確率分布母数の不確かさが確率論的破壊力学評価結果に与える影響の
簡易評価手法の開発岡島 智史^{*1}, 高屋 茂^{*2}, 浅山 泰^{*3}Development of simple estimation method for the influence of parameter uncertainty of
probability distributions against evaluation result of probabilistic fracture mechanicsSatoshi OKAJIMA^{*1}, Shigeru TAKAYA^{*2} and Tai ASAYAMA^{*3}^{*1,*2,*3} Japan Atomic Energy Agency

4002 Narita-Cho, O-arai-Machi, Higashiibaraki-Gun, Ibaraki 311-1393, Japan

Received: 13 September 2016; Revised: 21 November 2016; Accepted: 13 December 2016

Abstract

Probabilistic fracture mechanics (PFM) analysis is an evaluation method for the structural integrity of components containing a crack, with considering the random variability of the input physical parameters, such as crack growth rate. The characteristics of the variability are described in the form of probability distribution, which is defined by probabilistic parameters such as mean and variance. Without sufficient information about the random variability, the parameter of the probability distribution may contain uncertainty, so that evaluated failure probability also contains uncertainty. Therefore, as the output of PFM analyses, not only the failure probability but also their uncertainty derived from the parameter uncertainty should be evaluated. In this paper, we describe the parameter uncertainty in the form of the interval of the parameter. We propose the simple estimation method for upper and lower bound of the interval of the PFM result derived from the above parameter interval. Additionally, we propose the uncertainty index that denotes the interval of the result derived from the interval of each parameter. These proposals are based on the first order reliability method (FORM). The proposed estimation method and the uncertainty index are validated through the evaluations, whose conditions are based on past evaluation study. At the first stage, accuracy of the evaluated result by FORM is validated through comparison between FORM and the directional simulation method. And then, the proposed methods are validated through the comparison with the result by FORM.

Key words : Failure probability, Uncertainty, Probabilistic fracture mechanics, Directional simulation, First order reliability method

1. 緒 言

亀裂が発生した機器の健全性を評価するための手法として、破壊力学評価の重要性が増している。日本機械学会では、発電用原子力設備規格 維持規格（日本機械学会，2014a）において、破壊力学に基づく評価を導入しており、安全性に影響を与えない欠陥と判定されれば機器を継続使用することができる。破壊力学評価にあたっては、応力、亀裂進展速度などの多くの基本変数を入力として与える必要があるが、これらの基本変数は統計的なばらつきや不確かさを持つ。このばらつきの大きさを考慮して適正な余裕を持った評価を実施するために、確率論的破壊力学（Probabilistic Fracture Mechanics, PFM）が着目されている。国内では日本溶接協会において、PFM 小委員会が設置され継続的な研究を進めるとともに、PFM 普及を目指してこれらの成果と今後の展開をまとめた解説書を出版している（吉村，関東，2014）。

No.16-00434 [DOI:10.1299/transjsme.16-00434], J-STAGE Advance Publication date: 26 December, 2016

^{*1} 正員，日本原子力研究開発機構（〒311-1393 茨城県東茨城郡大洗町成田町 4002）^{*2} 日本原子力研究開発機構^{*3} 正員，フェロー，日本原子力研究開発機構

E-mail of corresponding author: okajima.satoshi@jaea.go.jp

PFM では、亀裂進展速度等の基本変数に対する統計的ばらつきを確率分布の形式で表現し、破損確率を評価する。確率分布は、平均及び分散等の母数を用いて記述される。これらの母数は、統計的ばらつきを考慮する場合でもそれ自体は確定値として取り扱うが、確率分布を与える基本変数についてのデータや知識が不足していた場合、確率分布母数もまた正確に定められず不確実さを含んだものとなる。すなわち、統計的ばらつきを記述するための母数がまた不確実さを持つという、階層的な構造をもつ。この不確実さは、統計的ばらつきと異なり、データの更なる収集等によって縮小できる特徴があり、評価者が持つ情報量の多寡に評価結果が依存する。従って、PFM の評価にあたっては、確率分布母数の不確実さを統計的ばらつきと区別して取り扱うことが望ましい。

破損確率評価結果に対する確率分布母数の影響は、感度の観点から複数の検討が実施されている。Shinozuka(1976)は、亀裂進展評価における各種パラメータの感度を数値的に算出することを提案しているが、このパラメータには統計的ばらつきを含む確率変数のみならず、「極限強さの変動係数」のような確率分布母数も含まれている。Bjerager ら(1989)は、FORM による信頼性指標評価結果に対する確率分布母数の感度を論じている。一方で、感度が大きくても十分なデータが存在して不確実さが小さい確率分布母数は、最終的に破損確率に与える影響は小さい。従って、感度だけでなく確率分布母数に含まれる不確実さの大きさをあわせて考慮し、破損確率を取りうる上限値及び下限値を示すような区間推定を行うことが望ましい。

こうした確率分布母数の不確実さの大きさを考慮して、破損確率の上下限を求める事例として、原子力発電所に対する確率論的リスク評価 (PRA) が挙げられる。日本原子力学会が発行した PRA 実施基準 (日本原子力学会, 2014) では、評価者の知識の不足に起因する認識論的不確実さ (Epistemic Uncertainty) の代表例として「パラメータの不確実さ」を挙げている。ここでいうパラメータは、起因事象発生頻度をはじめとする確率の尺度であり、確率分布の母数に対応する。PRA 実施基準では、統計的ばらつきだけであれば確定値を取るはずのパラメータに、さらに不確実さを表現する確率分布を想定し、モンテカルロ法などの手法により不確実さの伝播解析を実施することを定めている。これにより、炉心損傷頻度をはじめとする確率論的な評価結果について、パラメータの不確実さによる幅が合わせて評価されることになる。

PFM では、破損確率の評価にモンテカルロ法を利用することが多い。これに対して PRA 実施基準と同様の手順を適用すると、モンテカルロ法の個々のサンプルに対してそれぞれモンテカルロ法を実施するという、階層構造を持った評価を行うことになる。この取り扱いは、評価される破損確率が特に小さい場合に、要求されるサンプル数が膨大となることが考えられる。このため、破損確率が小さい事を十分な確度を持って示す目的で PFM 評価を実施することを考えると、PFM による評価破損確率を取りうる値を区間推定するための、より簡便な手法の開発が望まれる。さらに、破損確率評価結果の高精度化を図ることを考えると、評価結果への影響が最も大きい確率分布母数を判別し、これに注力してデータ取得することで不確実さを縮小させることが有効と考えられる。このため、破損確率の区間推定手法は、それぞれの確率分布母数の不確実さによる影響の大きさが容易に判別及び比較できるものであることが望ましい。

以上の背景より本論文では、確率分布母数を持つ不確実さを、確率分布母数の真値が上下限を与えた区間内にあるものとしてモデル化し、この確率分布母数の想定区間が破損確率評価結果に与える影響を、簡易に推定する手法を提案する。また、不確実さの低減を行うべき確率分布母数を抽出するため、それぞれの確率分布母数についての想定区間が評価結果に与える影響の大きさを表す指標を提案する。以上の推定手法及び指標は、一次近似信頼性手法 (First Order Reliability Method, 以後 FORM と略記する) (Hasofer and Lind, 1974) に基づいて定式化した。これにより、代表条件に対する FORM 評価を 1 回実施するのみで、上下限及び各確率分布母数の影響指標を算出できる。提案した指標の有効性検証のため、最初に、方向シミュレーション (Directional Simulation) (Bjerager, 1988) に基づいて破損確率を評価し、その結果と比較することで、定式化にあたって前提とした FORM の評価が妥当なものであることを確認した。これに続いて、過去の評価研究に基づいて条件を設定した評価を実施し、提案指標が、FORM の評価結果の区間を良好な精度で推定できることを確認した。

2. 確率分布母数の不確実さの影響推定手法

2.1 信頼性指標上下限の見積

確率論的破壊力学に基づき破損確率評価を行う際には、負荷される荷重をはじめとする複数の確率変数 $\mathbf{X}$ に対して、確率分布を指定する。これらの確率分布は、正規分布、Weibull 分布などの分布形状のほかに、平均値、分散などの母数 θ を指定することによって定められる。ここで試験データをはじめとする情報が不足しており、確率分布母数 θ の値が絞り込めない事への対応として、その値を区間 $\Delta\theta$ の範囲内として想定する場合を考える。このとき、確率分布母数 θ の値に応じて、破損確率 P_f についても一定の区間内で異なる評価結果が得られることが考えられる。そこで本項では、確率分布母数 θ が区間 $\Delta\theta$ の範囲内として与えられているときに、破損確率の上下限を簡易に推定する手法を提案する。ここで、母数に不確実さを含む確率変数 $\mathbf{X}$ は、全て正規分布に従うとモデル化する。正規分布での近似が困難な確率変数が含まれる問題は適用範囲外とする。対数正規分布に従う確率変数は、その対数を正規分布に従う確率変数とみなす。

簡便さを意識した破損確率評価法として、FORM(Hasofer and Lind, 1974)が知られている。FORM では、破損確率評価の過程で、破損に至る確率変数の値の組合せの中で最も発生確率の大きい、設計点 (design point) の評価を行う。その定義から、設計点近傍の状況が破損確率評価結果に与える影響は大きく、例えば重点サンプリングによるモンテカルロ法では設計点近傍からサンプリングを行うことが推奨されている。この特徴に着目し、本研究では FORM によって評価される設計点近傍の感度に基づく定式化を行う。これにより、代表条件に対して FORM 評価を一回実施し、得られた設計点近傍の情報を用いることで、破損確率の上下限及び各確率分布母数の影響指標を算出できる。

FORM は、限界状態関数 $g(\mathbf{X})$ を、上記の設計点近傍で確率変数 $\mathbf{X}$ に対する一次式 $g_{linear}(\mathbf{X})$ として近似することに対応する。ここで限界状態関数は、確率変数 $\mathbf{X}$ についての関数であり、 $\mathbf{X}=\mathbf{x}$ という値が与えられた場合に $g(\mathbf{x}) < 0$ であれば破損が発生するとして、破損の発生を数式的にモデル化したものである。FORM では、上記の限界状態関数の入力となる確率変数ベクトル $\mathbf{X}$ を、平均 0, 標準偏差 1 の標準正規分布に従う互いに独立な確率変数のベクトル $\mathbf{U}$ に変換する。このベクトル $\mathbf{U}$ を位置ベクトルとして表現される空間を、標準正規空間という。確率変数 X_i が平均 μ_i , 標準偏差 σ_i の正規分布に従うとすると、標準正規空間上の成分 U_i は次の式で与えられる。

$$U_i = \frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \quad (1)$$

この関係を用いれば、限界状態関数 $g(\mathbf{X})$ を、ベクトル $\mathbf{U}$ を入力とする関数 $h(\mathbf{U})$ に置き換えられる。ここで、限界状態関数 $h(\mathbf{u})=0$ を満足するベクトル $\mathbf{u}$ の集合のうち、ノルムが最も小さいベクトルを、設計点の位置ベクトルとして評価する。Hasofer ら(1974)は設計点を評価する逐次計算手法を提案しており、Rackwitz ら(1978)はさらに正規分布以外の分布形状を利用可能とするための拡張を行っている。これらの逐次計算手法により求められた設計点 $\mathbf{u}^*$ のノルムが信頼性指標 β であり、次の式を用いて破損確率 P_f に対応付けることができる。

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (2)$$

ここで $\Phi(z)$ は、平均 0, 標準偏差 1 である標準正規分布から、 z 以下の値が得られる確率を示す。この取り扱い、限界状態関数を式(3)のように設計点 $\mathbf{u}^*$ 近傍で一次近似することに対応する。

$$h_{linear}(\mathbf{U}) = \sum_i \frac{\partial h}{\partial U_i} \bigg|_{\mathbf{U}=\mathbf{u}^*} (U_i - u_i^*) \quad (3)$$

ここで u_i^* は、設計点 $\mathbf{u}^*$ のうち i 番目の成分である。 $\partial h / \partial U_i$ は、限界状態関数 $h(\mathbf{U})$ の勾配であり、FORM において設計点の算出にも用いられるものである。一般の問題に対して $\partial h / \partial U_i$ を解析的に与えることは出来ないが、実用上は限界状態関数の入力値を微小に変化させることで、数値的に求めることができる。

式(1)による変換前の座標系で表記すれば、式(3)に示した限界状態関数は次式のように変換できる。

$$g_{linear}(\mathbf{X}) = \sum_i \frac{\partial g}{\partial X_i} \bigg|_{\mathbf{X}=\mathbf{x}^*} (X_i - x_i^*) \quad (4)$$

ここで $\mathbf{x}^*$ は、式(1)を逆に用いて設計点 $\mathbf{u}^*$ を変換した、元の座標系における設計点のベクトルである。 x_i^* は、設計点 $\mathbf{x}^*$ のうち i 番目の成分である。元の座標系における限界状態関数 $g(\mathbf{X})$ の勾配 $\partial g / \partial X_i$ は、 $\partial h / \partial U_i$ と同様に数値的に求めることもできるが、設計点算出に用いた $\partial h / \partial U_i$ を活用して次の式で算出できる。

$$\frac{\partial g}{\partial X_i} \bigg|_{\mathbf{X}=\mathbf{x}^*} = \frac{\partial h}{\partial U_i} \bigg|_{\mathbf{U}=\mathbf{u}^*} \cdot \frac{\partial U_i}{\partial X_i} = \frac{\partial h}{\partial U_i} \bigg|_{\mathbf{U}=\mathbf{u}^*} \cdot \frac{1}{\sigma_i} \quad (5)$$

確率変数 X_i の平均 μ_i 及び分散 σ_i^2 が変化する場合を考える。このとき、限界状態関数の勾配 $\partial g / \partial X_i$ は変化しないと仮定する。式(1)で座標系の変換に用いる平均 μ_i 及び分散 σ_i^2 が変更されるため、新たな標準正規空間が定義されることになる。式(4)の限界状態関数の確率変数 $\mathbf{X}$ を、式(1)に基づき変化後の平均 μ_{i_new} 及び分散 $\sigma_{i_new}^2$ を用いて、新たな標準正規空間上の座標 $\mathbf{V}$ に変換すると、式(6)の限界状態関数 $f(\mathbf{V})$ が得られる。

$$f(\mathbf{V}) = \sum_i \frac{\partial g}{\partial X_i} \bigg|_{\mathbf{X}=\mathbf{x}^*} (\sigma_{i_new} \cdot V_i + \mu_{i_new} - x_i^*) \quad (6)$$

$f(\mathbf{v})=0$ を満足するベクトル $\mathbf{v}$ の集合は、新たな標準正規空間上の超平面となる。この超平面の法線ベクトル $\mathbf{a}_{new}$ を求めたとき、法線ベクトルの i 番目の成分 α_{new_i} は次式で算出できる。

$$\alpha_{new_i} = \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \bigg|_{\mathbf{X}=\mathbf{x}^*} \cdot \sigma_{i_new} \right) / \sqrt{\sum_j \left\{ \left(\frac{\partial g}{\partial X_j} \bigg|_{\mathbf{X}=\mathbf{x}^*} \right)^2 \cdot (\sigma_{j_new}^2) \right\}} \quad (7)$$

$f(\mathbf{v})=0$ を満足する点のうち原点から最も近い点 $\mathbf{v}^*$ は、法線ベクトル $\mathbf{a}_{new}$ を持つ超平面に下ろした垂線の足である。このため、母数変化後の信頼性指標を β_{new} とすると、新たな標準正規空間における設計点 $\mathbf{v}^*$ は次式を満足する。

$$v_i^* = -\alpha_{new_i} \beta_{new} \quad (8)$$

式(8)を式(6)に代入し、 $f(\mathbf{v}^*)=0$ である関係を用いれば、母数変化後の信頼性指標 β_{new} は次式で算出できる。

$$\beta_{new} = \left(\sum_i \left\{ \frac{\partial g}{\partial X_i} \bigg|_{\mathbf{X}=\mathbf{x}^*} \cdot (\mu_{i_new} - x_i^*) \right\} \right) / \sqrt{\sum_j \left\{ \left(\frac{\partial g}{\partial X_j} \bigg|_{\mathbf{X}=\mathbf{x}^*} \right)^2 \cdot (\sigma_{j_new}^2) \right\}} \quad (9)$$

式(9)に平均 μ_i 及び分散 σ_i^2 の最大値又は最小値を代入することで、代表条件に対する設計点 $\mathbf{x}^*$ 近傍の情報のみから信頼性指標の上下限を簡易に推定することができる。これにより、式(2)を用いて破損確率の上下限を推定することができる。また、信頼性指標の評価結果の幅 $\Delta\beta$ は、式(9)の最大値と最小値の差として次の式で近似評価できる。

$$\Delta\beta \approx \left(\sum_i \left\{ \frac{\partial g}{\partial X_i} \bigg|_{\mathbf{X}=\mathbf{x}^*} \cdot (\mu_{i_abs\max} - x_i^*) \right\} \right) / \sqrt{\sum_j \left\{ \left(\frac{\partial g}{\partial X_j} \bigg|_{\mathbf{X}=\mathbf{x}^*} \right)^2 \cdot (\sigma_{j_min}^2) \right\}} - \left(\sum_i \left\{ \frac{\partial g}{\partial X_i} \bigg|_{\mathbf{X}=\mathbf{x}^*} \cdot (\mu_{i_abs\min} - x_i^*) \right\} \right) / \sqrt{\sum_j \left\{ \left(\frac{\partial g}{\partial X_j} \bigg|_{\mathbf{X}=\mathbf{x}^*} \right)^2 \cdot (\sigma_{j_max}^2) \right\}} \quad (10)$$

ここで、 $\mu_{i_abs\min}, \mu_{i_abs\max}$ はそれぞれ次の式で求める。

$$\begin{cases} \mu_{i_abs\min} = \mu_{i_min}, \mu_{i_abs\max} = \mu_{i_max} & \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \bigg|_{\mathbf{X}=\mathbf{x}^*} \geq 0 \right) \\ \mu_{i_abs\min} = \mu_{i_max}, \mu_{i_abs\max} = \mu_{i_min} & \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \bigg|_{\mathbf{X}=\mathbf{x}^*} < 0 \right) \end{cases} \quad (11)$$

2.2 各確率分布母数の寄与を表現する指標

前項において破損確率の上下限を見積もり、区間内に破損確率を評価することを可能としたが、この区間を縮小するためには、入力である確率分布母数 θ に関するデータ収集を行うことで不確実さを減少させ、その区間 $\Delta\theta$ を縮小することが必要になる。効率のよいデータ収集を計画するには、それぞれの確率分布母数 θ_i に対して与えられた幅 $\Delta\theta_i$ について、影響の大きさを順位付けし、影響の大きい母数について優先してデータ収集を行うことが望ましい。そこで本項では、それぞれの確率分布母数 θ_i に対して与えられた幅 $\Delta\theta_i$ が、信頼性指標評価結果の幅 $\Delta\beta$ に与える寄与の度合いを指標化する。

確率変数 X_i が正規分布に従い、平均 μ_i が $\mu_{i_min} \leq \mu_i \leq \mu_{i_max}$ 、分散 σ_i^2 が $\sigma_{i_min}^2 \leq \sigma_i^2 \leq \sigma_{i_max}^2$ の区間内にあるとする。平均 μ_i についての区間 $\Delta\mu_i = \mu_{i_max} - \mu_{i_min}$ 及び分散 σ_i^2 についての区間 $\Delta\sigma_i^2 = \sigma_{i_max}^2 - \sigma_{i_min}^2$ のそれぞれが、信頼性指標に与える影響の大きさを簡易に比較するため、これらをそれぞれ別の項として式(9)を簡略化する。式(9)を平均 μ_i 及び分散 σ_i^2 で偏微分した感度を求めると、式(12)及び式(13)が得られる。ここで、偏微分を行った位置、すなわち代表条件における平均 μ_i 及び分散 σ_i^2 を μ_i^*, σ_i^{*2} とする。 α^*, β^* は式(7)及び式(9)に代表条件の確率分布母数 μ_i^*, σ_i^{*2} を代入して求められる値である。

$$\frac{\partial \beta_{new}}{\partial \mu_i} = \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \bigg|_{\mathbf{X}=\mathbf{x}^*} \right) / \sqrt{\sum_j \left\{ \left(\frac{\partial g}{\partial X_j} \bigg|_{\mathbf{X}=\mathbf{x}^*} \right)^2 \cdot (\sigma_j^{*2}) \right\}} = \frac{\alpha_i^*}{\sqrt{(\sigma_i^{*2})}} \quad (12)$$

$$\frac{\partial \beta_{new}}{\partial \sigma_i^2} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \bigg|_{\mathbf{X}=\mathbf{x}^*} \right)^2 \cdot \left\{ \sum_j \frac{\partial g}{\partial X_j} \bigg|_{\mathbf{X}=\mathbf{x}^*} \cdot (\mu_j^* - x_j^*) \right\} \cdot \left[\sum_k \left\{ \left(\frac{\partial g}{\partial X_k} \bigg|_{\mathbf{X}=\mathbf{x}^*} \right)^2 \cdot (\sigma_k^{*2}) \right\} \right]^{-\frac{3}{2}} = -\frac{\beta^*}{2} \cdot \frac{(\alpha_i^*)^2}{(\sigma_i^{*2})} \quad (13)$$

これらの感度を用いて式(9)を一次近似すると、確率分布母数変化後の信頼性指標の予測式を次のように定式化できる。この定式化は、感度 $\partial\beta/\partial\mu_i$ 及び $\partial\beta/\partial\sigma_j^2$ は、 μ_i, σ_i^2 の値によらず一定という仮定を置くことに対応する。

$$\beta_{new} \approx \sum_i \left\{ \frac{\partial \beta}{\partial \mu_i} \cdot (\mu_{i_new} - \mu_i^*) \right\} + \sum_j \left\{ \frac{\partial \beta}{\partial \sigma_j^2} \cdot (\sigma_{j_new}^2 - (\sigma_j^*)^2) \right\} \quad (14)$$

式(14)を用いて信頼性指標の評価結果の幅 $\Delta\beta$ の近似式を与えると、次の式となる。

$$\Delta\beta \approx I_{eu} = \sum_i I_{mi} + \sum_j I_{vj} \quad (15)$$

ここで、 I_{mi} は確率変数 X_i の平均 μ_i についての指標、 I_{vi} は確率変数 X_i の分散 σ_i^2 についての指標であり、それぞれ次の式で与える。

$$I_{mi} = \left| \frac{\partial\beta}{\partial\mu_i} \cdot \Delta\mu_i \right| = \left| \frac{\alpha_i^*}{\sqrt{(\sigma_i^2)^*}} \cdot \Delta\mu_i \right| \quad (16)$$

$$I_{vi} = \left| \frac{\partial\beta}{\partial\sigma_i^2} \cdot \Delta\sigma_i^2 \right| = \left| -\frac{\beta^*}{2} \cdot \frac{(\alpha_i^*)^2}{(\sigma_i^2)^*} \cdot \Delta\sigma_i^2 \right| \quad (17)$$

式(15)から明らかなように、指標 I_{mi}, I_{vi} が大きく評価される確率変数 X_i は、最終的な信頼性指標の評価結果に与える影響が大きいと、優先的にデータ収集を行うことが望ましいと判断できる。従って、それぞれの確率変数母数の不確かさによる評価結果の不確かさの大きさを表現する指標として、式(16)及び式(17)の指標 I_{mi}, I_{vi} を用いることを提案する。

3. 例題による検証

3.1 実施内容

過去に報告されている実践的な評価事例に基づき例題を設定し、これにより提案手法の検証を行った。高屋ら(2015)は、実プラントに対して供用中検査要求の決定手順を適用する検討を実施しており、この過程で高速炉ガードベッセルを適用対象として、クリープ疲労による亀裂発生確率及び非現実的に大きな初期亀裂が進展し限界深さに到達する確率を評価している。後者の亀裂進展問題は、確率論的破壊力学評価にあたる。本研究ではこの評価事例に対し、仮想的に確率分布母数の区間を設定した問題を考え、これによって式(9)で提案した信頼性指標上下限の見積りの精度を調査するとともに、指標 I_{mi}, I_{vi} の有効性を検討する。適用対象の問題の評価条件を 3.2 に示す。

指標 I_{mi}, I_{vi} は、一つの確率分布母数にのみ想定区間を与え、式(15)で信頼性指標の区間 $\Delta\beta$ を予測することに対応する。その定式化の過程から、モンテカルロ法等を用いた詳細評価結果と比較して、以下の三種類の誤差が含まれていると考えられる。

- FORM による簡易評価が含む誤差 (式(2)の誤差)
- 代表点条件のみから信頼性指標の上下限を推定することによる誤差 (式(9)の誤差)
- b) の推定を一次近似的に行うことによる誤差 (式(14)の誤差)

以上の三種類の誤差の影響を調査するため、3.3 において二段階の比較評価を実施する。最初に 3.3.1 において、乱数を用いた破損確率評価手法である方向シミュレーション (Directional simulation) (Bjerager, 1988) を実施し、FORM が破損確率を妥当に近似評価可能であることを示す。方向シミュレーションは、一般的なモンテカルロ法と同様に乱数を用いて破損確率を評価する手法の一つであり、Bjerager(1988)は方向シミュレーションを「一次近似信頼性手法による結果の確認に用いることができる」としている。方向シミュレーションはモンテカルロ法同様、十分な試行回数があれば正確な破損確率を評価できるが、利用する乱数が正規分布に限定されている。その一方で、モンテカルロ法と比較して評価される破損確率の分散が低減しており、同等の精度での破損確率評価に必要な試行回数が少ない特徴を持つ。以上の特徴から本研究では、方向シミュレーションによる破損確率を正確な評価結果と位置付けて、FORM による評価結果と比較する。

これに続き、3.3.2 において、FORM による評価結果と式(9),(10)及び式(14),(15)による推定結果を比較し、確率分布の母数の不確かさによる信頼性指標の区間を正しく推定できることを確認する。これにより、これらの式の定式化にあたって用いた仮定及び近似が、評価結果に与える影響を調査する。

3.2 検証のための問題設定

3.2.1 確率変数及び限界状態関数

評価条件は、高屋ら(2015)の事例に基づき与えた。表 1 に評価条件を示し、表 2 に確率変数とその対数標準偏差を示す。確率変数は全て互いに独立な対数正規分布に従うとした。式(9),(10)及び式(14),(15)を適用するために、計算上は表 2 に示したものの対数を確率変数として扱い、確率変数が正規分布に従うという前提に整合させた。Thermal stress factor, χ は熱応力のばらつきを考慮するための確率変数であり、表 1 に示した各種熱応力に共通の χ を積算した。これにより、全ての熱応力は互いに相関係数 1 の相関をもつ確率変数となる。

Table 1 Evaluation conditions (Takaya et al., 2015).

Outer diameter (mm)		7,840
Thickness (mm)		40
Operating temperature (°C)		445
Number of cycles, N		460
Total time at elevated temperatures for the entire service life (h)		210,000
P_L+P_b for creep damage evaluation (MPa)		3
Q for creep damage evaluation (MPa) ^{*1}		133
S_n (MPa) ^{*1}		238
Stress range perpendicular to a crack (MPa)	Primary membrane, P_m	0
	Primary bending, P_b	0
	Secondary membrane, O_m ^{*1}	2
	Secondary bending, O_b ^{*1}	236
Shakedown range (MPa)		301
Strain rate (mm/mm/s)		10^{-8}

*1: These values are multiplied by the thermal stress factor, χ .

Table 2 Random variables considering in the evaluation (Takaya et al., 2015).

	Logarithmic standard deviation
Thermal stress factor, χ	0.113
Creep rupture time factor, α_R	0.560
Creep strain factor, α_c	0.800
Fatigue life factor, α_f	0.420
Coefficient for creep crack growth, C_c	0.422
Coefficient for fatigue crack growth, C_f	0.422

限界状態関数は、破損に至るまでの繰返し回数に基づき与えた。すなわち、亀裂発生問題に対しては式(18)、亀裂進展問題に対しては式(19)を限界状態関数とした。これに加えて、高屋ら(2015)の評価事例には含まれていないが、評価期間内にこれら両方の過程がともに完了する確率を評価するという、亀裂発生と亀裂進展の連成問題を評価することとし、その限界状態関数を式(20)で与えた。

$$g_{initiate} = N_{initiate}(\chi S_n, \chi Q, \alpha_R, \alpha_c, \alpha_f) - N \quad (18)$$

$$g_{propagate} = N_{propagate}(\chi Q_m, \chi Q_b, \alpha_c, C_c, C_f) - N \quad (19)$$

$$g_{couple} = N_{initiate}(\chi S_n, \chi Q, \alpha_R, \alpha_c, \alpha_f) + N_{propagate}(\chi Q_m, \chi Q_b, \alpha_c, C_c, C_f) - N \quad (20)$$

ここで、 $N_{initiate}()$ は亀裂発生までの評価繰返し数、 $N_{propagate}()$ は初期亀裂が進展し破損に至るまでの評価繰返し数である。評価の初期条件、評価手法、破損の定義はいずれも高屋ら(2015)の評価事例と整合を図った。すなわち、 $N_{initiate}()$ は設計・建設規格第Ⅱ編（日本機械学会, 2014b）に基づき、一部係数等を変更して評価を行った。また、 $N_{propagate}()$ は十分に保守的な評価を行うこととして、初期亀裂深さを板厚の 10% とし、亀裂深さが板厚の 50% に到達するまでの繰返し数を評価した。 $N_{propagate}()$ 評価にあたっては、亀裂進展評価手法は藤岡ら(1995)の手法に基づき、この中で用いる J 積分範囲の算出は三浦ら(2000)の手法に基づいた。

FORM の評価にあたっては、限界状態関数が微分可能である必要があり、離散的な繰返し数を取り扱うことはできない。このため、亀裂発生までの繰返し数 $N_{initiate}()$ および破損までの繰返し数 $N_{propagate}()$ は、内挿により連続的な値として与えた。

3.2.2 確率分布母数の不確実さを加味した評価ケースの設定

提案手法の有効性を検証するための比較対象として、高屋ら(2015)の評価条件に加えて、確率分布母数の不確実さを加味した上限及び下限のケースについてそれぞれ評価を行った。高屋らは、評価条件に含まれる確率分布母数の不確実さを陽に取り扱う評価を行っていない。このため本研究では、評価結果に影響が大きいと考えられる χ , α_R , C_f の 3 つの確率変数について、その確率分布の母数に独自に想定区間を与えた問題を設定した。

母数に対する想定区間は、以下の考え方に基づき設定した。藤岡ら(1995)が示した疲労による亀裂進展速度は、SUS304,316FR 鋼の母材及び溶接金属に対する 26 種の試験結果により裏付けられている。26 個のデータから対数正規分布の中央値を推定した場合、中央値の推定誤差分布は対数正規分布となり、その対数分散は母集団の対数分散の 1/26 となる。この関係を用いれば、 C_f の中央値の誤差分布について $\pm 1\sigma$ の区間を求めると [0.92, 1.09] となる。この値に基づき、 C_f の中央値は代表値の 0.9 倍から 1.1 倍の区間内にあると見積もった。他の母数についても、同程度の推定誤差があるものと仮定し、同様の幅を設定した。

表 3 に、評価対象としたケースの一覧を示す。表 3 では、それぞれのケースで、確率分布の中央値および対数標準偏差について代表条件の何倍の値を与えるかを示している。下線を付した箇所は、代表条件からの変更を含む箇所である。

Table 3 Supposed intervals of the parameters for the probability distributions.

		χ		α_R	C_f
		Median	Logarithmic standard deviation	Median	Median
Reference case		$\times 1.0$	$\times 1.0$	$\times 1.0$	$\times 1.0$
χ Median case	Upper	$\times \underline{1.1}$	$\times 1.0$	$\times 1.0$	$\times 1.0$
	Lower	$\times \underline{0.9}$	$\times 1.0$	$\times 1.0$	$\times 1.0$
χ Variance case	Upper	$\times 1.0$	$\times \underline{1.1}$	$\times 1.0$	$\times 1.0$
	Lower	$\times 1.0$	$\times \underline{0.9}$	$\times 1.0$	$\times 1.0$
α_R case	Upper	$\times 1.0$	$\times 1.0$	$\times \underline{1.1}$	$\times 1.0$
	Lower	$\times 1.0$	$\times 1.0$	$\times \underline{0.9}$	$\times 1.0$
C_f case	Upper	$\times 1.0$	$\times 1.0$	$\times 1.0$	$\times \underline{1.1}$
	Lower	$\times 1.0$	$\times 1.0$	$\times 1.0$	$\times \underline{0.9}$
All case	Upper	$\times \underline{1.1}$	$\times \underline{1.1}$	$\times \underline{1.1}$	$\times \underline{1.1}$
	Lower	$\times \underline{0.9}$	$\times \underline{0.9}$	$\times \underline{0.9}$	$\times \underline{0.9}$

3.3 検証結果

3.3.1 FORM の評価精度検証

最初に、提案手法の前提として用いた FORM の評価精度を検証するため、乱数を用いた詳細な破損確率評価との比較を実施した。比較対象として、方向シミュレーション (Directional simulation) (Bjerager, 1988)を利用した。方向シミュレーションでは、乱数によって標準正規空間上の単位方向ベクトルをサンプリングする。サンプリングされた方向ベクトルを延長した半直線と限界状態曲面の交点を求め、半直線上という条件つきでの破損確率をカイ二乗分布に基づき算出する。多数のサンプルに対して求めた条件付き破損確率の平均値が、方向シミュレーションによる破損確率の評価結果となる。また、サンプルごとの条件付き破損確率の分散から、サンプリング誤差についての信頼区間を与えることができる。方向シミュレーションは、高屋ら(2015)が用いた単純モンテカルロ法に比べて少数の試行回数で破損確率を評価できる特徴を持つ。更なる効率の向上に向けて、方向シミュレーションに重点サンプリングを組み合わせた研究も実施されている(奥田他, 2013)。

各ケースに対する評価結果を、表 4 にまとめる。方向シミュレーションの試行回数は 10^5 回とした。表中では、方向シミュレーションのサンプリング誤差の大きさにあたる、95%信頼区間を併記している。結果として、確率論的破壊力学に基づく亀裂進展計算を含む場合には、FORM と方向シミュレーションとの間に差異がみられるものの、その差は破損確率にして 2 倍程度にとどまり、近似的な評価を行う上では有効であることが確認できた。

Table 4 Comparison of the evaluated failure probability between the directional simulation and FORM.

		The directional simulation (95% confidence interval)	First Order Reliability Method
Crack Initiation Problem	Reference case	1.4×10^{-7} ($\pm 7 \times 10^{-9}$)	1.3×10^{-7}
	All case (Upper)	3.5×10^{-5} ($\pm 1 \times 10^{-6}$)	3.3×10^{-5}
	All case(Lower)	2.2×10^{-11} ($\pm 1 \times 10^{-12}$)	1.8×10^{-11}
Crack Propagation Problem	Reference case	5.7×10^{-7} ($\pm 2 \times 10^{-8}$)	2.6×10^{-7}
	All case (Upper)	4.6×10^{-5} ($\pm 1 \times 10^{-6}$)	2.6×10^{-5}
	All case(Lower)	1.1×10^{-9} ($\pm 5 \times 10^{-11}$)	4.9×10^{-10}
Coupling Problem	Reference case	1.4×10^{-11} ($\pm 2 \times 10^{-12}$)	9.1×10^{-12}
	All case (Upper)	4.1×10^{-8} ($\pm 5 \times 10^{-9}$)	3.3×10^{-8}
	All case(Lower)	6.6×10^{-17} ($\pm 2 \times 10^{-17}$)	2.9×10^{-17}

3.3.2 提案手法の有効性

亀裂発生問題、亀裂進展問題、連成問題について、式(9)で提案した信頼性指標上下限の見積式の精度を調査するとともに、指標 I_{mi}, I_{vi} の有効性を検討した。

表 3 に示したケースについて、信頼性指標 β の上下限及び区間 $\Delta\beta$ を、三種類の手法でそれぞれ評価し比較した。評価に用いた手法は、FORM、代表条件からの信頼性指標上下限予測式 (式(9)及び式(10))、及び式(9)、式(10)の一次近似によって得られる式であり提案指標 I_{mi}, I_{vi} に対応する信頼性指標予測式 (式(14)及び式(15)) である。式(20)を限界状態関数とする連成問題について、比較結果を表 5 に示す。信頼性指標の上下限 β_{max}, β_{min} に対しては、

それぞれ括弧内に信頼性指標に対応する破損確率を示している。また、信頼性指標の幅 $\Delta\beta$ に対応する破損確率の数値として、破損確率の上限 P_{fmax} と下限 P_{fmin} の比を合わせて示している。

Table 5 Comparison of evaluated reliability index between FORM and the proposed methods (Coupling Problem).

		FORM	Proposed method	
			Estimation of upper and lower limits of reliability index (Eq.(9)(10))	Influence index of each parameter of probability distribution (Eq.(14)(15))
χ Median case	β_{max} (P_{fmin})	7.6 (2×10^{-14})	7.6 (2×10^{-14})	7.6 (2×10^{-14})
	β_{min} (P_{fmax})	5.9 (1×10^{-9})	5.9 (1×10^{-9})	6.0 (1×10^{-9})
	$\Delta\beta$ (P_{fmax}/P_{fmin})	1.6 (7×10^4)	1.6 (7×10^4)	1.6 (7×10^4)
χ Variance case	β_{max} (P_{fmin})	7.3 (1×10^{-13})	7.3 (1×10^{-13})	7.3 (2×10^{-13})
	β_{min} (P_{fmax})	6.2 (3×10^{-10})	6.2 (3×10^{-10})	6.1 (4×10^{-10})
	$\Delta\beta$ (P_{fmax}/P_{fmin})	1.1 (2×10^3)	1.1 (2×10^3)	1.1 (2×10^3)
α_R case	β_{max} (P_{fmin})	6.8 (7×10^{-12})	6.8 (7×10^{-12})	6.8 (7×10^{-12})
	β_{min} (P_{fmax})	6.7 (1×10^{-11})	6.7 (1×10^{-11})	6.7 (1×10^{-11})
	$\Delta\beta$ (P_{fmax}/P_{fmin})	0.1 (2×10^0)	0.1 (2×10^0)	0.1 (2×10^0)
C_f case	β_{max} (P_{fmin})	6.8 (6×10^{-12})	6.8 (6×10^{-12})	6.8 (6×10^{-12})
	β_{min} (P_{fmax})	6.7 (1×10^{-11})	6.7 (1×10^{-11})	6.7 (1×10^{-11})
	$\Delta\beta$ (P_{fmax}/P_{fmin})	0.1 (2×10^0)	0.1 (2×10^0)	0.1 (2×10^0)
All case	β_{max} (P_{fmin})	8.4 (3×10^{-17})	8.4 (3×10^{-17})	8.2 (1×10^{-16})
	β_{min} (P_{fmax})	5.4 (3×10^{-8})	5.4 (3×10^{-8})	5.3 (7×10^{-8})
	$\Delta\beta$ (P_{fmax}/P_{fmin})	3.0 (1×10^9)	3.0 (1×10^9)	2.9 (7×10^8)

FORM による結果と式(9),(10)の予測値を比較すると、表5の通り、式(9),式(10)による信頼性指標の上下限の予測誤差は 0.1 未満であり、良好な精度の推定であることが示された。この予測誤差は、破損確率の形式で表現すれば最大 25%程度にとどまっており、表4に示した FORM 自体の評価誤差に比べて十分小さいものとなっている。

また表5より、式(14)(15)による予測は、確率分布母数一つにのみ不確実さを想定したケース、すなわち All Case 以外のケースで、式(9)(10)の結果と良好な精度で一致した。これらのケースでは式(15)による予測は指標 I_{mb}, I_{vi} に対応している。従って、指標 I_{mb} が最も大きくなる χ の中央値は、不確実さを考慮して区間を与えた評価を行った場合、信頼性指標の上下限の差が大きくなることから、優先してデータを取得すべきと判断できる。以上より、指標 I_{mb}, I_{vi} によって、破損確率評価結果に対する影響が大きい確率分布母数を抽出可能であることが示された。複数の確率分布母数に不確実さを想定した All Case においては、式(14)による上限値及び下限値の予測に誤差が生じていることがわかる。このため、破損確率の上限値を評価するという用途では式(9)を用いるべきと考えられる。

一方式(15)による信頼性指標の区間 $\Delta\beta$ については、式(10)と比較して 0.1 未満の誤差となり、破損確率の上限と下限の比の観点では、最大 2 倍弱の推定誤差となる。従って、式(15)に基づく指標 I_{mi}, I_{vi} は、破損確率の評価結果に与える影響の大小を見積もる目的で信頼性指標の区間 $\Delta\beta$ を評価する上では、十分な精度を持っているといえる。

以上の精度の検討は FORM を正としたものであるが、破損確率評価にあたってはこれに前項に示した FORM の評価誤差が加えられる。しかし、3.1 に挙げた全ての誤差要因が最も悲観的に積み重なっても、式(15)による評価誤差は破損確率のオーダーが一致する精度が期待でき、不確かさの影響の大きさを見積もるという目的は十分に達成できると考えられる。表 5 からは除外したが、亀裂進展問題及び亀裂進展問題においても同等の精度が確保できることを確認した。

3.3.3 定式化時の仮定の妥当性

式(9)の定式化時に、限界状態関数の勾配 $\partial g / \partial X_i$ は変化しないという仮定を置いている。また式(14),(15)の定式化時には、感度 $\partial\beta / \partial\mu_i$ 及び $\partial\beta / \partial\sigma_i^2$ が μ_i, σ_i^2 の値によらず一定という仮定を置いている。これらの仮定が、想定している確率分布母数の区間内で成立しているかを調査した。表 3 に示した Reference case に加えて、All case の上限及び下限のケースをそれぞれ FORM によって評価し、限界状態関数の勾配 $\partial g / \partial X_i$ 、感度 $\partial\beta / \partial\mu_i$ 及び $\partial\beta / \partial\sigma_i^2$ を求め、Reference case と比較した。ただし限界状態関数の勾配は、法線ベクトルが一致すれば同様の限界状態曲面であると判断できるため、方向ベクトルの形式に規格化した。表 6 に、限界状態関数の勾配及び感度の、それぞれの確率変数についての評価結果の比較を示す。

限界状態関数の勾配は、全てのケースでほぼ同等であり、この仮定の下で定式化されている式(9)および式(10)は十分に精度が確保されていることが裏付けられた。一方で、対数分散に不確かさを考慮している熱応力係数 χ については、感度 $\partial\beta / \partial\mu_i$ 及び $\partial\beta / \partial\sigma_i^2$ が変化している。これは式(12)及び式(13)に示したように、感度の評価式中に σ_i^2 が含まれているためであり、これにより式(14)の予測精度が落ちる。ただしその変化は、分散 σ_i^2 の増加に対して単調減少しており、想定する区間内の中央の値を取れば一次近似的な比較は可能であると考えられる。従って、提案指標 I_{mi}, I_{vi} の評価を行う際には、確率変数の分散については想定される区間の中央の値を設定する必要があることが分かる。また、感度 $\partial\beta / \partial\sigma_i^2$ は代表条件から最大で 1.5 倍程度に変化するため、提案指標 I_{mi}, I_{vi} が 1.5 倍未満の差に留まる場合には、式(9)及び式(10)を用いてより詳細な分析を実施することが望ましい。

Table 6 Validity of the assumptions used in the formulation.

	$\left \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right) \right / \sqrt{\sum_j \left(\frac{\partial g}{\partial X_j} \right)^2}$			$\left \frac{\partial\beta}{\partial\mu_i} \right $			$\left \frac{\partial\beta}{\partial\sigma_i^2} \right $
	$\ln(\chi)$	$\ln(\alpha R)$	$\ln(C_f)$	$\ln(\chi)$	$\ln(\alpha R)$	$\ln(C_f)$	$\ln(\chi)$
Reference case	0.99	0.05	0.08	8.1	0.4	0.6	2.2×10^2
All case (Upper)	0.99	0.05	0.08	7.4	0.4	0.6	1.5×10^2
All case (Lower)	0.99	0.05	0.06	8.9	0.4	0.6	3.3×10^2

4. 結 言

確率論的破壊力学評価において、確率変数母数がある区間内に値を持つとすると、代表条件に対する評価結果のみから、破損確率の上下限を、簡易に推定する手法を提案した。また、それぞれの確率分布母数の不確かさが最終的な評価結果に与える影響を順位付けする指標を提案した。これらの手法は、一次近似信頼性手法 (FORM) に基づき定式化を行った。

過去に報告されている評価事例に基づき問題設定を行い、提案手法の検証を行った。検証のために設定した問題は、亀裂発生問題、亀裂進展問題、および亀裂発生と進展の一貫評価から構成される。検証の結果、提案手法で前提とした一次近似信頼性手法は、確率論的破壊力学評価においても、方向シミュレーションによる破損確率評価の妥当な近似評価となっており、破損確率にして最大2倍程度の差異に留まることが確認できた。また提案した破損確率上下限の推定手法は、一次近似信頼性手法の結果を代表条件の評価結果のみから良好な精度で予測可能であることが確認できた。さらに提案する指標は、それぞれの確率分布母数の不確かさが評価結果に与える影響について、最も悲観的に考えても破損確率のオーダーが一致する精度で、適切に評価および順位付け可能であることが明らかになった。ただし、提案する指標を評価する際には、代表条件の分散は想定される区間の中央付近の値として設定する必要がある。

謝 辞

本論文の執筆にあたっては、日本溶接協会 PFM 小委員会及びその主査である吉村教授から助言をいただいた。特に、方向シミュレーションの応用に関する文献をご紹介いただき、検証のための比較対象となるシミュレーション手法についてのご示唆をいただいた。ここに謝意を示す。

文 献

- 日本原子力学会, 原子力発電所の出力運転状態を対象とした確率論的リスク評価に関する実施基準(レベル 1PRA 編) :2013, AESJ-SC-P008:2013 (2014).
- Bjerager, P., Probability integration by directional simulation, Journal of Engineering Mechanics, Vol.114 (1988), pp.1285-1302.
- Bjerager, P. and Krenk, S., Parametric sensitivity in first order reliability theory, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 115 (1989), pp.1577-1582.
- Fujioka, T., Shimakawa, T., Miura, N. and Kashima, K., Development and verification of an evaluation method for creep-fatigue crack propagation in FBR components, ASME-PVP, Vol.305 (1995), pp.395-402.
- Hasofer, A.M. and Lind, N.C., Exact and invariant second moment code format, Journal of Engineering Mechanics, Vol.100 (1974), pp.111-121.
- 日本機械学会, 発電用原子力設備規格 維持規格 2012 年版 (2014 年追補まで含む), JSME S NA1-2014 (2014a).
- 日本機械学会, 発電用原子力設備規格 設計・建設規格 (第Ⅱ編 高速炉規格) 2012 年版 (2014 年追補まで含む), JSME S NC2-2014 (2014b).
- Miura, N., Shimakawa, T., Nakayama, Y. and Takahashi, Y., Simplified J-evaluation method for flaw evaluation at high temperature – part 1: systematization of evaluation method, ASME-PVP, Vol.410-1 (2000), pp.111-118.
- 奥田昇也, 小林宏彰, 米澤政昭, 方向重点サンプリング・シミュレーションに基づく構造信頼性解析の効率化手法 (設計点方向に重み付けられた方向重点サンプリング確率密度の決定), 日本機械学会論文集 A 編, Vol.79, No.801(2013), pp.609-619.
- Rackwitz, R. and Fiessler, B., Structural reliability under combined random load sequences, Computers and Structures, Vol.9 (1978), pp.489-494.
- Shinozuka, M., Development of reliability-based aircraft safety criteria: an impact analysis, AFFDL-TR-76-36, Vol.1 (1976), WPAFB.
- Takaya, S., Asayama, T., Kamishima, Y., Machida, H., Watanabe, D., Nakai, S. and Morishita, M., Application of the system based code concept to the determination of in-service inspection requirements, Journal of Nuclear Engineering and Radiation Science, Vol.1 (2015), 011004.
- 吉村忍, 関東康祐, リスク活用のための確率論的破壊力学技術 – 基礎と応用 –, 日本溶接協会 (2014).

References

- Atomic Energy Society of Japan, A standard for procedures of probabilistic safety assessment of nuclear power plants during power operation (level 1 PSA): 2013, AESJ-SC-P008:2013 (2014) (in Japanese).
- Bjerager, P., Probability integration by directional simulation, Journal of Engineering Mechanics, Vol.114 (1988),

pp.1285-1302.

- Bjerager, P. and Krenk, S., Parametric sensitivity in first order reliability theory, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 115 (1989), pp.1577-1582.
- Fujioka, T., Shimakawa, T., Miura, N. and Kashima, K., Development and verification of an evaluation method for creep-fatigue crack propagation in FBR components, *ASME-PVP*, Vol.305 (1995), pp.395-402.
- Hasofer, A.M. and Lind, N.C., Exact and invariant second moment code format, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol.100 (1974), pp.111-121.
- Japan Society of Mechanical Engineers, Codes for nuclear power generation facilities – rules on fitness-for-service for nuclear power plants –, *JSME S NA1-2014* (2014a) (in Japanese).
- Japan Society of Mechanical Engineers, Codes for nuclear power generation facilities – rules on design and construction for nuclear power plants – the second part: fast reactor structural design standard, *JSME S NC2-2014* (2014b) (in Japanese).
- Miura, N., Shimakawa, T., Nakayama, Y. and Takahashi, Y., Simplified J-evaluation method for flaw evaluation at high temperature – part 1: systematization of evaluation method, *ASME-PVP*, Vol.410-1 (2000), pp.111-118.
- Okuda, S., Kobayashi, H. and Yonezawa, M., An efficient method of structural reliability analysis based on a directional importance sampling simulation (a determination of equivalent directional importance sampling probability densities weighted in the direction of the design points), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.79, No.801(2013), pp.609-619 (in Japanese).
- Rackwitz, R. and Fiessler, B., Structural reliability under combined random load sequences, *Computers and Structures*, Vol.9 (1978), pp.489-494.
- Shinozuka, M., Development of reliability-based aircraft safety criteria: an impact analysis, *AFFDL-TR-76-36*, Vol.1 (1976), WPAFB.
- Takaya, S., Asayama, T., Kamishima, Y., Machida, H., Watanabe, D., Nakai, S. and Morishita, M., Application of the system based code concept to the determination of in-service inspection requirements, *Journal of Nuclear Engineering and Radiation Science*, Vol.1 (2015), 011004.
- Yoshimura, S. and Kanto, Y., Probabilistic fracture mechanics for risk-informed activities – fundamentals and applications –, *The Japan Welding Engineering Society* (2014) (in Japanese).