逆解析を用いたディスクブレーキパッド摩擦材の異方性弾性定数の非侵襲同定

井上 正則^{*1}, 天谷 賢治^{*2}, 大西 有希^{*2}, 鄭 珠迎^{*3}, 羽鳥 公一^{*4}

Non-intrusive identification of anisotropic elastic constants of friction materials of disk brake pads using inverse analysis

Masanori INOUE^{*1}, Kenji AMAYA^{*2}, Yuki ONISHI^{*2}, Jooyoung CHUNG^{*3} and Koichi HATORI^{*4}^{*1, *4} Akebono Brake Industry Co., Ltd., 5-4-71 Higashi, Hanyu-shi, Saitama 348-8508, Japan^{*2, *3} Tokyo Institute of Technology, 2-12-1-W8-36 Ookayama, Meguro-ku, Tokyo 152-8550, Japan

Received 21 April 2016

Abstract

A novel method to identify anisotropic elastic constants for friction materials of automotive disk brake pads is proposed. This method identifies accurate elastic constants of friction materials in a non-intrusive way using the inverse analysis. To solve this inverse analysis, eigenfrequencies and mode shapes are measured with the hammering test. In order to make this problem well-posed, the original measurement system is developed. This new system reversibly constrains the sliding surface of the pad to the metal block using ice with refrigerating the metal block. Measured eigenfrequencies and mode shapes of the constrained pad make this problem well-posed. The Response Surface Method (RSM) is applied to reduce computational time of the eigenvalue analysis using FEM. In order to increase regression accuracy of response surfaces, the Modal Assurance Criterion (MAC) is applied to correlate measured and calculated mode shapes. Identification accuracy is performed with simulated measurement. Identification of elastic constants of an actual brake pad is performed. Calculation results are smoothly converged to reasonable values.

Key words : Inverse analysis, Maximum likelihood estimation, Brake pad, Anisotropic elastic constants, Response surface method, Modal assurance criterion

1. 結 言

自動車用ディスクブレーキにおいて、ブレーキ鳴きの発生は車両の品質を損なう不具合の一つである。ブレーキ開発においてブレーキ鳴き抑制には多大な工数がかかっており、開発期間短縮とコスト削減の要求からブレーキ鳴き抑制を効果的に行うことが急務となっている。ブレーキパッド摩擦材の弾性定数は異方性を持ち、ブレーキ鳴きへの影響が大きいと考えられている(大浦他, 2007)。摩擦材の弾性定数を精度良く把握することは数値シミュレーションなどを用いてブレーキ鳴きを抑制する上で重要である。また、様々な弾性定数を持つ摩擦材のスクリーニング試験が可能となればブレーキ鳴き抑制の工数削減が期待できる。しかし、スクリーニング試験を行う上で、試験に使用する個々の摩擦材の弾性定数を事前に精度良く把握することが課題となっている。すなわち、ブレーキパッドを破壊することなく摩擦材の異方性弾性定数を精度良く測定する手法がブレーキ開発の現場から必要とされている。

弾性定数を測定する最も一般的な手法は一軸引張(圧縮)試験である。一軸引張(圧縮)試験に用いられる試料は通常は均質かつ単純な形状であるが、ブレーキパッドは摩擦材を鋼板に接着した構造であり形状は搭載する

No.16-00186 [DOI:10.1299/transjsme.16-00186], J-STAGE Advance Publication date : 20 July, 2016

^{*1} 曙ブレーキ工業 (株) 開発部門 制御解析部 (〒348-8508 埼玉県羽生市東 5-4-71)

^{*2} 正員, 東京工業大学大学院システム制御系 (〒152-8550 東京都目黒区大岡山 2-12-1-W8-36)

^{*3} 東京工業大学大学院情報環境学専攻

^{*4} 正員, 曙ブレーキ工業 (株)

E-mail of corresponding author: m_inoue@akebono-brake.com

車両によって様々である．このようなブレーキパッドに対して，一軸引張（圧縮）試験を用いて試験片を切り出すことなく摩擦材の弾性定数を精度良く測定することは容易ではない．他の弾性定数の測定手法として，超音波パルス法(Sanders and Yuhas, 2007)やRUS 法(荒井他, 2015)が挙げられる．超音波パルス法は異方性弾性定数の測定に良く利用されており，明瞭な超音波パルスを受信することができれば精度の良い測定が可能である．明瞭な超音波パルスを受信するためには，超音波パルスの散乱や減衰の原因となる空孔は材料中に存在しないことが好ましい．しかし，摩擦材は多孔性材料であることが知られており(Lee and Lee, 2004)，超音波パルス法を用いて異方性弾性定数を精度良く測定することは困難である．

RUS 法は測定試料の固有振動数から弾性定数を逆解析的に同定する手法である．RUS 法は異方性弾性定数の同定にも適した手法であることが知られており(荒井他, 2002)本研究の目的には好適である．異方性弾性定数を同定する際には固有振動数の他に振動モード形状の測定も必要となる(Nakamura et al., 2004)．ブレーキパッドの固有振動数および振動モード形状は打撃試験のような簡便な手法でも容易に測定できるため，本研究においてRUS 法のアプローチを採用する．一方で，RUS 法の測定試料は均質かつ単純形状（立方体や円柱など）が一般的であり，ブレーキパッドのような異材で構成された複雑形状の測定試料が使用された事例はほとんどない．また，異材で構成された測定試料の弾性定数を同定することは通常のRUS 法では困難である．

そこで，本研究ではRUS 法のアプローチを発展させた，摩擦材の異方性弾性定数を精度良く非侵襲的に同定する手法を開発する．すなわち，ブレーキパッドの打撃試験から得られる固有振動数とモード形状を測定データとし，逆解析を用いて異方性弾性定数を同定する．逆解析の悪条件克服のため摩擦材表面を拘束した状態でブレーキパッドの打撃試験を行い，得られる固有振動数およびモード形状も測定データとして加える工夫を施す．本研究の特徴として，非侵襲的かつ効率的に摩擦材表面の拘束を実現する冷凍接着装置を開発した．観測方程式の構築には有限要素法を用いる．有限要素解析の計算コスト削減のため応答曲面法を適用する．応答曲面作成の際には，MAC (Modal Assurance Criterion) 値(Allemang, 2003)による振動モードの関連付け(Desforges et al., 1996)と選定された補間精度の良い補間式を用いて応答曲面の精度を向上させる．弾性定数の同定には最尤推定法を使用する．推定値の共分散行列の特異値による同定精度の検証と模擬測定データによる同定シミュレーションを行い，実際のブレーキパッドに対して摩擦材の弾性定数の同定を実施することで本手法の有効性を検証する．

2. ブレーキパッド摩擦材の異方性弾性定数

図1に一般的な自動車用のブレーキパッドの概観を示す．ブレーキパッドは鋼板のプレッシャープレート(Plate)と摩擦材(Friction material)から構成されている．摩擦材は様々な形状や材質の原材料を混合したものを，図1中の z 方向に圧縮し加熱成形されたものである(佐々木, 日下, 2003)．摩擦材の原材料には他の原材料と比較してヤング率の高い金属やセラミックスの繊維状の補強材も含まれる．これら繊維状の原材料は加熱成形される際に x - y 面内方向に配向する傾向が有る．その結果，摩擦材は z 方向と x - y 面内方向の弾性定数が異なる直交異方性の特徴を持つ．直交異方性材料の応力とひずみの関係は式(1)で表すことができ， $E_x, E_z, G_{xz}, \nu_{xy}$ と ν_{zx} が独立な弾性定数となる．

Fig. 1 General brake pad shape and coordinate system.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & -\frac{\nu_{zx}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & -\frac{\nu_{zy}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xz}}{E_x} & -\frac{\nu_{yz}}{E_y} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xz}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} E_x &= E_y \\ \nu_{yx} &= \nu_{xy} \\ \nu_{zx} &= \nu_{zy} \\ \nu_{xz} &= \nu_{yz} \\ G_{xz} &= G_{yz} \\ G_{xy} &= \frac{E_x}{2(1+\nu_{xy})} \end{aligned} \quad (1)$$

3. 最尤推定法を用いた同定手法

ここでは逆解析を用いて式 (1) に示した摩擦材の異方性弾性定数を効果的に同定する手法を提案する。すなわち、打撃試験により得られる固有振動数とモード形状を測定データとし、最尤推定法を用いて未知の異方性弾性定数を同定する。 E_x, E_z および G_{xz} を材料モデルの未知パラメータに設定し、ポアソン比である ν_{xy} と ν_{zx} は先験情報に基づき固定とする。なお、未知パラメータを E_x, E_z および G_{xz} に設定した理由に関しては4・3節で述べる。

3・1 観測方程式の構築

代表値で無次元化した異方性弾性定数 $\widehat{E}_x, \widehat{E}_z$ および $\widehat{G}_{xz}$ を成分とするベクトルを式 (2) に示す未知パラメータ $\mathbf{X}$ とする。打撃試験により測定されたブレーキパッドの1~ n 次の振動モードの固有振動数 $f_{obs,1}, \dots, f_{obs,n}$ を成分に持つベクトルを、式 (3) に示す $\mathbf{f}_{obs}$ とする。未知パラメータ $\mathbf{X}$ に対する有限要素解析により計算されたブレーキパッドの各振動モードの固有振動数を成分に持つベクトルを、式 (4) に示す $\mathbf{f}_{cal}(\mathbf{X})$ とする。

$$\mathbf{X} = [x_1, x_2, x_3]^T = [\widehat{E}_x, \widehat{E}_z, \widehat{G}_{xz}]^T \quad (2)$$

$$\mathbf{f}_{obs} = [f_{obs,1}, \dots, f_{obs,n}]^T \quad (3)$$

$$\mathbf{f}_{cal}(\mathbf{X}) = [f_{cal,1}, \dots, f_{cal,n}]^T \quad (4)$$

モデル化誤差や補間誤差、測定誤差などを含む全ての誤差を $\mathbf{e}$ とすると、最尤推定法により測定データ $\mathbf{f}_{obs}$ と同定値 $\mathbf{X}$ の間には、式 (5) で表す非線形の観測方程式が成立する。最尤推定法を用いることで摩擦材弾性定数の同定は $\mathbf{f}_{obs}$ と $\mathbf{f}_{cal}(\mathbf{X})$ の誤差を最小化する最適化問題に置き換えることができる。通常はいくつかの未知パラメータ $\mathbf{X}$ を用いて有限要素法による固有値解析を行い、観測方程式の構築や $\mathbf{f}_{cal}(\mathbf{X})$ のデータベース作成を行う。

$$\mathbf{f}_{obs} = \mathbf{f}_{cal}(\mathbf{X}) + \mathbf{e} \quad (5)$$

3・2 同定手法の概要

逆解析による摩擦材の弾性定数同定手法の概略的な流れを図2に示す。まず、打撃試験によりブレーキパッドの固有振動数とモード形状を測定する。次に、先験情報に基づいた適当な摩擦材の弾性定数を仮定し、有限要素法による固有値解析を行う。測定データには通常いくつかの振動モードの欠落がある。そこで、MAC値を用いて測定された振動モードと有限要素解析で得られる振動モード関連付けを行う。その後、有限要素解析の計算コスト削減のため応答曲面法を適用する。最後に最尤推定法を用いて測定データと計算結果の誤差が最小となる弾性定数を同定する。

Fig. 2 Flow of the presented method to identify elastic constants of friction materials. Eigenfrequencies and mode shapes of the brake pad are measured with the hammering test at first. Calculated eigenfrequencies and mode shapes are obtained with the eigenvalue analysis using FEM. In general, measured eigenfrequencies contain several missing modes. Therefore, calculated modes are associated with measured modes. The response surfaces method are applied in order to reduce calculation time. Identified elastic constants are estimated with the maximum-likelihood method.

3・3 応答曲面の作成

本研究では有限要素解析の計算コスト低減のため応答曲面法を採用する。すなわち、式 (2) に示す異方性弾性定数に対する固有振動数の関数である応答曲面を作成する。応答曲面の補間式には式 (6) に示す 2 次多項式が一般的に用いられている。応答曲面法においては応答曲面の補間精度は同定精度に大きく影響するため、問題に適した補間式を選択する必要がある。

そこで、本研究では式 (7) を新たに応答曲面の補間式として提案する。なお、1 自由度のバネ-マス系の振動では固有振動数は剛性の平方根に比例することから類推して、式 (7) には平方根の項を含めることを提案する。式 (8) に示す $f_{cal,j}(x_1, x_2, x_3)$ は有限要素解析により計算された $f_{cal}(\mathbf{X})$ の j 番目の振動モードの固有振動数である。応答曲面の補間式の各係数は最小二乗法を用いて計算する。本論文で採用する応答曲面の補間式については 4・3 節において検討する。

$$f_{cal,j}(x_i) = a_i x_i^2 + b_i x_i + c_i \quad (6)$$

$$f_{cal,j}(x_i) = a_i \sqrt{x_i} + b_i x_i + c_i \quad (7)$$

$$f_{cal,j}(x_1, x_2, x_3) = \prod_{i=1}^3 f_{cal,j}(x_i) \quad (8)$$

3・4 振動モードの関連付け

ブレーキパッドの打撃試験の際に、ある有限の周波数範囲に含まれる全ての固有振動数を測定することは困難であり、測定結果には通常はいくつかの固有振動数の欠落が発生する。そのため、有限要素解析により計算された固有振動数のうち、測定されたものと同じ固有振動数のみを評価関数で考慮する必要がある。そこで、本研究ではあらかじめブレーキパッドの固有振動数の他に振動モード形状も測定しておく。計算された振動モードと測定された振動モードとをモード形状の同一性に基づいて関連付けを行い、測定結果と同一の振動モードごとに個別に応答曲面を作成する。振動モードの関連付けには MAC (Modal Assurance Criterion) 値を使用する。MAC 値とは 2 つの振動モード同士のモード形状の相関性を示す値で、0 から 1 の範囲をとる。MAC 値が 1 に近いほどモード形状が近いことを示す。式 (9) に MAC 値の算出式を示す。 $\Phi_{ini,i}$ は先験情報に基づいた弾性定数を初期値

として計算した i 番目のモード変位ベクトルである。 $\Phi_{cal,j}$ は初期値とは異なる弾性定数で計算した j 番目のモード変位ベクトルである。 $MAC(\Phi_{ini,i}, \Phi_{cal,j})$ は i 番目の振動モードと j 番目の振動モードのモード形状の相関性を示す。

$$MAC(\Phi_{ini,i}, \Phi_{cal,j}) = \frac{|\{\Phi_{ini,i}\}^T \{\Phi_{cal,j}\}|^2}{(\{\Phi_{ini,i}\}^T \{\Phi_{ini,i}\})(\{\Phi_{cal,j}\}^T \{\Phi_{cal,j}\})} \quad (9)$$

MAC 値に基づいて振動モードの関連付けを行い、各振動モードの応答曲面を個別に作成した例を図 3 に示す。各色の応答曲面はそれぞれ異なる振動モードの固有振動数変化を補完する。なお、図 3 では説明のため未知パラメータは E_x および E_z とする。モード形状の類似性に基づいて振動モードの関連付けを行っているため、振動モードの順番が入れ替わっても応答曲面の補間精度には影響しない。

Fig. 3 Schematic of response surfaces of several different modes. Only the relationship among $\widehat{E}_x$ and $\widehat{E}_z$ are shown in this figure. Each differently colored response surface represents eigenfrequency of the specific vibrational mode. Each mode is associated with the measured mode based on similarity of mode shape. MAC value indicates similarity of measured and calculated mode shapes.

3・5 最尤推定法による未知数の同定

本研究では未知の弾性定数の同定に最尤推定法を採用する。測定データに含まれる誤差 e は、平均値 $\bar{e}$ 、共分散行列が Q の多次元ガウス分布とする。式 (5) の観測方程式の誤差 e を式 (10) に示す。

$$e \sim \text{gauss}(\bar{e}, Q) \quad (10)$$

測定データ f_{obs} が得られたときの未知パラメータ X の尤度関数 $L(X|f_{obs})$ は式 (11) のようになる。

$$L(X|f_{obs}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3 |Q|}} e^{-\frac{1}{2}(f_{obs} - f_{cal}(X) - \bar{e})^T Q^{-1} (f_{obs} - f_{cal}(X) - \bar{e})} \quad (11)$$

最尤推定法により未知パラメータ X を同定する。すなわち、式 (12) に示すように式 (11) の尤度を最大化することで X を同定する。なお、式 (12) の解を得るためには各種の非線形最適化手法(Boyd and Vandenberghe, 2004)が適用できる。本問題に関しては、固有振動数は弾性定数に対して基本的に単調増加となるため評価関数の多峰性は低く、大域的最適解への収束は容易であると思われる。本研究では最適化手法に実装が比較的容易な Nelder-Mead 法(Nelder and Mead, 1965)を適用した。

$$\mathbf{X} = \operatorname{argmin}_{\mathbf{x}} \{(\mathbf{f}_{obs} - \mathbf{f}_{cal}(\mathbf{X}) - \bar{\mathbf{e}})^T \mathbf{Q}^{-1} (\mathbf{f}_{obs} - \mathbf{f}_{cal}(\mathbf{X}) - \bar{\mathbf{e}})\} \text{ s. t. } x_1, x_2, x_3 \geq 0 \quad (12)$$

4. 同定精度の検証

4・1 同定精度の検証手法

ここでは感度解析を用いた提案手法の同定精度検証手法について述べる．推定値 $\mathbf{X}$ の共分散行列から計算される特異値は同定精度を表す指標となる．すなわち，推定値 $\mathbf{X}$ の共分散行列の特異値は未知パラメータの尤度分布の広がり具合を意味し，特異値が小さくなれば同定精度の向上が期待できる．式（13）は弾性定数の初期値 $\mathbf{X}_0$ 近傍で式（11）を線形化したものである．式（14）で表した行列 $\mathbf{C}$ が推定値 $\mathbf{X}$ の共分散行列である．共分散行列の特異値を小さくするためには，未知パラメータに対する感度の高い測定情報を追加することが有効である．本論文では4・2節において同定精度向上のための測定情報の提案を述べる．

$$p(\mathbf{X}_0 + \Delta \mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3 |\mathbf{Q}|}} e^{\left\{-\frac{1}{2}(\Delta \mathbf{x})^T \mathbf{H}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{H}(\Delta \mathbf{x})\right\}} \quad (13)$$

$$\mathbf{C} = (\mathbf{H}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{H})^{-1} \quad \left(\text{ただし } \mathbf{H} \equiv \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right) \quad (14)$$

4・2 逆解析に用いる測定情報の検討

本手法において，ブレーキパッド単体の自由振動状態のいくつかの固有振動数のみから複数の異方性弾性定数を同定することは逆問題の悪条件性に伴う困難が予想される．本節では表1に示す6つの測定条件について同定精度の検証を行い，採用すべき測定情報について検討する．

Table 1 Test conditions to evaluate identification accuracy.

Test condition	Parts	Constraint state
Case 1	10 mm cube friction material	Free
Case 2	Pad	Free
Case 3	Pad	Fixed friction surface
Case 4	Pad Metal block	Adhered friction surface to the metal block
Case 5	Case 2 + 3	Case 2 + 3
Case 6	Case 2 + 4	Case 2 + 4

Case 1は図4に示す摩擦材を10 mmの立方体に切り出したもので，RUS法を用いた測定を模擬している．Case 2は図5に示すブレーキパッド単品の自由振動状態での測定を模擬している．Case 3は図6に示すブレーキパッド摩擦材の表面を完全拘束した状態を模擬している．Case 4は図7に示すブレーキパッド摩擦材の表面を金属ブロックに接着した状態を模擬している．Case 5はCase 2とCase 3の組み合わせで，それぞれの測定データを逆解析に使用する．Case 6はCase 2とCase 4の組み合わせで，それぞれの測定データを逆解析に使用する．

Fig. 4 Schematic of the case 1 FEM model. This model simulates the 10 mm cube of the friction material for the RUS method. This model consists of 1000 20-node brick elements and 4961 nodes.

Fig. 5 Schematic of the case 2 FEM model. This model simulates free vibration of the brake pad. This model consists of 8268 10-node tetrahedral elements and 14510 nodes.

Fig. 6 Schematic of the case 3 FEM model. Fixed boundary condition is applied to this model to simulate constrained vibration. All DOFs of nodes on the friction surface are completely constrained. The mesh is same as case 2.

Fig. 7 Schematic of the case 4 FEM model. The friction surface of the pad is adhered to the metal block to simulate constrained vibration. This model consists of 12020 10-node tetrahedral elements and 20202 nodes. Nodes on contact surfaces of the brake pad and the block are merged.

Table 2 Physical properties of the brake pad and the metal block.

Part name	Material	Young's modulus[GPa]	Poisson's ratio	Density[kg/m ³]
Plate	Steel	204.44	0.3	7700
Metal block	A5052	71	0.33	2730
Friction material	N/A	$\mathbf{X}_0 = \begin{bmatrix} E_x \\ E_z \\ G_{xz} \\ v_{xy} \\ v_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \text{ GPa} \\ 1.1 \text{ GPa} \\ 1.5 \text{ GPa} \\ 0.3 \\ 0.3 \end{bmatrix}$		2344.35

表 2 に各材料の物理特性を示す。表 1 に示す各ケースに対して有限要素法による固有値解析を行う。得られた各振動モードの固有振動数を元に推定値の共分散行列の特異値を算出する。測定誤差 $\mathbf{e}$ の標準偏差は各固有振動数の 3 % とする。式 (11) の微分は $\mathbf{X}_0$ の各成分に 10 % ずつ独立に変動を与え有限差分にて評価した。表 1 に示す各測定条件で計算した推定値の共分散行列の特異値を表 3 に示す。表 3 からは、Case 1 の同定精度が最も良くなることが予想される。しかし、Case 1 では摩擦材の切断が必要となるため本研究では採用できない。続いて Case 5 と Case 6 が Case 1 の次に同定精度が良いと予想される。そこで、本研究では理想的な完全拘束である Case 5 の拘束条件を現実化した Case 6 の測定情報を逆解析に用いることを提案する。

Table 3 Singular values of the covariance matrix of estimated variables.

Test condition	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 5	Case 6
Singular values of a covariance matrix	0.0004	0.0034	0.0009	0.0013	0.0008	0.0010
	0.0009	0.0578	0.0047	0.0079	0.0032	0.0050
	0.0018	0.0786	0.1916	0.1855	0.0205	0.0323
	0.0809	0.9862	7.5983	1.9523	0.7040	0.5940
	1.5205	132.42	13.330	4.5013	2.8885	2.8851

4・3 未知パラメータの選定

表 1 中の Case 6 の測定条件で計算した共分散行列 $\mathbf{C}_{\text{Case 6}}$ を式 (15) に示す。 $\mathbf{C}_{\text{Case 6}}$ の対角成分は表 2 に示す未知パラメータ $\mathbf{X}_0$ の各成分の感度を示す。式 (15) から v_{xy} と v_{zx} の感度は E_x , E_z や G_{xz} より一桁以上悪いことがわかる。すなわち、Case 6 の測定条件で v_{xy} と v_{zx} を同定することは悪条件となることが予測される。

$$\mathbf{C}_{Case\ 6} = \begin{bmatrix} \widehat{E}_x & \widehat{E}_z & \widehat{G}_{xz} & \widehat{\nu}_{xy} & \widehat{\nu}_{zx} \\ 0.0386 & 0.0028 & -0.0119 & 0.0790 & -0.0831 \\ 0.0028 & 0.0040 & -0.0027 & 0.0095 & -0.041 \\ -0.0119 & -0.0027 & 0.0071 & -0.0166 & 0.0006 \\ 0.0790 & 0.0095 & -0.0166 & 0.6667 & -0.4213 \\ -0.0831 & -0.0410 & 0.0006 & -0.4213 & 2.8010 \end{bmatrix} \quad (15)$$

一方、ブレーキ開発の現場では、ブレーキ鳴き等の不具合に及ぼす摩擦材のポアソン比の影響は小さいことが経験的に知られている。参考のため、ブレーキシステムの代表的なシミュレーションの一つである複素固有値解析を実施し、摩擦材の各異方性弾性係数のブレーキ鳴きに対する感度を調査した。複素固有値解析の詳細は参考文献(Kinkaid et al., 2003)に詳しいが、紙面の都合上省略する。各弾性定数を独立に変化させた際の解析結果を図8に示す。横軸は正規化した弾性定数を示す。縦軸はシステムの不安定性を示す複素固有値の実部である。複素固有値の実部の値が大きいくほどシステムは不安定であり、ブレーキ鳴きが発生しやすいことを示す。図8から、 E_x 、 E_z や G_{xz} と比較して ν_{xy} と ν_{zx} の変化がブレーキ鳴きに与える影響は十分小さく、仮定した ν_{xy} と ν_{zx} の値が真の値と異なっているとしても実用上問題とならないことがわかる。

Fig. 8 Sensitivity of each elastic parameter to brake instability. Real part of eigenvalue is calculated with the complex eigenvalue analysis. Each elastic parameter is shifted independently. ν_{xy} and ν_{zx} are thought to have less sensitivity to brake squeal than other elastic constants from this result.

また、Case 2 と Case 4 のモデルに対して仮定したポアソン比の誤差が E_x 、 E_z および G_{xz} 同定精度に与える影響を調査した。すなわち、表2中 $\mathbf{X}_0$ を基準としポアソン比のみを0.25と0.35に変化させた際の固有振動数の変化を調査した。表4(a)にCase2の固有振動数の変化を示す。表4(b)にCase4の固有振動数の変化を示す。変化率は最大で約0.39%と小さいため、仮定したポアソン比の誤差が同定精度に与える影響は無視できる。そこで、本研究では未知パラメータを式(2)に示すように E_x 、 E_z および G_{xz} と設定する。また、以降の計算に用いる ν_{xy} と ν_{zx} は0.3で固定とする。

Table 4 Comparison of calculated eigenfrequencies of Case 2 and 4 at Poisson's ratio $\nu_{xy} = \nu_{zx} = 0.25, 0.3 (= X_0)$ and 0.35. Reference eigenfrequencies to evaluate eigenfrequency differences are calculated with X_0 .

(a) : Eigenfrequencies of Case 2.					(b) : Eigenfrequencies of Case 4.				
X_0	$\nu_{xy} = \nu_{zx} = 0.25$		$\nu_{xy} = \nu_{zx} = 0.35$		X_0	$\nu_{xy} = \nu_{zx} = 0.25$		$\nu_{xy} = \nu_{zx} = 0.35$	
Frequency [Hz]	Frequency [Hz]	Diff. [%]	Frequency [Hz]	Diff. [%]	Frequency [Hz]	Frequency [Hz]	Diff. [%]	Frequency [Hz]	Diff. [%]
2059.8	2058.9	-0.04	2061.1	0.06	3555.3	3544.9	-0.29	3567.2	0.33
3580.3	3590.3	0.28	3570.8	-0.27	5052.7	5046.1	-0.13	5060.5	0.15
5798.9	5801.1	0.04	5797	-0.03	5198.3	5188.3	-0.19	5209.8	0.22
7972.4	8003.4	0.39	7942.2	-0.38	5631.8	5630.5	-0.02	5634.2	0.04
9113.9	9123.7	0.11	9104.9	-0.1	7119.7	7136.8	0.24	7102.1	-0.25
9707.7	9714.2	0.07	9701.9	-0.06	7196.4	7197.5	0.01	7199.6	0.04
11031	11047.6	0.15	11015.8	-0.14	7903	7905.9	0.04	7901.4	-0.02
12435.4	12426	-0.08	12447.5	0.1	8809.6	8811.3	0.02	8809.1	-0.01
14235.4	14186.3	-0.35	14284.6	0.35	9377	9388.5	0.12	9366	-0.12
14535.4	14533.7	-0.01	14538.3	0.02	9553.1	9561.3	0.09	9546.1	-0.07
15360	15364.8	0.03	15357.7	-0.02	10684.1	10694.5	0.1	10674.5	-0.09
15706.2	15671.7	-0.22	15721.8	0.1	12159.2	12162.4	0.03	12157	-0.02
15811.3	15784.8	-0.17	15853	0.26	12984.7	12999.7	0.12	12970.7	-0.11
					14434.5	14444.9	0.07	14425.1	-0.07
					15597.1	15582.2	-0.1	15613.5	0.11

4・4 応答曲面補間式の精度検証

3・3節で述べた応答曲面の補間式である式(6)および式(7)の精度を比較し、採用する補間式を決定する。図9に式(6)及び式(7)による補間の様子をそれぞれ実線と破線で示す。図9中の黒点は複数の異なる $\widehat{E}_x$ で計算した図5に示すモデルの固有振動数を示す。各補間曲線は図9中の $\widehat{E}_x$ が0.9, 1および1.1における固有振動数の計算値から最小二乗法により求めた。

各 $\widehat{E}_x$ における固有振動数の計算値に対する式(6)による補間式の決定係数は $R^2 = 0.91$ となる。式(7)による補間曲線の決定係数は $R^2 = 0.98$ となり、式(6)と比較して補間精度が向上していることがわかる。本研究では式(7)により応答曲面を作成する。また、ズームング法(Breitkopf et al., 2005)を適用し計算ステップを漸減することで応答曲面の精度向上を図る。

Fig. 9 Comparison of regression accuracy of Eq. 6 and Eq. 7. Dots represent calculated eigenfrequencies of the model shown in Fig. 5 at several different $\widehat{E}_x$. Each coefficient of regression equation is calculated with eigenfrequencies at $\widehat{E}_x = 0.9, 1$ and 1.1. Eq. 7 shows better regression accuracy than Eq. 6.

5. 模擬測定データによる同定シミュレーション

ここでは、模擬測定データによる同定シミュレーションにて提案手法の有効性を検証する。実際のブレーキパッドにおいては摩擦材の異方性弾性定数は未知であり、摩擦材の寸法ばらつきや密度、弾性定数の不均一性などが同定精度に影響する恐れがある。そのため、測定データを用いて本手法の同定精度を検証することは容易ではない。そこで、模擬測定データを用いた同定シミュレーションにより本手法の同定精度を検証する。

まず、表 1 に示す Case 6 の測定条件にて有限要素解析を用いて固有振動数を計算する。物理特性は表 2 に示すものを使用する。計算により得られた固有振動数に誤差を加え模擬測定データとする。誤差は各固有振動数の 3 % に相当する標準偏差を持つ正規乱数とする。式 (12) の最小化手法には Nelder-Mead 法を適用した。弾性定数の同定結果を表 5 に示す。同定誤差は最大で約-3.2 % であり、十分な精度で摩擦材の弾性定数を同定できることが確認できた。

Table 5 Identified elastic constants of numerical study using the Case 6 measurement condition.

	Exact[GPa]	Initial[GPa]	Identified[GPa]	Error[%]
E_x	14	7	13.631	-2.636
E_z	1.1	0.55	1.1081	0.773
G_{xz}	1.5	0.75	1.4516	-3.225

次に、表 2 の物理特性を用いて計算した固有振動数と、同定された弾性定数を用いて計算した固有振動数との誤差を比較する。計算した周波数範囲は 0~16 kHz である。表 6 (a) にブレーキパッドの自由振動での固有振動数の誤差を示す。表 6 (b) に摩擦材表面を金属ブロックに接着した状態での固有振動数の誤差を示す。剛体変位モードを除く固有振動数の誤差は最大で約-1 % であり、観測方程式の誤差が小さく良い一致が確認された。

Table 6 Comparison of exact and identified eigenfrequencies.

(a) : Results of the free single pad.			(b) : Results of the constrained pad.		
Exact[Hz]	Identified[Hz]	Error[%]	Exact[Hz]	Identified[Hz]	Error[%]
2059.8	2052.3	-0.36	3555.3	3533.3	-0.62
3580.3	3560.9	-0.54	5052.7	5032.5	-0.40
5798.9	5762.5	-0.63	5198.3	5179.3	-0.36
7972.4	7916.9	-0.70	5631.8	5610.1	-0.39
9113.9	9068.0	-0.50	7119.7	7076.8	-0.60
9707.7	9682.8	-0.26	7196.4	7206.5	0.14
11031.0	10978.2	-0.48	7903.0	7878.4	-0.31
12435.4	12403.9	-0.25	8809.6	8721.2	-1.00
14235.4	14130.3	-0.74	9377.0	9274.4	-1.09
14535.4	14428.8	-0.73	9553.1	9519.4	-0.35
15360.0	15295.0	-0.42	10684.1	10652.0	-0.30
15706.2	15582.6	-0.79	12159.2	12096.7	-0.51
15811.3	15694.3	-0.74	12984.7	12941.5	-0.33
			14434.5	14394.1	-0.28
			15597.1	15527.3	-0.45

6. 実験データ測定手法

4・2 節にて、摩擦材の弾性定数の同定精度向上のためには E_z の固有振動数に対する感度を向上させる必要があり、ブレーキパッドの摩擦材表面を金属ブロックに接着する手法が有効であることがわかった。測定したブレーキパッドは損傷無く取り外す必要があり、金属ブロックとブレーキパッドを可逆的に接着しなければならない。そこで、本研究ではブレーキパッドと金属ブロックの接触界面に水を塗布し、金属ブロックを氷点下に冷却して水で接着を行う手法を提案する。金属ブロックを温めることで、破壊することなくブレーキパッドを分離できる。冷凍接着装置にはペルチェ素子を用い、常温の室内環境でも迅速に冷却できるようにした。冷凍接着装置の概観

を図 10 に示す。測定時の金属ブロックの温度は約 -4°C であり氷の厚さは数十 μm 程度である。摩擦材表面の面積に対する接着面積の割合は約 75 % である。氷の弾性定数は摩擦材と同程度かつ厚さも十分薄いので、接着の際の氷の影響は無視できると判断する。

Fig. 10 Outline view of the refrigeration equipment. The refrigeration equipment is placed underneath of the metal block. The size of metal block is 70 mm long, 80 mm wide and 60 mm high.

実験データの測定は、ブレーキパッドの Plate 上面に対する多点入力一点応答の打撃試験にて行う。測定の際の加振点と応答点を図 11 に示す。打撃試験により各加振点の FRF (周波数応答関数) を測定し、モード解析を行うことでブレーキパッドの固有振動数とモード形状が得られる (Voracek and Morales, 1988)。ブレーキパッドの自由振動状態での固有振動数、振動モードの測定結果を付録の表 A-1 (a) に示す。摩擦材を金属ブロックに接着した状態での固有振動数、振動モードの測定結果を付録の表 A-1 (b) に示す。測定した周波数範囲は 0~16 kHz である。各測定結果には、測定された振動モードと同一形状を持つ固有値解析により計算された振動モードも併記する。

Fig. 11 Impact points and measurement point of the brake pad. Mode shapes are measured with hammering at multiple points (white dots in this picture.)

7. 同定結果

6 章に示す測定手順でブレーキパッドの測定を行い、表 A-1 に示す固有振動数の測定データを用いて図 2 に示す同定手順に従って摩擦材の弾性定数の同定を行った。有限要素解析に使用したモデルは図 5 と図 7 に示すモデルと同一である。氷を用いたブレーキパッド摩擦材表面の金属ブロックへの接着は節点共有で再現した。Plate や金属ブロック、摩擦材の弾性定数および密度は表 2 に示す物理特性を使用する。最適化を行う際の弾性定数の初期値は過去知見に基づき適切な値 ($E_x = 10 \text{ GPa}$, $E_z = 1 \text{ GPa}$, $G_{xz} = 2 \text{ GPa}$) に設定した。同定結果を表 7 に示す。同定結果より、 E_z に対して E_x は約 10 倍大きいことがわかる。これは、金属やセラミックスの繊維状補強材が x - y 面内に配向しているためと考えられる。

Table 7 Initial and identified elastic constants of the actual friction material.

	Initial elastic constants	Identified elastic constants
E_x [GPa]	10	13.511
E_z [GPa]	1	1.2158
G_{xz} [GPa]	2	1.5238

図 12～14 に、 $\widehat{E}_x$, $\widehat{E}_z$ および $\widehat{G}_{xz}$ で構成される各平面に投影した尤度関数の対数の分布を示す。図 12～14 中の $\widehat{E}_x$, $\widehat{E}_z$ および $\widehat{G}_{xz}$ は表 7 に示す同定された弾性定数で無次元化したものである。これらの結果から今回の測定においては目的関数の多峰性は低いことがわかる。他のブレーキパッドでも同様に目的関数の多峰性は低く、複数の異なる初期点から Nelder-Mead 法を実行することで容易に大域的最適解に到達可能である。

Fig. 12 Projected log likelihood to $\widehat{E}_x$ - $\widehat{E}_z$ plane. Fig. 13 Projected log likelihood to $\widehat{E}_z$ - $\widehat{G}_{xz}$ plane.

Fig. 14 Projected log likelihood to $\widehat{E}_z$ - $\widehat{G}_{xz}$ plane. The objective function is thought to have the single peak from Fig.12 – 14. Identified elastic constants are placed at the peak of the objective function.

8. 結 言

本研究では、逆解析を用いて異材で構成されたブレーキパッドの摩擦材の異方性弾性定数を非破壊で精度良く同定する手法を開発した。実施した内容を以下に示す

- ・ 打撃試験により得られる固有振動数，モード形状を測定データとし，摩擦材の異方性弾性定数を未知パラメータとする逆問題を設定した。
- ・ 観測方程式は有限要素固有値解析に基づいて構築した。有限要素解析の計算コスト削減のため，応答曲面法を適用した。応答曲面の精度向上のため，MAC 値による振動モードの対応付けと補間精度の良い応答曲面の補間式を提案した。

- ・ 逆解析の悪条件克服のため、摩擦材を金属ブロックで拘束した状態で得られる固有振動数、モード形状を観測情報として追加することを提案した。
- ・ 模擬測定データによる同定シミュレーションにより同定精度を検証し、本手法の有効性を検証した。
- ・ 摩擦材を金属ブロックで拘束するために冷凍を用いた効率的かつ非破壊な方法を提案した。実際に冷凍接着装置を構築し有用性を確認した。
- ・ 実際に打撃試験を実施し、摩擦材の弾性定数を同定した。同定結果は大域的最適解に収束し妥当な値であった。

本論文で得られた研究成果は、ブレーキ開発の現場において導入が容易で実現性が高い評価手法であり、今後ブレーキシステムに関する数値シミュレーションの精度向上にも大きく寄与するものと期待される。

文 献

- Allemang, R. J., The modal assurance criterion –twenty years of use and abuse, *Journal of Sound and Vibration*, August (2003), pp.14-20.
- 荒井政大, 柴原直幸, 西村正臣, 島村佳伸, 小林和幸, RUS 法による CFRP の異方性粘弾性定数の同定, 計算数理工学論文集, Vol.15 (2015), pp.7-12.
- 荒井政大, 隅田尚寛, 鈴木春貴, RUS 法による弾性定数同定に関する BEM シミュレーション, 境界要素法論文集, Vol.19 (2002), pp.31-36.
- Boyd, S. and Vandenberghe, L., *Convex optimization*, Cambridge University Press (2004), pp.457-513.
- Breitkopf, P., Naceur, H., Rassineux, A. and Villon, P., Moving least squares response surface approximation: Formulation and metal forming applications, *Computers & Structures*, Vol.83, No.17-18 (2005), pp.1411-1428.
- Desforges, M. J., Cooper, J. E. and Wright, J. R., Mode tracking during flutter testing using the modal assurance criterion, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, Vol.210, No.1 (1996), pp.27-37.
- Kinkaid, N. M., O'Reilly, O. M. and Papadopoulos, P., Automotive disc brake squeal, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.267, No.1 (2003), pp.105-166.
- Lee, K. J. and Lee, S. W., Tribological behavior of friction materials affected by boehmite impregnation, *Materials Transactions*, Vol.45, No.6 (2004), pp.1933-1938.
- Nakamura, N., Ogi, H. and Hirao, M., Resonance ultrasound spectroscopy with laser-Doppler interferometry for studying elastic properties of thin films, *Ultrasonics*, Vol.42 (2004), pp.491-494.
- Nelder, J. A. and Mead, R., A simplex method for function minimization, *The Computer Journal*, Vol.7, No.4 (1965), pp.308-313.
- 大浦靖典, 栗田裕, 松村雄一, ディスクブレーキの鳴きに及ぼす摩擦接触部の動剛性の影響, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.73, No.731 (2007), pp.1985-1991.
- Sanders, P. G. and Yuhas, D. E., Friction material elastic property round robin study, *SAE Technical Paper* (2007), Paper No. 2007-01-3940.
- 佐々木要助, 日下聡, 自動車ブレーキ用材料の変遷, *トライボロジスト*, Vol.48, No.3 (2003), pp.197-201.
- Voracek, D.F. and Morales, A. M., The effects of excitation waveforms and shaker moving mass on the measured modal characteristics of 2-y 5-foot aluminum plate, *National Aeronautics and Space Administration* (1988), Paper No. NASA-TM-100446.

References

- Allemang, R. J., The modal assurance criterion –twenty years of use and abuse, *Journal of Sound and Vibration*, August (2003), pp.14-20.
- Arai, M., Shibahara, N., Nishimura, M., Shimamura, Y. and Kobayashi, K., Identification of unisotropic-viscoelastic property of CFRP using resonant ultrasound spectroscopy, *Transactions of the Japan Society for Computational Methods in Engineering*, Vol.15 (2015), pp.7-12 (in Japanese).
- Arai, M., Sumita, N. and Suzuki, H., BEM simulation for identification of elastic moduli by resonant ultrasound spectroscopy, *Proceedings of the 19th Japan National Symposium on Boundary Element Methods*, Vol.19 (2002), pp.31-36 (in Japanese).

- Boyd, S. and Vandenberghe, L., Convex optimization, Cambridge University Press (2004), pp.457-513.
- Breitkopf, P., Naceur, H., Rassineux, A. and Villon, P., Moving least squares response surface approximation: Formulation and metal forming applications, Computers & Structures, Vol.83, No.17-18 (2005), pp.1411-1428.
- Desforges, M. J., Cooper, J. E. and Wright, J. R., Mode tracking during flutter testing using the modal assurance criterion, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Vol.210, No.1 (1996), pp.27-37.
- Kinkaid, N. M., O'Reilly, O. M. and Papadopoulos, P., Automotive disc brake squeal, Journal of Sound and Vibration, Vol.267, No.1 (2003), pp.105-166.
- Lee, K. J. and Lee, S. W., Tribological behavior of friction materials affected by boehmite impregnation, Materials Transactions, Vol.45, No.6 (2004), pp.1933-1938.
- Nakamura, N., Ogi, H. and Hirao, M., Resonance ultrasound spectroscopy with laser-Doppler interferometry for studying elastic properties of thin films, Ultrasonics, Vol.42 (2004), pp.491-494.
- Nelder, J. A. and Mead, R., A simplex method for function minimization, The Computer Journal, Vol.7, No.4 (1965), pp.308-313.
- Oura, Y., Kurita, Y. and Matsumura, Y., Influence of dynamic stiffness in contact region on disk brake squeal, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, Vol.73, No.731 (2007), pp.1985-1991 (in Japanese).
- Sanders, P. G. and Yuhas, D. E., Friction material elastic property round robin study, SAE Technical Paper (2007), Paper No. 2007-01-3940.
- Sasaki, Y. and Kusaka, S., The transition of automotive brake lining materials, Journal of Japanese Society of Tribologists, Vol.48, No.3 (2003), pp.197-201 (in Japanese).
- Voracek, D.F. and Morales, A. M., The effects of excitation waveforms and shaker moving mass on the measured modal characteristics of 2-y 5-foot aluminum plate, National Aeronautics and Space Administration (1988), Paper No. NASA-TM-100446.

Appendix

Table A-1 Measured eigenfrequencies and mode shapes

(a) : Results of the free single pad			(b) : Results of the constrained pad		
Frequency[Hz]*	Measured mode shape	Calculated mode shape	Frequency[Hz]*	Measured mode shape	Calculated mode shape
2062.5			3517.5		
3612.5			7250		
5760			7937.5		
7897.5			9407.5		
9155			9820		
9895			10992.5		
11317.5			12185		
12905			13287.5		
13667.5			14860		
			15762.5		

* Frequency resolution is 2.5Hz due to the FFT limitation