鉛直方向に等間隔配置された垂直加熱平板列
まわりの自然対流の伝熱特性三角 利之^{*1}, 田實 宗太朗^{*2}, 北村 健三^{*3}, 光石 暁彦^{*4}

Natural convection heat transfer from vertical heated plates set in a vertical array

Toshiyuki MISUMI^{*1}, Sotaro TAJITSU^{*2}, Kenzo KITAMURA^{*3} and Akihiko MITSUISHI^{*4}^{*1,*2} National Institute of Technology, Kagoshima College

1460-1 Shinko, Hayato-cho, Kirishima-shi, Kagoshima 899-5193, Japan

^{*3,*4} Toyohashi University of Technology, Department of Mechanical Engineering

1-1 Hibarigaoka, Tempaku-cho, Toyohashi-shi, Aichi 441-8580, Japan

Received 8 May 2015

Abstract

Natural convective flow and heat transfer induced around a vertical row of heated plates were investigated experimentally. The experiments were carried out with the row of ten-plates of heights $L=20, 30, 50\text{mm}$. The plate row was placed in the air with vertical gaps ranging from $G=5\text{mm}$ to 70mm . These enabled the experiments in the wide ranges of modified Rayleigh numbers, $2 \times 10^4 < Ra_L^* < 4 \times 10^6$, and non-dimensional gaps $(G/L)=0.1-3.5$. The flow fields around the row were first visualized using a smoke. The results depicted that the plumes arising from the upstream plates remain laminar throughout the row when the gaps are smaller than 30mm . While when the gaps are larger than 50mm , the plumes sway randomly on the halfway of the row and the turbulent transition takes place. The average heat transfer coefficients from the plates in the row were subsequently measured. They showed a monotonous decrease toward downstream when the flow remains laminar. While when the turbulent transition occurs, they turn to increase. The coefficients were next arranged with various non-dimensional parameters to obtain heat transfer correlations. Among many parameters, the parameter $Ra_G^*(G/L)$ was found to best correlate the present Nusselt numbers Nu_G , where Ra_G^* and Nu_G stand for the gap-based modified Rayleigh and the average Nusselt numbers. Moreover, from the plots in $Nu_G - Ra_G^*(G/L)$ plane, the heat transfer correlations were proposed both for the laminar and turbulent flows. The proposed correlations are very simple, but can predict the Nusselt numbers quite satisfactory.

Key words : Heat transfer, Natural convection, Vertical plates, Plate array, Heat exchanger

1. 緒 言

図 1(a)に示すように、加熱された平板が複数枚、同一鉛直面上に設置され、自然対流により冷却される体系は、例えば冷暖房用のプレートフィン型ラジエータや、発熱素子を搭載したプリント基板あるいはプレートフィン型ヒートシンクをはじめとする様々な伝熱機器、装置などで見られる体系である。この体系下では、平板列の下側に設置された加熱平板から立ち昇る自然対流プルームが上側平板に流れ込むため、上側平板あるいは平板列まわりの流動・伝熱は単独平板のそれとは異なる特性を示すことが予想される。このような垂直加熱平板列まわりの自然対流の流動および伝熱特性に関しては、上述した機器の熱設計を行うための基礎資料として重要であること

No.15-00258 [DOI:10.1299/transjsme.15-00258], J-STAGE Advance Publication date : 2 October, 2015

^{*1} 正員, 鹿児島工業高等専門学校 機械工学科 (〒899-5193 鹿児島県霧島市隼人町真孝 1460-1)^{*2} 学生員, 鹿児島工業高等専門学校 専攻科^{*3} 正員, フェロー, 豊橋技術科学大学 機械工学系 (〒441-8580 愛知県豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1-1)^{*4} 正員, 豊橋技術科学大学 機械工学系

E-mail of corresponding author: misumi@kagoshima-ct.ac.jp

から、従来幾つかの実験および解析的検討が行われている。

まず、Sparrow and Faghri (Sparrow and Faghri, 1980)は、図 1(b)に示すように、2 枚の等温加熱平板を垂直方向に間隔 G 離して設置した体系について、平板上の流れを層流・2 次元と仮定して、速度および温度場の数値解析を試みている。彼らは平板の高さ L_1, L_2 および周囲流体との温度差 $\Delta T_1, \Delta T_2$ 、および平板間隔 G を種々変化させた場合について、上側平板の平均熱伝達率を求め、下側平板の平均熱伝達率と比較している。その結果、例えば $L_1=L_2$ 、 $\Delta T_1=\Delta T_2$ の場合、平板間隔が狭い場合には、上側平板の熱伝達率は下側平板のそれより低下すること、一方、平板間隔が広い場合には、上側平板の熱伝達率は下側平板よりも高くなる結果を得ている。このうち、前者の伝熱劣化は下側平板で加熱され高温となったブルームが流れ込むため、後者の伝熱促進は、下側平板から立ち昇るブルームが十分冷やされ、低温となった流体が有限な近寄り速度で上側平板に到達するためと説明している。また、Jaluria (Jaluria, 1982) は、図 1(c)に示す垂直な断熱平板上に等熱流体加熱面が分散配置された体系について、2 次元放物型の境界層方程式を数値解析により解き、下流側加熱面の平均ヌセルト数が平板間隔 G および平板の加熱比(q_1/q_2)によってどのように変化するか調べている。その結果、例えば $L_1=L_2$ 、 $q_1=q_2$ の場合、上述したのと同じ理由により、 (G/L_1) が 4 未満では、下流側加熱面の平均ヌセルト数は上流側加熱面のそれより低くなり、 (G/L_1) が 4 以上では逆に高くなる結果を得ている。一方、Sparrow and Prakash (Sparrow and Prakash, 1980) は、図 1(d)に示すような水平方向間隔 S で無数千鳥配列された垂直等温平板列について、2 次元放物型の境界層方程式を数値解析により解き、この千鳥配列平板列と伝熱面積が同じ間隔 $2S$ の垂直平板列の伝熱特性を比較している。その結果、平板を間隔 S でオフセットさせた千鳥配列平板列は垂直平板列に比べて最大 2 倍程度の高い伝熱量が得られ、伝熱促進に有効であることを報告している。また、Tanda (Tanda, 1993)は図 1(d)中に○で囲った 4 枚 1 組の平板列について、各平板の伝熱量が間隔 S によりどのように変化するか伝熱実験により調べている。さらに、Ledezma and Bejan (Ledezma and Bejan, 1997)は、水平方向の幅 B および垂直方向の高さ H が予め与えられた空間内に、図 1(d)に示す千鳥配列平板列を水平方向間隔 S 、垂直方向間隔 L で設置した体系について、平板列全体の伝熱量を極大とする平板配置間隔 S_{opt} を数値解析により調べている。これら 3 つの研究の関心は、平板をオフセットした場合に、どの程度の伝熱促進効果が見込めるかを調べることに有り、垂直平板列中の個々の平板の伝熱特性については議論していない。一方、O'Meara and Poulikakos (O'Meara and Poulikakos, 1987) は、高さ $L=175\text{mm}$ の垂直加熱平板を、図 1(e)に示すように水平方向に 7 枚等間隔 S で並べ、この平板列を垂直方向に 2 段、間隔 G で設置した場合について、平板列中央の垂直方向 2 枚の平板のヌセルト数を実験により求めている。その結果、垂直方向間隔 (G/L) が 0.059 の場合には、2 段目の平板の平均ヌセルト数は一段目のその 50-60% 程度、 $(G/L)=0.148$ では 70-80% 程度の低い値を示すことを報告している。しかし、平板間隔 (G/L) をさらに広い範囲で変化させた場合に、2 段目平板のヌセルト数がどのように変化するかについては、測定を行っておらず不明のままである。

このように垂直方向に分散配置された加熱平板列まわりの自然対流の流動、伝熱に関しては、幾つかの解析や実験が試みられているものの、それぞれ体系が異なり、対象とする平板の枚数や間隔も研究者ごとに異なる。ま

Fig. 1 Present configuration and related configurations to the present study.

た、垂直平板列を構成する個々の平板の伝熱特性については、ほとんど不明のままである。垂直平板列に関する研究の最終的な目標は、図 1(d),(e)に示す多段・多列平板列まわりの自然対流の流動や伝熱を定量的に予測することにあるかと思われるが、そのためには最も基礎的な体系と考えられる図 1(a)の体系、すなわち垂直な加熱平板が一定な間隔 G で分散配置された体系について、平板列まわりの流動と伝熱特性を明らかにしておくことが必要であろう。しかし、この体系については前述したように、わずかに Sparrow and Faghri が 2 枚の等温加熱平板を垂直方向に間隔 G 離した場合について数値解析を試みているに過ぎない。しかも、彼らの研究では、上側平板の熱伝達率が平板間隔によりどのように変化するか定性的に議論するにとどまっており、その伝熱がどのようなパラメータで定量的に予測できるか不明のままである。このことから、本研究では図 1(a)に示す垂直一列加熱平板列まわりの空気の流れの自然対流を対象に、伝熱・流動の詳細を実験により調べることにした。実験では、平板の高さ L 、加熱量、および間隔 G を系統的に変化させた場合について、まず平板列まわりの流れを可視化した。ついで、これら可視化結果を参考にして、平板列中に設置された各平板の熱伝達率を測定した。また、その測定結果を基に、垂直平板列の伝熱を支配する無次元パラメータを明らかにし、併せて、平板列中に設置された各平板の平均ヌセルト数を定量的に予測する伝熱相関式を導出することにした。

2. 実験装置および測定

本研究では、実験に先立ち、平板を等温あるいは等熱流束のいずれの条件で加熱するか検討した。平板を等温加熱する場合、平板列中の全ての平板を等温に保つには、各平板の加熱量を制御する必要がある。しかし、平板が多数の場合にはこの制御は極めて困難になると予想される。そこで、本研究では平板を等熱流束条件で加熱することとし、図 2 に示す実験装置を製作・使用した。実験装置は試験平板および平板を垂直方向に等間隔で設置するための架台で構成されている。このうち試験平板は、厚さ $30\mu\text{m}$ のステンレス箔を所定の幅で短冊状に切り、この箔を厚さ 2mm のアルミ平板 2 枚の裏面側に電気絶縁用の両面テープを介して貼り付けた構造となっている。箔に直流を通电することにより、平板をジュール加熱した。このようにアルミ板でヒータを挟んだ試験平板を採用したのは、熱伝導率の高いアルミ板により平板の温度が均一化され、比較的少数の熱電対でも平板の平均熱伝達率が精度良く求められる利点を考慮したためである。本実験では、試験平板の高さ L を 20, 30 および 50 mm の 3 種類変化させた。これら試験平板は、いずれも厚さ 4.5mm 、奥行き方向長さは 310mm で一定である。これら試験平板を、図 2 に示すように、アクリル製の側板を介して垂直一列に設置した。この側板には、試験平板の大きさに合わせて矩形のスリットが開けられており、スリットに平板を挿入することにより、平板を所定の垂直方向間隔 G で設置した。この実験装置全体を断面 $1.2\text{m} \times 1.2\text{m}$ 、高さ 2m の測定用小部屋内に設置した。この小部屋の床面及び天井は、厚さ 0.2mm のステンレス製のパンチングメタル板で製作されており、小部屋の床面から乱れの小さな新気を導入し、加熱平板から立ち上る高温のプルームを天井からスムーズに排出できるよう工夫している。

本研究では、これら垂直一列平板列中に設置された各平板の平均熱伝達率 h_m の測定を行った。この測定に当たって、試験平板の温度を測定する必要がある。このために線径 $100\mu\text{m}$ の K 型熱電対をアルミ板裏面の奥行き方向中心線上 3 箇所の地点に貼り付けた。この熱電対の設置に当たり、アルミ板の裏面に径 1mm 、深さ 0.5mm の穴をあけ、この穴に熱電対の接点を入れ、熱伝導性セメントで封入・固着した。なお、この熱電対により測定された 3 点の壁温 T_w は、高さ 50mm の平板で、周囲流体との温度差 $\Delta T (=T_w - T_\infty)$ が 40K の場合でも、 $\pm 0.5\text{K}$ 程度の差に収まった。これは上述したように、ヒータで発生した熱が熱伝導率の高いアルミ板内で拡散し、温度が均一化されたためと考えられる。なお、周囲流体温度 T_∞ であるが、平板列中央から水平方向に 200mm 離れた位置に設置した線径 $100\mu\text{m}$ の K 型熱電対により測定した。本研究では、測定された壁温の平均値 T_{wm} と周囲流体温度 T_∞ との温度差を基に、平板の平均熱伝達率 h_m を次式で定義し、測定を行った。

$$h_m = Q_w / [A(T_{wm} - T_\infty)] \quad (1)$$

ここで、 Q_w ：平板表面から自然対流により移動する熱量、 A ：平板表面積である。本研究で取り扱う空気の流れの自然対流では、平板表面からの放射伝熱量 Q_{rad} が対流伝熱量 Q_w に比べて無視できない値となることから、放射伝熱量 Q_{rad} を次式で見積ることとした。

$$Q_{rad} = \sigma \epsilon (T_{wm}^4 - T_\infty^4) \cdot A \quad (2)$$

ここで、上式の σ はステファン・ボルツマン定数 $[\sigma=5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)]$ 、 ε はアルミ板表面の放射率である。この放射率 ε であるが、アルミ板の温度を上述の熱電対と放射温度計によって測定し、両者の温度が一致する放射温度計の放射率を求めた。その結果、 $\varepsilon=0.13$ なる値が得られた。この放射率を用いて放射伝熱量 Q_{rad} を計算し、ヒータのジュール加熱量 Q_j からこの放射伝熱量 Q_{rad} を差し引くことにより、対流伝熱量 Q_w を求めた。なお、実験では、この放射伝熱量 Q_{rad} を低く抑えるために、壁温 T_{wm} と周囲流体 T_∞ との温度差 ΔT は最大でも40K以下となるようジュール加熱量 Q_j の上限を設定した。この結果、式(2)で見積もった放射熱損失量 Q_{rad} は、最大でもジュール加熱量 Q_j の10%以下の値となった。

ところで、本研究ではアルミ板により温度を平準化した試験平板を用いたが、この平板が等温あるいは等熱流

Fig. 2 Apparatus and test plate utilized in the present experiment.

Fig. 3 Average Nusselt numbers of present test plate and comparison with the conventional Nusselt number correlation for the single vertical plate. The present plots coincide well with the conventional correlation for the uniform heat flux plate, indicating that the present plate can be treated as the uniform heat flux plate rather than the isothermal plate.

束のいずれで加熱されているか問題となる．そこで，これを確かめるため，単独平板の平均熱伝達率を計測し，その結果を等温および等熱流束加熱された垂直平板まわりの自然対流の平均ヌセルト数の理論解と比較することにした．図 3(a), (b)は，測定された単独平板の平均ヌセルト数 $Nu_L (=h_m \cdot L / \lambda)$ を，平板高さ L 基準のレイリー数 $Ra_L (=g\beta\Delta TL^3/\alpha\nu)$ および修正レイリー数 $Ra_L^* (=g\beta q_w L^4/\lambda\alpha\nu)$ をそれぞれ横軸にとってプロットしたものである．なお，図中に記した実線は，等熱流束および等温加熱された垂直平板まわりの層流自然対流の平均ヌセルト数 Nu_L に対する藤井(藤井, 1974)の解析値を示したもので，以下の式(3), (4)で与えられる．

$$Nu_L = C_1(P_r) Ra_L^{1/4} \quad (3)$$

$$Nu_L = C_2(P_r) Ra_L^{*1/5} \quad (4)$$

ここで，上式の係数 $C_1(P_r)$ および $C_2(P_r)$ はプラントル数 P_r の関数であり，以下のように与えられる．

$$C_1(P_r) = \left(\frac{P_r}{2.4 + 4.9\sqrt{P_r} + 5P_r} \right)^{1/4} \quad (5)$$

$$C_2(P_r) = \frac{5}{4} \left(\frac{P_r}{4 + 9\sqrt{P_r} + 10P_r} \right)^{1/5} \quad (6)$$

上式(5),(6)に，本実験で用いた空気のプラントル数 $Pr = 0.71$ を代入すると， $C_1(Pr) = 0.515$, $C_2(Pr) = 0.650$ なる値が得られる．さて，図 3 を見ると，本実験値は修正レイリー数 Ra_L^* でプロットした場合に藤井の解析値と良好に一致しており，一方，レイリー数 Ra_L でプロットした場合には 10% 程度高めの値を示している．この結果より，本実験で用いた試験平板は等熱流束加熱されているとみなせる．また，後述する平板列の実験では，平板列中の各平板のヒータを直列に接続し，直流安定化電源を利用して定電流モードで加熱した．従って，平板列中の各平板は等熱流束条件で加熱されており，得られた実験値を修正レイリー数 Ra_L^* で整理することにした．

実験に当たっては，平板の高さ L を 20, 30, 50mm の 3 通り，平板間隔 G を 5, 10, 20, 30, 50 および 70mm の 6 通り，対流熱流束 q_w を 50-150W/m² の範囲で系統的に変化させた．このとき平板高さ L 基準の修正レイリー数 Ra_L^* は， $Ra_L^* = 2 \times 10^4 - 4 \times 10^6$ の範囲となった．なお，後述する無次元数中の物性値は，膜温度 $T_f [(T_w + T_\infty)/2]$ で評価し，体膨張係数 β のみ $1/T_\infty$ で評価した．

3. 実験結果および考察

3・1 平板列まわりの流れの可視化

本研究では，まず平板列まわりに生じる流れを可視化により調べてみた．その代表的な例として，平板高さ $L = 30$ mm の平板を熱流束 $q_w = 150$ W/m² で加熱し，平板間隔 G を 20, 50, 70mm と変化させた場合の結果を，図 4(a), (b), (c) にそれぞれ示す．この流れの可視化のために，平板列最下端平板の下方 20mm の位置に内径 5mm のパイプを設置し，このパイプから線香の煙を流れに沿って流出させた．なお，可視化に当たっては，平板列まわりの流れに影響を及ぼさないよう，煙は常温まで冷却し，エアポンプの入力電圧を電圧調整器で調節することで，煙の吐出量を制御した．また，写真中に記した数字は下から数えた平板の番号を示している．

まず，平板間隔が狭い $G = 20$ mm の結果であるが，図 4(a) に示すように，パイプから吐出された煙は最下端平板の両側面に沿って流れ，平板の上端ではく離れた後，2 段目平板の下端部に流れ込んでいる．そして，2 段目平板の両側面に沿って流れた後，3 段目平板下端に到達する．このような流れが最下端平板から最上端平板のまわりで繰り返され，10 段目平板の上端から鉛直上方に煙が乱れることなく立ち上っている様子が読み取れる．また，これと同様な流れは平板間隔 $G = 5, 10, 30$ mm の場合にも観察された．これらの可視化から，平板間隔が 30mm 以

下では、平板列全体に亘って流れは層流状態を維持することが分かる。一方、平板間隔を $G=50\text{mm}$ に広げた場合であるが、図 4(b)に示すように最下端平板から 8 段目の平板までは流れは層流状態を維持しているが、8 段目平板の後方で煙が左右に揺動し始め、下流の 9, 10 段目平板のまわりで煙の揺動が増幅されていく様子が読み取れる。さらに平板間隔を $G=70\text{mm}$ に広げた図 4(c)では、4 段目平板の後方で煙が揺動し始めており、その後、この煙の揺動が下流に向かって増幅され、流れが乱流へと遷移していく様子が観察される。これら一連の可視化結果から、平板間隔がある程度以上広くなると、流れは平板列の途中から層流から乱流へ遷移すること、また、平板間隔が広くなるにつれて、流れの遷移位置が平板列の上流側へ移動することがわかる。

本体系のように垂直加熱平板が鉛直方向に分散配置された体系では、平板列まわりの流れが乱流へ遷移する機構として、2つが考えられる。その一つは、平板が間隔 0 で設置された場合に典型的にみられるもので、平板表面に沿う層流境界層が下流に向かうにつれて不安定となり、乱流遷移するもの。もう一つは、加熱平板のまわりに生じた自然対流が平板の上端から層流のプルームとなって離脱・上昇するが、このプルームは下流側へ流れるにつれて、左右に揺動し始め、最終的に乱流プルームへ遷移していく。後者のプルームが揺動し始める鉛直方向距離 x_{crit} は、図 4 と同じ条件 ($L=30\text{mm}$, $q_w=150\text{W/m}^2$) で単独平板上方のプルームの可視化を行った結果によれば、およそ $x_{\text{crit}}=0.3\text{--}0.4\text{m}$ 前後となることを確認している。このプルームの遷移距離は、前者の境界層流の遷移距離に比べてはるかに小さな値となる。このことより、平板間隔が広くなるにつれて、流れの遷移位置が平板列の上流側へ移動するのは、遷移のモードが前者の境界層流の遷移から、後者のプルームの遷移へと変化するためと考えられる。

Fig. 4 Flow fields around the row of ten-plates placed with different vertical gaps. The height and heat flux of the plates are fixed as $L=30\text{mm}$ and $q_w=150\text{W/m}^2$. Figure 4(a) shows that the flow remains laminar throughout the row, while Figs. 4(b) and 4(c) depict that the turbulent transition occurs around the row of gaps $G=50$ and 70mm and also that the transition point shifts toward upstream of the row with increasing the gap.

3・2 平板列の伝熱特性

以上の流れの可視化結果を参考にして、まず平板列中の各平板の平均熱伝達率が平板間隔 G によってどのように変化するか調べてみた。図 5 は、前節の可視化と同一の実験条件下で、平板列中に設置された平板の平均熱伝達率 h_m を測定した結果を示したもので、横軸に平板の番号 N をとり、平板間隔 G をパラメータとしている。この図 5 より、最下端平板($N=1$)の平均熱伝達率 h_m は、平板間隔によらずほぼ一定の値を示している。一方、2 段目以降の平板の熱伝達率であるが、平板間隔が狭い $G=5\text{mm} \sim 30\text{mm}$ の場合、下流側に向かうにつれて単調に低下していく様子が読み取れる。また、その値は平板間隔が狭いほど低くなっている。これは前述の流れの可視化から明らかのように、上流側平板で加熱されたプルームが下流側平板に流れ込むためであり、平板間隔が狭いほ

ど、プルームがより高温となり熱伝達率が低くなったと考えられる。一方、平板間隔が広い $G=50\text{mm}$ の場合には、熱伝達率は7段目平板までは単調に低下していくのに対して、9段目平板以降の平板では急激に高くなる結果が注目される。さらに平板間隔 $G=70\text{mm}$ の場合には、5段目の平板で熱伝達率が急激に増加し、それより下流側の平板ではほぼ一定の高い値を示している。このように平板列の途中で熱伝達率が急激に高くなる理由であるが、前節の流れの可視化により得られたプルームの揺動開始位置を参考までに図中↑で示した。この揺動開始位置は、熱伝達率が急激に高くなる位置とほぼ一致している。このことから熱伝達率の増加は、平板まわりの流れが乱流へ遷移し始めるためと考えられる。

さて、図5に示した結果は、あくまでも平板高さ $L=30\text{mm}$ および熱流束 $q_w=150\text{W/m}^2$ を一定とした場合の結果であり、平板の平均熱伝達率は平板高さや熱流束により大きく変化する。本研究では、平板列中の各平板の平均熱伝達率 h_m を、平板高さ L 、間隔 G および熱流束 q_w を種々変化させた場合について測定している。そこで、実験により得られた平均熱伝達率 h_m を基に、平板の高さ L を代表長さとする平均ヌセルト数 $Nu_L (=h_m \cdot L / \lambda)$ を求め、横軸に同じく平板の高さ L を基準とする修正レイリー数 $Ra_L^* (=g\beta q_w L^4 / \lambda \alpha \nu)$ をとって実験値をプロットしてみた。その結果を図6に示す。図6(a)~(d) は最下端平板($N=1$)、2、3 および5段目平板の結果をそれぞれ示したもので、平板間隔 G をパラメータにとっている。なお、比較のため、前述した単独平板の平均ヌセルト数に対する解析値を図中に実線で示す。

まず、図6(a)に示す最下段平板 ($N=1$) の平均ヌセルト数 Nu_L であるが、高さ $L=20, 30, 50\text{mm}$ の平板とも、平板間隔 G の如何に依らず、図中実線で示す単独平板の平均ヌセルト数に一致している。このことから最下段平板の伝熱に対して、下流側に設置された平板は影響を及ぼさないことがわかる。つぎに2段目平板の平均ヌセルト数であるが、図6(b)に示すように、平板間隔が最も狭い $G=5\text{mm}$ で極小値を示し、平板間隔の増加に伴って、 Nu_L は次第に高くなっていく。このうち間隔 G が狭い場合にヌセルト数が低下するのは、下側平板で加熱されたプルームが高温のまま下流側平板のまわりに流入するためである。一方、間隔 G が大きくなるにつれて、下流側平板のヌセルト数が高くなるのは、十分冷やされたプルームが一定の近寄り速度で下流側平板に到達するためと考えられる。また、間隔 G が 50mm の場合、 $L=20\text{mm}$ の平板では Nu_L の値は単独平板に比べてわずかに高く、 $L=30\text{mm}$ の平板ではほぼ同じ、 $L=50\text{mm}$ の平板ではわずかに低い値を示すことが分かる。これは平板が長くなると、一段目平板でより高温となったプルームが2段目平板に流れ込むためと考えられる。図6(c), (d) に示す3段目および5段目平板の平均ヌセルト数についても、2段目平板と同様な変化が読み取れるが、間隔が狭い $G=5, 10, 20\text{mm}$ の場合について各平板の平均ヌセルト数を比較すると、下流側に設置された平板ほど値が低くなっていくことが分かる。また、5段目平板の間隔 $G=70\text{mm}$ のヌセルト数を見ると、修正レイリー数 Ra_L^* に対する勾配が、間隔

Fig. 5 Average heat transfer coefficients from vertical row of ten-plates with $L=30\text{mm}$ and $q_w=150\text{W/m}^2$. The coefficients decrease toward downstream when the gaps are smaller than 30mm and the flows remain laminar throughout the row. On the other hand, the coefficients increase significantly with the turbulent transition, which occurs for the gaps larger than 50mm .

Fig. 6 Average Nusselt numbers from each plate in the row plotted in Nu_L - Ra_L^* plane. Figure 6(a) depicts that the Nusselt numbers from the bottom plate coincide with the conventional correlation for the single vertical plate. On the other hand, the Nusselt numbers from the downstream plates show marked variations with the gaps.

の狭い他のデータに比べ異なる結果が注目される。これは平板まわりの流れが乱流へ遷移し、伝熱特性が変化したためと推測される。

3・3 平板列の伝熱特性に関する無次元整理

さて、前節の結果から、平板列中に設置された平板のヌセルト数は平板の高さ L 、設置位置 N 、平板間隔 G 、平板の修正レイリー数 Ra_L^* に応じてかなり複雑に変化することが分かる。このため、従来の研究では、2 段目以降の平板からの伝熱については、平板のヌセルト数あるいはそれと最下段平板（単独平板）との比を提示し、それらの値が平板間隔あるいはレイリー数によってどのように変化するか、定性的に議論するに止まっている。この現状を踏まえ、本研究では、2 段目以降の平板の伝熱特性を定量的に予測する方法について検討してみた。このためには、まず平板の伝熱特性を適切に記述するパラメータを明らかにする必要がある。そこで様々な無次元パラメータを用いて、実験で得られた各平板の平均熱伝達率 h_m を整理してみた。その結果、実験データが最も良くまとまったのが、平板間隔 G を代表長さとする平均ヌセルト数 $Nu_G (= h_m G / \lambda)$ を、同じく平板間隔 G を代表長さとする修正レイリー数 $Ra_G^* (= g \beta q_w G^4 / \lambda \alpha v)$ と平板間隔 G と平板高さ L の比 (G/L) との積、すなわち $[Ra_G^* (G/L)]$ をとって無次元整理した場合であった。図 7(a)~(e) は、それぞれ 2, 3, 5, 7 および 9 段目平板について、この無次元整理を試みた結果を示したものである。なお、このうち 5 段目平板以降の平板については、平板間隔 G が広い

Fig. 7 Gap-based average Nusselt numbers Nu_G plotted with the non-dimensional parameter $Ra_G^*(G/L)$. Where, Ra_G^* stands for the gap-based modified Rayleigh numbers. The present laminar plots for the downstream plates gather around the solid lines in the figures, indicating that the parameter $Ra_G^*(G/L)$ well correlates the Nusselt numbers.

場合($G \geq 50\text{mm}$)には、平板に沿う流れが乱流に遷移すること、また、この乱流遷移に伴って平板の熱伝達率が急激に増加することを明らかにしている。そこで、5 段目平板以降の熱伝達率の整理に当たっては、層流と乱流域の伝熱を区別することにした。

さて、図 7(a), (b) は、2 および 3 段目平板についての結果を示したものである。なお、これら平板まわりの流れは、平板間隔 $G = 70\text{mm}$ の場合でも層流である。両図をみると、間隔 G 基準のヌセルト数 Nu_G が図中に示す一本の直線のまわりにまとまることが分かる。また、5, 7, 9 段目平板の層流域のヌセルト数 Nu_G についても、図 7(c) ~ (e) に示すように、一本の直線上にまとまることが分かる。なお、図には示さないが、同様な直線関係は、その他の平板 $N = 4, 6, 8, 10$ についてもみられ、それらの直線を式で表せば、以下のようになる。

$$Nu_G = C [Ra_G^*(G/L)]^n \quad (7)$$

ここで、上式の定数 C の値は、平板の設置位置 N に応じて変化し、2 段目平板では $C = 0.49$ 、10 段目平板では $C = 0.34$ となり、指数 n については、平板の設置位置 N によらずほぼ一定の値 $n = 0.22-0.23$ となった。これより平板の平均ヌセルト数は、下流側へいくほど単調に低下すると言える。なお、上式(7)が成立するのは、本実験範囲 $Ra_L^* = 2 \times 10^4 - 4 \times 10^6$, $(G/L) = 0.1-3.5$, $N = 2-10$ で、平板列まわりの流れが層流の場合に限られることを断っておく。

では、何故平板の間隔基準の平均ヌセルト数 Nu_G がパラメータ $[Ra_G^*(G/L)]$ で記述できるかという問題であるが、著者らは、この問題に答えるため方向性次元解析をはじめ種々の検討を試みたが、上記パラメータを導出するには至らなかった。なお、参考までに、上と同様なパラメータが、図 8 に示す高さ L 、間隔 G の垂直加熱流路内自然対流についても得られていることを記しておく。とくに対向する流路壁が等熱流束条件で加熱される場合について、Bar-Cohen and Rohsenow (Bar-Cohen and Rohsenow, 1984) は層流 2 次元の数値解析を行い、流路の平均ヌセルト数 Nu_G がパラメータ $[Ra_G^*(G/L)]$ で記述できることを報告している。この垂直加熱流路内では、垂直な流路壁に沿う自然対流の境界層が互いに干渉し、この境界層の干渉により、流路間隔 G が狭い場合には流路壁の平均ヌセルト数は対向壁のない垂直加熱壁のそれよりも低下し、間隔の増加と共にヌセルト数が高くなるなどの結果が得られている。本体系と垂直加熱流路とは体系が異なるため、両者の伝熱特性を直接比較することはできないが、両体系とも自然対流境界層が互いに干渉し、この干渉によって伝熱特性が影響を受ける点では類似している。このように自然対流境界層が干渉する場での伝熱特性が、同じパラメータ Nu_G および $[Ra_G^*(G/L)]$ で記述できることは興味深い。

さて、本研究では以上の結果を踏まえて、層流域に設置された N 段目平板の平均ヌセルト数 Nu_G を、一つの相関式で表せないか検討してみた。そこで、実験で得られた各段の平均ヌセルト数を、幾つかのパラメータを用いて無次元整理し直してみた。その結果、 $[Ra_G^*(G/NL)]$ なるパラメータを用いれば、2~10 段目平板の平均ヌセルト数 Nu_G がまとまることが分かった。図 9 は、2~10 段目平板のヌセルト数 Nu_G を、横軸に $[Ra_G^*(G/NL)]$ をとってプロットした結果を示したものである。ここで、パラメータ $[Ra_G^*(G/NL)]$ 中の N には、2 段目平板であれば $N = 2$ 、3 段目平板であれば $N = 3$ を代入する。このように $[Ra_G^*(G/NL)]$ で整理すれば、本実験範囲内で $N = 2 \sim 10$ 段目平板の層流域でのヌセルト数 Nu_G が、図 9 中に示す直線のまわりに $\pm 5\%$ 程度のばらつきでまとまった。なお、この直

Fig. 8 Natural convection induced in heated, vertical channel. In this configuration, the boundary layers developed over the vertical walls interact with each other. Besides, it has been known that the parameter $Ra_G^*(G/L)$ well correlates the gap-based average Nusselt numbers Nu_G from the walls. Similar results are obtained for the present configuration.

線の式を求めたところ、以下のようになった。

$$Nu_G = 0.58 [Ra_G^*(G/NL)]^{0.22} \quad (8)$$

さて、つぎに乱流域の平均ヌセルト数 Nu_G であるが、図 7(c)-(e) から明らかなように、上述の層流値よりも高い値を示している。しかし、その値は層流域と同様、無次元パラメータ $[Ra_G^*(G/L)]$ でほぼまとまるようである、そこで、段数 N の異なる平板の乱流域における全てのデータを、 $Nu_G - [Ra_G^*(G/L)]$ 平面上にまとめてプロットしてみた。その結果を図 10 に示す。この図から、本実験範囲内における乱流域の平均ヌセルト数 Nu_G は平板の設置位置 N の如何によらず、ほぼパラメータ $[Ra_G^*(G/L)]$ で整理できることが分かる。ここで、図中のプロットを直線で近似し、相関式を求めたところ、以下のようになった。

$$Nu_G = 0.134 [Ra_G^*(G/L)]^{0.3} \quad (9)$$

上式を用いれば、乱流域に設置された平板の平均ヌセルト数 Nu_G を $\pm 7\%$ 程度の誤差で予測できる。このように垂直一列平板列中に設置された各平板の平均ヌセルト数 Nu_G が、層流、乱流域の如何に依らず、パラメータ $Ra_G^*(G/L)$ で定量的に予測できることは、今まで報告されておらず、重要な結果と言える。

Fig. 9 Gap-based average Nusselt numbers Nu_G plotted with the non-dimensional parameter $Ra_G^*(G/NL)$. Where, N stands for the ordinal number of the plate. The present laminar plots for all plates gather around the solid line in the figure, indicating that the parameter $Ra_G^*(G/NL)$ well correlates the Nusselt numbers.

Fig. 10 Average Nusselt numbers from the plates in the turbulent regime. The plots gather around the solid line in the figure, indicating that the parameter $Ra_G^*(G/L)$ well predicts the Nusselt numbers in the turbulent regime.

4. 結 言

本研究では、垂直な加熱平板が鉛直方向に等間隔で一列に配置された体系について、平板列まわりに生じる自然対流の流動と伝熱特性を流れの可視化および熱伝達率の測定を通じて探った。また、併せて平板列の伝熱を支配するパラメータおよび平板列中に設置された各平板の平均ヌセルト数を予測する伝熱相関式の導出を試みた。試験流体には常温の空気を用い、高さ L の異なる 3 種類の平板 ($L=20, 30, 50\text{mm}$) を一定な垂直間隔 $G=5\sim 70\text{mm}$ で 10 段設置し、全ての平板を等しい熱量で加熱した場合を対象に実験を行った。その結果、以下の知見が得られた。

- (1) まず、平板列まわりの流れを可視化したところ、本実験範囲内では、平板間隔が 30mm 以下では、流れは平板列全体に亘って層流状態が維持されることが分かった。一方、平板間隔が 50mm 以上になると、平板から立ち昇るプルームが揺動し始め、流れは平板列の途中から乱流へ遷移していくこと、また、この乱流遷移は、平板間隔が大きくなるにつれて平板列のより上流側で生じることが分かった。
- (2) 平板列中に設置された各平板の平均熱伝達率を測定したところ、平板列最下端平板の熱伝達率は、平板間隔によらず単独平板のそれに一致すること、また、2 段目以降の平板の熱伝達率は、平板間隔が狭く平板列まわりの流れが層流となる場合には、下流側に向かって単調に低下していくこと、一方、平板間隔が広くなり、流れが乱流へ遷移すると、熱伝達率が急激に高くなることが分かった。
- (3) これら平均熱伝達率 h_m から平板間隔 G を代表長さとする平均ヌセルト数 $Nu_G (=h_m \cdot G/\lambda)$ を求めたところ、平板列 2 段目以降の平板の平均ヌセルト数 Nu_G が無次元パラメータ $[Ra_G^*(G/L)]$ により整理できることが分かった。ここで、 Ra_G^* は平板間隔 G を代表長さとする修正レイリー数 $Ra_G^* (=g\beta q_w G^4/\lambda\alpha\nu)$ 、 (G/L) は平板間隔 G と平板高さ L の比を表す。
- (4) とくに平板まわりの流れが層流となる場合、 N 段目平板の平均ヌセルト数 Nu_G は式(8)により、また、乱流となる場合には、平板の設置位置 N に依らず、式(9) により予測できることが分かった。

これら本研究で得られた結果は、垂直加熱平板で構成された様々な伝熱機器・装置の熱設計あるいは伝熱性能評価に有益な情報を提供するものと考えられる。

文 献

- Bar-Cohen, A. and Rohsenow, W. M., Thermally optimum spacing of vertical, natural convection cooled, parallel plates, Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer, Vol.106, No.1(1984), pp.116-123.
- 藤井哲, 伝熱工学の進展, Vol.3 (1974), pp.1-110. 養賢堂.
- Jaluria, Y., Buoyancy-induced flow due to isolated thermal sources on a vertical surface, Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer, Vol.104, No.2 (1982), pp.223-227.
- Ledezma, G.A. and Bejan, A., Optimal geometric arrangement of staggered vertical plates in natural convection, Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer, Vol.119, No.4 (1997), pp.700-708.
- O'Meara, T. and Poulikakos, D., Experiments on the cooling by natural convection of an array of vertical heated plates with constant heat flux, International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol.8, No.4 (1987), pp.313-319.
- Sparrow, E. M. and Faghri, M., Natural convection heat transfer from the upper plate of a collinear, separated pair of vertical plates, Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer, Vol.102, No.4 (1980), pp.623-629.
- Sparrow, E. M. and Prakash, C., Enhancement of natural convection heat transfer by a staggered array of discrete vertical plates, Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer, Vol.102, No.2 (1980), pp.215-220.
- Tanda, G., Natural convection heat transfer from a staggered vertical plate array, Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer, Vol.115, No.4 (1993), pp.938-945.

References

- Bar-Cohen, A. and Rohsenow, W. M., Thermally optimum spacing of vertical, natural convection cooled, parallel plates, Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer, Vol.106, No.1(1984), pp.116-123.
- Fujii, T., Advances in Heat Transfer, Vol.3 (1974), pp.1-110, Yokendo (in Japanese).

- Jaluria, Y., Buoyancy-induced flow due to isolated thermal sources on a vertical surface, Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer, Vol.104, No.2 (1982), pp.223-227.
- Ledezma, G.A. and Bejan, A., Optimal geometric arrangement of staggered vertical plates in natural convection, Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer, Vol.119, No.4 (1997), pp.700-708.
- O'Meara, T. and Poulikakos, D., Experiments on the cooling by natural convection of an array of vertical heated plates with constant heat flux, International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol.8, No.4 (1987), pp.313-319.
- Sparrow, E. M. and Faghri, M., Natural convection heat transfer from the upper plate of a collinear, separated pair of vertical plates, Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer, Vol.102, No.4 (1980), pp.623-629.
- Sparrow, E. M. and Prakash, C., Enhancement of natural convection heat transfer by a staggered array of discrete vertical plates, Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer, Vol.102, No.2 (1980), pp.215-220.
- Tanda, G., Natural convection heat transfer from a staggered vertical plate array, Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer, Vol.115, No.4 (1993), pp.938-945.