二自由度制御形並列多重磁気浮上の実現

成澤 慶宜^{*1}, 水野 毅^{*2}, 高崎 正也^{*1}, 原 正之^{*1}, 山口 大介^{*1}, 石野 裕二^{*1}

Realization of two-degree-of-freedom motions control using parallel magnetic suspension

Yoshinori NARISAWA^{*1}, Takeshi MIZUNO^{*2}, Masaya TAKASAKI^{*1},Masayuki HARA^{*1}, Daisuke YAMAGUCHI^{*1} and Yuji ISHINO^{*1}^{*1,*2} Department of Mechanical Engineering, Saitama University
255 Shimoookubo, Sakura-ku, Saitama-shi, Saitama 338-8570, Japan

Received: 1 November 2016; Revised: 10 January 2017; Accepted: 6 March 2017

Abstract

Parallel magnetic suspension has been proposed which levitates multiple floaters with a single power amplifier. This study applies this concept to a multi-degree-of-freedom system. In such systems, multiple electromagnets are used to stabilize multi-degree-of-freedom motions of the floater. In conventional system, each electromagnet is driven by the corresponding power amplifier. In contrast, multiple electromagnets are driven by a single power amplifier simultaneously in the case of parallel magnetic suspension. This study shows the feasibility of multi-degree-of-freedom control with a single power amplifier. First, the controllability of two-degree-of-freedom system controlled by parallel magnetic suspension is discussed. Second, an experimental apparatus is fabricated in which the vertical translational motion and the rotational motion around a horizontal axis are controlled by two pairs of electromagnets operated in a differential mode. Third, stable levitation is achieved in the apparatus. In addition, the dynamic characteristics are evaluated based on step response and frequency response with respect to external force. It is observed that the two suspended points vibrate in common phase with respect to the disturbance in a low-frequency region.

Key words : Magnetic bearing, Magnetic levitation, Mechatronics, Motion control, Parallel suspension, Two-degree-of-freedom system, Controllability

1. 緒 言

電磁石の吸引力を利用した磁気浮上系では、能動的な制御によって安定化することにより、非接触で浮上体を支持することができる。摩擦・磨耗のないシステムを構築できることから、接触支持部を磁気浮上に置き換えることで振動・騒音の低減が可能であり、また粉塵の発生を抑えられることから真空中やクリーンルームなどの特殊環境下での使用できるなど、磁気浮上を利用することで多くのメリットが得られる。磁気浮上技術が応用されている分野として、磁気軸受 (Beams, 1951) やフライホイール (Henrikson et al., 1974) (Sabnis et al., 1975), 人工心臓ポンプ (Masuzawa et al., 2002) などが挙げられる。このような吸引制御型磁気浮上システムは、基本的には浮上対象となる物体 (以下、浮上体と呼ぶ) が単一で、アクチュエータである電磁石が最小で一個、多自由度の運動を制御する場合では複数個用いられる。また、電磁石の励磁を行う電力増幅器 (以下、アンプと呼ぶ) が電磁石と同数必要となる。したがって、通常の磁気浮上系では電磁石と同数のアンプが必要となる。このため、複数の電磁石を用いる磁気軸受などを用いる場合、多くのアンプを使用するため高価格になってしまう。

そこで著者らは、単一のアンプを用いて複数の浮上体を同時に制御する並列多重磁気浮上システムを提案している (水野他, 2010)。本システムを用いることにより、使用するアンプの数を減らすことができるので、コストの

低減や省スペース化などが期待できる。これまでに、電流出力型あるいは電圧出力型アンプを用いて実験的に二つの浮上体の安定浮上を実現した例が報告されている（櫻田他, 2011）（Nishimura et al., 2011）（成澤他, 2012）。また孫らにより、円盤磁石と回転モータを用いた可変磁路制御機構によって二つの鉄球の同時浮上を行う方式も提案されており、浮上の実現が報告されている（孫, 岡, 2012）。

本研究は、これまでの多重式磁気浮上系とは異なり、単一の浮上体の多自由度を支持する磁気浮上系を対象とする。磁気軸受などでは、浮上体の多自由度の運動の能動制御が行われる。そこで、単一の浮上体に対して複数の電磁石を持つシステムに多重式磁気浮上を適用することで、単一のアンプによる多自由度支持の実現を目指した。関連する研究として、岡らにより可変磁路制御形 2 自由度浮上機構を利用した棒の浮上が検討されている（岡他, 2011）。この方式では、コイルを持たない浮上系のため、発熱の問題が無いというメリットがある反面、機械式制御のため高い応答速度では制御できないというデメリットがある。本研究で提案している並列多重磁気浮上を用いる方式では、広く一般的に利用されている電磁石を用いた磁気浮上系に対して応用できる点がメリットとなる。さらに本研究では、制御性能を向上する目的や、微小重力環境での動作を目的として使用される差動型電磁石を用いるシステムを対象とする。差動型電磁石を利用した 2 自由度の磁気浮上系では通常アンプを 4 台用いて制御が行われるが、本研究で提案する方式を適用することで、アンプ 1 台での制御が可能となる。差動型電磁石を用いるもう 1 つのメリットとして、バイアス磁束を調整することによって磁気浮上系の無制御でのダイナミクスを変更できる点が挙げられる。したがって、構造的に対称なシステムに並列多重磁気浮上を適用した場合にも、可制御性を満たすことが可能となる。

本稿では、鉛直並進運動及び水平軸周りの回転運動を制御する 2 自由度磁気浮上系を対象として、2 質点系の物理モデルにおける可制御性を示す。続いて、構造的に対称な浮上体を、差動型電磁石によって制御する実験装置を製作し、並列 2 重磁気浮上を実現したことを報告する。さらに、浮上時のステップ応答及び周波数応答より、動特性を評価する。

2. 理論解析

2・1 基本方程式

図 1 に示すような差動型の磁気浮上機構を考える。今、上下の電磁石は極性が反転するように直列接続されているとすると、それぞれに逆向きの制御電流 i が流れると考えることができる。また、図 1 (b) に示すような永久磁石によってバイアス磁束を与える磁気浮上系では、磁気回路的には、永久磁石の部分は空隙として考え、そこに一定起磁力を加えることと等価になっている（電気学会 磁気浮上応用技術調査専門委員会 編, 1993）。したがって、図 1 (a) に示すようなバイアス電流 I_0 を与える磁気浮上系は、バイアス磁束の大きさを考慮すれば図 1 (b) に示すシステムと等価なものとして扱うことができる。以降、図 1 (a) に示すモデルについて考える。

上側電磁石から発生する吸引力を F_U 、下側電磁石から発生する吸引力を F_L とすると、この系の運動方程式は

Fig. 1 Models of differentially-operated magnetic suspension system. The bias flux is generated by bias current (a) or permanent magnet (b). Both systems can regard as equivalent system from a view point of the magnetic circuit.

次式となる.

$$m\ddot{x} = F_U - F_L - mg \quad (1)$$

ここで,

m : 浮上体質量

x : 変位

g : 重力加速度

上下の電磁石から発生する吸引力 F_U , F_L を線形化すると,

$$F_U = k_U \frac{(I_0 + i)^2}{(D_U - x)^2} = k_U \frac{I_0^2}{D_U^2} + 2k_U \frac{I_0^2}{D_U^3} x + 2k_U \frac{I_0}{D_U^2} i = F_{0U} + k_{sU} x + k_{iU} i \quad (2)$$

$$F_L = k_L \frac{(I_0 - i)^2}{(D_L + x)^2} = k_L \frac{I_0^2}{D_L^2} - 2k_L \frac{I_0^2}{D_L^3} x - 2k_L \frac{I_0}{D_L^2} i = F_{0L} - k_{sL} x - k_{iL} i \quad (3)$$

と表せる. ここで,

D_U : 浮上体-上側電磁石間ギャップ

D_L : 浮上体-下側電磁石間ギャップ

k_U, k_L : 電磁石吸引力係数

F_{0U}, F_{0L} : 電磁石の定常的な支持力

k_{sU}, k_{sL} : 電磁石特性係数 (力/変位)

k_{iU}, k_{iL} : 電磁石特性係数 (力/電流)

式(1)に代入すると,

$$m\ddot{x} = F_{0U} - F_{0L} + (k_{sU} + k_{sL})x + (k_{iU} + k_{iL})i - mg \equiv F_0 + k_s x + k_i i - mg \quad (4)$$

となる. いま, 静的な力の釣り合いにより

$$F_0 = mg \quad (5)$$

が成り立っていると考えると, 差動型磁気浮上系の運動方程式は次式で表せる.

$$m\ddot{x} = k_s x + k_i i \quad (6)$$

2・2 2自由度制御形磁気浮上系

図2に示すようなモデルを考える. 浮上体は, 二つの質量が質量の無視できる棒で繋がれたダンベル形状であるとする. 電磁石はすべて同じ特性を持つものが直列に接続されており, 上側と下側では結線の変更, 同じ電流に対して極性が逆向きになっているとする. 以下, 右側の磁気浮上機構を第1支持部, もう一方を第2支持部として, 各支持部に関わる力やパラメータを $D_U^{(1)}$ のように括弧付きの上添え字で表す. バイアス磁束を与える永久磁石は磁路と同じ断面積を持っており, 上下では厚みが同じで, 左右では異なっているとする. 以下では簡単のため, 第1支持部の永久磁石が第2支持部の永久磁石よりも厚みが大きいとする. まとめて, 浮上体の重心位置を中心として, 上下方向に対称であり, また永久磁石を除いて左右方向に対称な構造となっている.

運動方程式は以下の2式となる.

$$m\ddot{x} = F_0^{(1)} + F_0^{(2)} + k_s^{(1)}(L\theta + x) + k_s^{(2)}(-L\theta + x) + (k_i^{(1)} + k_i^{(2)})i \quad (7)$$

$$I_r \ddot{\theta} = LF_0^{(1)} - LF_0^{(2)} + Lk_s^{(1)}(L\theta + x) - Lk_s^{(2)}(-L\theta + x) + (Lk_i^{(1)} - Lk_i^{(2)})i \quad (8)$$

ここで,

- m : 浮上体質量
- x : 重心位置における変位
- θ : 角変位
- L : 支持部-重心間距離
- I_r : 重心周りの慣性モーメント
- i : 制御電流
- g : 重力加速度
- $F_0^{(n)}$: 第 n 支持部電磁石の定常的な支持力
- $k_s^{(n)}$: 第 n 支持部電磁石特性係数 (力/変位)
- $k_i^{(n)}$: 第 n 支持部電磁石特性係数 (力/電流)
- $D_U^{(n)}$: 第 n 支持部の浮上体-上側電磁石間ギャップ
- $D_L^{(n)}$: 第 n 支持部の浮上体-下側電磁石間ギャップ

静的な力の釣り合い, モーメントの釣り合いから,

$$F_0^{(1)} + F_0^{(2)} = mg \quad (9)$$

$$LF_0^{(1)} - LF_0^{(2)} = 0 \quad (10)$$

が成り立っているとする. またこの系の慣性モーメントは,

$$I_r = \frac{m}{2} L^2 + \frac{m}{2} L^2 = mL^2 \quad (11)$$

と表せる. 状態方程式は次式となる.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_s^{(1)} + k_s^{(2)}}{m} & 0 & \frac{(k_s^{(1)} - k_s^{(2)})L}{m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_s^{(1)} - k_s^{(2)}}{mL} & 0 & \frac{k_s^{(1)} + k_s^{(2)}}{m} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_i^{(1)} + k_i^{(2)}}{m} \\ 0 \\ \frac{k_i^{(1)} - k_i^{(2)}}{mL} \end{bmatrix} i \quad (12)$$

2・3 可制御性

可制御性行列 $\mathbf{M}_C$ は次式で表される.

Fig. 2 Model of differentially-operated current-controlled two-degree-of-freedom parallel magnetic suspension system. The floater consists of two masses connected by a massless bar. Both magnetic suspension systems are constructed symmetrically except the size of permanent magnet.

$$\mathbf{M}_C = \begin{bmatrix} 0 & \frac{k_i^{(1)} + k_i^{(2)}}{m} & 0 & \frac{2(k_s^{(1)}k_i^{(1)} + k_s^{(2)}k_i^{(2)})}{m^2} \\ \frac{k_i^{(1)} + k_i^{(2)}}{m} & 0 & \frac{2(k_s^{(1)}k_i^{(1)} + k_s^{(2)}k_i^{(2)})}{m^2} & 0 \\ 0 & \frac{k_i^{(1)} - k_i^{(2)}}{mL} & 0 & \frac{2(k_s^{(1)}k_i^{(1)} - k_s^{(2)}k_i^{(2)})}{m^2L} \\ \frac{k_i^{(1)} - k_i^{(2)}}{mL} & 0 & \frac{2(k_s^{(1)}k_i^{(1)} - k_s^{(2)}k_i^{(2)})}{m^2L} & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

式(13)の行列式を計算すると,

$$\det \mathbf{M}_C = \frac{16(k_i^{(1)})^2(k_i^{(2)})^2(k_s^{(2)} - k_s^{(1)})^2}{m^6L^2} \quad (14)$$

となる. したがって,

$$k_s^{(1)} \neq k_s^{(2)} \quad (15)$$

の条件が満たされるとき, 式(12)で動特性が表されるシステムは可制御となる. $k_s^{(n)}$ は電磁石の持つ負の剛性を表しており, 式(15)は各支持部の無制御でのダイナミクスがそれぞれで異なっている場合に可制御となることを示している.

式(15)で表される条件について詳しく考える. 式(9), (10)より,

$$2F_0^{(n)} = mg \quad (16)$$

が静的に安定する条件である. ここで, 定常的な支持力は定義より次式のように変形できる.

$$2F_0^{(n)} = 2k_U \frac{(I_0^{(n)})^2}{(D_U^{(n)})^2} - 2k_L \frac{(I_0^{(n)})^2}{(D_L^{(n)})^2} = D_U^{(n)}k_{sU}^{(n)} - D_L^{(n)}k_{sL}^{(n)} \quad (17)$$

コイルに流れる電流が零のとき, 浮上体には上下の永久磁石による吸引力及び重力だけが働く. 磁気力は浮上体の位置が差動型電磁石間の中心にあるとき, すなわち上下のギャップが等しくなるときに零となる. このときのギャップを D_0 とし, 重力との釣り合いを考えると各ギャップと D_0 の関係は,

$$D_U^{(n)} < D_0 < D_L^{(n)} \quad (18)$$

と表せる. そこで, 各ギャップを次式を用いて近似する.

$$D_U^{(n)} = D_0 - d^{(n)} \quad (19)$$

$$D_L^{(n)} = D_0 + d^{(n)} \quad (20)$$

ここで, $d^{(n)}$ は第 n 支持部の差動型電磁石間の中心から平衡点までの距離である. 式(17)の右辺を式(19),(20)を用いて整理すると,

$$D_U^{(n)}k_{sU}^{(n)} - D_L^{(n)}k_{sL}^{(n)} = (D_0 - d^{(n)})k_{sU}^{(n)} - (D_0 + d^{(n)})k_{sL}^{(n)} = -2d^{(n)}(k_{sU}^{(n)} + k_{sL}^{(n)}) = -2d^{(n)}k_s^{(n)} \quad (21)$$

したがって式(16)より,

$$k_s^{(n)} = -\frac{mg}{2d^{(n)}} \quad (22)$$

と表せる. 式(14)を式(22)を用いて整理すると,

$$\det \mathbf{M}_C = \frac{16(k_i^{(1)})^2(k_i^{(2)})^2 m^2 g^2 (\frac{1}{d^{(1)}} - \frac{1}{d^{(2)}})^2}{m^6 L^2} \quad (23)$$

よって, 式(12)で動特性が示されるシステムが可制御であるとき, 定常的に

$$d^{(1)} \neq d^{(2)} \quad (24)$$

となることが分かる. よって図2に示されるシステムでは, 安定浮上時に各支持部におけるギャップが異なっていることが分かる.

なお, 式(24)は浮上体に重力が働く場合に成り立つものである. ここからは, 重力の影響がない場合, 例として図2を90度回転させ, 浮上体のラジアル方向のみの磁気支持を行う場合を考える. 差動型電磁石を用いているため, この場合にも平衡点を持ち, 制御が可能である. 力の釣り合いとモーメントの釣り合いは,

$$F_0^{(1)} + F_0^{(2)} = 0 \quad (25)$$

$$LF_0^{(1)} - LF_0^{(2)} = 0 \quad (26)$$

となることから,

$$F_0^{(1)} = F_0^{(2)} = 0 \quad (27)$$

となる. 式(17), (27)より,

$$D_U^{(n)} k_{sU}^{(n)} - D_L^{(n)} k_{sL}^{(n)} = 0 \quad (28)$$

が静的な釣り合い条件となる. 式(28)は,

$$D_U^{(n)} = D_L^{(n)} = D_0 \quad (29)$$

の条件下でも成り立つ. 重力の影響が無い場合には, ギャップ D_0 の位置で浮上体に働く力が釣り合うためである. またこのとき, 各支持部でのバイアス磁束の大きさは変更可能であるため, 可制御性を満たす条件が存在する. したがって, 差動型電磁石を利用したシステムであり, かつ重力の影響がない場合には各支持部のギャップが等しいときにも安定浮上が可能である.

一方で, 図2に示したような重力が働く場合においても, 差動型電磁石のバイアス磁束を上下で差をつけることで, 各支持部の浮上ギャップを等しくすることが可能である. 例えば, 第1支持部の下側電磁石のバイアス磁束を大きくすることで, 平衡点は上方向に変化するため, これが第2支持部の平衡点でのギャップに一致するよう調節することで実現できる. このとき, $k_s^{(1)}$ は同時に増加するため, 各支持部の $k_s^{(n)}$ の差も増加することから, 可制御性を満たすことは明らかである. しかし, 重力の影響がない場合では各支持部のギャップに差が生じることに注意を要する.

2・4 同値変換

式(12)の状態変数に着目する．第 n 支持部における変位を $x^{(n)}$ とすれば，

$$x^{(1)} = L\theta + x \quad (30)$$

$$x^{(2)} = -L\theta + x \quad (31)$$

が成り立つため，次式の関係が成り立つ．

$$\begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2L} & 0 & -\frac{1}{2L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2L} & 0 & -\frac{1}{2L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^{(1)} \\ \dot{x}^{(1)} \\ x^{(2)} \\ \dot{x}^{(2)} \end{bmatrix} \equiv T \begin{bmatrix} x^{(1)} \\ \dot{x}^{(1)} \\ x^{(2)} \\ \dot{x}^{(2)} \end{bmatrix} \quad (32)$$

したがって，式(12)は正則行列 T を用いて同値変換が可能であり，次式のように表せる．

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x^{(1)} \\ \dot{x}^{(1)} \\ x^{(2)} \\ \dot{x}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{2k_s^{(1)}}{m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{2k_s^{(2)}}{m} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^{(1)} \\ \dot{x}^{(1)} \\ x^{(2)} \\ \dot{x}^{(2)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2k_i^{(1)}}{m} \\ 0 \\ \frac{2k_i^{(2)}}{m} \end{bmatrix} i \equiv \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & a^{(2)} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^{(1)} \\ \dot{x}^{(1)} \\ x^{(2)} \\ \dot{x}^{(2)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b^{(1)} \\ 0 \\ b^{(2)} \end{bmatrix} i \quad (33)$$

ここで，

$$a^{(n)} = \frac{2k_s^{(n)}}{m} \quad (34)$$

$$b^{(n)} = \frac{2k_i^{(n)}}{m} \quad (35)$$

である．式(33)は従来の多重磁気浮上系と同じ状態方程式で記述することが可能であり，各支持部における変位と速度を用いた状態フィードバックを行った場合でも制御が可能であることを示している（水野他，2010）．

2・5 閉ループ系の安定性

式(33)で動特性が示されるシステムは，

$$a^{(1)} \neq a^{(2)} \quad (36)$$

のとき可制御であるため，次式に示すような状態フィードバックにより安定化が可能である．

$$i = -(p_d^{(1)} x^{(1)} + p_v^{(1)} \dot{x}^{(1)} + p_d^{(2)} x^{(2)} + p_v^{(2)} \dot{x}^{(2)}) \quad (37)$$

ここで， $p_d^{(n)}$ は変位フィードバックゲイン， $p_v^{(n)}$ は速度フィードバックゲインである．並列二重磁気浮上では，経験的に第 1 支持部の変位と速度のフィードバック係数と，第 2 支持部の変位と速度のフィードバック係数が異符合にならないと安定な浮上が達成できないことがわかっている．本節では，安定条件からフィードバックゲインの符号について考察する．式(33)で示されるシステムに対して，式(37)で示される状態フィードバックを適用した閉ループ系の特性多項式 $\phi(s)$ を次式のように表す．

$$\phi(s) = s^4 + \alpha_3 s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0 \quad (38)$$

ここで、各係数は、

$$\alpha_3 = b^{(1)} p_v^{(1)} + b^{(2)} p_v^{(2)} \quad (39)$$

$$\alpha_2 = b^{(1)} p_d^{(1)} - a^{(1)} + b^{(2)} p_d^{(2)} - a^{(2)} \quad (40)$$

$$\alpha_1 = -a^{(2)} b^{(1)} p_v^{(1)} - a^{(1)} b^{(2)} p_v^{(2)} \quad (41)$$

$$\alpha_0 = -a^{(2)} b^{(1)} p_d^{(1)} - a^{(1)} b^{(2)} p_d^{(2)} + a^{(1)} a^{(2)} \quad (42)$$

である。安定性の必要条件より、システムが安定となる場合には全ての係数が正とならなければならない。式(39), (41)より、 α_3 及び α_1 がどちらも正になるためには $p_v^{(1)}$ と $p_v^{(2)}$ は異符号でなくてはならないことがわかる。ここで、

$$a^{(1)} > a^{(2)} \quad (43)$$

が成立していると仮定する。式(41)を変形すると、

$$\alpha_1 = -a^{(2)} (b^{(1)} p_v^{(1)} + b^{(2)} p_v^{(2)}) - (a^{(1)} - a^{(2)}) b^{(2)} p_v^{(2)} = -a^{(2)} \alpha_3 - (a^{(1)} - a^{(2)}) b^{(2)} p_v^{(2)} \quad (44)$$

となるため、 α_3 及び α_1 がどちらも正になるためには、 $b^{(2)}$ が正のとき $p_v^{(2)}$ が負の値でなくてはならないことがわかる。したがって、 $p_v^{(1)}$ は正の値となる。

続いて、式(42)を変形すると、

$$\alpha_0 = -a^{(2)} (b^{(1)} p_d^{(1)} - a^{(1)}) - a^{(1)} (b^{(2)} p_d^{(2)} - a^{(2)}) - a^{(1)} a^{(2)} \quad (45)$$

ここで、

$$b^{(2)} p_d^{(2)} - a^{(2)} > 0 \quad (46)$$

と仮定し、式(45)右辺に $(a^{(1)} - a^{(2)})$ 倍して加えると、

$$\alpha_0 < -a^{(2)} (b^{(1)} p_d^{(1)} - a^{(1)} + b^{(2)} p_d^{(2)} - a^{(2)}) - a^{(1)} a^{(2)} = -a^{(2)} \alpha_2 - a^{(1)} a^{(2)} \quad (47)$$

となる。この式から、 α_2 が正のとき、 α_0 は負となり、安定性の必要条件が満たされない。したがって、 α_2 及び α_0 が正となるためには、

$$b^{(2)} p_d^{(2)} - a^{(2)} < 0 \quad (48)$$

でなくてはならないため、 $p_d^{(2)}$ は負の値となる。またこのとき、式(40)より、 α_2 が正となるためには、 $b^{(1)}$ が正のとき、 $p_d^{(1)}$ が正の値でなくてはならないことがわかる。

まとめると、

$$b^{(1)} > 0, b^{(2)} > 0 \quad (49)$$

のとき、閉ループ系が安定となるためには、

$$a^{(1)} > a^{(2)} \quad (50)$$

ならば,

$$p_d^{(1)} > 0, \quad p_v^{(1)} > 0, \quad p_d^{(2)} < 0, \quad p_v^{(2)} < 0 \quad (51)$$

が成立しなければならない. 逆に,

$$a^{(1)} < a^{(2)} \quad (52)$$

ならば,

$$p_d^{(1)} < 0, \quad p_v^{(1)} < 0, \quad p_d^{(2)} > 0, \quad p_v^{(2)} > 0 \quad (53)$$

が成立しなければならない. よって, 式(33)で動特性が表される並列多重磁気浮上システムに対して, 式(37)に示す状態フィードバックを適用する場合, 特性係数 $a^{(n)}$ の大きい支持部に関わる状態変数を負帰還, もう一方を正帰還することがシステムが安定となる必要条件である.

3. 実験装置

製作した磁気浮上装置の写真を図 3 (a)(b)に, 概念図を図 3 (c)に示す. 浮上体は長さ 480 mm のアルミ丸棒に, 電磁石及び渦電流式変位センサのターゲットとなる軟鉄が重心位置を対称にして取り付けられた構成となっており, 浮上体全体の質量は 0.341 kg である. 電磁石は 2 組の差動型構造となっており, 浮上体を 2 点で支持する. これにより, 鉛直並進運動及び水平軸周りの回転運動を制御する 2 自由度磁気浮上装置となっている. 浮上体の重心位置には板ばねが取り付けられており, その他の自由度の運動を拘束している. 板ばねの剛性は, 制御する並進及び回転方向に対して十分に小さく, 無制御では不安定な状態となっている. 各電磁石には異なるサイズの永久磁石を取り付けており, 第 1 支持部には $15 \times 15 \times 4$ mm, 第 2 支持部には $15 \times 15 \times 1$ mm のネオジム磁石が磁路へ挿入されている. 各支持部におけるバイアス磁束に差をつけることで, 式(15)で示される可制御性を満たしている. また, 第 2 支持部の電磁石はコイルが 2 段に巻かれており, 一方は磁気支持, もう一方は外乱入力用として使用した. 各電磁石の電気的特性及び電磁石特性係数を表 1 にまとめる. 電磁石に関わる係数は対向する電磁石ターゲットの距離に依存するが, これらは全て安定浮上時にバイアス電流がほぼ零となる位置において測定した. このときの位置は, ゼロパワー制御を適用した際の浮上位置とした (Morishita et al.,1989).

4. 浮上実験

4・1 実験構成

浮上用電磁石を全て直列接続し, 電流制御型のアンプを用いて制御を行った. 制御対象は式(33)で動特性が示されるシステムとし, コントローラは各支持部の変位と速度を用いて状態フィードバックを行う構成とした. このときのブロック線図を図 4 に示す.

Table 1 Characteristic coefficient of electromagnets.

			Inductance [mH]	Resistance [Ω]	k_s [N/m]	k_i [N/A]
For control	1st suspension system (Right)	Upper	18.2	3.32	5.94×10^3	3.60
		Lower	18.1	4.08		
	2nd suspension system (Left)	Upper	3.47	1.17	1.21×10^3	0.88
		Lower	3.12	1.26		
For disturbance	2nd suspension system	Upper	3.52	1.50	1.22×10^3	0.89
		Lower	3.11	0.98

(a) Photograph - outside view -.

(b) Photograph - inside view -.

Fig. 3 Fabricated experimental apparatus. The subsystem with larger permanent magnet is named as the first suspension system (in the right), and the other is as the second suspension system (in the left).

4・2 ステップ応答

2.5 節で示したフィードバックゲインの符号に注意しながら試行錯誤的にゲインチューニングを行い、表 2 に示すフィードバックゲインにおいて安定浮上を実現した。このとき、第 2 支持部の外乱用電磁石にステップ信号を入力し、ステップ応答を取得した。外乱の振幅は 50 mN となるように電流を調整した。応答を図 5 に示す。片側の支持部にのみ外乱を入力した場合にも、もう一方の支持部が同位相で振動する様子が見られる。これは従来の並列多重磁気浮上系においても見られた特性であり、この系において並列多重磁気浮上が実現されていることを示すものである。振幅比は第 1 支持部に比べて第 2 支持部が 10 % 程度大きい。電磁石の接続は、制御電流が正の

Fig. 4 Block diagram of the control system. The controller is constructed based on the state equation given by Eq. (33).

Table 2 Feedback gains in measuring step responses.

Parameters	$p_d^{(1)}$ [A/m]	$p_v^{(1)}$ [As/m]	$p_d^{(2)}$ [A/m]	$p_v^{(2)}$ [As/m]
Value	3.15×10^3	20	-1.35×10^3	-25

(a) Displacement of the 1st suspended point

(b) Displacement of the 2nd suspended point

(c) Control current

(d) Disturbance

Fig. 5 Step responses. Both suspended points move in the same direction as the disturbance even though it acts second suspended point solely.

ときに上向きの力が増加する方向となるように結線してあるため、浮上体の変位に合わせて制御電流が平衡状態を保つように変化していることが確認できる。また外乱は上向きの力が正となるように定義しており、入力された外乱と同じ向きに浮上体の変位していることが分かる。以上のことから、表2に示されるような正帰還を含んだコントローラであっても、この系は正の剛性を持つことが分かる。しかしながら、ステップ応答では行き過ぎ量が大きく減衰特性がそれほどよくないことがわかる。これを改善するにはフィードバックゲインをより大きくすればよいが、実際にはこれ以上大きくすると、コイルから高い音が発生するようになる。さらに、上側に変位するときと下側に変位するときの応答に差があり、上側の振動が速く減衰する様子が見られる。これは、浮上位置の変化によって電磁石特性係数が変化し、浮上体の運動特性が変化しているものと推察される。

4・3 周波数応答

第2支持部の外乱用電磁石に正弦波状の信号を入力し、外乱に対する各磁気支持部の変位に関する周波数応答を取得した。外乱の振幅は10 mNとなるように電流を調節した。用いたフィードバックゲインを表3に、応答を図6に示す。ゲイン線図では、外乱1 Nに対して変位1 mmとなることを0 dBと定義している。本システムは2次系であるため、7.3 Hz及び27.3 Hzに二つの共振周波数を持つ。ゲイン線図より、一つ目の共振周波数では各応答に差は見られないが、二つ目の共振周波数では第1支持部の応答に比べて第2支持部が12 dB低くなっていることが分かる。位相線図に着目すると、どちらの支持部も共振の影響により180 degの位相遅れが2度発生していることがわかる。また、外乱に対する各支持部の応答は30 Hz以下の低い周波数帯域では同位相となっていることが観測された。これは、各コイルに流れる電流が、常に同位相であることに起因すると考えられる。以上

Table 3 Feedback gains in measuring frequency responses.

Parameters	$p_d^{(1)}$ [A/m]	$p_v^{(1)}$ [As/m]	$p_d^{(2)}$ [A/m]	$p_v^{(2)}$ [As/m]
Value	2.8×10^3	2	-1.1×10^3	-2

Fig. 6 Frequency responses. The response of each displacement (X_n) to disturbance (W) are shown. This system has two resonant frequency in 7.3 Hz and 27.3 Hz. At the second peak, the gain of $X2/W$ is 12 dB less than that of $X1/W$. In addition, in a low-frequency region, both suspended points vibrate in common phase with respect to the disturbance.

のことから、一つ目の共振周波数付近ではほぼ回転運動を伴わない並進運動となっており、二つ目の共振周波数付近では並進運動及び同周期の回転運動が重なりあって振動していると推察される。すなわち、実際には回転運動によって各支持部が逆位相となるモードが発生していても、同時に並進運動を伴っていることで、各支持部の運動は変位センサから見ると同位相となっているように見えると考えられる。なお、30 Hz 付近で位相に差が始めるが、このときのゲインから変位は 1 μm 以下となっていることから、今回の実験構成ではこの領域の周波数応答を正確に測定できていないものと判断した。より高周波での測定は今後の課題となっている。

5. 結 言

単一の浮上体の多自由度の運動を制御するシステムに並列多重磁気浮上を適用した。2 自由度磁気浮上系のモデルを対象として理論解析を行い、並列多重磁気浮上を適用したときの可制御条件を導出した。鉛直並進方向及び水平軸周りの回転運動を差動型電磁石で制御する 2 自由度磁気浮上装置を製作し、浮上を実現した。本装置における第 2 支持部の外乱用電磁石を用いてステップ応答及び周波数応答を取得し、低周波の調和外乱に対して二つの支持部が同位相で振動することがわかった。

文 献

- Beams, J. W., Magnetically suspended vacuum-type ultracentrifuge, Review of Scientific Instruments, Vol.22, No.2 (1951), pp.77-80.
- Henrikson, C. H., Lyman, J. and Studer, P. A., Magnetically suspended momentum wheel for spacecraft stabilization, AIAA 12th Aerospace Sciences Meeting, No. 74-128 (1974), pp. 1-9.
- Masuzawa, T., Onuma, H., Kim, S. J. and Okada, Y., Magnetically suspended centrifugal blood pump with a self-bearing motor, ASAIO Journal, Vol.48 (2002), pp.437-442.
- 水野毅, 高崎正也, 石野裕二, 多重式磁気浮上システムの開発 (第 1 報: 基本構想), 日本機械学会論文集 C 編, Vol.76, No.761 (2010), pp.76-83.
- Morishita, M., Azukizawa, T., Kanda, S., Tamura, N. and Yokoyama, T., A new maglev system for magnetically levitated carrier system, IEEE Transactions on Vehicular Technology, Vol. 38, No. 4 (1989), pp.230-236.
- 成澤慶宜, 高崎正也, 石野裕二, 水野毅, 電圧制御型並列接続式並列二重磁気浮上におけるゼロパワー制御の実現, モータドライブ/リニアドライブ合同研究会電気学会研究会資料, MD-12-063~077 (2012), pp. 75-78.
- Nishimura, K., Mizuno, T., Takasaki, M. and Ishino, Y., Realization of voltage-controlled parallel magnetic suspension system, Proceedings of the 20th MAGDA Conference (2011), pp.79-84.
- 岡宏一, 中村豪太, 岡崎大洋, 鶴見輝, 孫鳳, 可変磁路制御形 2 自由度浮上機構—2 つの鉄球の浮上と棒の浮上における考察, 第 54 回自動制御連合講演会講演論文集 (2011), pp.1268-1271.
- Sabnis, A. V., Dendy, J. B. and Shumitt, F. M., A magnetically suspended large momentum wheel, Journal of Spacecraft and Rockets, Vol.12, No.7 (1975), pp.420-427.
- 櫻田巧, 水野毅, 高崎正也, 石野裕二, 多重式磁気浮上システムの開発 (第 2 報: 並列 2 重磁気浮上の実現), 日本機械学会論文集 C 編, Vol.77, No.779 (2011), pp.119-129.
- 孫鳳, 岡宏一, 円盤磁石を用いた可変磁路制御機構による磁気浮上 (二つの鉄球同時浮上実験), 日本機械学会論文集 C 編, Vol.78, No.792 (2012), pp.2771-2780.
- 電気学会 磁気浮上応用技術調査専門委員会 編, 磁気浮上と磁気軸受(1993), pp.34-36.

References

- Beams, J. W., Magnetically suspended vacuum-type ultracentrifuge, Review of Scientific Instruments, Vol.22, No.2 (1951), pp.77-80.
- Henrikson, C. H., Lyman, J. and Studer, P. A., Magnetically suspended momentum wheel for spacecraft stabilization, AIAA 12th Aerospace Sciences Meeting, No. 74-128 (1974), pp. 1-9.
- Masuzawa, T., Onuma, H., Kim, S. J. and Okada, Y., Magnetically suspended centrifugal blood pump with a self-bearing motor, ASAIO Journal, Vol.48 (2002), pp.437-442.
- Mizuno, T., Takasaki, M. and Ishino, Y., Multiple magnetic suspension systems (1st report: Basic concepts and theorems),

- Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, Vol.76, No.761 (2010) pp.76-83 (in Japanese).
- Morishita, M., Azukizawa, T., Kanda, S., Tamura, N. and Yokoyama, T., A new maglev system for magnetically levitated carrier system, IEEE Transactions on Vehicular Technology, Vol. 38, No. 4 (1989), pp.230-236.
- Narisawa, Y., Takasaki, M., Ishino, Y. and Mizuno, T., Realization of zero-power control in a voltage-controlled double parallel suspension system with parallel connection, The paper of Technical Meeting on MD IEE Japan, MD-12-063~077 (2012), pp. 75-78 (in Japanese).
- Nishimura, K., Mizuno, T., Takasaki, M. and Ishino, Y., Realization of voltage-controlled parallel magnetic suspension system, Proceedings of the 20th MAGDA Conference (2011), pp.79-84.
- Oka, K., Nakamura, G., Okazaki, T., Tsurumi, A. and Sun, F., Magnetic suspension system using variable flux path control mechanism – Study of simultaneous 2 ball system and stick type object system – , The 54th Japan Joint Automatic Control Conference (2011), pp.1268-1271 (in Japanese).
- Sabnis, A. V., Dendy, J. B. and Shumitt, F. M., A magnetically suspended large momentum wheel, Journal of Spacecraft and Rockets, Vol.12, No.7 (1975), pp.420-427.
- Sakurada, T., Mizuno, T., Takasaki, M. and Ishino, Y., Multiple magnetic suspension systems (2nd report: realizing double parallel magnetic suspension), Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, Vol.77, No.779 (2011), pp.119-129 (in Japanese).
- Sun, F. and Oka, K., Magnetic suspension using variable flux path control mechanism with permanent magnet (Simultaneous suspension experiment of two iron balls), Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, Vol.78, No.792 (2012), pp.2771-2780 (in Japanese).
- The Magnetic Levitation Technical Committee of The Institute of Electrical Engineers of Japan ed., Magnetic Suspension Technology —Magnetic Levitation Systems and Magnetic Bearings— (1993), pp.34-36 (in Japanese).