数値材料試験データに基づく異方性 Hill 定数の同定

山本 晃司^{*1}, 平山 紀夫^{*2}, 寺田 賢二郎^{*3}Identification of Hill's anisotropic parameters for reinforced plastics
based on numerical material test resultsKoji YAMAMOTO^{*1}, Norio HIRAYAMA^{*2} and Kenjiro TERADA^{*3}^{*1} CYBERNET SYSTEMS CO.,LTD. FUJISOFT Bldg, 3 Kanda-neribeicho, Chiyoda-ku, Tokyo 101-0022, Japan^{*2} Department of Mechanical Engineering, Nihon University, 1-2-1 Izumi-cho, Narashino-shi, Chiba 275-8575, Japan^{*3} International Research Institute of Disaster Science, Tohoku University, 468-1 Aramaki, Aza-Aoba, Aoba-ku, Sendai-shi, Miyagi 980-0845, Japan

Received 23 February 2016

Abstract

A parameter identification issue for Hill's orthotropic model to characterize plastic and creep properties of reinforced plastics is revisited on the premise of the practical use of the numerical material testing (NMT) in decoupled multiscale analyses based on homogenization theory. Specifically, the use of optimization methods is suggested to determine the Hill's constants that represent elastic limits followed by plastic flows in anisotropic plasticity and stress-relaxation in anisotropic creep. To examine the effectiveness of the present strategy, NMTs are conducted on three separate periodic microstructures (unit cells) to obtain the macroscopic stress-strain or time-creep-strain curves and the particle swarm optimization (PSO) algorithm is employed for parameter identification. In each of the unit cells, polyamide and epoxy resins, which are assumed to respectively exhibit plastic and creep deformations, are selected for matrix phases, while carbon is taken as a reinforcing material in unidirectional-fiber, plain-weave-fiber and particulate-dispersion reinforced plastics. During the course of the examination, we also discuss the implication of the ratios of orthotropic elastic constants in the determination of Hill's constants for the creep model in terms of the relaxation spectrums in the directions of material axes.

Key words : Decoupled multiscale analysis, Numerical material testing, Hill's anisotropic model, Optimization

1. 緒 言

繊維強化プラスチック（以下、FRP）は、高比弾性率・高比強度という優れた物性を有しており、現在は電子機器をはじめとする工業製品や航空機、自動車、船舶などの主要構造部材に幅広く使用されている。FRPの力学的特性は、強化基材の力学的特性・基材形態ならびに繊維含有率に大きく左右されるが、その非線形材料挙動は母材（マトリックス）である樹脂の力学的特性に強く影響される。特に、繊維強化熱可塑性プラスチック（以下、FRTP）では、マトリックスである熱可塑性樹脂の粘性挙動や塑性挙動といった非弾性挙動に異方性が付加される（末益,2007）。このため、従来からFRPやFRTPの異方性クリープや粘塑性を考慮した解析や予測モデルに関する研究が活発に行われている（荒井他,2008, Sun and Chen,1989, Gates and Sun,1991, Yoon and Sun,1991, Wang and Sun,1997, Tsai and Sun, 2002, 河井, 益子, 2002, 河井, 益子, 2003, 竹内他, 2006, Matsuda et al.,2007）。しかし、従来

No.16-00056 [DOI: 10.1299/transjsme.16-00056], J-STAGE Advance Publication date : 13 July, 2016

^{*1} 正員, サイバネットシステム(株) メカニカルCAE 事業部 (〒112-0012 東京都千代田区神田練堀町3 富士ソフトビル)

^{*2} 正員, 日本大学生産工学部 (〒275-8575 千葉県習志野市泉町 1-2-1)

^{*3} 正員, フェロー, 東北大学災害科学国際研究所 (〒980-0845 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1)

E-mail of corresponding author: yamamo-k@cybernet.co.jp

の研究では特定の複合材料の微視的（ミクロ）構造に着目してその巨視的（マクロ）挙動の特徴付けを行っているケースがほとんどであり，設計の初期の段階で様々な強化形態の FRP の異方性非弾性挙動を簡便に予測できるような汎用的手法を提示している例は非常に少ない．例えば，Tsuda らは (Tsuda et al.,2010) 熱交換器のプレートフィン構造をミクロ構造として均質化法を適用し，算出された直交異方性クリープ応答を表現しうるマクロ材料モデルとして圧縮性の異方性クリープ構成則を提案して，その材料パラメータを同定することに成功しているが，あくまでも特定のミクロ構造が特徴づけるマクロ構成則の構築に主眼があるため，パラメータ決定に際しては各軸の非弾性ひずみ比を利用するなど，このミクロ構造および構成材料に限定的な手法を採用している．

一方，近年では，汎用の有限要素法（以下，FEM）コードの進歩により，FRP の異方性を考慮した構造解析が CAE の業務として日常的に利用され，汎用の CAE ツールを使用して，繊維強化材料や樹脂材料を FRP 構造の寸法や形状と同様な設計変数として取扱い，付加価値の高い商品設計を行う取り組みが進められている (平山, 2007, 寺田他, 2008a, 寺田他, 2008b, 寺田他, 2009, Terada et al., 2013)．しかし，一般的な CAE ソフトウェアで提供されている非線形異方性材料モデルが Hill 型の異方性塑性 (Hill,1983) ならびにクリープ構成則 (平山, 寺田,2008) を前提にしているため，構造設計時には異方性弾性係数とは別に 6 個の異方性塑性 Hill 定数ならびに異方性クリープ Hill 定数を準備する必要がある．このような場合に，6 つの異方性主軸方向の材料試験から Hill 定数を算出することは，材料試験片の準備や材料試験の実行に際し，多大な労力が必要であり非現実的である．また，従来からの塑性現象における異方性 Hill 定数は，6 つの異方性主軸方向の材料試験における降伏点の比で定義されるが，FRP や FRTP には金属材料のような明瞭な降伏点が存在しない場合が多く，6 つの異方性主軸方向すべての材料試験が行えたとしても，各軸方向の降伏点の定義方法に議論の余地が残る．さらに，異方性クリープ構成則においては 6 つの異方性 Hill 定数の決定方法に明瞭な指針がない．このため，様々な種類の FRP や FRTP の異方性塑性 Hill 定数や異方性クリープ Hill 定数を簡便に算出できる方法の開発が望まれている．過去に著者らは，FRTP のマトリックス樹脂の数値材料試験を行い，その数値材料試験結果からマトリックス樹脂の等方性の弾塑性やクリープ構成則の材料パラメータを同定し，そのパラメータを使用して一方向強化複合材の異方性非線形挙動が表現できることを示した (平山, 寺田,2008, 松原他,2014)．しかし，この研究においては，FRTP の異方性クリープ Hill 定数は，垂直変形とせん断変形それぞれに関する弾性率の最小値を参照として，各軸の弾性率との比を異方性クリープ Hill 定数として定義している．この定義は，クリープ変形において，弾性率の比が各軸の垂直変形と各面のせん断変形それぞれについて，時刻ゼロで単位ひずみを与えたときの応力値に相当するため，弾性限，すなわち降伏応力と同様の指標となっている．この点では，塑性の Hill 定数の定義とその物理的な意味は整合しているが，その定義の妥当性や表現能力に関しては，十分に検証はされていない．

そこで本研究では，強化プラスチックの異方的なマクロ非弾性材料挙動を直交異方性 Hill 弾塑性あるいはクリープ構成則で表し，その応答を均質化法 (Sanchez,1980, 寺田, 菊池,2003, 寺田,2007) に基づく数値材料試験により算出することを前提として，Hill 定数を簡便に精度良く同定するために最適化法を適用する方法を提案する．均質化法は，ランダム性が強く理想的な周期対称性を仮定できない繊維系の複合材料の適用に関しても，材料応答を精度良く予測できることを報告した研究例が多く (Matsuda et al.,2007, Wu and Ohno,1999, Matsuda et al.,2003)，産業界への応用も今後益々高まると期待される．今回の研究対象材料としては，塑性挙動とクリープ挙動を示す母材としてポリアミド樹脂とエポキシ樹脂をそれぞれ採用し，一方向強化複合材，平織クロス複合材ならびに粒子分散複合材の 3 種類の強化プラスチックについて数値材料試験を実施する．そして，得られたマクロ応力-ひずみ関係や時間-クリープひずみ関係を入力データとして粒子群最適化 (Particle Swarm Optimization: PSO) アルゴリズムを適用し，直交異方性 Hill の弾塑性およびクリープ構成則のパラメータを同定する．こうして決定した Hill 定数で計算された応答と数値材料試験で得られた材料応答とを比較することで，本研究で提案する同定手法の妥当性を例証する．なお，Hill 塑性構成則を転用した Hill クリープ構成則のパラメータ同定に関しては，数値材料試験により得られた時間-クリープひずみ曲線の相似性の観点から，直交異方性弾性の材料定数の比と異方性クリープ Hill 定数との関係についても議論する．

2. 樹脂の弾塑性およびクリープ挙動と材料モデル

本研究では、マトリクスとして、ひずみ速度依存性を持たない弾塑性体と、速度依存性を持つ粘塑性体 (以下、クリープ特性) を用いた繊維強化プラスチック材を対象とする。材料は弾塑性モデルの検証用にポリアミド樹脂、クリープ材料モデルの検証用にエポキシ樹脂を用いた。本節では、各樹脂の材料モデルの具体形を説明し、材料試験結果を元に、それらの材料パラメータを同定した結果について示す。

2.1 等方性材料モデル

本研究では、各樹脂の塑性およびクリープによる非弾性変形レベルは小さいものと仮定し、微小ひずみ理論を採用する。また、非弾性変形には非圧縮性を仮定する。このとき、全ひずみは次式のように加算分解することができる。

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p + \boldsymbol{\varepsilon}^c = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{e}^p + \boldsymbol{e}^c \quad (1)$$

ここで、 $\boldsymbol{\varepsilon}^e$, $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ および $\boldsymbol{\varepsilon}^c$ は、それぞれ弾性ひずみ、塑性ひずみおよびクリープひずみであり、 $\boldsymbol{e}^e$ と $\boldsymbol{e}^p$ は偏差塑性ひずみ、偏差クリープひずみである。

弾性挙動には等方性を仮定し、次の一般化 Hooke 則に従うものとする。

$$\boldsymbol{\sigma} = (\kappa \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2\mu \mathbf{I}^{\text{dev}}) : \boldsymbol{\varepsilon}^e = \kappa \epsilon_v \mathbf{1} + 2\mu \boldsymbol{e}^e \quad (2)$$

ここで、 $\boldsymbol{\sigma}$ は Cauchy 応力、 κ は体積弾性係数、 μ はせん断弾性係数、 $\mathbf{1}$ は 2 階の恒等テンソル、 $\mathbf{I}^{\text{dev}}$ は 2 階のテンソルをその偏差成分へ変換する 4 階のテンソルである。また、 $\epsilon_v = \text{tr} \boldsymbol{\varepsilon}^e$ は弾性体積ひずみ、 $\boldsymbol{e}^e$ は弾性ひずみの偏差ひずみであり、対応して応力も静水圧応力 (あるいは平均垂直応力) $\sigma^m = \frac{1}{3}(\text{tr} \boldsymbol{\sigma})$ と偏差応力 $\boldsymbol{s} = \boldsymbol{\sigma} - \sigma^m \mathbf{1}$ に分解しておく。

一方、樹脂の塑性およびクリープ挙動は、次式のような流れ則に従うものとする。

$$\dot{\boldsymbol{e}}^p = \dot{\gamma}_p \boldsymbol{N} \quad (3)$$

$$\dot{\boldsymbol{e}}^c = \dot{\gamma}_c \boldsymbol{N} \quad (4)$$

ここで、 $\dot{\gamma}_p$, $\dot{\gamma}_c$ はそれぞれ塑性乗数およびクリープ乗数である。 $\boldsymbol{N}$ は流れベクトルであり、 $\boldsymbol{N} = \boldsymbol{s} / \|\boldsymbol{s}\|$ と定義した。また、塑性乗数 $\dot{\gamma}_p$ は以下に示すミーゼスの降伏関数を満足する場合にのみ非ゼロの値を持ちうる。

$$f = \|\boldsymbol{s}\| + \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_y(\alpha) = 0 \quad (5)$$

ここで、 $\sigma_y(\alpha)$ は累積塑性ひずみ $\alpha = \bar{\epsilon}^p = \int \dot{\epsilon}^p dt$ を独立変数とする硬化関数であり、本研究では σ_{y0} , R_0 , R_∞ , b を材料パラメータとする次の指数関数形の Voce の硬化則を採用する。

$$\sigma_y(\alpha) = \sigma_0 + R_0 \alpha + R_\infty (1 - \exp(-b\alpha)) \quad (6)$$

また、 α の時間発展則である関連硬化則は

$$\dot{\alpha} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_y} \dot{\gamma}_p = \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\gamma}_p \quad (7)$$

である。

一方、クリープ乗数 $\dot{\gamma}_c$ は応力作用時には常に非ゼロの値を持ち、本研究ではその発展則に C_1 , C_2 , C_3 , C_4 を材料パラメータとする次の関数形を採用する。

$$\dot{\gamma}_c = \sqrt{\frac{3}{2}} C_1 \bar{\sigma}^{C_2} t^{C_3} \exp\left(-\frac{C_4}{T}\right) \quad (8)$$

ここで、 $\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{2}{3}} \boldsymbol{s} : \boldsymbol{s}$ は von-Mises 相当応力、 T は絶対温度、 t は時間である。

2.2 ポリアミド樹脂の単軸引張試験

本研究の弾塑性検証用に用いたポリアミド樹脂の単軸引張試験における応力-ひずみ線図を図 1(a) に示す。図 1(a) からわかるようにポリアミド樹脂は比較的小さなひずみ領域から非線形が現れているが、この応力-ひずみ線図だけから金属材料のような明瞭な降伏点を定義することは難しい。そこでこの試験結果については、原点近傍の接線勾配を弾性率と仮定し、比例限界を降伏点とみなして図 1(b) のような応力-塑性ひずみ線図を作成した。同図中には、集団的降下法の一つである粒子群最適化（以下、PSO）アルゴリズム (Eberhart and Kennedy,1995, Kennedy and Eberhart,1995) を用いて式 (6) に示した Voce 硬化則の材料パラメータを同定した結果も併記している。この図から、同定がある程度良好に行われている様子がわかる。同定された 4 つの材料パラメータ値は表 1 に示す通りである。なお、本研究では、計算を簡便化する目的で材料特性に温度依存性はないものと仮定した。

Fig. 1 Stress-strain curve of polyamide resin.

Table 1 Identified parameters of Voce hardening function for polyamide resin.

Voce parameter	value
Initial yield stress σ_0 (MPa)	19.306
Linear coefficient R_0 (MPa)	2.466
Exponential coefficient R_∞ (Mpa)	24.680
Exponential saturation parameter b (-)	60.070

2.3 エポキシ樹脂の曲げクリープ試験

本研究のクリープ特性の検証用の材料には、ビスフェノール A 型エポキシ樹脂を用いる。この材料の静的曲げ試験を実施したところ、弾性率 $E = 3.9$ GPa, 曲げ強度 $\sigma_b = 130.0$ MPa, ポアソン比 $\nu = 0.35$ であった。このエポキシ樹脂の 3 点曲げクリープ試験の条件として、応力水準を曲げ強度の 10, 20, 30 % に対応する 13.0, 26.0, 39.0 MPa の 3 水準、温度条件を $T = 40, 50, 60$ °C の 3 水準として 3 点曲げのクリープ試験を行った。試験結果の代表例として雰囲気温度 60 °C における時間-クリープひずみ線図を図 2(a) に示す。

次に、曲げ試験片と同様の寸法でモデル化した FEM モデルに、エポキシ樹脂の弾性係数とポアソン比を定義して、実際の 3 点曲げ試験と同様な条件で、応力 3 水準、温度 3 水準の合計 9 水準の FEM 解析を行い、前節と同様の PSO アルゴリズムを用いて式 (8) のクリープ材料パラメータ C_1, C_2, C_3, C_4 を同定した。表 2 に同定されたエポキシ樹脂のクリープパラメータを示す。また、同定した表 2 のクリープ材料パラメータを用いて計算された樹脂材料のクリープひずみ曲線（同定曲線）を図 2(b) に前述の実験結果と併記して示す。なお、ここでは、 $T = 60$ °C の結果のみを示しているが、3 水準の温度、3 段階の応力レベル、合計 9 水準のすべてにおいて良好な近似ができていることを確認している。

Fig. 2 Time-creep strain curves identified with PSO and test data ($T = 60[deg]$).

Table 2 Identified parameters of creep model for epoxy resin.

creep parameter	value
C_1	9.265×10^{-9}
C_2	1.236
C_3	-0.7251
C_4	4.157

3. 強化プラスチックのマクロ材料モデル

本研究では、強化プラスチックの巨視的（マクロな）材料挙動を表す材料モデルとして、直交異方性弾性および Hill 型の直交異方性弾塑性モデル（以下、Hill 弾塑性モデル）、さらに後者を転用したクリープモデル（以下、Hill クリープモデル）を採用する。本節では、これらの Hill モデルの材料パラメータについて、材料定数としての意味づけを述べた後、本研究で提案する同定方法の手順を説明する。

3.1 直交異方性弾性構成則

本研究では、強化プラスチックのマクロ弾性挙動には直交異方性を仮定し、応力テンソル σ と弾性ひずみ ϵ^e を次式により関係づける。

$$\sigma = \mathbb{C}^e : \epsilon^e \quad (9)$$

ここで、弾性ひずみは $\epsilon^e = \epsilon - \epsilon^p - \epsilon^c$ と定義されている。また、 $\mathbb{C}^e$ は 4 階の弾性テンソルであり、その逆を行列表記で表わすと次式のように与えられる。

$$[\mathbb{S}_0^e] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{xx}} & -\frac{\nu_{xy}}{E_{xx}} & -\frac{\nu_{xz}}{E_{xx}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{yx}}{E_{yy}} & \frac{1}{E_{yy}} & -\frac{\nu_{yz}}{E_{yy}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{zx}}{E_{zz}} & -\frac{\nu_{zy}}{E_{zz}} & \frac{1}{E_{zz}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{zx}} \end{bmatrix} \quad (10)$$

ここで、 E_{xx} , E_{yy} , E_{zz} は、下付添字の表す軸方向の弾性係数、 G_{xy} , G_{yz} , G_{zx} は下付添字の表す面に関するせん断弾性係数である。また、 ν_{xy} , ν_{yz} , ν_{zx} は、直交異方性ポアソン比で、例えば ν_{xy} は x 軸方向の垂直ひずみに対する y 軸方向の垂直ひずみの比の絶対値である。

3.2 直交異方性 Hill 弾塑性モデル

Hill 弾塑性モデルにおける降伏関数（以下，Hill 降伏関数）は，Mises の降伏条件を拡張したものとして次式で与えられる．

$$\phi(\boldsymbol{\sigma}, \alpha) = \frac{1}{2}(\sigma_{\text{pHill}})^2 - \frac{1}{2}(\sigma_y(\alpha))^2 \leq 0 \quad (11)$$

ここで， $\sigma_{\text{pHill}} = \sqrt{\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{M}_p : \boldsymbol{\sigma}}$ は塑性 Hill 応力であり， $\sigma_y(\alpha)$ は蓄積塑性ひずみ α を独立変数とする硬化関数である．またこれ以降は，塑性とクリープの各 Hill 構成則に対して，式を構成する変数にそれぞれ添え字 p と c を付けることで両者を区別する．

$$\dot{\varepsilon}^p = \sqrt{\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{M}_p : \boldsymbol{\sigma}} \dot{\gamma}_p = \frac{\sqrt{\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{M} : \boldsymbol{\sigma}}}{\sqrt{\mathbf{M}_p : \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{M}_p : \boldsymbol{\sigma}}} \|\dot{\varepsilon}^p\| = \dot{\alpha} \quad (12)$$

本研究では，この蓄積塑性ひずみ α は，次の相当塑性ひずみ速度の時間積分量とし，硬化関数 $\sigma_y(\alpha)$ には等方性材料モデルと同様の式 (6) に示す Voce 則を採用する．

また， $\mathbf{M}_p$ は降伏強度の異方性を考慮するために導入された 4 階のテンソルを行列で表したものであり，次のように定義されている．

$$[\mathbf{M}_p] = \begin{bmatrix} Q+R & -R & -Q & 0 & 0 & 0 \\ -R & R+P & -P & 0 & 0 & 0 \\ -Q & -P & P+Q & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2N & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2M \end{bmatrix} \quad (13)$$

ここで， F, G, H, L, M, N は異方性パラメータと呼ばれ，次式で定義される．

$$P = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{yy}^{p2}} + \frac{1}{R_{zz}^{p2}} - \frac{1}{R_{xx}^{p2}} \right), \quad Q = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{zz}^{p2}} + \frac{1}{R_{xx}^{p2}} - \frac{1}{R_{yy}^{p2}} \right), \quad R = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{xx}^{p2}} + \frac{1}{R_{yy}^{p2}} - \frac{1}{R_{zz}^{p2}} \right), \quad L = \frac{3}{2} \frac{1}{R_{yz}^{p2}}, \quad M = \frac{3}{2} \frac{1}{R_{zx}^{p2}}, \quad N = \frac{3}{2} \frac{1}{R_{xy}^{p2}} \quad (14)$$

ここで， $R_{xx}^p, R_{yy}^p, R_{zz}^p, R_{xy}^p, R_{yz}^p, R_{zx}^p$ は塑性 Hill 定数と呼ばれており，Hill 弾塑性モデルでは，3 つの座標軸に関して垂直方向の負荷とせん断負荷に対する初期降伏応力 $\sigma_x^Y, \sigma_y^Y, \sigma_z^Y$ および $\tau_{xy}^Y, \tau_{yz}^Y, \tau_{zx}^Y$ を用いて次式で定義されている．

$$R_{xx}^p = \frac{\sigma_x^Y}{\sigma_0^Y}, \quad R_{yy}^p = \frac{\sigma_y^Y}{\sigma_0^Y}, \quad R_{zz}^p = \frac{\sigma_z^Y}{\sigma_0^Y}, \quad R_{xy}^p = \sqrt{3} \frac{\tau_{xy}^Y}{\sigma_0^Y}, \quad R_{yz}^p = \sqrt{3} \frac{\tau_{yz}^Y}{\sigma_0^Y}, \quad R_{zx}^p = \sqrt{3} \frac{\tau_{zx}^Y}{\sigma_0^Y} \quad (15)$$

ここで， σ_0^Y は参照降伏応力であり，任意に設定してよいが，本研究では以下のように設定する．

$$\sigma_0^Y = \min(\sigma_x^Y, \sigma_y^Y, \sigma_z^Y) \quad (16)$$

このように，塑性 Hill 定数およびその降伏関数は，応力 6 次元空間の各軸方向の負荷に対する初期降伏応力同士の相対的な大きさ（あるいは比率）により既定される．

また，流れ則，硬化則，負荷・除荷条件は，それぞれ次式のように与えられる．

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\gamma}_p \mathbf{M}_p : \boldsymbol{\sigma} \quad (17)$$

$$\dot{\alpha} = \dot{\gamma}_p \sigma_{\text{pHill}} \quad (18)$$

$$\phi \leq 0, \quad \dot{\gamma}_p \geq 0, \quad \phi \dot{\gamma}_p = 0 \quad (19)$$

相当塑性ひずみ速度 $\dot{\alpha}$ を時間積分した蓄積量 $\alpha = \varepsilon^p$ は，相当塑性ひずみあるいは蓄積塑性ひずみと呼ばれ，これと Hill 応力との関係がどの軸方向・せん断方向に対する負荷に対しても一致するような挙動が期待されている．

3.3 数値材料試験による異方性弾塑性 Hill 定数の同定方法

前節の式 (15) で示したように, Hill の異方性弾塑性材料構成則では, 異方性を規定する塑性 Hill 定数が各軸方向の降伏応力の比率として定義されるが, 図 1(a) に示したように, 一般的な樹脂材料は明瞭な降伏点を持たない応力-ひずみ特性を有するため, 一意に塑性 Hill 定数を決定することができない。

そこで本研究では, 最適化アルゴリズムを用いた材料定数同定のアプローチを採用する。この手法では, カーブフィットの対象とする全ひずみ領域に渡って, 平均的に試験データと材料構成則の応答を一致させることが可能であるため, 明示的に各方向の降伏応力を決定あるいは仮定することなく, 異方性弾塑性材料構成則の全パラメータを同定することができると期待される。以下に, 同定方法の具体的手順を述べる。

- (i) 与えられたミクロ構造を構成する各材料について弾性率を定義した線形均質化解析により, マクロの直交異方性の線形弾性率を算出する。
- (ii) 次にミクロ構造のマトリクスに 2.2 節で示した弾塑性モデルを定義し, 垂直 3 成分の単軸引張と, セン断 3 成分の純せん断の合計 6 パターンの強制変位を負荷した弾塑性解析を実施して, 対応するマクロ応力-ひずみ特性を得る。
- (iii) (i) で得られた直交異方性の弾性率の中から, 最も剛性の小さい方向を異方性材料構成則の基準方向とし, その方向の数値材料試験の結果を用いて等方性の弾塑性パラメータ (硬化パラメータなど) を同定する。
- (iv) 続いて他の変形モードの数値材料試験で得られた応力-ひずみ特性についても, 前節の異方性弾塑性構成則に含まれる材料パラメータを最適化法により同定する。本研究の最適化解析においては, 数値材料試験と材料構成則の応力-ひずみ特性の応答との誤差である

$$\Phi = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^{Nstep} \frac{(\sigma_j^{[i]} - \hat{\sigma}_j^{[i]})^2}{(\hat{\sigma}_j^{[i]})^2} \quad (20)$$

を目的関数として, 設計変数である材料物性値について最小化する。ここで $\sigma_j^{[i]}$ と $\hat{\sigma}_j^{[i]}$ は, それぞれ数値材料試験応答と材料構成則応答における試験方向の成分応力である。[i] は数値材料試験の変形モードであり, 便宜上 xx, yy, zz, xy, yz, zx の 6 方向の試験を 1~6 の数値で表している。j はサンプリング点で, Nstep はサンプリング点の総数である。設計変数である塑性 Hill 定数は各軸の降伏応力の比率であるため, 最小の弾性率を持った方向の応答を基準方向の塑性 Hill 定数 1 と定め, 残り 5 つ設計変数とすればよい。降伏応力は弾性率の値と比例関係に近い関係にあると予想されるため, 本研究では最適化計算の収束性を向上させることを目的に, 基準方向の弾性率に対する各軸方向の弾性率との比率近傍の値を最適化アルゴリズムの初期条件として採用する。

3.4 Hill クリープモデルにおける異方性材料パラメータ

等方性の弾塑性構成則の数理モデルは, 弾性限が明確に定義されることを前提として定式化されており, Hill 弾塑性モデルも応力 6 次元空間の各軸方向の負荷に対する初期降伏応力が与えられれば降伏条件式を定義できる。しかし, Hill の異方性クリープモデルでは, 異方性弾塑性モデルとは異なり, 異方性の各軸方向における弾性限あるいは降伏応力は設定しない。したがって, 前項の Hill 弾塑性モデルをクリープモデルに拡張するには, クリープ Hill 定数を決定するための降伏応力に代わる指標が必要である。以下, その設定を試みる。

塑性論における降伏応力は, 弾性限であると同時に塑性変形が進行中の流れ応力でもあり, 全ひずみ ϵ から塑性ひずみ ϵ^p を差し引いた弾性ひずみ ϵ^e に弾性係数 C^e を乗ずることで算定される。この考え方によれば, クリープモデルにおいても, クリープ変形が進行中の応力が流れ応力に相当すると考えてもよい。すなわち, Hill クリープモデルの場合, 6 次元空間の各軸方向の負荷に対して式 (9) により算定される一軸状態の応力 ($\sigma_{[xx]}, \sigma_{[yy]}, \sigma_{[zz]}, \tau_{[xy]}, \tau_{[yz]}, \tau_{[zx]}$) を流れ応力とみなすことができる。また, クリープモデルでは, 応力が発生した時点でクリープひずみの進行が開始する特性があるため, 変形の開始時点でクリープひずみはゼロと考えてもよい (クリープひずみ速度は必ずしもゼロではない)。すなわち, 変形初期のひずみは弾性ひずみであるので, 式 (15) に用いられるべき初期の流れ応力は, 応力緩和試験を想定したときの初期応力と同一視してもよいものと考えられる。

例として、大きさ $\bar{\epsilon}_0$ の初期ひずみを各軸に負荷し、他の軸を拘束しない 1 軸応力状態あるいは純せん断の応力状態を考える。このとき、異方性に起因して、同じ変形量（弾性ひずみ）を与えたとしても、初期の発生応力は各軸で異なるはずである。例えば x 軸方向に負荷した際の一軸応力状態における初期応力 $\bar{\sigma}_{[xx]}^0$ を参照応力とすると、上述の定義によるクリープ Hill 定数 R_{xx}^c は

$$R_{xx}^c = \frac{\bar{\sigma}_{[xx]}^0}{\bar{\sigma}_{[xx]}^0} = 1 \quad (21)$$

となる。同様にして、その他の軸およびせん断方向に負荷した際の一軸応力状態における初期応力を $\bar{\sigma}_{[yy]}^0, \bar{\sigma}_{[zz]}^0, \bar{\tau}_{[xy]}^0, \bar{\tau}_{[yz]}^0, \bar{\tau}_{[zx]}^0$ とすると、他のクリープ Hill 定数は以下のように定められる。

$$R_{yy}^c = \frac{\bar{\sigma}_{[yy]}^0}{\bar{\sigma}_{[xx]}^0}, \quad R_{zz}^c = \frac{\bar{\sigma}_{[zz]}^0}{\bar{\sigma}_{[xx]}^0}, \quad R_{xy}^c = \frac{\bar{\tau}_{[xy]}^0}{\bar{\sigma}_{[xx]}^0}, \quad R_{yz}^c = \frac{\bar{\tau}_{[yz]}^0}{\bar{\sigma}_{[xx]}^0}, \quad R_{zx}^c = \frac{\bar{\tau}_{[zx]}^0}{\bar{\sigma}_{[xx]}^0}, \quad (22)$$

しかし、各軸の初期応力の定義、

$$\bar{\sigma}_{[xx]}^0 = E_{xx}\bar{\epsilon}_0, \quad \bar{\sigma}_{[yy]}^0 = E_{yy}\bar{\epsilon}_0, \quad \bar{\sigma}_{[zz]}^0 = E_{zz}\bar{\epsilon}_0, \quad \bar{\sigma}_{[xy]}^0 = G_{xy}\bar{\epsilon}_0, \quad \bar{\sigma}_{[yz]}^0 = G_{yz}\bar{\epsilon}_0, \quad \bar{\sigma}_{[zx]}^0 = G_{zx}\bar{\epsilon}_0, \quad (23)$$

により、クリープ Hill 定数は、

$$R_{xx}^c = \frac{E_{xx}}{E_{xx}} = 1, \quad R_{yy}^c = \frac{E_{yy}}{E_{xx}}, \quad R_{zz}^c = \frac{E_{zz}}{E_{xx}}, \quad R_{xy}^c = \frac{G_{xy}}{E_{xx}}, \quad R_{yz}^c = \frac{G_{yz}}{E_{xx}}, \quad R_{zx}^c = \frac{G_{zx}}{E_{xx}} \quad (24)$$

となるため、クリープ Hill モデルのクリープ Hill 定数は、ある負荷方向を基準としたときの弾性率の比率として定義することが可能である。このときの基準となる参照応力としては、例えば 6 方向の弾性率の最小のものを選べばよい。

また、流れ則、クリープ乗数の発展則、相当クリープひずみ速度は、それぞれ次式のように与えられる。

$$\dot{\epsilon}^c = \dot{\gamma}_c \mathbf{M}_c : \boldsymbol{\sigma} \quad (25)$$

$$\dot{\gamma}_c = C_1 (\sigma_{cHill})^{C_2} t^{C_3} \exp\left(-\frac{C_4}{T}\right) \quad (26)$$

$$\dot{\epsilon}^c = \dot{\gamma}_c \sigma_{cHill} \quad (27)$$

以上の Hill クリープモデルにおけるクリープ Hill 定数を Hill 弾塑性モデルのそれと対比させて考えると、各軸と各面のせん断弾性率は時刻ゼロで応力 6 次元空間において各軸および各面の応力のみが生じるような 6 パターンの単位ひずみをそれぞれ与えたときの応力値に相当するため、弾塑性モデルにおける弾性限、すなわち降伏応力と同等の指標となるはずである。したがって、Hill 弾塑性モデルとの類推から、Hill クリープモデルにおける各軸および各面の応力-ひずみ応答としては、Hill 指標で各軸および各面の緩和特性をプロットすることにより疑似等方的に振る舞うとはずである。しかしながら、この 6 つの異方性主軸の異方性緩和特性を等方的に一致させる変換処理、すなわち Mises 応力から Hill 応力への変換操作は、比例定数を乗ずるだけであるため、実際の材料試験における各方向の応力緩和特性に相似関係が無ければ、異方性のクリープ挙動を正確に表現することができない場合があるものと推察される。

3.5 数値材料試験による異方性クリープ Hill 定数の同定方法

前節に考察したように、強化プラスチックの各方向の応力緩和特性に相似関係が無く、各軸および各面の弾性率との比を異方性クリープ Hill 定数として定義できない場合には、3.3 節で議論した弾塑性 Hill 定数の場合と同様に、均質化法に基づく強化プラスチックの数値材料試験を実験データとみなし、異方性クリープ Hill 定数を最適化法により同定する手法が有効であると考えられる。この手法では、解析したい全時間領域で平均的な応力緩和特性が一致するようにパラメータの同定が可能のため、強化プラスチックの各方向の応力緩和特性に相似関係が無いような場合でも、解析したい全時間領域で平均してクリープ挙動が一致すると期待ができる。以下に、この同定方法の具体的手順を述べる。

- (i) 与えられたマイクロ構造内の各構成材料の物性値を定義して線形均質化解析により直交異方性線形弾性率を算出する。
- (ii) 次に、与えられたマイクロ構造の最も剛性の低い単軸方向の等方性クリープ材料特性を前節の Hill 弾塑性モデルと同様の手順で最適化法を適用して同定する。
- (iii) (ii) で得られたクリープ物性値を定義して、垂直 3 方向に対する単軸引張と、せん断 3 方向に対する純せん断の合計 6 パターンの一定応力を負荷したクリープ解析を実施し、対応する時間-クリープひずみ関係を得る。
- (iv) 次に、数値材料試験で得られた数値的な時間-クリープひずみデータを実際の実験値とみなして、前節の異方性クリープ構成則に含まれる材料パラメータを最適化法により同定する。ここで、最適化の目的関数としては、数値材料試験の時間-クリープひずみデータと材料構成則から計算される時間-クリープひずみデータとの誤差を表す次式を採用する。

$$\Phi = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^{Nstep} \frac{(\epsilon_j^{[i]} - \hat{\epsilon}_j^{[i]})^2}{(\hat{\epsilon}_j^{[i]})^2} \quad (28)$$

ここで $\epsilon_j^{[i]}$ と $\hat{\epsilon}_j^{[i]}$ は、それぞれ材料試験応答と材料構成則応答における試験方向のクリープひずみ成分である。各添え字は 3.3 節で示した弾塑性材料構成則の規則に準ずる。すなわち、材料試験で評価された全時間範囲において、クリープひずみ値の両応答の差分をとり、これを全方向に対して同様に評価したものを目的関数として最小化する。6 つの異方性クリープ定数のうち、最小の弾性率を持つ方向を 1 に固定して、残りの 5 つを設計変数とする点も異方性 Hill 弾塑性材料モデルと同様である。前節で考察したように、異方性クリープ Hill 定数の最適解は弾性係数比の近傍に存在することが予想されるため、最適化の際の 5 つの設計変数の初期値としては弾性係数比を採用する。2 回目以降は誤差関数が十分に小さくなるまで粒子群最適化アルゴリズム (PSO) により設計変数の更新を繰り返して探索する。

本章では、数値解析モデルにより様々な形態の強化プラスチックの数値材料試験を行い、得られた数値的なマクロ応力-ひずみ関係を用いて、本章で示した直交異方性の Hill 構成則に含まれる材料パラメータを同定する。このとき、Hill クリープモデルに関しては、同定された定数と、各軸および各面の弾性率との比として定義した定数の 2 種類のクリープ Hill 定数を用いて一要素からなるユニットセルに対して数値材料試験を行う。そして、これらの結果と数値材料試験の結果とを比較・検討し、本研究で提案する同定手法の妥当性を考察する。

4. 数値材料試験による異方性塑性・クリープ Hill 定数の同定

本節では、最初に母材としてポリアミド樹脂を用いたマイクロ構造（ユニットセル）モデルに対して数値材料試験を実施して、得られる異方的なマクロ弾塑性応答について観察する。そして、明瞭な降伏点の存在しない特性に対して、最適化アルゴリズムを用いた同定手法の結果の妥当性を検証する。なお、解析対象としては、マクロ材料挙動の異なる代表的な 3 つのマイクロ構造である一方向強化材、平織クロス材、粒子分散材を採用することで、Hill の異方性弾塑性材料モデル、クリープ材料モデルおよび最適化アルゴリズムによる材料物性値の同定手法の汎用的な有用性について検証する。なお、ここでの数値材料試験は文献 (Terada et al., 2013, 寺田, 2007) で提示されている手法で行い、対応するマイクロ解析には汎用有限要素法ソフトウェア ANSYS (ANSYS, 2015) を用いる。

4.1 強化プラスチック複合材料のモデルと解析条件

図 3 にユニットセルモデル（形状モデルとメッシュ）を示す。有限要素メッシュには 10 節点四面体構造ソリッド要素を用い、繊維補強材（ファイバーおよび粒子）に対しては等方弾性を仮定して、その材料パラメータを弾性率 230 GPa, ポアソン比 0.2 とした。繊維の体積含有率については一方向強化複合材料には 68.8 %, 粒子分散材には 30 %, 平織クロス材では 40 % とした。なお、図 3(b) に示す平織クロス材では、各ストランドは均質体としてモデリングしており、その材料物性値は一方向強化材の均質化解析で得られた直交異方性の弾性定数を使用した。数値材料試験における拘束条件としては、均質化理論と整合するように、擾乱変位に対する周期拘束条件の下でマクロな荷重条件を与えた。なお、この際の荷重条件としてはマクロ公称ひずみ 3.0 % を時間に対して線形的に単調増加するように変位制御で与えた。

また、材料物性値同定のための PSO 最適化解析では、探索固体数を 100 に設定した。イタレーション回数は強制的に 200 に設定し、解析終了後に全探索固体が同じ最適設計ポイントに収束していることを確認した。さらにこれらの最適化解析を、各マイクロモデルの応答に対してそれぞれ 3 回実行し、3 回全ての解析結果が同じになることを確認することで、PSO アルゴリズムが局所最適解に収束していないと判断した。

Fig. 3 Finite element models of unit cells of unidirectional-fiber, plain-weave-fiber and particulate dispersion reinforced plastics.

4.2 弾塑性数値材料試験とその同定結果

表 3 には、線形均質化解析により得られた各マイクロ構造の直交異方性均質化弾性定数を示す。また、表 4 には基準方向の特性を Voce の硬化則でフィッティングして得られた各材料定数を、表 5 には同定された塑性 Hill 定数の値を示す。前述のように、3 つの単軸引張特性の中で最も小さな縦弾性係数を持つ方向を基準として塑性 Hill 定数 1 として採用することを基本とするが、平織クロス材のみ、せん断特性も含めて最も剛性の小さな方向を基準とした。これは、平織クロス材の場合、3 つの単軸方向すべてに関して、ほぼ線形的な応力-ひずみ特性を有しており、基準方向の特性に対して、他の方向を相似的变化させることを意図した Hill 材料構成則には都合が悪いからである。

図 4, 5, 6 には、それぞれ一方向強化材料、粒子分散材料、平織クロス材料に対する数値材料試験により得られたマクロ公称応力-公称ひずみの応答と併せて、線形均質化解析によって得られた表 3 の弾性係数と最適化解析によって得られた表 4 と表 5 に与えた Hill の異方性弾性材料モデルの材料パラメータを用いてフィッティングした結果を示す。すべてのマイクロ構造について、各軸および各面ともに概ね良好にパラメータ同定ができていることが分かる。また、各々のグラフには塑性 Hill 定数から逆算した各方向の降伏応力も図示した。いずれの降伏点も各方向の応力-ひずみ線図から推定できるような位置ではない。さらに、今回はマクロ公称ひずみ 3.0% までの数値材料試験結果を用いたが、フィッティング対象のひずみ範囲を変えると同定結果も変化することも確認された。このことから、明瞭な降伏点を持たない複合材料の塑性 Hill 定数の算出において、0.2% 耐力に代表されるような指標で各軸の降伏応力を決定することは望ましくなく、本研究で提案する全体最適化による同定が有効であるといえる。

一方向強化材では、繊維方向である x 軸方向の数値材料試験結果と同定結果では、弾性体である繊維が荷重の大部分を負担するため、マクロ特性はほぼ弾性的になる。したがって、塑性 Hill 定数の定量的な値に物理的な意味を見出すことはできず、単純に大きな降伏応力を設定することで x 方向の特性は表現が可能である。その他の 5 方向はそれぞれ異なる弾塑性特性を示すが、 yz 方向を除いては高精度なフィッティング結果が得られている。この yz 方向の誤差の原因としては、応力-ひずみ特性が参照方向の特性と相似関係にないことが考えられる。このように Hill の材料構成則では、ほぼ線形的な特性を持つ変形モードは例外として、応力-ひずみ特性は、参照方向の特性と相似関係を持つことが適用範囲であると言える。実際、この傾向は図 5 で示した平織クロス材のフィッティン

Table 3 Macroscopic elastic constants identified by linear homogenization analysis

Material Property	Uni-directional	Plain weave	Particle dispersion
Elastic modulus for x direction E_x (GPa)	146.9	57.9	4.63
Elastic modulus for y direction E_y (GPa)	13.8	55.8	4.63
Elastic modulus for z direction E_z (GPa)	13.8	6.21	4.63
Elastic shear modulus for xy direction G_{xy} (GPa)	6.71	1.59	1.28
Elastic shear modulus for yz direction G_{yz} (GPa)	9.51	1.72	1.28
Elastic shear modulus for yz direction G_{zx} (GPa)	6.71	1.72	1.28
Poisson's ratio for xy direction ν_{xy}	0.243	0.189	0.281
Poisson's ratio for yz direction ν_{yz}	0.546	0.388	0.281
Poisson's ratio for zx direction ν_{zx}	0.243	0.381	0.281

Fig. 4 Stress-strain curves obtained by NMTs and computed with identified parameters for unidirectional-fiber reinforced plastics.

Table 4 Identified parameters of Voce hardening function in reference direction.

Material Constants	Uni-directional	Plain weave	Particle dispersion
Initial yield stress σ_0 (MPa)	8.995	7.323	12.66
Linear coefficient R_0 (MPa)	490.9	96.04	731.6
Exponential coefficient R_∞ (MPa)	18.21	13.40	20.72
Exponential saturation parameter b (-)	644.4	180.5	505.7

グ結果からも確認ができる。すなわち、参照方向である yz 方向の特性とは相似関係にない z 軸方向の特性のフィッティング精度が悪い。

4.3 クリープ数値材料試験とその同定結果

クリープ数値材料試験では、ミクロ構造モデルに対して 60°C の温度環境のもと、 10 MPa 一定のマクロ応力を 100 時間与えてマクロクリープひずみを観測した。表 6 には、表 3 に示した垂直変形とせん断変形それぞれに関する弾性率の最小値を基準値として、各軸および各面の弾性率との比から算出した異方性クリープ Hill 定数と、数値材料試験結果を実験データとみたとて最適化法により同定した異方性クリープ Hill 定数を比較した結果を示す。一方向強化材料、粒子分散材料のクリープ Hill 定数は z 軸方向の値で正規化し、平織クロス材料は y 軸方向の値で正規化した比率で示している。

表 3 に示すように、図 3 の一方向繊維強化材は x 軸方向の弾性率が非常に大きい。このため、各方向のクリープ Hill 定数のなかでは、表 6 に示すように R_{xx}^c の値が他方向の定数と比較して大きな値となることは容易に想像でき

Fig. 5 Stress-strain curves obtained by NMTs and computed with identified parameters for plain-weave-fiber reinforced plastics.

Fig. 6 Stress-strain curves obtained by NMTs and computed with identified parameters for particulate-dispersion reinforced plastics.

Table 5 Hill's constants of identified by PSO optimization algorithm

Micro model	Uni-directional	Plain weave	Particle dispersion
R_{xx}^p	115.6	5.512	1.000
R_{yy}^p	1.000	5.106	1.000
R_{zz}^p	1.000	2.643	1.000
R_{xy}^p	1.385	3.634	0.894
R_{yz}^p	2.805	1.000	0.894
R_{xz}^p	1.385	1.003	0.894

る。また、表 6 に示した各方向の弾性率の比から算出したクリープ Hill 定数と最適化法により同定したクリープ Hill 定数を比較すると、1.5~3 倍程度の差があることがわかる。

Table 6 Creep Hill's constants for reinforced plastics.

Micro model	Uni-directional		Plain weave		Particle dispersion	
Fitting methods	Ratio of elastic modulus	Overall fitting with PSO	Ratio of elastic modulus	Overall fitting with PSO	Ratio of elastic modulus	Overall fitting with PSO
R_{xx}^c	10.7	32.4	5.7	2.8	1.0	1.0
R_{yy}^c	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
R_{zz}^c	1.0	1.0	5.7	2.6	1.0	1.0
R_{xy}^c	0.8	1.1	0.5	0.5	0.5	0.8
R_{yz}^c	1.2	1.8	0.5	0.5	0.5	0.8
R_{xz}^c	0.8	1.1	3.2	2.0	0.5	0.8

Fig. 7 Time-creep-strain curves obtained by NMTs and computed with identified parameters for unidirectional-fiber reinforced plastics.

次に、図 3(a) に示した一方向強化材のユニットセルに対する数値材料試験の結果として得られた時間-クリープひずみ曲線に、この 2 種類の手法から同定されたクリープ Hill 定数における材料構成則の応答を併記して図 7 に示す。これらの図からわかるように、いずれのユニットセルについても、最適化法により同定したクリープ Hill 定数から得られる時間-クリープひずみ曲線は数値材料試験結果とよく一致している。

また、一方向強化材についての y 軸、 z 軸方向のクリープひずみ曲線は、弾性率の比と最適化法により同定したクリープ Hill 定数がともに 1 であるため、数値材料試験結果とよく一致しているものの、それ以外の方向では弾性係数の比で定義したクリープ Hill 定数で解析した時間-クリープひずみ曲線は、数値材料試験の結果と一致しない。これは、今回の解析対象である一方向強化複合材では、ユニットセル内でクリープひずみが非一様に進展するが、その進展の仕方が数値材料試験における変形モードごとに異なるため、マクロ応力緩和特性も弾性率の比（すなわち、時刻ゼロで単位ひずみを与えたときの応力値の比）で定義したクリープ Hill 定数とマクロクリープひずみの累積度合に相似関係が成り立たないためであると推察される。その一方で、図 7 に示すように、各軸の応力緩和特性に強い異方性を持つ一方向強化材においても最適化法により 5 個のクリープ Hill 定数を適切に選択することで、6 方向すべてにおいて幅広い時間領域における時間-クリープひずみ曲線が良好に近似でき、異方性クリープ挙動を表現できるという結果は、本研究における重要な発見である。

これと同様の検討を平織クロス材と粒子分散材のユニットセル（図 3(b) および (c)）についても行った。各軸の弾性率の比と最適化解析により同定したクリープ Hill 定数の値を表 6 に示す。数値材料試験から得られた時間-クリープひずみ曲線に、同定したクリープ Hill 定数を用いた結果を併記して、それぞれ図 8 と 9 に示す。平織クロ

Fig. 8 Time-creep-strain curves obtained by NMTs and computed with identified parameters for plain-weave-fiber reinforced plastics.

Fig. 9 Time-creep-strain curves obtained by NMTs and computed with identified parameters for particulate-dispersion reinforced plastics.

ス材や粒子分散材のどちらにおいても、すべての材料軸方向で、最適化法により同定した結果の方が良好にフィッティングされている。具体的には、最適化法により同定した異方性クリープ Hill 定数の方が異方性の度合いが、数値材料試験の結果と同様に小さく抑えられている。また、粒子分散材において、弾性率比で定義したクリープ Hill 定数で解析した結果がせん断方向に関して一致しない。これは、ここで対象としたユニットセルに対応する粒子分散材は等方性材料ではなく、垂直方向とせん断方向の緩和特性に相似性がなくなるためであると推察される。このことから、粒子分散材のように、一方向材や平織クロス材のような連続繊維系と比較して弾性率の異方性が小さい複合材料であっても、各軸方向での時間-クリープひずみ応答を数値材料試験の結果と一致するように最適化法によりクリープ Hill 定数を同定する本手法の有効性が確認できる。

5. 結 言

本研究では、異方性の弾塑性およびクリープ Hill 材料構成則の複合材料への適用可能性を検討するとともに、Hill 定数を簡便に算出する手法を確立することを目的に、均質化法に基づく数値材料試験から、Hill 定数を最適化法により同定する手法を提案した。そして、一方向繊維強化材、平織クロス材、粒子分散材の3種類の強化プラスチックのユニットセルモデルで数値材料試験を行い、同定した Hill 定数の妥当性を検証し、提案手法の有効性を確認した。その結果、すべての強化プラスチックにおいて、本手法で同定した Hill 定数を用いて解析したひずみ-応力曲線および時間-クリープひずみ曲線が、数値材料試験で得られた応答とすべての材料軸方向で良好な一致を示した。その一方で、クリープ Hill 材料の検討においては、塑性の Hill 定数の類推から異方性弾性係数の比で定義したクリープ Hill 定数を用いて解析した時間-クリープひずみ曲線は、数値材料試験の結果と一致しなかった。

本論文で提案した手法は、マトリックス樹脂の材料パラメータが既知であれば、様々な基材形態の強化プラスチックの異方性弾塑性およびクリープ Hill 定数を簡便に算出でき、汎用の FEM コードに入力が可能な形式で材料定数が提供できるため、長期信頼性が必要とされる強化プラスチックの構造解析や構造設計業務には有用な手法になると期待される。ただし、実用に供するには、強化プラスチックの除荷時の挙動や繰り返し負荷に対する応答についても同様の検討が必要であり、これらは今後の課題としたい。

文 献

ANSYS Inc., Release 16.0 Documentation for ANSYS, (2015).

荒井政大, 角孝平, 伏見祐介, 松田哲也, 均質化法を用いた CFRP 積層板の粘弾性構成式の評価, 計算数理論文集, Vol.8 (2008).

Eberhart, R.C. and Kennedy, J., A new optimizer using particle swarm theory, Proceedings of the Sixth International Symposium on Micromachine and Human Science Nagoya, Japan (1995), pp. 39-43.

Gates, T.S. and Sun, C.T., Elastic/Viscoplastic Constitutive Model for Fiber Reinforced Thermoplastic Composites, AMA Journal, Vol.29, No.3 (1991), pp. 457-463.

Hill, R., The Mathematical Theory of Plasticity. Oxford Univ. Press (1983).

平山紀夫 寺田賢二郎, 数値材料試験による異方性非線形材料特性の算出, CAE のあるものづくり, Vol.9 (2008).

平山紀夫, ANSYS を利用したマルチスケール CAE ~ANSYS を利用した数値材料試験~, CAE のあるものづくり, Vol.6 (2007), pp. 11-15.

河井昌道, 益子誉一, 一方向繊維強化複合材料の非主軸粘弾性挙動に関する現象論的定式化とシミュレーション, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.68, No.672 (2002), pp. 1228-1235.

河井昌道, 益子誉一, CFRP 対称アングルプライ積層板の高温におけるクリープ挙動とその解析, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.69, No.686 (2003), pp. 1473-1481.

Kennedy, J. and Eberhart, R.C., Particle Swarm Optimization, Proceedings of IEEE the International Conference on Neural Networks, Piscataway, NJ. (1995), pp. 1942-1948.

松原成志朗, 荒川裕介, 加藤準治, 寺田賢二郎, 京谷孝史, 上野雄太, 宮永直弘, 平山紀夫, 山本晃司, 弾塑性・クリープ・損傷複合モデルによる繊維の分離型マルチスケール解析, 計算工学会論文集, Vol.2014 (2014), 論文番号 20140004.

Matsuda, T., Nimiya, Y., Ohno, N. and Tokuda, M., Elastic-viscoplastic behavior of plain-woven GFRP laminates : Homogenization using a reduced domain of analysis, Composite Structures, Vol.79 (2007), pp. 493-500.

Matsuda, T., Ohno, N., Tanaka, H. and Shimizu, T., Effects of fiber distribution on elastic-viscoplastic behavior of long fiber-reinforced laminates, International Journal of Mechanical Sciences, Vol.45 (2003), pp. 1583-1598.

Sanchez, P.E., Non-homogeneous media and vibration theory, (1980), Springer-Verlag.

末益博志, 複合材料の力学と破壊について, 強化プラスチック, Vol.53, No.12 (2007), pp. 519-523.

Sun, C.T. and Chen, J.L., A Simple Flow Rule for Characterizing Nonlinear Behavior of Fiber Composites, Journal of Composite Materials, Vol.23 (1989), pp. 1009-1020.

竹内ふみ, 河井昌道, 張剣奇, 松田哲也, クロスプライ CFRP 積層板の高温における非主軸引張挙動の速度依存性とその解析, 日本複合材料学会誌, Vol.32, No.6 (2006), pp. 254-261.

- 寺田賢二郎, 菊池昇, 均質化法入門, (2003), 丸善.
- 寺田賢二郎, 複合材料の数値材料実験のススメ その2 ～数値材料実験の理論と実際:線形弾性体編～, 強化プラスチック, Vol.53, No.5 (2007), pp. 246-253.
- 寺田賢二郎, 濱名康彰, 平山紀夫, 繊維の粘弾性マルチスケール解析手法, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.75, No.760 (2009), pp. 1674-1683.
- 寺田賢二郎, 犬飼壮典, 平山紀夫, 非線形マルチスケール材料解析における数値材料実験, 機械学会論文集 A 編, Vol.74, No.744 (2008a), pp. 1084-1094.
- 寺田賢二郎, 犬飼壮典, 濱名康彰, 見寄明男, 平山紀夫, 数値材料試験による異方性超弾性体のパラメータ同定, 計算工学会論文集, Vol.2008 (2008b), 論文番号 20080024.
- Terada, K., Kato, J., Hirayama, N., Inugai, T. and Yamamoto, K., A method of two-scale analysis with micromacro decoupling scheme: application to hyperelastic composite materials, Computational Mechanics, Vol. 52 (2013), pp.1199-1219.
- Tsai, J. and Sun, C.T., Constitutive Model for High Strain Rate Response of Polymeric Composites, Composites Science and Technology, Vol.62 (2002), pp. 1289-1297.
- Tsuda, M., Takemura, Eri., Asada, T., Ohno, N. and Igari, T., Homogenized elastic-viscoplastic behavior of plate-fin structures at high temperatures : Numerical analysis and macroscopic constitutive modeling, International Journal of Mechanical Sciences, Vol.52 (2010), pp. 648-656.
- Wang, C. and Sun, C.T., Experimental Characterization of Constitutive Models for PEEK Thermoplastic Composite at Heating Stage During Forming, Journal of Composite Materials, Vol.31, No.15 (1997), pp. 1480-1506.
- Wu, X. and Ohno, N., A homogenization theory for time-dependent nonlinear composites with periodic internal structures, International Journal of Solids and Structures, Vol.36 (1999), pp. 4991-5012.
- Yoon, K.J. and Sun, C.T., Characterization of Elastic-Plastic Behavior of an AS4/PEEK Thermoplastic Composite, Journal of Composite Materials, Vol.25 (1991), pp. 1277-1296.

References

- ANSYS Inc., Release 16.0 Documentation for ANSYS, (2015).
- Arai, M., Kaku, K., Fushimi, Y. and Matsuda, T., Evaluation for viscoelastic constitutive equation of cfrp laminates using homogenization method, Japan Society for Computational Methods in Engineering , Vol.8 (2008) (in Japanese).
- Eberhart, R.C. and Kennedy, J., A new optimizer using particle swarm theory, Proceedings of the Sixth International Symposium on Micromachine and Human Science Nagoya, Japan (1995), pp.39-43.
- Gates, T.S. and Sun, C.T., Elastic/Viscoplastic constitutive model for fiber reinforced thermoplastic composites, AMA Journal, Vol.29, No.3 (1991), pp.457-463.
- Hill, R., The Mathematical Theory of Plasticity. Oxford Univ. Press (1983).
- Hirayama N and Terada K., Suuchizairyousiken niyoru ihousei hisenkei zairyou tokusei no sansyutu, CAE noaru monodukuri, Vol.9 (2008) (in Japanese).
- Hirayama N., ANSYS wo riyou sita maruchisukeru CAE, CAE noaru monodukuri, Vol.6 (2007), pp.11-15 (in Japanese).
- Kawai, M. and Masuko, Y., A phenomenological formulation and simulation for off-axis viscoplastic behavior of unidirectional fiber-reinforced composites, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.68, No.672 (2002), pp.1228-1235 (in Japanese).
- Kawai, M. and Masuko, Y., Creep behavior of symmetric angle-ply laminates of CFRP at high temperature and numerical simulation, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.69, No.686 (2003), pp.1473-1481 (in Japanese).
- Kennedy, J. and Eberhart, R.C., Particle swarm optimization, Proceedings of IEEE the International Conference on Neural Networks, Piscataway, NJ. (1995), pp.1942-1948.
- Matsubara, S., Arakawa, Y., Kato, J., Terada, K., Kyoya, T., Ueno, Y., Miyanaga, N., Hirayama, N. and Yamamoto, K., De-coupled multi-scale analyses of fiber-reinforced composites by elastic-creep-damage combined model, Transactions of Japan Society for Computational Engineering and Science, Paper No.20140004 (2014) (in Japanese).

- Matsuda, T., Nimiya, Y., Ohno, N. and Tokuda, M., Elastic-viscoplastic behavior of plain-woven GFRP laminates : Homogenization using a reduced domain of analysis, *Composite Structures*, Vol.79 (2007), pp. 493-500.
- Matsuda, T., Ohno, N., Tanaka, H. and Shimizu, T., Effects of fiber distribution on elastic-viscoplastic behavior of long fiber-reinforced laminates, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol.45 (2003), pp. 1583-1598.
- Sanchez, P.E., *Non-homogeneous media and vibration theory*, (1980), Springer-Verlag.
- Suemasu, H., *Fukugouzairyou no rikigaku to hakai ni tuite*, *Reinforced Plastics*, Vol.53, No.12 (2007), pp. 519-523.
- Sun, C.T. and Chen, J.L., A simple flow rule for characterizing nonlinear behavior of fiber composites, *Journal of Composite Materials*, Vol.23 (1989), pp.1009-1020.
- Takeuchi, F., Kawai, M., Zhang, J. and Matsuda, T., Rate-dependence of off-axis tensile behavior of cross-ply CFRP laminates at elevated temperature and its simulation, *Journal of the Japan Society for Composite Materials*, Vol.32, No.6 (2006), pp.254-261 (in Japanese).
- Terada, K. and Kikuchi, N., *Kinsitukahou nyuumon*, *Manuzen*, (2003) (in Japanese).
- Terada, K., *Fukugouzairyou no suutizairyoushiken no susume sononi*, *Reinforced Plastics*, Vol.53, No.5 (2007), pp.246-253 (in Japanese).
- Terada, K., Hamana, H. and Hirayama N., A method of viscoelastic two-scale analyses for FRP, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.75, No.760 (2009), pp.1674-1683 (in Japanese).
- Terada, K., Inugai, T. and Hirayama, N., A method of numerical material testing in nonlinear multiscale material analyses, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.74, No.744 (2008a), pp.1084-1094 (in Japanese).
- Terada, K., Inugai, T., Hamana, H., Miyori, A. and Hirayama, N., Parameter identification for anisotropic hyperelastic materials by numerical material testing, *Transactions of Japan Society for Computational Engineering and Science*, Paper No.2008024 (2008b) (in Japanese).
- Terada, K., Kato, J., Hirayama, N., Inugai, T. and Yamamoto, K., A method of two-scale analysis with micromacro decoupling scheme: application to hyperelastic composite materials, *Computational Mechanics*, Vol.52 (2013), pp.1199-1219.
- Tsai, J. and Sun C.T., Constitutive model for high strain rate response of polymeric composites, *Composites Science and Technology*, Vol.62 (2002), pp. 1289-1297.
- Tsuda, M., Takemura, Eri., Asada, T., Ohno, N. and Igari, T., Homogenized elastic-viscoplastic behavior of plate-fin structures at high temperatures : Numerical analysis and macroscopic constitutive modeling, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol.52 (2010), pp. 648-656.
- Wang, C. and Sun, C.T., Experimental characterization of constitutive models for PEEK thermoplastic composite at heating stage during forming, *Journal of Composite Materials*, Vol.31, No.15 (1997), pp. 1480-1506.
- Wu, X. and Ohno, N., A homogenization theory for time-dependent nonlinear composites with periodic internal structures, *International Journal of Solids and Structures*, Vol.36 (1999), pp. 4991-5012.
- Yoon, K.J. and Sun, C.T., Characterization of elastic-plastic behavior of an AS4/PEEK thermoplastic composite, *Journal of Composite Materials*, Vol.25 (1991), pp. 1277-1296.