電気めっき加工におけるめっき膜厚分布均一化のための
遮蔽物のトポロジー最適化石塚 尚子^{*1}, 野口 悠暉^{*2}, 山田 崇恭^{*2}, 泉井 一浩^{*2}, 西脇 眞二^{*3}

Topology optimization for unification deposit thickness on electroplating process

Naoko ISHIZUKA^{*1}, Yuki NOGUCHI^{*2}, Takayuki YAMADA^{*2}, Kazuhiro IZUI^{*2}
and Shinji NISHIWAKI^{*3}^{*1} IHI Corporation¹ Shin-Nakahara-Cho, Isogo-ku, Yokohama-shi, Kanagawa 235-8501, Japan^{*2,*3} Department of Mechanical Engineering and Science, Kyoto University

C3 Kyotodaigaku-katsura, Nishikyo-ku, Kyoto-shi, Kyoto 615-8540, Japan

Received: 25 April 2017; Revised: 27 June 2017; Accepted: 9 August 2017

Abstract

The uniformity of deposition thickness in electroplating processes is vital to the realization of desirable surface qualities of many products. The thickness distribution of deposits varies according to numerous factors, such as the arrangement and shapes of auxiliary cathodes, anodes and shields, and the detailed configuration of the plating process. In recent years, computer analyses such as the Finite Element Method (FEM) have become widespread. Such analytical tools can predict thickness distributions, search for optimal process configurations, and avoid production problems, to some extent, but the selection of the most effective analytical conditions still depends on skilled analysts. This study presents a topology optimization method to achieve uniform deposition thickness, applied to the design of the shields placed in an electroplating bath. The proposed method uses level set boundary expressions and the FEM to analyze the electrochemical field. The Kreisselmeier-Steinhauser (KS) function for the current density distribution on a cathode is employed as an objective function, since current density is nearly proportional to the thickness of the resulting electroplating. The magnitude of the current density on the cathode is set as a constraint so that it does not fall below a certain value, to avoid lengthy plating times that would occur if the current density were too low. Numerical examples are presented to confirm the utility of the proposed method and the results demonstrate that the proposed method can obtain appropriate shapes and arrangements of shields.

Key words : Topology optimization, Thickness unification, Electroplating, Finite element method, Level set method

1. 背景

工業製品において、めっき加工は装飾のみならず防食・表面硬化、摩擦緩和などの機能を付与するための表面加工として、自動車や電化製品、建築材料など多くの製品の製造に欠かせない工程である。特に電気めっきは様々な金属に数 mm 程度の成膜ができるため、広い用途で用いられている。

電気めっきは被めっき物の構造や電極との距離、めっき槽の寸法などにより電流密度の疎密ができ、膜厚にばらつきが生じる。このばらつきは機能や寸法精度に影響するため、めっきの膜厚均一化を図る必要がある。従来

No.17-00185 [DOI:10.1299/transjsme.17-00185], J-STAGE Advance Publication date : 22 August, 2017

^{*1} 正員, (株) IHI (〒235-8501 神奈川県横浜市磯子区新中原町 1)

^{*2} 正員, 京都大学大学院工学研究科 (〒615-8540 京都府京都市西京区京都大学桂 C3)

^{*3} 正員, フェロー, 京都大学大学院工学研究科

E-mail of corresponding author: naoko_ishizuka@ihi.co.jp

の生産現場では補助電極や遮蔽板の形状や配置を作業者や技術者の経験や試行錯誤をもとに工夫することで改善を行ってきた。

こうした電極や遮蔽物の配置問題は電気めっきに限らず防食や電鍍、電着塗装といった分野でも共通の課題であり、近年では有限要素法や境界要素法などの計算手法を用いた検討がなされている。例えば、カソード防食における最適な電流密度と電極の位置を境界要素法を用いた感度解析により求める手法 (Aoki and Amaya, 1997) や、電鍍のアノード形状をパラメトリックに求める手法 (Yang et al., 2008)、その他、スロットのある遮蔽物の配置 (John et al., 1999)、通電条件 (Poroch-Seritan et al., 2011)、電極の配置や攪拌速度 (Oh, 2004)、アルミニウム精錬における電解槽の寸法 (Blais et al., 2013) を設計パラメータとした最適設計法などが提案されている。しかしながら、いずれの方法も、初期構造が得られる最適設計解に大きな影響を与えるため、抜本的な性能改善に至っていないのが現状である。

他方、抜本的に配置や形状を変更できる方法として、トポロジー最適化の利用が考えられる。トポロジー最適化は、外形形状だけではなく孔の数などの構造の形態をも変更可能とし、より高性能なめっきの実現が期待できる。これまでトポロジー最適化は、剛性最大化問題 (Bendsøe and Kikuchi, 1988) や固有振動数最大化問題 (Diaz and Kikuchi, 1992) など、多くの構造問題を中心に適用されてきた。近年では、流体 (Yaji et al., 2014)、音 (Isakari et al., 2014)、電磁波など、様々な物理問題への展開が報告されてきたが、電気めっきを対象としたトポロジー最適化の研究例は無い。

トポロジー最適化には、SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization) 法に基づく手法 (Bendsøe and Sigmund, 1999) や均質化に基づく手法 (Bendsøe and Kikuchi, 1988) があるが、得られる形状は明確な外形形状を表現できないため、最適化の過程で設計領域内に生成する境界は問題設定に限られる。一方、近年新しい構造最適化の方法として提案されているレベルセット法に基づく構造最適化は、明確な境界が存在するため、設計境界上に、様々な境界条件を課することが可能になる。しかしながら、従来までに提案されているレベルセット法に基づく手法 (Allaire et al., 2004) は、外形形状感度に基づいて設計変数を更新する、いわゆる形状最適化の方法であるため、設計領域に孔が創出されるような形態変更が許容されない。これに対して、山田らは、レベルセット関数による形状表現を行いながら、境界移動と形態変更とを可能としたトポロジー最適設計法を提案している (山田, 2009)(Yamada, 2010)。この方法では、反応拡散方程式とトポロジー導関数に基づきトポロジー最適化を行うため、トポロジーの自由な変更が可能である。また、最適形態が初期設計形態への依存性が小さい利点もある。電極や補助電極、被めっき物上では電気化学的分極が起きているため、複雑な境界条件となることが多い。レベルセット法に基づく構造最適化ではこのような境界条件の位置や形状の変更のような問題も解決できる。

本論文では、遮蔽物の形状・配置を求める手段として Yamada ら (山田, 2009)(Yamada, 2010) が提案するレベルセット法に基づくトポロジー最適化を導入し、方法論の構築を行う。2章では、めっき槽の電流分布をラプラス方程式として定式化し、レベルセット法に基づく被めっき物の電流密度均一化問題の定式化を行う。3章では、数値実装法と最適化アルゴリズムについて述べる。最後に数値解析例を示し、本研究の妥当性の検証を行う。

2. 定 式 化

2-1 電気めっきの原理

電気めっきの例としてクロムめっきの電極反応のモデルを図1に示す。めっき槽内に陰極となる被めっき物と陽極電極を配置し、外部から過電圧を与えることでめっき加工がなされる。電解液としてはクロム酸 (H_2CrO_4) を基本組成とし、硫酸などの触媒を用いたものが用いられる。陽極には鉛合金が用いられている。陰極での電解反応は次の通りである。(渡辺, 1999)

こうして還元された金属イオンが被めっき物表面に成膜する。被めっき物の形状や電極との位置関係により電流密度の疎密が生じ、膜厚分布に影響する。尖形部分には電流の集中によりバリが発生し、加工時間の経過とともに

に電流の集中をますます大きくなる．

凹形部分には電流が流れにくいいためめっきがつきにくい．尖形部分には遮蔽物で電流を阻害したり補助陰極を配置して電流を弱めたりし，凹形部分には補助陽極を配置する．遮蔽物や電極の設計や配置は，被めっき物の形状から電流密度分布を予想し，電極が短絡しないことや電極付近で発生する気体の抜けを阻害しないこと，補助電極や遮蔽物の加工性などを考慮しながら被めっき物ごとに決定する．しかし，被めっき物の電流密度分布を形状から推測することは困難であり，遮蔽物や電極の設計や配置をする際に問題となる．

Fig. 1 Electrolytic reactions in chromium plating.

2.2 めっき槽の数値解析モデル

金属析出量と電気量の関係はファラデーの法則にしたがうため，電流密度 j [A/m²] で時間 T [s] 電解したときのイオン種金属 i のめっき膜厚 δ_i は次式で与えられる．

$$\delta_i = \frac{M_i}{F z_i \rho_i} \int_0^T j dt \quad (3)$$

M は原子量 [kg/mol]， F はファラデー定数 [C/mol]， z はイオン価数， ρ は密度 [kg/m³] である．めっき槽の電解液中の電流密度 j は Nernst-Planck 方程式より式 (4) で与えられる．(Lou and Huang, 2006)

$$j = -F^2 \nabla \phi \sum_i z_i^2 u_i c_i - F \sum_i z_i D_i \nabla c_i \quad (4)$$

ここで， u_i は移動度 [m²/(V·s)]， ϕ は電位 [V]， c_i はイオン濃度 [mol/m³]， D_i は拡散係数 [m²/s] である．第1項が電位の勾配，第2項が濃度の勾配による影響を示している．

電気めっき加工において電極表面における濃度勾配がある場合，水素の発生がおこり，めっきに“くもり”や“焦げ”が生じるため好ましくない．このため，液の温度をあげたり，攪拌したりして濃度勾配を小さくする．拡散層の厚みは電解液の流れが自然対流による場合 0.5mm 以下と言われており，十分に流れが速い場合はそれ以下となり電極寸法に比べて著しく小さく無視できる (小原, 1999)．本検討では十分濃度が均一である条件を想定し，濃度勾配を無視して過電圧を境界条件に与えたラプラス方程式とする二次電流分布を用いることにする．したがって電気伝導度を $\kappa = F^2 \sum_i z_i^2 u_i c_i$ とおけば，式 (4) は，

$$j = -\kappa \nabla \varphi \quad (5)$$

となる．電解液中の電位は，電荷保存則にしたがい，

$$\nabla \cdot j = 0 \quad (6)$$

が成り立つ．したがってラプラス方程式が成り立つ．

$$\nabla \cdot (-\kappa \nabla \varphi) = 0 \quad (7)$$

アノード表面を Γ_a ，カソード表面を Γ_c ，めっき槽壁や遮蔽物による絶縁体の境界を Γ_n とすると，境界条件は次式のようになる．

$$\begin{cases} \varphi = V_a + \eta_a(j) & \text{on } \Gamma_a \\ \varphi = V_c - \eta_c(j) & \text{on } \Gamma_c \\ j = -\kappa \frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0 & \text{on } \Gamma_n \end{cases} \quad (8)$$

V は平衡電位， η は過電圧， n は境界上の外向き法線単位ベクトルを示す．過電圧と電流の関係は複雑である (井川, 1971) が，ここでは， $\eta_a = a_0 + a_1 j$ ， $\eta_c = b_0 - b_1 j$ の式で近似可能な範囲を対象とする．式 (7)(8) を弱形式で表すと次式のようになる．

$$G_\varphi(\varphi, \tilde{\varphi}) = \int_{\Gamma_a} j \tilde{\varphi} d\Gamma_a + \int_{\Gamma_c} j \tilde{\varphi} d\Gamma_c - \int_{\Omega} (-\kappa \nabla \varphi) \cdot \nabla \tilde{\varphi} d\Omega = 0 \quad (9)$$

2.3 最適化の定式化

式 (5) では十分濃度が均一である条件を想定し，濃度勾配を無視して電気伝導度 κ を定数としている．電極と被めっき物は短絡を防ぐためにある程度の距離を開ける必要があるため，膜厚成長に伴う電極との距離の変化は無視し得るほど小さく，したがって電場の経時変化も無視できる．このため，被めっき物表面のめっき膜厚均一化の問題を，定常解析による被めっき物上の電流密度均一化の問題に置き換えることができる．被めっき物上のすべての点での電流値に制約条件をかけることは容易ではないこと，局所的に微分不可能となる問題を回避する必要があることから，KS (Kreisselmeier-Steinhauser) 関数 (Kreisselmeier and Steinhauser, 1979) を導入する．

$$F_{obj}(\varphi) = \frac{1}{\mu} \ln \int_{\Gamma_c} \exp \left[\left(\frac{j}{\bar{j}} - 1 \right)^2 \mu \right] d\Gamma \quad (10)$$

ここでパラメータ $\mu > 0$ を十分に大きな値に設定した場合，被めっき物上の電流密度の最大値 j_{max} とすると， $F_{obj}(\varphi)$ は $\int_{\Gamma_c} \left[\left(\frac{j_{max}}{\bar{j}} - 1 \right)^2 \right] d\Gamma$ と等価である． μ が大きな値をとると，最大値を強調することができる． $\bar{j}$ は被めっき物上の平均電流密度 ($= \int_{\Gamma_c} j d\Gamma / \int_{\Gamma_c} d\Gamma$) である．被めっき物上の電流は電解液から被めっき物に向かう方向を正としたとき，めっき膜が生成されるには正の値を取らなければならない．効率的な加工を行うためには規定以上の電流値を用いたため，次式のような制約条件を与える．

$$G(\varphi) = \frac{\int_{\Gamma_c} j^2 d\Gamma}{\int_{\Gamma_c} d\Gamma} - I_{const} \geq 0 \quad (11)$$

I_{const} は被めっき物上における平均電流密度の閾値である．加工時間などを考慮し適切な値を決める必要がある．以上より，被めっき物の膜厚均一化問題は式 (11) を満足し式 (10) を最小とする遮蔽物の形状や配置を求める問題に帰着される．

2.4 レベルセット法に基づくトポロジー最適化

レベルセット関数による形状表現を用いたトポロジー最適化では，設計する物体の存在が許容される固定領域 D （以下，固定設計領域）における物体により占められている領域 Ω （以下，物体領域）と境界 $\partial\Omega$ を，レベルセット関数 $\phi(x)$ により表現する．

Fig. 2 Schematic representation of an electrolytic cell. The hatched area represents electrolyte.

$$\begin{cases} 0 < \phi(x) \leq 1 & \text{if } \forall x \in \Omega \setminus \partial\Omega \\ \phi(x) = 0 & \text{if } \forall x \in \partial\Omega \\ -1 \leq \phi(x) < 0 & \text{if } \forall x \in D \setminus \Omega \end{cases} \quad (12)$$

ここで x は固定設計領域内の位置を示す．本研究の場合，図2のようにめっき槽から被めっき物や電極を除いた領域を D ，電解液が占める領域を Ω ，遮蔽物が占める領域を $D \setminus \Omega$ とおく．電解液の領域 Ω において定義されたラプラス方程式 (7) を固定設計領域 D へ拡張するために，レベルセット関数を用いて次式の電気伝導度を定義する．

$$\kappa_\phi = \chi_\phi \kappa \quad (13)$$

ここで， χ_ϕ は，固定設計領域 D において電解液が占める領域を Ω と遮蔽物が占める領域を $D \setminus \Omega$ を判別する特性関数であり，次式で与えられる．

$$\chi_\phi = \begin{cases} 1 & \text{if } \phi \geq 0 \\ 0 & \text{if } \phi < 0 \end{cases} \quad (14)$$

ヘビサイト関数 $H(\phi)$ を用いて，特性関数は次のように表現できる．

$$\chi_\phi = H(\phi) \quad (15)$$

レベルセット関数を用いた電気伝導度 κ_ϕ を用いると，最適化問題は次のようになる．

$$\inf_{\phi} \quad F_{obj}(\phi) = \int_{\Gamma} f(\phi) d\Gamma \quad (16a)$$

$$\text{subject to} \quad G_{\phi}(\phi, \tilde{\phi}, \phi) = \int_{\Gamma_a} j\tilde{\phi} d\Gamma_a + \int_{\Gamma_c} j\tilde{\phi} d\Gamma_c - \int_{\Omega} (-\kappa_{\phi} \nabla \phi) \cdot \nabla \tilde{\phi} d\Omega = 0 \quad (16b)$$

$$G(\phi) \geq 0 \quad (16c)$$

しかし、この最適化問題は、特性関数が無限小の間隔で 1, 0 と交互に並ぶ不連続点が存在することを許容するため、不適切問題であるこのため、著者らの研究グループでは、正則化のための新たな項を目的汎関数に加える方法を提案している (山田, 2009)(Yamada, 2010)。この方法の基本的な考え方は、次式に示すように、目的汎関数とレベルセット関数の勾配の大きさによって表現される仮想的な界面エネルギーとの和への置き換えである。

$$F_R = F_{obj}(\phi) + R_{\tau}(\phi) \quad (17)$$

ここで F_R は正則化された目的汎関数、 $R_{\tau}(\phi)$ は正則化項であり、正則化係数 τ を用いて次式により定義される。

$$R_{\tau}(\phi) = \int_{\Omega} \frac{1}{2} \tau |\nabla \phi(x)|^2 d\Omega \quad (18)$$

正則化係数 τ は仮想的な界面エネルギーの大きさの寄与度を決定するパラメータである。仮想的な界面エネルギーは周囲長が短いほど小さな値をとるため、正則化係数が大きいほど、周囲長の短い単純な構造形態が得られる。逆に正則化係数が小さいほど仮想的な界面エネルギーの影響が効かなくなるため、周囲長の長い複雑な構造形態が得られる。つまり、式 (17) 第 2 項は陰的な周長制約とみなすことができる。したがって、正則化係数の設定値により、最適構造の幾何学的な複雑さの定性的な設定が可能となる。詳細は文献 (山田, 2009) を参照されたい。

2.5 最適化法

最適化問題をラグランジュ未定乗数法を用いて無制約問題に置き換えると 2.4 節の最適化問題は次式となる。

$$\inf_{\phi} \quad \overline{F_R}(\phi, \tilde{\phi}, \phi) = F_R(\phi) + G_{\phi}(\phi, \tilde{\phi}, \phi) + \lambda G(\phi) \quad (19)$$

ここで $\overline{F_R}$ はラグランジアン、 λ はラグランジュ未定乗数である。KKT (Karush-Kuhn-Tucker) 条件は次式で与えられる。

$$\frac{\partial \overline{F_R}}{\partial \phi} = 0, \quad G_{\phi}(\phi, \tilde{\phi}, \phi) = 0, \quad \lambda G(\phi) = 0, \quad \lambda \leq 0, \quad G(\phi) \geq 0 \quad (20)$$

KKT 条件を満たすときのレベルセット関数 ϕ が最適解の候補になるが、直接求めることは困難である。そこで、レベルセット関数に適当な初期値を与え、仮想時間 t_v を導入することにより、最適化問題をレベルセット関数 ϕ に関する以下の時間発展問題に置き換える。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t_v} = -K(\phi) \frac{\partial \overline{F_R}}{\partial \phi} \quad (21)$$

ここで、 $K(\phi)$ は比例定数であり、時間発展の駆動力が式 (19) のラグランジアンレベルセット関数 ϕ に関する勾配に比例すると仮定している。境界条件として、電極として指定する境界は電解液と接している必要があるためディリクレ境界条件を与え、その他の境界には固定設計領域の外部からの干渉がないことを表現するためにノイマン境界条件を与える。以上より、反応拡散方程式を得る。

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial t_n} = -K(\phi) \frac{\partial \bar{F}_R}{\partial \phi} & \text{in } D \\ \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 & \text{on } \partial\Omega \setminus \Gamma_a, \Gamma_c \\ \phi(x) = 1 & \text{on } \Gamma_a, \Gamma_c \end{cases} \quad (22)$$

式 (22) より、最適構造を表すレベルセット関数 ϕ を求める。第 1 式を時間的に離散化し、微小時間を δt とすれば、これは重みを $K(\phi)\delta t$ とする最急降下法と同等である。反応拡散方程式とすることで第 2, 3 式に示す既知の境界条件と平滑性を保つことができる。

3. 数 値 実 装 法

3.1 最適化の手順

最適化は以下のような手順で行われる。

1. めっき槽の解析領域、固定設計領域を設定し、適当なレベルセット関数 ϕ の初期値を与える。
2. 有限要素法を用いて状態場の定常解析を行い、目的汎関数値を算出する。
3. 目的汎関数値が収束していれば最適設計解が得られたと判断し、最適化を終了する。収束していなければ 4. に行く。
4. 有限要素法を用いて随伴場の解析を行い、設計感度を算出する。
5. 設計感度を用いてレベルセット関数を更新し、2. に戻る。

以上の手続きを繰り返し、最適構造の候補を示すレベルセット関数値を得る。

3.2 感度解析

次に、レベルセット関数の時間発展方程式の更新に必要なラグランジアン設計感度を随伴変数法を用いて導出する。

$$\delta \bar{F} = F_{obj}(\delta \phi) + R_\tau(\delta \phi) + G_\phi(\delta \phi, \tilde{\phi}, \phi) + G_\phi(\phi, \delta \tilde{\phi}, \phi) + G_\phi(\phi, \tilde{\phi}, \delta \phi) + \lambda G(\delta \phi) \quad (23)$$

ここで、 $\delta \tilde{\phi}$ については、支配方程式 (9) が任意の随伴変数に対して成り立つため、次式が成り立つ。

$$G_\phi(\phi, \delta \tilde{\phi}, \phi) = 0 \quad (24)$$

次に、 $\delta \phi$ が相殺されるように、随伴変数を次式により定義する。

$$\begin{aligned} & F_{obj}(\delta \phi) + G_\phi(\delta \phi, \tilde{\phi}, \phi) + \lambda G(\delta \phi) \\ &= \frac{\int_{\Gamma_c} \frac{2}{j} \exp \left[\left(\frac{j}{j} - 1 \right)^2 \mu \right] \left(\frac{j}{j} - 1 \right) \delta j d\Gamma}{\int_{\Gamma_c} \exp \left[\left(\frac{j}{j} - 1 \right)^2 \mu \right] d\Gamma} + 2\lambda \frac{\int_{\Gamma_c} j \delta j d\Gamma}{\int_{\Gamma_c} d\Gamma} + \int_{\Gamma_a} \delta j \tilde{\phi} d\Gamma_a + \int_{\Gamma_c} \delta j \tilde{\phi} d\Gamma_c - \int_D (-\kappa_\phi \nabla \delta \phi) \cdot \nabla \tilde{\phi} d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

ただし, 境界条件の式 (8) より,

$$\begin{cases} \delta j = \frac{1}{a_1} \delta \varphi & \text{on } \Gamma_a \\ \delta j = \frac{1}{b_1} \delta \varphi & \text{on } \Gamma_c \end{cases} \quad (26)$$

したがって, ラグランジアン之感度は次のように導出できる.

$$\delta \bar{F}_R = G_\varphi(\varphi, \tilde{\varphi}, \delta \varphi) + R_\tau(\delta \varphi) = - \int_D \delta \varphi [(-\kappa_\phi \nabla \varphi) \cdot \nabla \tilde{\varphi} - \tau \nabla^2 \varphi] d\Omega \quad (27)$$

$$\frac{\partial \bar{F}_R}{\partial \varphi} = - [(-\kappa_\phi \nabla \varphi) \cdot \nabla \tilde{\varphi} - \tau \nabla^2 \varphi] \quad (28)$$

以上の結果から, レベルセット関数の更新に関する時間発展方程式は次式となる.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t_v} = -K(\phi) [(-\kappa_\phi \nabla \varphi) \cdot \nabla \tilde{\varphi} - \tau \nabla^2 \varphi] \quad (29)$$

なお, κ_ϕ はヘビサイド関数 $H(\phi)$ を含むため式 (9) は解不定となる. これを避ける為, 空洞領域で正の微小値 $d > 0$, 物体領域で 1 をとり, 境界近傍の幅 l の区間において連続的に分布する次の近似式 $H_a(\phi)$ を用いる.

$$H_a(\phi) = \begin{cases} d & (\phi < -l) \\ \left\{ \frac{1}{2} + \frac{\phi}{l} \left[\frac{15}{16} - \frac{\phi^2}{l^2} \left(\frac{5}{8} - \frac{3}{16} \frac{\phi^2}{l^2} \right) \right] \right\} (1-d) + d & (-l \leq \phi \leq l) \\ 1 & (l < \phi) \end{cases} \quad (30)$$

4. 数 値 解 析 例

数値解析例により本研究で提案する手法の有効性を検討する. 本研究で提唱する方法論の妥当性及び有効性を検証するため, 数値例を 2 種類示す.

4.1 平板形状モデル

簡単のため図 3 のような解析モデルを設定する. めっき槽は $0.8\text{m} \times 0.4\text{m}$ の矩形で, 上下の辺に陽極電極 Γ_a , 中央に被めっき物 Γ_c を設置する. 陽極電極の過電圧を $\eta_a = 5 \times 10^{-5} \text{V}$, 被めっき物の過電圧を $\eta_c = 0.04 + 0.003i \text{V}$, 電解液の電気伝導度 $\kappa = 50 \text{S/m}$ とする. 設計パラメータは $\mu = 1, \tau = 10^{-4}, K(\phi) = 1, t_v = 0.02$ とした. めっきの成膜を阻害しないため, 被めっき物周辺を非設計領域 (遮蔽物の配置を許容せず電解液で満たす領域) とする. それ以外の領域 (斜線部) を設計領域 (電解液の中に遮蔽物の配置を許容する領域) とする. 被めっき物の平均電流密度制約値を $I_{const} = 120, 140 \text{A/m}^2$ とした 2 通りで解析を行った.

図 4 に最適構造を示す. 黒い部分が電解液で満たされている部分, 灰色部分は遮蔽物が生成されている箇所である. 図 5 (a) は被めっき物上での電流密度分布, 図 5 (b) は式 (31) に示す被めっき物上での電流密度とその平均値の比 γ である.

$$\gamma = \frac{j}{\bar{j}} \quad (31)$$

$$\bar{j} = \int_{\Gamma_c} j d\Gamma / \int_{\Gamma_c} d\Gamma \quad (32)$$

図中の A,B,C,D の位置は図 3 に示す各点に対応している. 表 1 は収束状態での被めっき物上での電流密度の標準偏差の比較を示す.

Fig. 3 Model setting for plain plate problem. Cross-hatched area represents design domain D. Upper and lower anode surfaces are indicated by thicker top and bottom horizontal lines. The cathode workpiece is located at the center of the electrolytic cell. Separate boundary conditions are imposed on the anode and cathode surfaces, Γ_a and Γ_c , respectively.

Fig. 4 Optimum structures. Black areas represent electrolyte, gray areas represent shields.

Table 1 Standard deviation of ratio of current density distribution to average current density on the cathode

Initial structure	Optimum structure	
	$I_{const} = 120$	$I_{const} = 140$
0.0920	0.040	0.0824

端部への電流密度分布の集中を妨げるため、被めっき物の両端に遮蔽物が生成した。 $I_{const} = 120[\text{A}/\text{m}^2]$ の場合は $I_{const} = 140[\text{A}/\text{m}^2]$ の場合に比べ、大きな遮蔽物（灰色部分）となり電流が流れにくい状態になっていることがわかる。 $I_{const} = 140[\text{A}/\text{m}^2]$ の場合、絶対値を大きくするために遮蔽物は小さくなり、被めっき物の各辺中央部での露出部分が拡大した。表 1 より最適構造は $I_{const} = 120, 140[\text{A}/\text{m}^2]$ のどちらの場合も初期構造よりも電流密度分布のばらつきは小さくなっているが、 $I_{const} = 140[\text{A}/\text{m}^2]$ の場合、その効果は小さくなっている。すなわち、電流密度の均一化をはかるには、めっき加工の効率は低下するが、電流密度制約値をできるだけ小さく設定した方がよいことがわかる。

4.2 凹形状モデル

遮蔽物は通常 4.1 節のような電流が局所的に集中する部位に用いるが、電流が局所的に流れにくくなる凹形状に対しても提唱する手法が妥当であるか確認するため、解析領域および設計領域を図 6 に示す場合について検討する。解析領域は $0.8\text{m} \times 0.4\text{m}$ の矩形で、上辺にアノードが、下辺にコの字型のカソードがある。アノードの過電圧、カソードの過電圧、電解液の電気伝導度は 4.1 節と同様とする。めっき槽周辺（図 6 斜線部）を設計領域（電

Fig. 5 Dotted vertical lines at a, b, c and d correspond to the locations referenced in Fig. 3. The solid plotted line represents the current density distribution on the cathode for the initial structure. Optimum structures with constraint $I_{const} = 120, 140 [\text{A}/\text{m}^2]$ are plotted with dotted and dashed curves, respectively. The current density variability of the optimum structures is smaller than that of the initial structure. As the current density on the cathode is increased, its variability increases.

溶液の中に遮蔽物を置いてよい領域)とし、めっき槽のカソード周辺を非設計領域(電解液のみ)とする。制約条件を $I_{const} = 40, 55 [\text{A}/\text{m}^2]$ とした2通りで解析を行った。

Fig. 6 Model setting for concave shape problem. Cross-hatched area represents design domain D. Upper anode surfaces are indicated by thicker top horizontal lines. The cathode workpiece is located on the thicker bottom horizontal and side lines. Separate boundary conditions are imposed on the anode and cathode surfaces, Γ_a and Γ_c , respectively.

図7に最適構造を示す。黒い部分が電解液で満たされている部分、灰色部分は遮蔽物が生成されている箇所である。図8(a)は被めっき物上での電流密度分布、図8(b)は被めっき物上での電流密度とその平均値の比 γ (式(31))を示す。図中のA,B,C,Dの位置は図6に示す各点に対応している。表2は収束状態での被めっき物上での電流密度の標準偏差の比較を示す。

端部や中央部に遮蔽物が生成し凹部に電流を通す形状となるが、 $I_{const} = 40 [\text{A}/\text{m}^2]$ の場合は $I_{const} = 55 [\text{A}/\text{m}^2]$ の場合より大きな遮蔽物(灰色部分)となり電流が流れにくい状態になった。 $I_{const} = 55 [\text{A}/\text{m}^2]$ の場合、絶対値を大きくするために遮蔽物は小さくなり、被めっき物の凹部や辺上における露出部分が拡大した。表1より最適構造は $I_{const} = 40, 55 [\text{A}/\text{m}^2]$ のどちらの場合も初期構造よりも電流密度分布のばらつきは小さくなっているが、 $I_{const} = 55 [\text{A}/\text{m}^2]$ の場合、その効果は小さくなっている。すなわち、電流度の均一化をはかるには、めっき加工の

Fig. 7 Optimum structures. Black areas represent electrolyte and the gray areas are shields.

Fig. 8 Dotted vertical lines at a, b, c and d correspond to the locations referenced in Fig. 6. The solid plotted line represents the current density distribution on the cathode for the initial structure. Optimum structures with constraint $I_{const} = 40, 55 [\text{A}/\text{m}^2]$ are plotted with dotted and dashed curves, respectively. The current density variability of the optimum structures is smaller than that of the initial structure. As the current density on the cathode is increased, its variability increases.

Table 2 Standard deviation of the ratio of the current density distribution to average of the current density on the cathode

Initial structure	Optimum structure	
	$I_{const} = 40$	$I_{const} = 55$
0.184	0.089	0.144

効率は低下するが、電流密度制約値をできるだけ小さく設定した方がよいことがわかる。電流密度のばらつきを低減する効果は4.1節の平板形状モデルの場合と同程度となった。

5. 結 言

本研究では、レベルセット法に基づくめっき膜厚分布均一化問題に関するトポロジー最適化手法を提案するとともに、本研究で提唱する方法論の妥当性及び有用性を検証した。得られた成果を以下に示す。

1. 被めっき物上のめっき膜厚均一化問題をラプラス方程式に帰着させることにより電流密度制約条件下における電流密度均一化問題として定式化し、レベルセット法によるトポロジー最適化手法を適用した。
2. 前記の定式化に基づき、状態場と随伴場の解析とレベルセット関数の更新に有限要素法を用いたトポロジー最適化アルゴリズムを構築した。

3. 数値例により, 本研究での提案手法の有用性を検証し, 制約条件とした被めっき物上の平均電流密度と目的関数とした電流密度分布均一性の関係について検討を行った. その結果, 平均電流密度の制約値が少ないときほど最適構造の遮蔽物は電流密度分布均一性に対する効果が高いことがわかった.
4. 電流密度の局所集中が問題となる平板モデルと電流密度が過疎になることが問題となる凹形状モデルに対して同様の最適化を実施したところ, どちらの形状に対しても最適構造の遮蔽物は電流密度分布均一性に対する効果が確認された.

なお, トポロジー最適化により求めた遮蔽物の最適構造は攪拌の流れを阻害することになり得るため, 攪拌により金属イオンの濃度が十分均一であるという仮定が成り立たなくなる恐れがある. 金属イオンの濃度勾配を考慮した三次電流分布を用いたトポロジー最適化は今後の課題とする.

文 献

- Allaire, G., Jouve, F. and Toader, A. M., Structural optimization using sensitivity analysis and a level-set method, *Journal of Computational Physics*, Vol. 194 (2004), pp.363–393.
- Aoki, S. and Amaya, K., Optimization of cathodic protection system by BEM, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 19, No. 2 (1997), pp.147–156.
- Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N., Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 71, No. 2 (1988), pp. 197–224.
- Bendsøe, M. P. and Sigmund, O., Material interpolation schemes in topology optimization, *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 69, No. 9, (1999), pp. 635–654.
- Blais, M., Désilets, M. and Lacroix, M., Optimization of the cathode block shape of an aluminum electrolysis cell, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 58, No. 1–2 (2013), pp.439–446.
- Diaz, A. R. and Kikuchi, N., Solutions to shape and topology eigenvalue optimization problems using a homogenization method, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 35, No. 7 (1992), pp.1487–1502.
- 井川進, クロムメッキ浴の陰極分極特性, *金属表面技術*, Vol. 22, No. 1 (1971), pp.17–21.
- Isakari, H., Kuriyama, K., Harada, S., Yamada, T., Takahashi, T. and Matsumoto, T., A topology optimisation for three-dimensional acoustics with the level set method and the fast multipole boundary element, *Mechanical Engineering Journal*, Vol. 1, No. 4 (2014), p. CM0039.
- John, S., Ananth, V. and Vasudevan, T., Improving the deposit distribution during electroforming of complicated shapes, *Bulletin of Electrochemistry*, Vol. 15, No. 5–6 (1999), pp.202–204.
- Kreisselmeier, G. and Steinhauser, R., Systematic control design by optimizing a vector performance index, *IFAC Symposium on Computer Aided Design of Control Systems*, Zurich, Switzerland (1979), pp.29–31.
- Lou, H. and Huang, Y., *Electroplating*, Encyclopedia of Chemical Processing (2006), p. 3, Taylor & Francis.
- Oh, YJ., Chung, SH. and Lee, MS., Optimization of thickness uniformity in electrodeposition onto a patterned substrate, *Materials Transactions*, Vol. 45, No. 10 (2004), pp.3005–3010.
- 小原勝彦, 電解槽の電流分布シミュレーション, *表面技術*, Vol.50, No.5 (1999), pp.416–420.
- Poroch-Seritan, M., Gutt, S., Gutt, G., Cretescu, I., Cojocaru, C. and Severin, T., Design of experiments for statistical modeling and multi-response optimization of nickel electroplating process, *Chemical Engineering Research and Design*, Vol. 89, No. 2 (2011), pp.136–147.
- 渡辺和夫, クロムめっき, *表面技術*, Vol.50, No.2 (1999), pp.149–154.
- Yaji, K., Yamada, T., Yoshino, M., Matsumoto, T., Izui, K. and Nishiwaki, S., Topology optimization using the lattice Boltzmann method incorporating level set boundary expressions, *Journal of Computational Physics*, Vol. 274 (2014), pp.158–181.
- 山田崇恭, 西脇眞二, 泉井一浩, 吉村允孝, 竹澤晃弘, レベルセット法による形状表現を用いたフェーズフィールド法の考え方に基づくトポロジー最適化, *日本機械学会論文集 A 編*, Vol. 75, No. 753 (2009), pp.550–558.
- Yamada, T., Izui, K., Nishiwaki, S. and Takezawa, A., A topology optimization method based on the level set method incorporating a fictitious interface energy, *computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol. 199, No.

45-48 (2010), pp.2876–2891.

Yang, JM., Kim, DH., Zhu, D. and Wang, K., Improvement of deposition uniformity in alloy electroforming for revolving parts, *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol. 48, No. 3-4 (2008), pp.329–337.

References

- Allaire, G., Jouve, F. and Toader, A. M., Structural optimization using sensitivity analysis and a level-set method, *Journal of Computational Physics*, Vol. 194 (2004), pp.363–393.
- Aoki, S. and Amaya, K., Optimization of cathodic protection system by BEM, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 19, No. 2 (1997), pp.147–156.
- Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N., Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 71, No. 2 (1988), pp. 197–224.
- Bendsøe, M. P. and Sigmund, O., Material interpolation schemes in topology optimization, *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 69, No. 9, (1999), pp. 635–654.
- Blais, M., Désilets, M. and Lacroix, M., Optimization of the cathode block shape of an aluminum electrolysis cell, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 58, No. 1-2 (2013), pp.439–446.
- Diaz, A. R. and Kikuchi, N., Solutions to shape and topology eigenvalue optimization problems using a homogenization method, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 35, No. 7 (1992), pp.1487–1502.
- Igawa, S., Cathodic polarization characteristics of chromium plating bath studies on chromium plating (part 2), *Journal of the Metal Finishing Society of Japan*, Vol. 22, No. 1 (1971), pp. 17–21 (in Japanese).
- Isakari, H., Kuriyama, K., Harada, S., Yamada, T., Takahashi, T. and Matsumoto, T., A topology optimisation for three-dimensional acoustics with the level set method and the fast multipole boundary element, *Mechanical Engineering Journal*, Vol. 1, No. 4 (2014), p. CM0039.
- John, S., Ananth, V. and Vasudevan, T., Improving the deposit distribution during electroforming of complicated shapes, *Bulletin of Electrochemistry*, Vol. 15, No. 5-6 (1999), pp.202–204.
- Kreisselmeier, G. and Steinhauser, R., Systematic control design by optimizing a vector performance index, *IFAC Symposium on Computer Aided Design of Control Systems*, Zurich, Switzerland (1979), pp.29–31.
- Lou, H. and Huang, Y., *Electroplating*, Encyclopedia of Chemical Processing (2006), p. 3, Taylor & Francis.
- Oh, YJ., Chung, SH. and Lee, MS., Optimization of thickness uniformity in electrodeposition onto a patterned substrate, *Materials Transactions*, Vol. 45, No. 10 (2004), pp.3005–3010.
- Ohara, K., Computer simulation of current distribution in electrolytic cells, *Journal of The Surface Finishing Society of Japan*, Vol.50 No.5, (1999), pp.416–420 (in Japanese).
- Poroch-Seritan, M., Gutt, S., Gutt, G., Cretescu, I., Cojocaru, C. and Severin, T., Design of experiments for statistical modeling and multi-response optimization of nickel electroplating process, *Chemical Engineering Research and Design*, Vol. 89, No. 2 (2011), pp.136–147.
- Watanabe, K., Chromium plating, *Journal of The Surface Finishing Society of Japan*, Vol.50 No.2, (1999), pp.149–154 (in Japanese).
- Yaji, K., Yamada, T., Yoshino, M., Matsumoto, T., Izui, K. and Nishiwaki, S., Topology optimization using the lattice Boltzmann method incorporating level set boundary expressions, *Journal of Computational Physics*, Vol. 274 (2014), pp.158–181.
- Yamada, T., Nishiwaki, S., Izui, K., Yoshimura, M. and Takezawa, A., A structural optimization method incorporating level set boundary expressions based on the concept of the phase field method, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.75, No.753 (2009), pp.550–558 (in Japanese).
- Yamada, T., Izui, K., Nishiwaki, S. and Takezawa, A., A topology optimization method based on the level set method incorporating a fictitious interface energy, *computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol. 199, No. 45-48 (2010), pp.2876–2891.
- Yang, JM., Kim, DH., Zhu, D. and Wang, K., Improvement of deposition uniformity in alloy electroforming for revolving parts, *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol. 48, No. 3-4 (2008), pp.329–337.