき、加速度とひずみの周波数応答関数は式(6)、式(8)のようになる。式(6)が片持ちはりのアクセラランス(以下 FRF)、式(8)が片持ちはりのひずみ周波数応答関数(以下 SFRF)である。 $W_r(x)$ は変位モード関数であり、 $W_r^\varepsilon(x)$ は変位モード関数を x で二階微分したひずみモード関数であり、 $\bar{x}$ は加振点位置である。 $z(z=h/2)$ 、 ρ 、 A 、 ζ はそれぞれはりの曲げにおける中立軸からの距離、密度、断面積、減衰比である。また λ_r 、 ω_r は各モードの固有値と固有角振動数である。 a は採用モード数である。図2に周波数応答関数の比較を示す。図2(a)、図2(b)に加振点： $x=0.6\text{m}$ 、応答点： $x=0.6\text{m}$ とし、周波数を 0Hz から 800Hz まで変化させ、採用モード数 a を $5, 10, 50$ と変化させたときの FRF 及び SFRF を示す。また減衰比： $\zeta=0.01$ とする。図2(c)、図2(d)に同様の条件で加振点： $x=0.6\text{m}$ 、応答点： $x=0.9\text{m}$ としたときの FRF 及び SFRF を示す。

図2(a)～図2(d)より、加振点応答における SFRF は採用モード数の影響が比較的大きくみられる。一方で相互応答では FRF 及び SFRF のどちらも採用モード数の変化の影響をほとんど受けていないことがわかる。この理由を式(8)より考察する。SFRF は高次において各固有モード成分に乘じる固有値 λ_r が大きくなるため、重ね合わせによって低周波域に影響が生じる。さらに加振点応答付近ではモード定数の符号がほぼ同符号になることによって、入力と応答が同相になり固有モード間には反共振点が生じるため、より影響が顕著になる。以上の理由により、加振点における SFRF は高次モードの影響が大きくなったと考えられる。この特徴は、本質的にひずみが変位の二階微分であるためであり、はり構造物以外においても同様に成り立つと考えられる。

$$H(\omega) = -\omega^2 \sum_{r=1}^a \frac{W_r(x)W_r(\bar{x})}{(\omega_r^2 - \omega^2 + 2\zeta\omega_r\omega j)\rho A l} \quad (6)$$

$$W_r(x) = \frac{1}{\sin \lambda_r + \sinh \lambda_r} \left\{ \left(\cosh \frac{\lambda_r}{l} x - \cos \frac{\lambda_r}{l} x \right) (\sin \lambda_r + \sinh \lambda_r) - \left(\sinh \frac{\lambda_r}{l} x - \sin \frac{\lambda_r}{l} x \right) (\cos \lambda_r + \cosh \lambda_r) \right\} \quad (7)$$

$$H_\varepsilon(\omega) = -z \sum_{r=1}^a \left(\frac{\lambda_r}{l} \right)^2 \frac{W_r^\varepsilon(x)W_r^\varepsilon(\bar{x})}{(\omega_r^2 - \omega^2 + 2\zeta\omega_r\omega j)\rho A l} \quad (8)$$

$$W_r^\varepsilon(x) = \frac{1}{\sin \lambda_r + \sinh \lambda_r} \left\{ \left(\cosh \frac{\lambda_r}{l} x + \cos \frac{\lambda_r}{l} x \right) (\sin \lambda_r + \sinh \lambda_r) - \left(\sinh \frac{\lambda_r}{l} x + \sin \frac{\lambda_r}{l} x \right) (\cos \lambda_r + \cosh \lambda_r) \right\} \quad (9)$$

Fig. 1 Cantilever model

Fig.2 Comparison of Frequency Response Functions. These results indicate that frequency response functions are affected by higher-order modes in the case of driving point FRF. Especially, the SFRF are more strongly affected by higher-order modes than the FRF.

3. 数値シミュレーション

加速度応答を用いた入力同定とひずみ応答を用いた入力同定を比較するために、入力同定の数値シミュレーションを行う。使用する解析モデルは図1に示す片持ちはりとする。

3・1 数値シミュレーションの手順

シミュレーションの手順は、以下のようにした。

- 加振力を算出する。加振力は平均 0、標準偏差 1 の無相関な正規乱数とし、全周波数で同一とした。
- 理論で算出した周波数応答関数に(a)で算出した加振力を乗じて応答データ(加速度及びひずみ)を算出する。
- 手順(a)(b)で算出した加振力と応答に誤差を混入し、これを用いて周波数応答関数を推定する。誤差は混入する誤差の二乗平均が、誤差を混入する元のデータの二乗平均の何倍かを表す誤差調整係数 α_{error} により設定した。点 i における応答の真値を $\mathbf{y}_i(\omega)$ とする。ここで $\mathbf{y}_i(\omega) = [y_i^{(1)}(\omega) \cdots y_i^{(N)}(\omega)]$ であり、行ベクトルである。 $y_i^{(k)}(\omega)$ は点 i における k 番目の計測で得られた応答である。よって平均回数を N として $\mathbf{y}_i(\omega)$ に加える誤差 $\mathbf{y}_{\text{error},i}(\omega)$ は次式で算出する。

$$\mathbf{y}_{\text{error},i}(\omega) = \mathbf{E}_i(\omega) \times \sqrt{\frac{\alpha_{\text{error}} \times \left(\sum_{k=1}^N |y_i^{(k)}(\omega)|^2 \right) / N}{\left(\sum_{k=1}^N |e_i^{(k)}(\omega)|^2 \right) / N}} \quad (10)$$

$\mathbf{E}_i(\omega)$ は $\mathbf{E}_i(\omega) = [e_i^{(1)}(\omega) \cdots e_i^{(N)}(\omega)]$ であり、実部と虚部にそれぞれ平均 0、標準偏差 1 の乱数を持つ数であり、全周波数で全て独立である。 $e_i^{(k)}(\omega)$ は $e_i^{(k)}(\omega) = e_{\text{re},i}^{(k)}(\omega) + j \cdot e_{\text{im},i}^{(k)}(\omega)$ (この j は虚数) であり、 $e_{\text{re},i}^{(k)}(\omega)$ と $e_{\text{im},i}^{(k)}(\omega)$ はそれぞれ平均 0、標準偏差 1 の乱数であり、全周波数で独立である。また点 j における加振力の

真値を $x_j(\omega)$ とし, $x_j^{(k)}(\omega)$ を点 j における k 番目の計測で得られた加振力とすると, $x_j(\omega)$ に加える誤差 $\mathbf{x}_{error,j}(\omega)$ は次式で算出する.

$$\mathbf{x}_{error,j}(\omega) = \mathbf{E}_j(\omega) \times \sqrt{\frac{a_{error} \times \left(\sum_k^N |x_j^{(k)}(\omega)|^2 \right) / N}{\left(\sum_k^N |e_j^{(k)}(\omega)|^2 \right) / N}} \quad (11)$$

- (d) 実稼働応答データ生成のために上記とは別に(a),(b)の手順で, 加振力および応答を算出する. このときの加振力を, 入力同定された値と比較するための真値とする. また応答データに手順(c)と同様の方法で誤差を混入する.
- (e) 手順(c)で得られた周波数応答関数及び手順(d)で得られた応答データを用いて入力同定を行う.

3・2 数値シミュレーションの条件

周波数範囲は 0~800Hz までとし, 周波数分解能は 0.25Hz とした. モード減衰比は一律に 1%, 採用モード数は 50 とし, 入力とは 2 点同時加振とした. シミュレーションにおける周波数応答関数推定の平均回数及び入力同定の平均回数は 50 回とした. また誤差調整係数は 0.1 とした. 図 1 に示す片持ちはりの加振点と応答点の条件を表 1 に示す. この数値シミュレーションではひずみ及び加速度の計測点は加振点応答を含んだものとする.

Table1 Response and Excitation Location

Response Point[m]				Excitation Point[m]	
				f1	f2
Acceleration				0.5	0.6
0.2	0.5	0.6	0.8		
Strain					
0.2	0.5	0.6	0.8		

3・3 周波数平均誤差

各応答・各手法を用いて同定される加振力と, 加振力の真値を比較するため周波数平均誤差を用いる. 周波数平均誤差は全周波数における同定誤差の加算平均より得られる誤差指標値である. 周波数平均誤差を入力同定の評価に用いた理由としては, 振動パワーによって対象とした周波数範囲の全体の誤差評価を行うためである. 式 (12) に周波数平均誤差の式を示す.

$$\varepsilon_{ave} = \frac{1}{M} \sum_{u=1}^M \left(\frac{\sum_{k=1}^N |\hat{f}^{(k)}(\omega_u) - f^{(k)}(\omega_u)|^2}{\sum_{k=1}^N |f^{(k)}(\omega_u)|^2} \right) \quad (12)$$

ここで, $\hat{f}^{(k)}(\omega)$ は k 回目に同定された加振力のフーリエスペクトル, $f^{(k)}(\omega)$ は k 回目の加振力の真値のフーリエスペクトル, N は入力同定の平均回数である. また M は周波数点数である.

3・4 解析結果

図 3 に加振点 f2 の入力同定結果を示す. 図中の縦線は固有振動数を示す. 図 4 に周波数平均誤差の図を示す.

図 3 よりいくつかの固有振動数付近において誤差が大きくなっていることがわかる. 10Hz, 50~100Hz 付近において SFRF を用いた入力同定の方が精度が高いことがわかる. しかし 700Hz 付近では SFRF の精度が悪くなっていることがわかる. 図 4 より SFRF の方が従来法よりも周波数平均誤差が小さくなっており, 同定精度が高くなっていることがわかる. 以上より SFRF を用いた入力同定は同定精度が悪い周波数が存在するが, 平均すると従来法よりも誤差が小さくなっていることが確認できる. また f1 の結果は FRF, SFRF 共に, f2 とほぼ同等の同定精度となったことを確認した.

Fig.3 Force Identification(f2). Vertical solid lines indicate natural frequencies. Around the peak of 10Hz, and in 50~100 Hz, SFRF gives better results. However, around the peak of 700 Hz, SFRF does not give better results.

Fig.4 Frequency Averaged Error (f2) SFRF gives better results.

4. 実験

4・1 実験概要

従来法と提案法の比較を行うために図 5 に示す供試体を用いて加振実験を行った。供試体は図 5(a)に示す受動系と、図 5(b)に示す駆動系(長方形の鋼板)で構成される。図 5(c)に受動系に駆動系を設置した状態を示す。供試体は前面と両側面が厚さ 20mm のジュラルミン製、上面、背面、下面が厚さ 5mm の鋼製である。フレームの前部には駆動系として板厚 25mm の鋼板、さらにその下に加振器が設置され真上に延びたロッドが鋼板に設置されている。フレーム上の 2 点に設置されるロードセルの上に駆動系の鋼板を設置する。ロードセルによって計測したデータを真値とする。加振器によって鋼板が加振された時、ロードセルを設置した 2 点の振動伝達経路でフレームへと伝達する力を同定する。

前部フレーム上のロードセル設置位置と応答計測点の位置を図 6 に示す。図中の F1, F2 は加振点、①~④は加速度計(PCB,M352C65)とひずみ計(PCB,740B02)が取り付けられている。なおひずみ計はフレームの軸方向に沿って取り付ける。ひずみ及び加速度の計測点は加振点応答を含み、それぞれ 4 点で計測した。加振波形はバーストランダム波を用い、計測時間 5s の内加振時間は 2s とした。解析周波数は 25~1000Hz とし、サンプリング点数は 12800 点、また周波数応答関数の推定、入力同定におけるスペクトル平均回数はそれぞれ 50 回とした。実験機器の構成を図 7 に示す。実験は以下の手順で行った。

- 1) F1, F2 を加振し、受動系の周波数応答関数(FRF, SFRF)を推定。
- 2) 受動系と駆動系を結合し、鋼板を加振することで実験動時における応答を計測。
- 3) 周波数応答関数と実験動時の応答を用いて入力同定。

本研究では入力同定に使用する応答点を①~④の 4 点とした場合(2 点加振 4 点応答)と応答点を③と④の 2 点とした場合(2 点加振 2 点応答)を検討した。

(a) Passive System

(b) Drive System

(c) Passive System and Drive System

Fig.5 Object Structure

Fig.6 Exciting and Measurement Locations

Fig.7 Measuring Instrument

4・2 FRF 及び SFRF を用いた入力同定の検討結果：2点加振4点応答の場合

この節では①～④の応答点を使用して入力同定を行った場合の結果を示す。図8に逆行列法を用いて算出した加振点 F2 の入力同定結果を示す。図中の縦線は受動系の固有振動数(前部フレーム主体のモード時の固有振動数)を示す。図9に加振点 F2 の周波数平均誤差(25～450Hz)を示す。

図8より SFRF の方が受動系の固有振動数付近における同定精度が高いことがわかる。また 200Hz 付近のパワースペクトルのピークにおいても SFRF の方が同定精度が高いことがわかる。しかし 450Hz 以降の高周波数では、同定精度があまり良くなく、FRF、SFRF 共にほぼ同等の同定精度と考えられる。図9より同定結果の周波数平均誤差は 25～450Hz では SFRF の方が小さいことがわかる。しかし 450～1000Hz においては FRF の方が誤差が小さくなっている。また F1 の結果は FRF、SFRF 共に、F2 とほぼ同等の同定精度となったことを確認した。

Fig.8 Force Identification(F2). Vertical solid lines indicate natural frequencies of the passive system. Around the natural frequencies and around the peak of 200Hz, SFRF gives better results than the conventional method (FRF). In the range larger than 450Hz, FRF and SFRF are almost the same accuracy.

Fig.9 Frequency Averaged Error (F2). In the range of 25～450Hz, SFRF gives better results. In the range of 450～1000Hz, SFRF does not give better results.

4・3 FRF 及び SFRF を用いた入力同定の検討結果：2点加振2点応答の場合

この節では③と④の応答点を使用して入力同定を行った場合の結果を示す。図10に逆行列法を用いて算出した加振点 F2 の入力同定結果を示す。図中の縦線は受動系の固有振動数(前部フレーム主体のモード時の固有振動数)

を示す。図 11 に加振点 F2 の周波数平均誤差(25~450Hz)を示す。図 12, 図 13 に SFRF を用いた入力同定における 2 点応答と 4 点応答の入力同定結果の比較図, 周波数平均誤差の比較図をそれぞれ示す。

図 10 より SFRF の方が受動系の固有振動数付近や 200Hz 付近のピークにおける同定精度が高い。特に 100Hz までの周波数において SFRF は高い同定精度である。しかし 450Hz 以降はどちらの手法も精度が良くなく、450~550Hz では、SFRF の方が誤差が大きくなっている。図 11 より周波数平均誤差は 25~450Hz では SFRF の方が小さいが、450~1000Hz においては FRF の方が小さくなっている。図 12 より SFRF を用いた入力同定における 2 点応答と 4 点応答を比較すると、2 点応答の方が受動系の固有振動数付近において同定精度が高く、また図 13 より 2 点応答の方が同定精度が高い。SFRF を用いた F1 の結果は F2 ほどの同定精度が得られなかった。

Fig.10 Force Identification(F2). Vertical solid lines indicate natural frequencies of the passive system. Around the natural frequencies and around the peak of 200Hz, SFRF gives better results. Especially, in the range lower than 100Hz, SFRF has higher identification accuracy than the conventional method (FRF). In the range of 450~550 Hz, SFRF does not give better results.

Fig.11 Frequency Averaged Error(F2). In the range of 25~450Hz, SFRF gives better results. In the range of 450~1000Hz, SFRF does not give better results.

Fig.12 Force Identification(F2). Vertical solid lines indicate natural frequencies of the passive system. Around the natural frequencies and around the peak of 200Hz, SFRF(2res) gives better results. Especially, in the range lower than 100Hz, SFRF(2res) has higher identification accuracy than the SFRF(4res).

Fig.13 Frequency Averaged Error (F2, 25~450Hz) SFRF(2res) gives better results.

5. 考察

5・1 周波数応答関数の比較について

2・2節では片持ちはりの FRF と SFRF を導出し、それらの比較を行った。その結果、加振点応答の場合では採用モード数を増やすことによって、特に SFRF は反共振点の位置が大きく変化し、高次モードの影響を強く受けていることがわかった。加振点応答において FRF・SFRF が採用モード数に応じて変化するの、FRF・SFRF の高次のモード成分が残余剛性として対象周波数範囲に影響を与えているためと考えられる。よって共振時においても加振点応答におけるひずみは、卓越したモードだけでなく他のモードの情報も抽出することができると考えられる。

一方で加振点応答ではない場合は FRF, SFRF どちらも採用モード数増加による影響は見られなかった。そこで 2・2節同様に周波数応答関数を描き、以下の式より高次モードの影響度 A_f を算出する。

$$A_f = \frac{\frac{1}{M} \sum_u^M |C_{high}(\omega_u)|}{\frac{1}{M} \sum_u^M |C_{low}(\omega_u)|} \quad (13)$$

ここで $C_{high}(\omega_u)$ は解析周波数範囲に存在する 7 次～50 次 ($a=7 \sim 50$) までのモード成分であり、 $C_{low}(\omega_u)$ は 6 次までのモード成分 ($a=1 \sim 6$) である。図 14 に図 1 の片持ちはりにおいて、 $x=0.6[m]$, $x=0.9[m]$ の位置を加振した場合の各応答点の高次モードの影響度を示す。図 14 より加振点付近における SFRF は高次モードの影響が大きくなっていることがわかる。この理由は 2・2節で述べたものと同様であり、これによって加振点応答付近の SFRF は高次モードの影響が大きくなったと考えられる。また加振点付近以外では FRF の方が高次モードの影響がわずかに大きい傾向が見られた。以上より、ひずみ計を用いた場合、加振点付近の応答点を採用することによって入力同定精度が向上すると考えられる。

Fig.14 Affected by Higher-Order Mode. In the case of near Driving Point, The SFRF are more strongly affected by higher-order modes than the FRF. On the other hands, In the case of Cross FRF, The FRF are affected by higher-order modes than the SFRF.

5・2 FRF・SFRF を用いた入力同定について

シミュレーション及び実験の結果より逆行列法による入力同定では、低周波数では SFRF を用いた方が入力同定の誤差は小さくなる傾向があることがわかった。この理由を前節の結果を踏まえて考察する。入力同定では、固有振動数近傍においてその固有モードが支配的になるため、周波数応答関数行列は悪条件になる。この周波数領域において、高次モードの影響を少しでも受けることによって、応答は加振点ごとに異なる振動形状を示し、周波数応答関数行列の悪条件が緩和されることが考えられる。実際に 4 章の実験において、受動系の固有振動数付近の同定精度は SFRF の方が高くなっており、これは SFRF が高次モードの影響を受け、悪条件が緩和されているためと考えられる。以上が加振点応答において SFRF を採用することにより入力同定精度が向上した理由と考えられる。一方、高周波数では SFRF を用いた入力同定は良好な結果を示さなかった。これは高周波数ではモード密度やモード減衰比が高くなり、固有モード間の連成が強くなることで、FRF と SFRF のどちらも他モードの影響が同程度になったためと考えられる。よって提案法は低周波数域において有効であると考えられる。

5・3 同定加振力の分散と信頼係数

入力同定には周波数応答関数計測と実稼働計測という工程がある．これらの計測において，計測されるデータへの誤差混入は避けられない．同定精度を低下させる要因にはセンサケーブルへのノイズ混入や加振方向，加振位置，さらに加振力の変動等起因する誤差である偶然誤差が挙げられる．そこで偶然誤差に起因する同定加振力の分散を推定することで，入力同定における加速度計とひずみ計の誤差伝播を比較する．同定加振力の分散は通常の入力同定に必要な計測データのみで推定可能であり，次式から求めることができる(小林,吉村,2011).

$$\sigma_{f_i}^2 = \sigma_{f_i(h)}^2 + \sigma_{f_i(a)}^2 \quad (14)$$

$\sigma_{f_i(h)}^2$ は周波数応答関数の推定誤差に起因する分散， $\sigma_{f_i(a)}^2$ は実稼働応答の計測誤差に起因する分散であり，以下の式で求められる．

$$\sigma_{f_i(h)}^2 = \sum_{l=1}^n G_{i,l}^* \left(\sum_{k=1}^m A_{k,k} G_{i,l} \sigma_{H(l,k)}^2 \right) \quad (15)$$

$$\begin{cases} G_{i,l} : \text{周波数応答関数の逆行列 } \mathbf{H}^{-1} \text{ の } (i,l) \text{ 成分} \\ A_{k,k} : \text{行列 } \mathbf{A} = \mathbf{Ga}(\mathbf{Ga})^H \text{ の } (k,k) \text{ 成分 } (\mathbf{G} : \text{周波数応答関数行列の逆行列, } \mathbf{a} : \text{実稼働応答}) \\ \sigma_{H(l,k)}^2 : k \text{ 入力 } l \text{ 応答の周波数応答関数の分散} \end{cases}$$

$$\sigma_{f_i(a)}^2 = \mathbf{g}_i^T \mathbf{C}_a \mathbf{g}_i \quad (16)$$

$$\begin{cases} \mathbf{g}_i : \text{周波数応答関数の逆行列 } \mathbf{H}^{-1} \text{ の } i \text{ 行目を縦に並べたベクトル } (n \times 1) \\ \mathbf{C}_a : \text{実稼働応答の誤差の分散共分散行列} \end{cases}$$

ここで*は複素共役である．式(14)を用いて供試体実験時の同定加振力の分散を求める．

また同定加振力の分散は誤差伝播の評価指標値として用いることができるが，周波数応答関数推定におけるコヒーレンスのように0～1の範囲で同定結果の信頼性を評価できることが望ましい．そこで先行研究にて提案された信頼係数(小林, 吉村,2011)を算出し，入力同定における加速度計とひずみ計の誤差伝播を比較する．この信頼係数は以下の式で求めることができ，1に近いほど信頼性が高く誤差伝播が小さいことを示す．

$$\gamma_r^2 = \frac{|f|^2}{\sigma_f^2 + |f|^2} \quad (17)$$

図 15(a), (b)にそれぞれ供試体実験時の F2 の分散および信頼係数を示す．図 15(a), (b)より，ひずみ応答を用いた入力同定の方が同定加振力の分散は小さくなり，また信頼係数も値が大きくなっていることがわかる．以上よりひずみ計の方が計測のバラつきが少なく，誤差伝播が改善されていることがわかる．

Fig.15 Variance and Reliability Coefficient(Vibration Experiment, F2). Variance of the Strain smaller than Variance of the Acceleration. Reliability Coefficient of the Strain gives better results than Reliability Coefficient of the Acceleration. Therefore, the input identification using the SFRF is reduced the error propagation.

5・4 応答点数を変更した入力同定について

4・3 節において 2 点応答の場合でも SFRF を用いた入力同定は従来法よりも同定精度が向上している。この結果より、従来法と比較してひずみ計は少ない応答点数でも精度の高い入力同定が可能であることがわかる。

また SFRF を用いた F2 の入力同定は 2 点応答の方が 4 点応答よりも同定精度が向上した。この理由を以下に考察する。ひずみ応答は加振点付近において高次モードの影響を強く受けることを 5・1 節で述べた。4 点応答の場合では対象とする加振力である F2 付近以外の応答も用いており、高次モードの影響が小さい SFRF も使用して入力同定を行っている。一方で 2 点応答の場合は対象とする加振力である F2 の付近の応答のみを用いており、高次モードの影響が大きい SFRF のみを使用して入力同定を行っている。そのため、4 点応答よりも同定精度が上昇したと考えられる。実際に受動系の固有振動数付近の同定精度は 2 点応答の方が高くなっており、これは高次モードの影響が大きい SFRF のみを使用したことで、入力同定に用いる周波数応答関数の悪条件がより緩和されたためと考えられる。また SFRF を用いた F1 の同定結果は F2 ほどの同定精度は得られなかった。この理由として考えられるのは、本検討では対象とする加振点である F2 の付近のみに応答点を設けてあり、F1 の入力同定に用いる SFRF は、高次モードの影響が少なく、それによって同定精度が向上しなかったと考えられる。F1 の同定精度は、F1 付近のひずみ応答のみを用いることで向上させることができると考えられる。

よって入力同定においてひずみ計を使用する場合、対象とする加振点付近のひずみ応答のみを使用することで精度の高い入力同定が可能であると考えられる。

5・5 動質量法を用いた入力同定

3 章、4 章では逆行列法を用いた入力同定を行い、ひずみ応答の有効性を検討した。ここでは数値シミュレーション及び加振実験における入力同定を動質量法を用いて行った結果を示す。数値シミュレーションの条件、加振実験の条件はそれぞれ 3 章、4 章と同様とする。なお本論文では比較を容易にするため、加速度だけでなくひずみを用いた場合でも「動質量法」と表記する。

図 16, 図 17 に 3 章の入力同定の数値シミュレーションにおいて動質量法を用いて算出した f2 の入力同定結果、周波数平均誤差を示す。図中の縦線は固有振動数である。また図 18, 図 19 に 4 章の加振実験時(2 点加振 4 点応答)において動質量法を用いて算出した F2 の入力同定結果、周波数平均誤差を示す。図中の縦線は受動系の固有振動数(前部フレーム主体のモード時の固有振動数)である。図 16～図 19 において A.M.は動質量法を示す。

図 16 より 10Hz のピーク付近および 50～100 Hz 付近において SFRF を用いた入力同定の方が精度が高いことがわかる。しかし 700Hz 付近では SFRF の方が精度が悪くなっている。また図 17 より、SFRF の方が従来法よりも周波数平均誤差が小さくなっており、周波数全体で見ると同定精度が高い。また逆行列法と比較すると FRF, SFRF 共に動質量法の方が誤差が小さいことがわかる。これは動質量法が逆行列を用いた計算を避けていること、また動質量法は入力加振力の誤差が最小となるよう推定していることが理由と考えられる。さらに逆行列法によって同定される加振力は計測値に対して過大評価する傾向があるが、動質量法によって同定される加振力は精度が高くなっているものの計測値に対して過小評価される傾向があることが確認された。また f1 の結果は FRF, SFRF 共に、f2 とほぼ同等の同定精度となったことを確認した。

図 18 より SFRF の方が受動系の固有振動数付近や 200Hz 付近のピークにおける同定精度が高いことがわかる。しかし 350～400Hz のピーク付近では SFRF の方が精度が低下している。また逆行列法同様に 450Hz 以降の高周波数では、同定精度は悪く、どちらの手法もほぼ同等の同定精度である。図 19 より周波数平均誤差は 25～450Hz では SFRF の方が小さい。また 450～1000Hz においては SFRF の方がわずかに誤差が小さくなっているが、ほぼ同等の同定精度である。また逆行列法と比較すると FRF, SFRF 共に周波数平均誤差では逆行列法の方が誤差は小さいが、25～100Hz においては動質量法の方が同定精度が高い。F1 の結果は FRF, SFRF 共に、F2 とほぼ同等の同定精度となった。

逆行列法同様に動質量法は SFRF を用いた入力同定は同定精度が低下する周波数が存在するが、平均すると従来法よりも誤差が小さくなっている。以上のことから、低周波数において SFRF を用いた入力同定は逆行列法だけでなく動質量法においても、有効であることが確認された。

Fig.16 Force Identification(f2). Vertical solid lines indicate natural frequencies. Around the peak of 10Hz, and in 50~100 Hz, A.M.SFRF gives better results. However, around the peak of 700 Hz, SFRF does not give better results.

Fig.17 Frequency Averaged Error (f2)
A.M.SFRF gives better results.

Fig.18 Force Identification(F2). Vertical solid lines indicate natural frequencies of the passive system. Around the peak of natural frequency, and in peak of 200Hz, A.M.SFRF gives better results than the A.M. FRF. However, around the peak of 350-400 Hz, SFRF does not give better results. In the range larger than 450Hz, FRF and SFRF are almost the same accuracy.

Fig.19 Frequency Averaged Error (F2). In the range of 25~450Hz, SFRF gives better results. In the range of 450~1000Hz, FRF and SFRF are almost the same results.

6. 結 言

本研究では入力同定精度向上のために、ひずみ測定を用いた入力同定手法を提案し、数値シミュレーション及び供試体を用いた実験からその有効性を検討した。得られた結果を以下にまとめる。

- ・加振点応答におけるひずみ周波数応答関数は高次モードの影響を強く受けている。また加振点付近以外ではアクセランスの方が高次モードの影響を強く受ける傾向がある。
- ・入力同定において加振点応答の測定が可能な場合、ひずみ周波数応答関数を用いることで従来法よりも入力同定精度が向上する。

- ・入力同定においてひずみ計を用いると同定加振力のばらつきが従来法に比べて小さくなり、誤差伝播特性が改善される。
- ・従来の加速度計測に基づく入力同定においては、応答点を構造全体で取り、計測点数を多くすることにより同定精度の向上が可能であると考えられていたが、ひずみ応答を用いる場合、加振点付近の応答のみを使用することにより精度の高い入力同定が可能であることが分かった。ただし、「加振点付近」というのは定性的表現であり、同定精度向上に有効な測定点の選択方法については今後さらに検討を要する。
- ・本研究では入力同定の手法として逆行列法と動質量法を用いたが、どちらの手法においてもひずみ応答を用いた方が同定精度は向上する。
- ・ひずみ周波数応答関数を用いた入力同定は低周波域において特に有効である。

文 献

- Edwin, T. and Kriel, S., Assessment of frequency domain force identification procedures, University of Pretoria (2000).
- Geluk, T., Van der Linden, P., Vige', D., Caudano, M., Gottardi, S., Ciraolo, F. and Mir, H., Noise contribution analysis at suspension interfaces using different force identification techniques, SAE(2011), doi:10.4271/2011-01-1600.
- Hillary, B. and Ewins, D.J., The use of strain gauges in force determination and frequency response function measurements, IMAC(1984), pp.627-634.
- 小林樹幸, 吉村卓也, 動質量行列を用いた入力同定手法の提案, 日本機械学会論文集 C 編 Vol.75, No.753(2009), pp.1500-1507.
- 小林樹幸, 吉村卓也, 逆行列を用いた入力同定の分散評価, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.77, No.776(2011), pp.1342-1355.
- 中川徹, 小柳義夫, 最小二乗法による実験データ解析, 東京大学出版 (1982).
- 中野義貴, 細矢直基, 力のモーメントを考慮した加振力の同定, Dynamics & Design Conference (2009), pp.122-1-122-6.
- 能村幸介, 実稼動伝達経路解析の理論と適用例, 日本音響学会誌 Vol.67, No.4 (2011).

References

- Edwin, T. and Kriel, S., Assessment of frequency domain force identification procedures, University of Pretoria (2000).
- Geluk, T., Van der Linden, P., Vige', D., Caudano, M., Gottardi, S., Ciraolo, F. and Mir, H., Noise contribution analysis at suspension interfaces using different force identification techniques, SAE(2011), doi:10.4271/2011-01-1600.
- Hillary, B. and Ewins, D. J., The use of strain gauges in force determination and frequency response function measurements, IMAC(1984), pp.627-634.
- Kobayasi, S. and Yoshimura, T., Identification of excitation force spectra by apparent-mass matrix approach, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, Vol.75, No.753 (2009), pp.1500-1507 (in Japanese).
- Kobayasi, S. and Yoshimura, T., Variance estimation for the identified force spectra based on matrix inversion method, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, Vol.77, No.776 (2011), pp.1342-1355 (in Japanese).
- Nakagawa, T. and Koyanagi, Y., Experimental data analysis by the least squares method, University of Tokyo Press (1982). (in Japanese).
- Nakano, N. and Hosoya, N., Identification of excitation forces with use of moment of forces, Dynamics & Design Conference (2009), pp.122-1-122-6 (in Japanese).
- Noumura, K., Theory and example of operational transfer path analysis, Acoustical Science and Technology, Vol.67, No.4 (2011) (in Japanese).