高い固有振動数を有する構造物における粒状体ダンパの減衰メカニズム (相対運動質量および回転運動質量の提案とそれらを用いた考察)

古賀 倫子^{*1}, 佐藤 太一^{*2}, 松野 隆太^{*3}, 蔭山 怜^{*3}

Damping mechanisms of vibration reduction system with granular materials for vibration system with high natural frequency (Proposal of “relative motion mass”, “rotating mass”, and their consideration)

Tomoko KOGA^{*1}, Taichi SATO^{*2}, Ryuta MATSUNO^{*3} and Rei KAGEYAMA^{*3}

^{*1,*2,*3} Department of Mechanical Engineering, Tokyo Denki University
5 Senju Asahi-cho, Adachi-ku, Tokyo 120-8551, Japan

Received: 15 May 2017; Revised: 18 August 2017; Accepted: 25 September 2017

Abstract

We investigated the damping mechanism of a granular material damping system applied to reducing vibration in structures that have a high natural frequency and small vibration displacement. Experiments were conducted under several conditions of total mass of granules. We also constructed a computational model of a single-degree-of-freedom vibration system with a granular material damper to study the mechanism of a granular material damping system. On the basis of the fundamental idea that the damping effect of a granular material damper is governed by the motion of the granules, we classified the granular materials as “relative motion mass” and “equivalent added mass” in the translational motion and as “rotating mass” and “not rotating mass” in the rotational motion and then considered the relationship of these mass classes to the damping characteristics. In this report, we examine the relationships of the motion of the granular materials, “relative motion mass” and “rotating mass”, and damping ratio by means of experiments and calculations for structures that have a high natural frequency and small vibration displacement.

Keywords : Damper, Granular materials, Single degree of freedom system, Damping ratio

1. 緒 言

粒状体ダンパは、主振動系の質量部に容器を設置し、そこに封入した粒状体の運動を利用して減衰効果を得る減衰要素である。この構成の単純さにより、粒状体ダンパは、高い信頼性が期待できる。同時に、オイルダンパや空気ダンパなどで必要となる、ダンパを支持する部材・要素が粒状体ダンパでは不要であり、この特徴が粒状体ダンパ導入の容易さにつながると推察できる。

このような利点を持つ一方、その減衰特性が粒状体の運動によって支配されるために、粒状体ダンパには、減衰特性を容易に見積もることが難しいという一面がある。

こうした背景から、粒状体ダンパに関して、これまで種々の研究が進められている。

荒木・横道らは、1自由度振動系ならびに多自由度振動系に粉粒体衝撃ダンパを適用し、粉粒体層を反発係数が0の単一の質量であると捉えて粉粒体による減衰効果を論じている(荒木他, 1986)(横道他, 1993)。

佐伯らは、個別要素法を用いて個々の粒状体の運動を計算し、粒状体による減衰特性を議論している(佐伯他, 2000)(佐伯, 2001)(佐伯他, 2012)。

小松崎らはセルオートマトンにより粒状体ダンパをモデル化し、粒状体の挙動を再現することを試みている(小松崎他, 2003)(小松崎, 岩田, 2011)。

No.17-00220 [DOI:10.1299/transjsme.17-00220], J-STAGE Advance Publication date : 5 October, 2017

^{*1} 正員, 東京電機大学 工学部 (〒120-8551 東京都足立区千住旭町 5)

^{*2} 正員, フェロー, 東京電機大学 工学部

^{*3} 東京電機大学 工学部

E-mail of corresponding author: tomoko.koga.bf@hitachi.com

これらの報告では、粒状体を単一の質量とするか、あるいは、個々の質量とするか、さらには解析方法に違いはあるものの、主振動系の固有振動数は比較的低く、振動変位が大きいという特徴がある。主系の振動変位が大きければ、粒状体の運動もそれにとまって大きくなり、粒状体と主系とが衝突することで減衰効果が生じるという共通点が、従来の報告にはある。

一方、主振動系の固有振動数が比較的高い場合には、振動変位は一般に小さくなるが、振動速度や加速度が大きくて振動問題が発生する場合がある。このような振動変位が小さい系に、粒状体ダンパを適用して振動問題を解決するにはどのような点に留意すべきかなど不明な点が多く、従来の報告による知見だけでは十分とはいえない。つまり、主系の振動変位が小さく、粒状体とその配列を崩すことなく微小振動するような場合、従来の研究のように、粒状体と主系との衝突を減衰効果の基本とした議論だけでは不十分と考えられる。

本研究では、固有振動数が比較的高く振動変位の小さな構造物を制振対象としたときの粒状体ダンパの減衰メカニズムについて検討する。

まず、本報告では、粒状体ダンパにおいては、粒状体が運動することで減衰効果が得られるというもっとも基本的な考えに基づき、容器に封入した粒状体総質量を「動く質量」と「動かない質量」に大別して考えることを提案し、それらの質量と減衰特性との関係を考察する。この考察を進めるために、粒状体容器を有する1自由度振動モデルを製作し、粒状体の総質量、基礎加振加速度を変えて実験を行った。また、実験を再現する計算モデルを作成し、実験と同じ条件で計算した。並進運動する粒状体の質量を「相対運動質量」、回転運動に対しては「回転運動質量」と呼称し、これらの質量を実験と計算により求めた。得られたこれらの結果と、系の減衰比の関係について考察し、粒状体ダンパの減衰メカニズムを明らかにした。

2. 相対運動質量、等価付加質量および減衰比

2・1 相対運動質量、等価付加質量

粒状体ダンパを有する、質量 M 、ばね定数 K 、減衰係数 C の1自由度振動系（以下、主系とよぶ）を図1のようにモデル化した。質量 M に取り付けられた容器には、総質量 m の粒状体が設置されている。主系が強制変位を受けるとき、粒状体の一部は質量 M に対して相対的な動きをし、残りの粒状体は質量 M と一緒になって運動する、と大別する。図1では、質量 M と一緒になって運動する粒状体を、質量 M に固着するという意味合いを持たせて、四角いブロックで表現し、質量 M に対して相対的な動きをする粒状体を円で示した。本報告では、質量 M に対して相対的に動く粒状体の質量全体を相対運動質量 m_{re} 、質量 M に固着する粒状体の質量全体を等価付加質量 m_{eq} ($=m-m_{re}$) とよぶ。

Fig. 1 Granular material damper model: the primary vibration system (primary system) has one degree of freedom and consists of a spring constant (K), a damping coefficient (C), and a mass (M). The granular materials are arranged in the container. To simplify the movement of the granular materials, we made the granule cylindrical in shape. The mass of the granules (total mass) m can be classified into “relative motion mass (m_{re})” and “equivalent added mass (m_{eq})”.

図 1 において, 基礎部に与える強制変位を x_b , 主系の変位を x_m で表記し, 両者の相対変位 x を,

$$x = X \sin(\omega t - \phi) \quad (1)$$

$$x = x_m - x_b \quad (2)$$

とすれば, 内力 f_i は相対変位 x により,

$$f_i = C \dot{x} + Kx \quad (3)$$

で与えられる. 等価付加質量 m_{eq} が主系の質量 M に付加するので, 主系の運動方程式は,

$$(M + m_{eq}) \ddot{x}_m + C \dot{x}_m + Kx = 0 \quad (4)$$

となり, 内力 f_i は,

$$f_i = -(M + m_{eq}) \ddot{x}_m \quad (5)$$

になる. ここで, 主系の加速度 $\ddot{x}_m$ を

$$\ddot{x}_m = A_m \sin(\omega t - \phi - \theta) \quad (6)$$

と表記すれば, 相対変位 x と主系の加速度との位相 θ は, 式(1), (3), (5), (6)および三角関数の加法定理により,

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{-KX}{(M + m_{eq})A_m} \right) \quad (7)$$

と求まる. したがって, 内力 f_i は

$$f_i = -(M + m_{eq})A_m \sin \left(\omega t - \phi - \cos^{-1} \left(\frac{-KX}{(M + m_{eq})A_m} \right) \right) \quad (8)$$

で与えられる.

一般に, 内力 f_i と相対変位 x との関係は

$$\left(\frac{f_i - Kx}{C\omega X} \right)^2 + \left(\frac{x}{X} \right)^2 = 1 \quad (9)$$

で表わされ, $(f_i - Kx)$ と x とのリサージュ波形は, 図 2 のような傾きのない楕円になる. この性質を利用し, リサージュの傾きが 0 となるように m_{eq} を定める. なお, 以降で示す計算と実験における相対運動質量の導出は, 上記の方法を用いる.

2・2 減衰比の導出方法

振動の一周期にわたる内力の仕事(系内で失われるエネルギー)は, 内力と変位によるリサージュの面積 W_f で表わされる.

Fig. 2 Lissajous curve of damping force and relative displacement. “Equivalent added mass (m_{eq})” is obtained by calculating the Lissajous area.

$$W_f = \pi C \omega X^2 \quad (10)$$

実際には、リサーチの形状は楕円になるとは限らないが、 W_f と面積の等しい楕円とみなすことにより見かけの減衰係数 C_{eq} は次式で与えられる。

$$C_{eq} = \frac{W_f}{\pi \omega X^2} \quad (11)$$

よって減衰比 ζ は、

$$\zeta = \frac{C_{eq}}{2 \sqrt{(M + m_{eq})K}} \quad (12)$$

で表わされる。

本研究では、実験と計算において、上述した方法を用いて減衰比を求める。これにより、計算結果の検証、および、粒状体ダンパの減衰特性を考察する。

3. 実験装置および方法

図3に粒状体ダンパの実験装置を示す。粒状体容器を兼ねる質量を中央に配し、容器の左右両端にばね要素となる板（はり）を取り付け振動系を構成した。

主系の質量（容器）は 16.58 kg、ばね定数は 1,845 kN/m、固有振動数は 53.1Hz である。この系を油圧加振機に取り付け、基礎部に水平方向の強制変位を与える。

容器には、複数の粒状体を図のように配置した。実験で用いた粒状体は、直径 25mm、長さ 17mm の SK 材の円柱である。粒状体 1 個当たりの質量は約 65.6g である。

実験では、まず、粒状体を封入した状態での固有振動数を計測し、次にその振動数で定常加振を行う。定常加振時に、粒状体容器ならびに基礎部に取り付けた二つの加速度計により、両者の水平方向加速度を同時に計測する。

Fig. 3 Experimental apparatus is mainly composed of container (mass) and beams (spring). Beams attached to the left and right ends of the container are fixed to the base.

Fig. 4 Granular material damper model for the numerical simulation: the primary vibration system (primary system) has one degree of freedom and consists of a spring constant (K), a damping coefficient (C), and a mass (M). The granular materials are arranged in the container. In this figure, one granular material is shown as an example.

4. 粒状体ダンパの数値シミュレーション

4・1 数値シミュレーションモデル

図4に、数値シミュレーションのモデルを示す。数値シミュレーションでは、粒状体を個々にモデル化する。図4は、複数の粒状体の内 i 行 j 列の粒状体（以下、粒状体 (i, j) とする）のみを示しており、この粒状体の水平方向変位を $z_h(i, j)$ 、上下方向変位を $z_v(i, j)$ 、回転角を $z_\theta(i, j)$ で表記する。なお、行については最下段を1行目 ($i=1$)、列については左端を1列目 ($j=1$) としている。また、各行における列の番号の具体的なつけ方については、後の図8に示す。

図5に、シミュレーションの初期状態における容器内の粒状体の配置を示す。初期状態では奇数行と偶数行の粒状体が図に示したように 60° となるように並べた。また、1行に隙間なく並べたときに最終列の粒状体と容器右壁との間にできる隙間を cle とする。なお、後の5章では、粒状体総質量を変化させときの減衰特性について検討を行っているが、粒状体総質量は粒状体の行数を変化させることで行っている。

Fig. 5 Placement of granular material in the container at the initial state of the simulation. Angle between the odd and even rows of the granules is 60° . The granular material has a cylindrical shape (radius: 12.5 mm, depth: 17 mm), weighs 65.6 g, and is made of carbon tool steel.

Fig. 6 Contact model: the contact between two granules and the contact between a granule and the inner wall of the container are modeled as springs and dampers.

4・2 接触部のモデル化

粒状体と容器の壁、あるいは、粒状体同士の接触部を、図6に示すようにばね要素と減衰要素でモデル化する。粒状体が球型の場合、本江・佐伯らは、Hertzの接触理論を用いて、荷重と接近量の比からばね定数 k_a を定めている(本江他, 1999)(佐伯他, 2000)。

本研究では、円柱型の粒状体を用いているため、Hertzの接触理論では接近量は求められない。図7のように荷重 P [kp]で押し合っている2つの円柱において、接触している長さを l [mm]とすると、その接近量 δ [mm]と円柱の直径 d [mm]は、以下の関係となる(Kunert, 1961)。式(13)において、 m はポアソン数、 E [kp/mm²]は縦弾性係数である。

$$\frac{\delta}{d} = \frac{4}{\pi} \frac{m^2 - 1}{m^2 E} \frac{P}{dl} \left[1.1931 + \ln\left(\frac{l}{d}\right) - \frac{1}{2} \ln\left(\frac{m^2 - 1}{m^2 E} \frac{4 P}{\pi dl}\right) \right] \quad (13)$$

さらに、両方の円柱が鋼の場合 ($m=10/3$, $E=2.12 \times 10^4$ kp/mm²)、接近量 δ は式(13)を SI 単位に変換し (P の単位は[N], l と δ 単位は[mm])、式(14)で与えられる。

Fig. 7 Contact of two cylinders pushing with load P . The approach depth depends on the contacting length l .

$$\delta = 4.05 \times 10^{-5} P^{0.925} l^{-0.85} \quad (14)$$

式(14)では、接近量 δ は、円柱の径に依存しない。このため、円柱と平面の接触の場合にも式(14)は成立する。式(14)を荷重 P について整理すれば、

$$P = 5.61 \times 10^{10} l^{0.92} \cdot \delta^{1.08} \quad (15)$$

の関係式が得られ、図6のばねの復元力を、

$$P = k_a \cdot \delta, \quad P = k_b \cdot \delta \quad (16)$$

であらわせば、式(15)(16)より、図6に示したばね定数 k_a , k_b は、以下で求めることができる。

$$k_a = k_b = 5.61 \times 10^{10} \cdot l^{0.92} \cdot \delta^{0.08} \quad (17)$$

粒状体と容器壁との間の減衰係数 c_a 、および、粒状体同士の減衰係数 c_b は、以下の式で与えられる(本江他, 1999). m_p [kg]は粒状体1個の質量, e_{pw} は粒状体と容器壁間の反発係数, e_{pp} は粒状体同士の反発係数である。

$$c_a = \frac{1}{\pi} \ln \left(\frac{1}{e_{pw}^2} \right) \sqrt{m_p \cdot k_a} = c_{aa} \cdot \delta^{0.04}, \quad c_{aa} = \frac{1}{\pi} \ln \left(\frac{1}{e_{pw}^2} \right) \sqrt{m_p \cdot 5.61 \times 10^{10} \cdot l^{0.92}} \quad (18)$$

$$c_b = \frac{1}{\pi} \ln \left(\frac{1}{e_{pp}^2} \right) \sqrt{m_p \cdot k_b} = c_{bb} \cdot \delta^{0.04}, \quad c_{bb} = \frac{1}{\pi} \ln \left(\frac{1}{e_{pp}^2} \right) \sqrt{m_p \cdot 5.61 \times 10^{10} \cdot l^{0.92}} \quad (19)$$

4・3 主系と粒状体の運動方程式

本研究では、固有振動数が約 50Hz の振動系を制振対象としており、主系の共振時の変位は数十ミクロンであるため、容器内の粒状体は、実験、計算ともに、図 5 に示した粒状体の初期配置に対して、左右上下の粒状体の並び方は変化しない(飛び越えたり、入れ替わったりしない)ことを前提とする。

図 4, 図 5 と式(17), (18), (19)から、主系の運動方程式は、以下で与えられる。

$$\begin{aligned}
 M\ddot{x}_m = & -K(x_m - x_b) - C(\dot{x}_m - \dot{x}_b) \\
 & - \sum_{i=1}^p N_{L(i,1)} \left\{ k_a(-z_{h(i,1)} + x_m)^{1.08} + c_{aa}(-z_{h(i,1)} + x_m)^{0.04}(-\dot{z}_{h(i,1)} + \dot{x}_m) \right\} \\
 & + \sum_{i=1}^p N_{R(i,q)} \left\{ k_a(z_{h(i,q)} + (x_m + cle))^{1.08} + c_{aa}(z_{h(i,q)} - (x_m + cle))^{0.04}(\dot{z}_{h(i,q)} - \dot{x}_m) \right\} \\
 & + \sum_{j=1}^q N_{B(1,j)} \operatorname{sgn}(\dot{z}_{v(1,j)} - \dot{x}_m - r\dot{z}_{\theta(1,j)})\mu_a \left\{ k_a(-z_{v(1,j)})^{1.08} + c_{aa}(-z_{v(1,j)})^{0.04}(-\dot{z}_{v(1,j)}) \right\} \quad (20)
 \end{aligned}$$

ここで、 $N_{L(i,1)}$ は、左壁と左端の粒状体($i,1$)との接触の判定の定数であり、接触している場合は 1、それ以外は 0 である。 $N_{R(i,q)}$ は、右壁と右端の粒状体(i,q)との接触の判定の定数である。 $N_{B(1,j)}$ は、一番下の行の粒状体($1,j$)と容器底面との接触を判定する定数である。 sgn は摩擦力の方向を決定するための関数であり、括弧内の値が正なら 1 を、負なら -1 を、0 なら 0 を代入する。また、 μ_a は、粒状体と容器底面との間の摩擦係数である。

図 8 に、粒状体の配置例を示す。図 8 場合、粒状体(i,j)に対して、接触する可能性がある粒状体は、($i-1,j$)、($i-1,j+1$)、($i,j-1$)、($i,j+1$)、($i+1,j$)、($i+1,j+1$) の計 6 個の粒状体であり、粒状体(i,j)の運動は、これらの粒状体との接触によって決まる。以下に、粒状体(i,j)の水平方向の運動方程式を示す。

$$\begin{aligned}
 m_p\ddot{z}_{h(i,j)} = & N_{(i-1,j)(i,j)} \left\{ k_b\delta_{(i-1,j)(i,j)}^{1.08} + c_{bb}|\delta_{(i-1,j)(i,j)}|^{0.04}(\dot{z}_{f(i,j)} - \dot{z}_{f(i-1,j)}) \right\} \\
 & \left\{ \cos A_{(i-1,j)(i,j)} + \operatorname{sgn}(-\dot{z}_{t(i,j)} + r\dot{z}_{\theta(i,j)} + \dot{z}_{t(i-1,j)} + r\dot{z}_{\theta(i-1,j)})\mu_b \sin A_{(i-1,j)(i,j)} \right\} \\
 & + N_{(i-1,j+1)(i,j)} \left\{ k_b\delta_{(i-1,j+1)(i,j)}^{1.08} + c_{bb}|\delta_{(i-1,j+1)(i,j)}|^{0.04}(\dot{z}_{f(i,j)} - \dot{z}_{f(i-1,j+1)}) \right\} \\
 & \left\{ \cos A_{(i-1,j+1)(i,j)} + \operatorname{sgn}(-\dot{z}_{t(i,j)} + r\dot{z}_{\theta(i,j)} + \dot{z}_{t(i-1,j+1)} + r\dot{z}_{\theta(i-1,j+1)})\mu_b \sin A_{(i-1,j+1)(i,j)} \right\} \\
 & + N_{(i,j-1)(i,j)} \left\{ k_b\delta_{(i,j-1)(i,j)}^{1.08} + c_{bb}|\delta_{(i,j-1)(i,j)}|^{0.04}(\dot{z}_{f(i,j)} - \dot{z}_{f(i,j-1)}) \right\} \\
 & \left\{ \cos A_{(i,j-1)(i,j)} + \operatorname{sgn}(-\dot{z}_{t(i,j)} + r\dot{z}_{\theta(i,j)} + \dot{z}_{t(i,j-1)} + r\dot{z}_{\theta(i,j-1)})\mu_b \sin A_{(i,j-1)(i,j)} \right\} \\
 & + N_{(i,j+1)(i,j)} \left\{ k_b\delta_{(i,j+1)(i,j)}^{1.08} + c_{bb}|\delta_{(i,j+1)(i,j)}|^{0.04}(\dot{z}_{f(i,j)} - \dot{z}_{f(i,j+1)}) \right\} \\
 & \left\{ \cos A_{(i,j+1)(i,j)} + \operatorname{sgn}(-\dot{z}_{t(i,j)} + r\dot{z}_{\theta(i,j)} + \dot{z}_{t(i,j+1)} + r\dot{z}_{\theta(i,j+1)})\mu_b \sin A_{(i,j+1)(i,j)} \right\} \\
 & + N_{(i+1,j)(i,j)} \left\{ k_b\delta_{(i+1,j)(i,j)}^{1.08} + c_{bb}|\delta_{(i+1,j)(i,j)}|^{0.04}(\dot{z}_{f(i,j)} - \dot{z}_{f(i+1,j)}) \right\} \\
 & \left\{ \cos A_{(i+1,j)(i,j)} + \operatorname{sgn}(-\dot{z}_{t(i,j)} + r\dot{z}_{\theta(i,j)} + \dot{z}_{t(i+1,j)} + r\dot{z}_{\theta(i+1,j)})\mu_b \sin A_{(i+1,j)(i,j)} \right\} \\
 & + N_{(i+1,j+1)(i,j)} \left\{ k_b\delta_{(i+1,j+1)(i,j)}^{1.08} + c_{bb}|\delta_{(i+1,j+1)(i,j)}|^{0.04}(\dot{z}_{f(i,j)} - \dot{z}_{f(i+1,j+1)}) \right\} \\
 & \left\{ \cos A_{(i+1,j+1)(i,j)} + \operatorname{sgn}(-\dot{z}_{t(i,j)} + r\dot{z}_{\theta(i,j)} + \dot{z}_{t(i+1,j+1)} + r\dot{z}_{\theta(i+1,j+1)})\mu_b \sin A_{(i+1,j+1)(i,j)} \right\} \quad (21)
 \end{aligned}$$

式(21)の第 1 項から第 6 項は、それぞれ粒状体($i-1,j$)、($i-1,j+1$)、($i,j-1$)、($i,j+1$)、($i+1,j$)、($i+1,j+1$)から受ける力である。以下、粒状体(i,j)と ($i+1,j+1$)との間における力を表す、式(21)の第 6 項を代表に、説明を加える。

$N_{(i+1,j+1)(i,j)}$ は、粒状体 (i,j) と粒状体 $(i+1,j+1)$ の接触の判定の定数であり、接触している場合は1、それ以外は0である。 $\delta_{(i+1,j+1)(i,j)}$ は、図9に示すように粒状体 (i,j) と粒状体 $(i+1,j+1)$ の接近量、 $A_{(i+1,j+1)(i,j)}$ は粒状体 (i,j) と粒状体 $(i+1,j+1)$ の接触角度である。また、図10に示すように、 $\dot{z}_f(i,j)$ は、粒状体 (i,j) の接触面法線方向の速度、 $\dot{z}_t(i,j)$ は、粒状体 (i,j) の接触面接線方向の速度である。さらに、 μ_b は粒状体と粒状体間の摩擦係数である。

式(21)は、周りに粒状体がある状態での運動方程式であるが、容器の壁や底面に接する場合は、該当する項が容器との接触の式となる。また、粒状体は上下方向、回転方向にも運動するため、上下方向、回転方向にも式(21)と同様に運動方程式を立てて計算を行う。

Fig. 8 Examples of arrangement of granular materials: The granular materials that may come into contact with the granular material (i,j) is the six granular materials around it, and the motion of the granular material (i,j) is caused by the contact force with these granular materials.

Fig. 9 The approach depth and contact angle when the granular material (i,j) and the granular material $(i+1,j+1)$ contact each other.

Fig. 10 The velocity in the normal direction of the contact surface of the granular body and the velocity in the direction of the contact surface tangent line of the granular body

(a) Displacement of primary system from 0 to 15 seconds

(b) Displacement of primary system and base from 10 to 10.5 seconds

Fig. 11 Example of the calculation results (horizontal displacements of primary system and base when foundation acceleration is 1.0 m/s^2). The amplitude of the primary system displacement became a constant value about 5 seconds after the excitation. The phase of the primary system motion and base motion are different by 90 degrees.

Table 1 Specifications of calculations.

Primary system(container)			Granular material		
M	16.58	[kg]	m_p	0.0656	[kg]
K	1,845	[kN/m]	r	12.5	[mm]
C	206	[N·s/m]	E_p	205	[GPa]
E_w	205	[GPa]	ν_p	0.3	
ν_w	0.3		e_{pw}	0.8	
			e_{pp}	0.8	
			μ_a	0.3	

4・4 計算出力例

図 11 に、粒状体ダンパを有する振動系（粒状体の総質量は 1kg ）が共振するときの計算結果例を示す。なお、計算に用いた主系および粒状体の諸元は、表 1 の通りである。

図 11 (a) は加振開始から 15 秒までの、主系の水平方向変位を示している。計算では、加振開始から 5 秒まで、基礎部の加速度を設定加速度まで一定割合で徐々に増加させ、その後加速度を一定 (1.0 m/s^2) に保持している。図 11 (a) を見ると、主系の水平方向変位は加振後約 5 秒で振幅が一定となり、その後、ほぼ定常振動となることがわかる。図 11 (b) は、10 秒から 10.5 秒までの定常振動部分を拡大して表示したものである。図には、主系と基礎部の変位を重ねて表示しており、主系が基礎部の動きに対して 90 度位相が遅れた動きをしていることから共振していることがわかる。

5. 粒状体総質量に対する粒状体ダンパの減衰特性

5・1 減衰比と相対運動質量

容器に封入する粒状体の総質量を 1kg から 8kg の範囲で変化させ、基礎部と主系の加速度を実験で測定するとともに同条件下での計算を行った。実験、計算時の各諸元は、表 1 に示したとおりであり、基礎部の加速度（以下、基礎加速度と略す）は、 0.3 m/s^2 、 0.5 m/s^2 、 0.8 m/s^2 、 1.0 m/s^2 の 4 条件である。実験および計算で得られた基礎加速度、主系の加速度をもとに、2 章で述べた手法で、減衰比と相対運動質量を求めた。

図 12 に、総質量変化時の減衰比と相対運動質量を示す。図 12 の横軸は粒状体総質量、縦軸は減衰比と相対運動質量を示しており、実線は計算結果から求めた値を、×印は実験結果から求めた値を示す。計算結果と実験結果は完全に一致したものではないが、計算ならびに実験において、以下の 4 点に関して同様の傾向が認められた。

- (1) 粒状体総質量が小さい範囲では、粒状体総質量の増加に伴って相対運動質量が増加するとともに、減衰比も増加する。
- (2) 粒状体総質量が大きくなっていくと、相対運動質量が増加から減少に転じる現象が生じる。相対運動質量が減少しても、減衰比はほぼ一定か増加傾向を示す。
- (3) 相対運動質量が増加から減少に転じるポイント（粒状体総質量の大きさ）は、基礎加速度が大きくなるに伴って大きいほうに移動する。
- (4) 基礎加速度が増加すると（図(a)から図(d)に伴い）、各粒状体総質量において減衰比は増加する。

相対運動質量は、これまで述べている通り、主系とは独立して並進方向に運動する粒状体の質量を表している。容器の壁と粒状体が衝突することによって減衰力が発生すると考えると、相対運動質量が増加すると減衰比が増加するという上記結果（1）は、妥当な結果と考えられる。

一方、相対運動質量が減少しても減衰比が減少しないという上記結果（2）に対しては、別の説明を考えなくてはならない。粒状体の運動としては、並進運動だけでなく回転運動もある。そこで、粒状体の回転運動に注目して、以下、上記結果（2）の挙動を考察する。

Fig. 12 Behavior of damping ratio (ζ) and relative motion mass (m_{re}) on four input acceleration conditions (solid line: calculation, plots: experiment). When the foundation acceleration decreases, the damping ratio of each total mass decreases, too. When the mass of the granular materials is increased, the relative motion mass increases and then decreases.

5・2 粒状体の回転運動

図 13 に、高速度カメラを用いた粒状体の回転角の測定の様子を示す。測定では、粒状体に付けた 2 か所のマークを高速度カメラで 0.016 秒毎に撮影し、その座標データを演算処理することにより、回転角を求めた。高速度カメラによる座標データの計測精度は、0.01mm であり、求められる回転角の精度は、約 0.01rad である。

図 14 に、実験で測定した回転角と、対応する計算結果を合わせて示す。図 14 に示した結果は、図 13 に丸印で囲った、下から 3 行目の 8 列目、14 列目、16 列目の 3 個の粒状体の結果である。図 14 を見ると、実験、計算ともに回転方向は一致し、回転角は壁に近い側で大きく、中央部で小さくなる傾向にある。図 14 の 16 列目の結果は、時間の経過とともに実験値と測定値の差が大きくなっているが、これは、円柱形状の粒状体が衝突するときに、計算では線接触しているのに対し、実験では、片当たりにより点接触することがあるためと考えられる。時間の経過とともに、その差が積算されているが、全体的な傾向としては、計算結果が実験結果を比較的良好に表すことから、粒状体の回転角の計算結果を用いて、減衰特性の考察を進めることとする。

Fig. 13 Measurement equipment for rotating of granular materials by high-speed camera. By measuring the two positions of marks attached to the granular materials every 0.03 seconds, its rotation angle is determined.

Fig. 14 Rotating angle of granular material (calculation and experiment). The rotating angle is bigger at the side of the wall than at the center of the container in the experiment, even in the calculation.

5・3 粒状体の回転運動と減衰メカニズムの考察

粒状体ダンパを有する系の振動の時刻歴を計算すると、粒状体の回転の大きさに違いはあるものの、すべての粒状体が回転する。回転していないと捉えてもよいほど回転角が非常に小さい粒状体がある一方、かなりの回転角になるものがある。

粒状体の並進運動については、2章で述べたように、相対運動質量と等価付加質量とに大別し、それらの大きさと減衰特性との関係について検討してきた。回転運動についても、これと同様の考え方を導入し、回転角について、ある閾値を設定して、それ以上の回転角となる粒状体の合計質量を「回転運動質量」、逆に、それ以下の回転角の粒状体の合計質量を「非回転運動質量」とすることとした。なお、回転角の閾値については、特に決まった決め方があるわけではない。計算結果を見渡して、1秒間の回転角が0.04rad程度ならば、回転していないと捉えてもよい値であると判断した。そこで、計算時間10.0sec～11.0secの間の回転角0.04radを閾値と決めた。

図15は、粒状体の回転角を、閾値以上（赤丸）と以下（緑丸）に分けて表示した計算結果である。また、図15には、粒状体総質量を1kg～8kgまで変化させたときの結果を複数表示しており、図中の数字は、閾値以上（赤丸）の粒状体の個数を表示している。たとえば、粒状体総質量1kgのときには、16個すべての粒状体の回転角は閾値以上（赤丸で表記）となり、その結果、回転運動質量1kg、非回転運動質量0kgとなる。このような見方で、粒状体総質量が増加するときの現象の特徴を見てみると、回転運動質量が増加していくこと、ならびに、容器の壁付近で粒状体が大きく回転する様子が確認できる。

図12に示した減衰比と相対運動質量の結果に回転運動質量をオーバープロットして図16に示す。粒状体総質量が6kgまでは、相対運動質量の大きさに多少の増減が認められるが、概ね増加傾向にある。また、この領域では、回転運動質量も単調に増加する。

一方、粒状体総質量が6kgを超えると、相対運動質量は減少傾向を示す。しかし、その減少を補うように、回転運動質量がそれまでよりも大きな増加傾向を示す。

相対運動質量は、主系と異なる運動をする粒状体の合計質量である。言い換えれば、これは容器の壁に衝突する粒状体の量に対応すると捉えることができる。一方、回転運動質量は、粒状体の回転運動による摩擦減衰に関わる粒状体の量に対応すると捉えられる。

このような考え方を前提とすれば、粒状体総質量が6kgまでの領域では、粒状体と壁との衝突、ならびに、粒状体の回転運動による摩擦の双方が、粒状体ダンパの減衰特性を支配していると考えられる。さらに、粒状体総質量が増えて6kgを超えると、主として粒状体の回転運動による摩擦によって減衰効果が生まれ、たとえ相対運動質量が減少しても、減衰比は増加傾向を示したと解釈できる。

まとめると、粒状体総質量が増加すると、下部にある粒状体が上部の粒状体の重さの影響で、動きが阻害されて並進方向に動きにくくなる。つまり、相対運動質量が減少する。しかし、そのことが減衰比の減少につながらないのは、回転運動質量が大きくなるからである。

主系の質量（容器）に力をおよぼすのは、容器の壁、および、容器の底面に接触する粒状体に限られる。厳密には、この粒状体と主系との間の振動エネルギーの流れによって粒状体ダンパの減衰特性が決定される。しかし、粒状体が動くことが粒状体ダンパの基礎原理であるとして今回提案した相対運動質量、ならびに、回転運動質量によって粒状体ダンパの減衰メカニズムを評価することが可能であると考えられる。

Fig. 15 The distribution of rotating masses on each total mass of granular materials (Acceleration: 1.0 m/s^2 , Time: 10.0–11.0 sec, Threshold angle: 0.04 rad). When the total mass increases, the rotating masses of the wall side increase, too.

Fig. 16 Tendency of damping ratio (ζ), relative motion mass (m_r), and rotating mass when the foundation acceleration is 1.0 m/s^2 . When the total masses is 1 kg, relative motion mass is 0 kg and rotating mass is 1 kg. From 2 kg to 6 kg, relative motion mass and rotating mass increase. In this area, collision and rotating occur, and so does the damping effect. After 6 kg, relative motion mass decreases and rotating mass increases. In this area, the damping effect is based on the rotating motion.

6. 結 言

粒状体ダンパの減衰効果は粒状体の運動によって支配されているとの基本的な考えに基づき、粒状体の並進運動に関しては「相対運動質量」を、回転運動に関しては「回転運動質量」を提案した。粒状体の総質量、基礎加振加速度を変えて実験および計算を行い、得られた結果に対して、これらの量と減衰比を比較し、減衰メカニズムを考察して以下の知見を得た。

- (1) 粒状体総質量の増加に伴い、減衰比は増加傾向を示す。ただし、基礎加振加速度が小さいとき、粒状体総質量が大きくなると、減衰比の増加傾向が鈍化する、もしくは、減衰比がほぼ一定となる。
- (2) 同じ粒状体総質量においては、基礎加速度が増加すると減衰比は増加する。
- (3) 粒状体総質量増加に伴う減衰比の増加は、粒状体総質量が比較的小さい領域においては、相対運動質量の増加という現象によって説明ができる。
- (4) 粒状体総質量が大きくなっていくと、相対運動質量が増加から減少に転じるという現象が起こる。しかし、相対運動質量がたとえ減少しても、減衰比はほぼ一定か増加傾向を示す。この現象は、粒状体総質量増加に伴う回転運動質量の増加という現象によって説明ができる。

文 献

- 荒木嘉昭, 横道勲, 陣内 靖介, 粉粒体衝撃ダンパの特性(第4報, 水平振動系, 強制振動特性), 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 52, No. 480 (1986), pp. 2106-2112.
- 本江哲行, 佐藤秀紀, 岩田佳雄, 小松崎俊彦, 本郷陽子, 球と平面からなる衝突系のモデル化と解析, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 65, No. 634 (1999), pp. 2287-2293.
- 小松崎俊彦, 佐藤秀紀, 岩田佳雄, 森下信, セルオートマトンによる粒状体ダンパのモデル化, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 69, No. 685 (2003), pp. 2280-2286.
- 小松崎俊彦, 岩田佳雄, セルオートマトンによる粒状体ダンパのモデル化と粗視化の影響に関する考察, D&D2011 講演論文集(2011), 504.
- Kunert, K., Spannungsverteilung im halbraum bei elliptischer flächenpressungsverteilung über einer rechteckigen druckfläche, Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens A, Vol. 27, Issue 6 (1961), pp. 165-174.
- 佐伯暢人, 今西哲二, 高野英資, 個別要素法による粒状体衝撃ダンパの解析, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 66, No. 652 (2000), pp. 3828-3833.
- 佐伯暢人, 垂直振動系における粒状体衝撃ダンパの応答, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 67, No. 657 (2001), pp. 1438-1443.
- 佐伯暢人, 野上健, 高橋正太郎, 中空鉄球を用いた粒状体ダンパ, D&D2012 講演論文集(2012), 6384.
- 横道勲, 荒木嘉昭, 陣内靖介, 井上順吉, 粉粒体衝撃ダンパによる多自由度系の制振(複数ダンパの制振性能), 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 59, No. 566 (1993), pp. 2991-2995.

References

- Araki, Y., Yokomichi, I. and Jinnouchi, Y., Impact damper with granular materials (4th report, frequency response in a horizontal system), Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, Vol. 52, No. 480 (1986), pp. 2106-2112 (in Japanese).
- Hongo, T., Sato, H., Iwata, Y., Komatsuzaki, T. and Hongo, Y., Modeling and analysis of impact system composed of ball and plane, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, Vol. 65, No. 634 (1999), pp. 2287-2293 (in Japanese).
- Komatsuzaki, T., Sato, H., Iwata, Y. and Morishita, S., Modeling of granular damper using cellular automata, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, Vol. 69, No. 685 (2003), pp. 2280-2286 (in Japanese).
- Komatsuzaki, T. and Iwata, Y., Effect of coarse graining on particle damper model using cellular automata, Proceedings of Dynamics & Design Conference (2011), 504 (in Japanese).
- Kunert, K., Spannungsverteilung im halbraum bei elliptischer flächenpressungsverteilung über einer rechteckigen druckfläche, Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens A, Vol. 27, Issue 6 (1961), pp. 165-174.
- Saeki, M., Imanishi, T. and Takano, E., Analysis of impact damper with granular materials using discrete element method, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, Vol. 66, No. 652 (2000), pp. 3828-3833 (in Japanese).
- Saeki, M., Response of impact dampers with granular materials in a vertically vibrating system, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, Vol. 67, No. 657 (2001), pp. 1438-1443 (in Japanese).
- Saeki, M., Nogami, T. and Takahashi, S., Analysis of particle damping with hollow steel particles, Proceedings of Dynamics & Design Conference (2012), 638 (in Japanese).
- Yokomichi, I., Araki, Y., Jinnouchi, Y. and Inoue, J., Impact damper with granular materials for multibody System (damping performance of plural dampers, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, Vol. 59, No. 566 (1993), pp. 2991-2995 (in Japanese).