両端から全長の $1/N$ の位置に変位拘束部材を有する弦の自由振動 (N が奇数, 弦と変位拘束部材との間にギャップがある場合)

藤谷 高寛^{*1}, 木村 弘之^{*2}

Free vibration analysis of a string with vibration suppressors located at $1/N$ from both ends of the string (When N is an odd number and gap between string and vibration suppressor is not zero)

Takahiro FUJITANI^{*1} and Hiroyuki KIMURA^{*2}^{*1} Graduate School of Science and Engineering for Education, Toyama University
3190 Gofuku, Toyama-shi, Toyama 930-8555, Japan^{*2} Graduate School of Science and Engineering for Research (Engineering), Toyama University
3190 Gofuku, Toyama-shi, Toyama 930-8555, Japan

Received: 27 October 2016; Revised: 5 December 2016; Accepted: 28 December 2016

Abstract

In high-rise buildings, the elevator rope may resonate with the building's sway induced by wind forces and/or by long period ground motion. Therefore, suppression of elevator rope vibration is desired. In previous paper, an exact solution to the free vibration of the rope with vibration suppressors located at $1/N$ from both ends of the rope was presented in the case where the gap between rope and vibration suppressor was zero. However, in the case where N is an odd number and the gap between rope and vibration suppressor is not zero, no exact solution of the free vibration has yet been obtained. In this paper, an exact solution to the free vibration of this case (N is an odd number and gap between string and vibration suppressor is not zero) is presented, when the center position of the rope is pulled. The rope is modeled with string. Finite difference analyses of the rope vibration with vibration suppressor are also performed. The calculated results of the finite difference analyses are in good agreement with those of the exact solution.

Key words : Elevator, Vibration suppressor, Free vibration, String, Exact solution, Rope sway

1. 緒 言

超高層建築物に設置されるエレベータでは、建物の固有振動数の低下や建築物の高層化に伴うエレベータ・ロープ長さの増加から強風や地震時の建物揺れに起因する建物とエレベータ・ロープの共振によりロープが大きく揺れることがある。このロープ揺れによって、ロープの昇降路内機器への衝突や絡まりが問題となることがあるため、ロープ揺れの抑制が望まれており、ロープ揺れの抑制に関して、いくつかの研究が行われている。例えば、走行中のロープ長さの変化を考慮してロープ揺れを制御する方法(大槻他, 2002)、永久磁石の吸引力を利用してロープの揺れを非接触で抑制する方法(勝野他, 2007)、コンペンシーブにダンパーを取り付け上下方向の振動に減衰を加えることでロープの揺れを抑える方法(中川, 新井, 2012)などがある。

本研究では、台北国際金融中心等ですでに実用化されている振れ止め枠(変位拘束部材)によるロープ揺れの抑制方法に着目していく。振れ止め枠を釣合いおもり側のロープの横に配置し、ロープ変位が大きくなった場合にロープ変位を物理的に拘束することで、共振振動数を回避する方法(木村, 中川, 2005)である。

変位拘束部材を有するロープの振動については従来、ロープを弦でモデル化して解析がされ、変位拘束部材がロープ揺れの抑制に有効であること、その抑制効果は変位拘束部材の設置個数、設置範囲、ロープとのギャップに大きく依存することが示されている(木村, 中川, 2005)。しかし、変位拘束部材を有する弦の振動は、その幾何学的な非線形がゆえに自由振動でさえ限られた条件でしか解かれていない。

No. 16-00504 [DOI:10.1299/transjsme.16-00504], J-STAGE Advance Publication date: 16 January, 2017

^{*1} 学生員, 富山大学 大学院理工学教育部 (〒930-8555 富山県富山市五福 3190)

^{*2} 正員, 富山大学 大学院理工学研究部 (工学)

E-mail of corresponding author: hkimura@eng.u-toyama.ac.jp

そこで、まず変位拘束部材がある場合の振動特性を明らかにすることを目的として自由振動時のロープ揺れについての理論解を求める。著者らはこれまでに実際のエレベータでの釣合いおもり側のロープがかごに衝突するのを防ぐために昇降路の上下2箇所に変位拘束部材を配置することを想定し、図1に示すように変位拘束部材が両端から $1/N$ の位置に2個配置した場合について検討しており、 N が奇数の場合(木村, 2016)と N が偶数の場合(藤谷, 木村, 2016a)について理論解を得ている。なお、実際のエレベータでは、変位拘束部材とロープとの間にギャップがあり、通常時はロープは変位拘束部材と接触しないが、ロープ揺れが大きくなると接触することでロープ変位を抑制する。しかし、ロープと枠の間にギャップがある場合についてはこれまで N が偶数の場合(藤谷, 木村, 2016b)しか検討されていない。

そこで本研究では、変位拘束部材が両端から全長の $1/N$ (N =奇数)の位置に配置され、ロープとの間にギャップがあり、ロープ中央を引張った場合の理論解を求め、枠の設置位置が固有振動数やロープのはみ出し量に及ぼす影響を明らかにする。また、差分法による数値解析を行い結果を比較する。

Fig. 1 Initial rope displacement and vibration suppressors
($L/2$; pulled position, L/N , $L(N-1)/N$; position of vibration suppressors).

2. 解析方法

2・1 理論解析

ロープを弦でモデル化する。図2に示すように、ロープ中央を引張り初期変位を与えた後に、解放した場合の自由振動について考える。この初期変位は、式(1)で表される。ただし、 N は3以上の奇数で、ロープ張力は一様、初期速度は0とし、振れ止め枠(変位拘束部材)は両端からロープ(弦)全長の $1/N$ の位置に1個ずつあるとする。また、ロープと枠とのギャップを δ_0 とする。

$$u(x,0) = \begin{cases} 2 \frac{x}{L} u_{\max} & \left(0 \leq x \leq \frac{L}{2}\right) \\ 2 \left(1 - \frac{x}{L}\right) u_{\max} & \left(\frac{L}{2} \leq x \leq L\right) \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 L : ロープ長さ、 $u_{\max}$: ロープ引張り量である。

ロープ解放後の波の伝播の様子を図3, 図4に示す。図3には $N=3$, $\alpha = \delta_0/u_{\max} = 1/3$, 図4には $N=5$, $\alpha = 1/5$ の例を示している。図中の直線はロープを解放した際やロープが枠に衝突した際に発生する波の位置を(座標 x , 時間 t)を表している。なお、引張り量 $u_{\max}$ とギャップ δ_0 との比 α が $2/N$ を越えるとロープと枠とは衝突しなくなるため、本論文では衝突する範囲すなわち $\alpha < 2/N$ の範囲で解析を行う。

Fig. 2 Initial rope displacement (N : odd number).

Fig. 3 Propagation waves of rope ($N = 3$, $\alpha = 1/3$, $m = 2$).

Fig. 4 Propagation waves of rope ($N = 5$, $\alpha = 1/5$, $m = 2$).

Fig. 5 Time history of reaction force
($N = 3$, $\alpha = 1/3$, $m = 2$).

Fig. 6 Time history of reaction force
($N = 5$, $\alpha = 1/5$, $m = 2$).

図3,図4における線や記号はギャップがない場合(藤谷, 木村, 2016a)と同様に水色線(——)はマイナスの波を, 赤色線(——)はプラスの波, 0 はロープ変位一定, + はロープ変位減少, - はロープ変位増加を意味している. 図3中の左側には, 左側の杵付近の変位分布も一部表示している.

ロープ中央を引張り放すとA点からマイナスの波が発生し, 両端は固定されているためプラスの波となって反射する. ギャップがあるのでB点はギャップがない場合(木村, 2016)と違いその分ロープと杵との衝突が遅れる. B点(D点)から出た波が左右に伝播し, 反射や通過を繰り返しながらC'点(E'点)にたどり着くまでの過程は, ギャップがない場合と同じである(木村, 2016)(藤谷, 木村, 2016a). C'点(E'点)では杵の両側からプラスの波が伝播してくるためロープは杵から離れ, B点(D点)から出た波はこれ以上伝播はしない.

また, ロープと杵との衝突とは, 杵から離れたロープが杵の位置に戻り, 杵の両側の変位分布がマイナスになる時のことをいう(藤谷, 木村, 2016b). 図3における衝突回数はB点(D点), C点(E点)の2回である. 杵から離れたロープが杵の位置に戻ってきたと同時に杵の両側の変位分布がマイナスになる場合には新しいプラスの波が発生する. すなわち, 図3ではB点(D点)で新たな波が発生し, C点(E点)では新たな波は発生しない.

B-B'間(D-D'間), C-C'間(E-E'間)では杵の両側の変位分布がマイナスになるため, ロープから杵に荷重が作用する. 図3, 図4に示すように1回の衝突毎に荷重が $(N-1)/2$ 回作用する. したがって, ロープの杵への衝突回数を m 回とすると, 振れ止め杵に作用する荷重は図5, 図6に示すように1周期の間に $m(N-1)/2$ 回繰り返される. なお, この荷重の大きさはロープ張力の上下方向成分であり, 杵からはみ出した後のロープの傾斜角が一定であることから一定値になる(Kimura, 2016).

杵がない場合の固有周期を T_{n0} とすると, 図3, 図4の右側に示す荷重が作用していない時間 T_A, T_A', T_C , 作用している時間 T_B および周期 T_n は次式で表される. なお, T_A' の区間は $N \geq 5$ で存在し, $N = 3$ では存在しない.

$$T_A = \left(\frac{1}{4} + \frac{\alpha}{4} \right) T_{n0} \quad (2)$$

$$T_B = \left(\frac{1}{2N} - \frac{\alpha}{4} \right) T_{n0} \quad (3)$$

$$T_A' = \left(\frac{1}{2N} + \frac{\alpha}{4} \right) T_{n0} \quad (4)$$

$$T_C = T_{n0} - \frac{N+1}{2} T_B - \frac{N-3}{2} T_A' = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2N} + \frac{\alpha}{2} \right) T_{n0} \quad (5)$$

$$T_n = 2T_A + \frac{m(N-1)}{2} T_B + \frac{m(N-3)}{2} T_A' + (m-1)T_C = \left(\frac{2mN-m-1}{2N} + \frac{m}{4} \alpha \right) T_{n0} \quad (6)$$

一方, 周期 T_n は図3の左側に示すように, 次式で表すこともできる. なお, $m=1$ はギャップ $\delta_0=0$ に対応している.

$$T_n = (m-1)T_{n0} + \left\{ \frac{1}{4} + \frac{1}{2N} \left(\frac{3}{2} N - 2 \right) \right\} T_{n0} = \left(m - \frac{1}{N} \right) T_{n0} \quad (m \geq 1) \quad (7)$$

式(6)および式(7)より, 次式が得られる.

$$\alpha = \frac{m-1}{m} \frac{2}{N} \quad (8)$$

式(8)の条件を満たすとき、周期解となり式(7)に示す固有周期を持つことがわかる。

なお、杵がない場合の固有振動数を f_{n0} とすると杵がある場合の固有振動数 f_n は次式で表される。

$$f_n = \frac{N}{mN-1} f_{n0} \quad (m \geq 1) \quad (9)$$

杵に作用する荷重の大きさは、ロープ張力との力のつり合いから、初期変位 $u_{\max}$ 、張力 T_0 を用い、次式で表される。

$$F_0 = \frac{4u_{\max}}{L} T_0 \quad (10)$$

図5、図6に示す荷重波形の区間 $t=0$ から $T_n/2$ に着目し、これが偶関数であることを利用して荷重 $f(t)$ をフーリエ級数展開することで次式が得られる。

$$f(t) = F_0 \left[\frac{N-1}{4(mN-1)} + \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \left\{ \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^{\frac{N-1}{2}} \cos \left\{ \left(j - \frac{3}{4} + \frac{4mi-2j-2m+1}{4mN} \right) \frac{Nk\pi}{mN-1} \right\} \right\} \times \sin \frac{k\pi}{4m(mN-1)} \cdot \cos \frac{N}{mN-1} \frac{k\pi}{T_{n0}} \right] \quad (11)$$

この幾何学的に非線形な自由振動の問題は、両端からロープ全長の $1/N$ の位置に線形の集中荷重が作用する強制振動の問題に置き換えることができる。左の振れ止め杵の位置に作用する集中荷重を $f_L(x, t)$ 、右の振れ止め杵の位置に作用する集中荷重を $f_R(x, t)$ とすると、次式で表すことができる。

$$f_L(x, t) = F_0 \delta \left(x - \frac{L}{N} \right) \left[\frac{N-1}{4(mN-1)} + \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \left\{ \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^{\frac{N-1}{2}} \cos \left\{ \left(j - \frac{3}{4} + \frac{4mi-2j-2m+1}{4mN} \right) \frac{Nk\pi}{mN-1} \right\} \right\} \right. \\ \left. \times \sin \frac{k\pi}{4m(mN-1)} \cdot \cos \frac{N}{mN-1} \frac{k\pi}{T_{n0}} \right] \quad (12)$$

$$f_R(x, t) = F_0 \delta \left(x - \frac{N-1}{N} L \right) \left[\frac{N-1}{4(mN-1)} + \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \left\{ \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^{\frac{N-1}{2}} \cos \left\{ \left(j - \frac{3}{4} + \frac{4mi-2j-2m+1}{4mN} \right) \frac{Nk\pi}{mN-1} \right\} \right\} \right. \\ \left. \times \sin \frac{k\pi}{4m(mN-1)} \cdot \cos \frac{N}{mN-1} \frac{k\pi}{T_{n0}} \right] \quad (13)$$

ここで、 $\delta(x-L/N)$ 、 $\delta(x-(N-1)L/N)$ は、ディラックのデルタ関数であり、式(12)、式(13)のフーリエ級数の定数項は、両端からロープの L/N の位置にそれぞれ荷重 $F_0(N-1)/4/(mN-1)$ が作用することを意味している。この定数項に対する解は、次式で表される。

$$u_1(x, t) = u_{1L}(x, t) + u_{1R}(x, t) = \begin{cases} \frac{N-1}{mN-1} \frac{x}{L} u_{\max} & \left(0 \leq x \leq \frac{L}{N} \right) \\ \frac{N-1}{N(mN-1)} u_{\max} & \left(\frac{L}{N} \leq x \leq \frac{N-1}{N} L \right) \\ \frac{N-1}{mN-1} \left(1 - \frac{x}{L} \right) u_{\max} & \left(\frac{N-1}{N} L \leq x \leq L \right) \end{cases} \quad (14)$$

式(12)、式(13)のフーリエ級数の第2項以降に対応する解は、弦の中央を正弦波加振された場合の解(安田, 2000)を応用して、弦の L/N 、 $(N-1)L/N$ の位置で正弦波加振された場合の解を求め、さらに式(12)、式(13)を用いることで次式が得られる。

$$u_2(x, t) = u_{2L}(x, t) + u_{2R}(x, t) = \frac{32}{\pi^3} u_{\max} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{r^2 - \left(\frac{Nk}{2(mN-1)} \right)^2} \cdot \left(\sin \frac{r\pi}{N} + \sin \frac{N-1}{N} r\pi \right) \sin \frac{r\pi x}{L} \right\} \\ \times \frac{1}{k} \left\{ \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^2 \cos \left(j - \frac{3}{4} + \frac{4mi - 2j - 2m + 1}{4mN} \right) \frac{Nk\pi}{mN-1} \right\} \cdot \sin \frac{k\pi}{4m(mN-1)} \cdot \cos \frac{N}{mN-1} \frac{k\pi}{T_{n0}} \quad (15)$$

したがって、両端からロープ全長の $1/N$ (N =奇数)の位置に振れ止め枠があり、ロープと枠とのギャップ $\delta_0 \neq 0$ で、ロープ中央の位置を引張った場合の自由振動解は次式のように表される。

$$u(x, t) = u_1(x, t) + u_2(x, t) \quad (16)$$

しかし、式(15)を計算する際に、 $r = N \times p$ であつ $k = 2(mN-1) \times p$ の場合 (p は整数)、級数中の分母が0となり、そのまま単純に計算すると値が発散するが、分子の値も0となる箇所が存在するため実際は有限の値となる。この $r = N \times p$ であつ $k = 2(mN-1) \times p$ の場合の $u_2(x, t)$ の値は、式(15)における r を $r + \varepsilon$ とおき、 $\varepsilon \rightarrow 0$ とすることで次式のように得られる。この u_3 はギャップがない場合(木村, 2016)と同じであり三角波形の初期変位を与えた後に解放した場合の自由振動波形と一致している。

$$u_3(x, t) \equiv u_2(x, t) \Big|_{\substack{r=Np \text{ and} \\ k=2(mN-1)p}} = \frac{8}{\pi^2} u_{\max} \frac{1}{N^2} (-1)^{\frac{N-1}{2}} \sum_{p=1,3,5}^{\infty} (-1)^{\frac{p-1}{2}} \cdot \frac{1}{p^2} \cdot \sin \frac{Np\pi}{L} x \cdot \cos \frac{2Np\pi}{T_{n0}} t \quad (17)$$

したがって、両端からロープ全長の $1/N$ (N =奇数)の位置に振れ止め枠があり、ロープと枠とのギャップ $\delta_0 \neq 0$ で、ロープ中央の位置を引張った場合の自由振動解は、次式で表される。

$$u(x, t) = u_1(x, t) + u_2(x, t) \Big|_{\substack{r \neq Np \text{ or} \\ k \neq 2(mN-1)p}} + u_3(x, t) \quad (18)$$

なお $m=1$ とすれば、ギャップがない場合 ($\delta_0 = 0$) の解 (木村, 2016) と一致する。

2・2 差分法による解析

ロープを弦でモデル化する。長さ一定の場合の弦の運動方程式は、一端からの距離を s 、変位を u とすると次式で表される。

$$\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial s} \left(T_0 \frac{\partial u}{\partial s} \right) + C \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad (19)$$

ここで、 ρA : ロープの単位長さあたりの質量、 T_0 : ロープ張力、 C : ロープの単位長さ当りの減衰係数である。

本研究では、ロープの両端からロープ全長の $1/N$ の位置に振れ止め枠がある場合を解析対象とし、ロープ張力一定とする。式(19)の運動方程式を次式の差分近似を行うことにより数値解析を行う (木村, 2013)。

$$\left(1 + \frac{C}{\rho A} \frac{\Delta t}{2} \right) u_{i,j+1} = 2 \left(1 - \frac{\Delta t^2}{\Delta s^2} \frac{T_0}{\rho A} \right) u_{i,j} + \frac{\Delta t^2}{\Delta s^2} \frac{T_0}{\rho A} u_{i+1,j} + \frac{\Delta t^2}{\Delta s^2} \frac{T_0}{\rho A} u_{i-1,j} + \left(-1 + \frac{C}{\rho A} \frac{\Delta t}{2} \right) u_{i,j-1} \quad (20)$$

ここで、 Δt : 時間刻み、 Δs : 分割したロープ要素の長さ、添字 i, j はそれぞれ空間座標における格子点の番号を表している。式(20)を用いロープに初期変位を入力することで、その後の自由振動時のロープ変位を計算する。また、各時刻でロープ変位と枠位置とを比較することで接触判定を行い、枠設置位置ではロープ変位は枠の位置を超えないとして数値解析を行う。なお、数値計算が不安定になるのを防ぐため、ごくわずかな減衰 (減衰比 $h=10^{-10}$, $h = CL / (2\pi\sqrt{\rho AT_0})$) を与えて計算を行う。

3. 結果および考察

3・1 振れ止め棒（変位拘束部材）に作用する荷重

振れ止め棒（変位拘束部材）に作用する荷重を式(11)を用いて計算した結果の一例を図7に示す。この図から、ロープから棒にかかる荷重が第2章で示したように一周期の間に $m(N-1)/2$ 回作用し、周期も $\{m-1/N\}T_{n0}$ となっていることが確認できる。なお、計算式(11)の中の k は256項まで用いて解析を行った。

Fig. 7 Time history of reaction force. Reaction force and time are normalized by the initial pulling force and the natural period without vibration suppressor, respectively.

3・2 ロープ変位分布および変位波形

自由振動時のロープの変位分布、時刻歴波形を計算した結果の一例を図8～図11に示す。図8に示す変位分布は $\Delta t/T_{n0}$ が $1/48$ または $1/80$ ごとにプロットしている。図9、図10には差分法による計算結果も重ね書きしており、両者がよく一致していることが確認できる。また、図8から衝突後のロープの傾きは、初期変位の傾きと一致していることが確認できる。変位分布や時刻歴波形だけではロープの動きが分かり難いため、図8(a)に示す変位分布の1周期分を4区間に分割して図11に示す。この図から、変位拘束部材にロープが衝突して離れた後に再度衝突する等の動きを見ることが出来る。なお、利用した式(15)の中の k, r は256項まで用いて解析を行った。また、差分法による数値解析においては、要素の分割数600で解析を行った。

Fig. 8 Vibration mode of rope with vibration suppressors. Displacement distributions during 1 natural period are plotted.

(a) $N = 3, \alpha = 1/3, x/L = 0.5$

(a) $N = 5, \alpha = 1/5, x/L = 0.5$

(b) $N = 3, \alpha = 1/3, x/L = 1/3$

(b) $N = 5, \alpha = 1/5, x/L = 1/5$

Fig. 9 Time history of rope displacement. Calculated results by using exact solution and FDM are plotted with the solid (black) lines and dashed (blue) lines, respectively.

Fig.10 Time history of rope displacement. Calculated results using exact solution and FDM are plotted with the solid (black) lines and dashed (blue) lines, respectively.

(a) $t/T_{n0}=0-20/48$

(b) $t/T_{n0}=20/48-40/48$

(c) $t/T_{n0}=40/48-60/48$

(d) $t/T_{n0}=60/48-80/48$

Fig. 11 Vibration mode of rope with vibration suppressors ($N = 3, \alpha = 1/3, x/L = 0.5$). Displacement distributions during 1 natural period are divided into four figures. Natural period is $(80/48)T_{n0}$.

3・3 固有振動数

ロープ中央を引張った場合の固有振動数と杵の設置位置との関係を図 12 に示す. 図 12(a) から N が増加すると振動数比 f_n/f_{n0} は, ある一定値に近づいていることが確認できる. また, 衝突回数 $m=1$ の場合はギャップがない場合と一致している. さらに, 衝突回数 m が増加すると振動数比 f_n/f_{n0} は, 減少していくことも確認できる.

また, 図 12(b) から, α が増加すると振動数比 f_n/f_{n0} は $\alpha=2/N$ 付近でそれぞれ 0 に近づいていることが確認できる. これは, 衝突回数 m が増加すると振動数比 f_n/f_{n0} は, 減少していくことと対応している. $\alpha > 2/N$ ではロープが変位拘束部材と衝突しなくなり, 変位拘束部材がない場合と同じ, すなわち $f_n/f_{n0}=1$ となる.

Fig. 12 Natural frequency of rope with vibration suppressors. Natural frequency approaches to the steady values as N becomes large. When α approaches $2/N$, f_n/f_{n0} becomes zero.

3・4 ロープのはみ出し量, 振れ止め杵設置側のロープ最大変位

かごと釣合いおもりの間に振れ止め杵を設置しても, 振れ止め杵の間からロープがはみ出し, 釣合いおもり側のロープがかごとに接触または衝突する可能性がある. 振れ止め杵が設置されている側のロープの最大変位 u^* は, ロープ中央になるので $u^* = \{(N-2)/N + \alpha\}u_{\max}$ で表される. この最大変位と杵の設置位置 N の関係を図 13 に示す. この関係は N が偶数の場合(藤谷, 木村, 2016b)と同じであり, N, m が増加するとロープの最大変位が増加していることが確認できる. なお, 杵からのロープのはみ出し量は $\{(N-2)/N\}u_{\max}$ でギャップ δ_0 に関係なく一定である.

Fig. 13 Relation between $u^*/u_{\max}$ and divided number N . Theoretical solution $u^* = \{(N-2)/N + \alpha\}u_{\max}$ and calculated results of the finite difference analysis are plotted with the solid curve and the round marks, respectively.

3・5 衝突回数と固有周期の関係 および周期解を有するための条件

ロープの枠への衝突回数と固有周期との関係を図 14 に示す. 固有周期は枠がない場合の $(m-1/N)$ 倍であり, N, m が増加すると周期も増加していくことが確認できる. また, 衝突回数 $m=1$ の場合はギャップがない場合と一致している. なお, N が偶数の場合の固有周期は, 枠がない場合の $(m-2/N)$ 倍である(藤谷, 木村, 2016b). さらに, 衝突回数 m は整数であるため固有周期がとびとびの値になっている.

ロープと枠とのギャップ, 枠の設置位置, ロープの枠への衝突回数の関係を図 15 に示す. この関係 ($\alpha = 2(m-1)/(mN)$) は, N が奇数の場合の自由振動時に周期解を有するための条件となっている. なお, N が偶数の場合には $\alpha = 2(m-2)/(mN)$ が周期解を有する条件となっている.

Fig. 14 Relation between collision number m and natural period T_n of vibration. Natural period of vibration is discrete value.

Fig. 15 Relation between parameter α and parameter N .

4. 結 言

両端からロープ全長の $1/N$ の位置 (N は奇数) に振れ止め枠 (変位拘束部材) が合計 2 個配置され, ロープと枠との間にギャップがあり, ロープ中央の位置を引張った場合の自由振動 (幾何学的に非線形な自由振動) を対象として理論解を求めるとともに数値解析を行い検討した. その結果, 以下のことが明らかになった.

- (1) N が奇数, ギャップ $\delta_0 \neq 0$ の場合について, ロープの初期変位・変位拘束部材の位置をもとに, ロープ中の波の伝播の様子をグラフ化するとともに, 振動中の変位分布を追跡し, 変位拘束部材に作用する荷重波形を同定した.
- (2) 同定した変位拘束部材に作用する荷重をフーリエ級数展開し, 線形の強制振動に置き換えることで, 両端からロープ全長 $1/N$ の位置に変位拘束部材があり, N が奇数で, ギャップ $\delta_0 \neq 0$ の場合の自由振動についての理論解を得た.
- (3) ギャップと引張量との比 $\alpha (= \delta_0/u_{\max})$ が $2(m-1)/(mN)$ の場合に周期解を有することを示した.
- (4) 固有振動数は, 変位拘束部材がない場合の $N/(mN-1)$ 倍 ($= N(1-N\alpha/2)/(N(1+\alpha/2)-1)$ 倍) であることが判明した.
- (5) 導出された理論解は, 差分法による数値解析結果とよく一致することを確認した.
- (6) N が奇数の場合も偶数の場合と同様に, 枠の設置位置を表すパラメータ N やロープの枠への衝突回数 m が増加するにつれて, ロープの固有振動数は減少し一定値に近づくことを示した. なお, N が奇数の場合は m は 1 以上であり, N が偶数の場合は 2 以上である.
- (7) 枠設置側のロープの最大変位 u^* は N が偶数の場合と同様に枠の設置位置を表すパラメータ N と α を用いて $u^* = \{(N-2)/N + \alpha\}u_{\max}$ で表され, ギャップがない場合よりも $\alpha \cdot u_{\max}$ だけ増加することを示した.

謝 辞

本研究は JSPS 科研費 JP15K05859 の助成を受けて行われたものであり、ここに謝意を表す。

文 献

- 藤谷高寛, 木村弘之, 両端から全長の $1/N$ の位置に変位拘束部材を有する弦の自由振動 (N が偶数, 弦と変位拘束部材との間にギャップがない場合), Dynamics and Design Conference 2016, No.16-15 (2016a), (USB 論文集, 論文 No. 128).
- 藤谷高寛, 木村弘之, 両端から全長の $1/N$ の位置に変位拘束部材を有する弦の自由振動 (N が偶数, 弦と変位拘束部材との間にギャップがある場合), 日本機械学会 2016 年度年次大会講演論文集, No.16-1 (2016b), (DVD 論文集, 論文 No. G1000802).
- 勝野友介, 松久寛, 宇津野秀夫, 山田啓介, 澤田勝利, 永久磁石の吸引力を利用したロープの非接触制振—モード解析と伝達行列解析の対比—, Dynamics and Design Conference 2007, No.07-8 (2007), (CD-ROM 論文集, 論文 No. 426).
- 木村弘之, 中川俊明, 振れ止め枠を有するエレベータ・ロープの横振動解析, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 71, No. 702 (2005), pp. 442-447.
- 木村弘之, 振れ止め枠を有するエレベータ・ロープの自由振動 (等間隔に振れ止め枠が配置されている場合), 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 79, No. 802 (2013), pp.1904-1912.
- Kimura, H., Free vibration analysis of a string with vibration suppressor (When the position of vibration suppressor is opposite to the pulled position), Mechanical Engineering Journal, Vol. 3, No. 1(2016), DOI:10.1299/mej.15-00554.
- 木村弘之, 両端から $1/N$ の位置に変位拘束部材を有するエレベータ・ロープの自由振動 (N が奇数の場合), 日本機械学会論文集, Vol. 82, No. 838 (2016), DOI: 10.1299/transjsme.16-00086.
- 中川淳一, 新井晋治, コンペンセーションシーブの抑制によるエレベータロープの制振, 日本機械学会 昇降機・遊戯施設等の最近の技術と進歩 技術講演会論文集, No. 11-94 (2012), pp. 23-26.
- 大槻真嗣, 吉田和夫, 永田晃則, 木村弘之, 中川俊明, 超高層ビルのロープ横振動抑制 (時変柔軟システムへの非定常最適制御の適用), 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 68, No.676 (2002), pp. 3589-3596.
- 安田仁彦, 振動工学 (基本編) (2000), pp143-144, コロナ社.

References

- Fujitani, T. and Kimura, H., Free vibration analysis of a string with vibration suppressors located at $1/N$ from both ends of the string (When N is an even number and gap between string and vibration suppressor is zero), Proceeding of the Dynamics and Design Conference 2016, No. 16-15(2016a), USB (Paper No. 128) (in Japanese).
- Fujitani, T. and Kimura, H., Free vibration analysis of a string with vibration suppressors located at $1/N$ from both ends of the string (When N is an even number and gap between string and vibration suppressor is not zero), Mechanical Engineering Congress, 2016 Japan, No. 16-1 (2016b), DVD(paper No. G1000802) (in Japanese).
- Katsuno, Y., Matsuhisa, H., Utsuno, H., Yamada, K. and Sawada, K., Non-contact vibration control of elevator rope using magnetic force –Comparison between modal analysis and transfer matrix analysis–, Proceeding of the Dynamics and Design Conference 2007, No. 07-8(2007), CD-ROM (Paper No. 426) (in Japanese).
- Kimura, H. and Nakagawa, T., Vibration analysis of elevator rope with vibration suppressor, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, Vol. 71, No. 702 (2005), pp. 442–447 (in Japanese).
- Kimura, H., Free vibration of elevator rope with vibration suppressors (When vibration suppressors are arranged at equal intervals), Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, Vol. 79, No. 802 (2013), pp. 1904–1912 (in Japanese).
- Kimura, H., Free vibration analysis of a string with vibration suppressor (When the position of vibration suppressor is opposite to the pulled position), Mechanical Engineering Journal, Vol. 3, No. 1(2016), DOI:10.1299/mej.15-00554.
- Kimura, H., Free vibration analysis of a string with vibration suppressors located at $1/N$ from both ends of the string (When N is an odd number), Transactions of the JSME (in Japanese), Vol. 82, No. 838 (2016), DOI: 10.1299/transjsme.16-00086.
- Nakagawa, J. and Arai, S., Damping of elevator rope swing by resting movement of compensation sheave, Elevator, Escalator and Amusement Rides Conference, No. 11-94 (2012), pp. 23–26 (in Japanese).

- Otsuki, M., Yoshida, K., Nagata, K., Kimura, H. and Nakagawa, T., Vibration control for rope-sway of elevator of high-rise building (Application of nonstationary optimal control to time-varying flexible system), Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, Vol. 68, No. 676 (2002), pp. 3589–3596 (in Japanese).
- Yasuda, K., Vibration Engineering (Fundamentals) (2000), pp. 143–144, Corona Publishing Co., LTD (in Japanese).