ローラの傾きによって生じるウェブの波しわシミュレーション
(傾き角によるしわ数の変化および歪分布や位置の不整としわ発生に関連)矢鍋 重夫^{*1}, 永澤 茂^{*2}, 金子 智^{*2}Simulation of wavy wrinkling of web caused by roller tilt
(Change of the number of wrinkles and causes of the onset of the wrinkling)Shigeo YANABE^{*1}, Shigeru NAGASAWA^{*2} and Satoshi KANEKO^{*2}^{*1}Nagaoka University of Technology

2-4-25 Settaya, Nagaoka-shi, Niigata 940-1105, Japan

^{*2}Department of Mechanical Engineering, Graduate School of Engineering, Nagaoka University of Technology
1603-1 Kamitomiokamachi, Nagaoka-shi, Niigata 940-2188, Japan

Received: 25 October 2017; Revised: 20 December 2017; Accepted: 22 February 2018

Abstract

This paper deals with the onset and development of wavy wrinkling of a web caused by a roller tilt using a FEM commercial software. The simulation model mainly used is composed of two rigid rollers and a web (a rectangular sheet) divided by a membrane element with four nodes. After applying tension to the web, both end parts of the web are fixed to the rollers and then the one roller is inclined gradually. The main results are summarized as follows. (1) The wavy wrinkling suddenly occurs at a tilt angle β of the roller. A pitch, amplitude and slope of the wavy wrinkles are larger in the loose side of the web comparing with those in the tight side. The number of wavy wrinkles of the web decreases exponentially with increase in β . A slack area is approximately estimated as an area where the von Mises stress is smaller than a certain value. (2) The number of wavy wrinkles becomes larger when Young's modulus or a thickness of the web decreases, or when the web tension increases, comparing at the same β . (3) The onset of the wavy wrinkling is strongly affected by the imperfection of the tensile strain distribution and of the web position relative to the rollers in the tension process. (4) Another wavy wrinkling simulation method is proposed, which makes a membrane buckle by applying a small out-of-plane displacement.

Keywords: Simulation, FEM, Web handling, Membrane, Wrinkling, Roller tilt, Number of wrinkles, Tension

1. 緒 言

ウェブと呼ばれるフィルムや連続紙の製造・加工ラインでは、ウェブの薄さや柔軟性のため様々な要因でしわが発生する。発生するしわの種類には、ローラ間を走行するウェブに生じる波しわ (wrinkle, wavy wrinkle, trough), ローラ通過時やニップ通過時に生じる折れしわ (wrinkle, folded wrinkle, crease), 巻き取られたロールのしわなどがある。波しわは、ウェブの幅方向の圧縮応力や面内のせん断応力によって生じる面外の弾性座屈で、そのまま問題がない場合もあるが、波しわがローラ上で折れしわに発展する場合もある。折れしわは塑性変形をとまなう場合が多く、ウェブの製品としての価値を著しく低下させる。現場での経験から、波しわの発生原因として、①ローラの傾き (偏角), ②ローラ形状 (クラウン, 逆クラウン, テーパー, 曲り), ③ローラのたわみ (自重や張力による), ④ウェブの厚さや張力の幅方向分布不均一, などが挙げられている (Eggen, 2011)。また、ローラ間に生じるウェブの波しわを、しわの向きや対称性から4種類に分類し、その発生原因や低減策について記述した文献もある (Roosum, 2008), (Smith, 2013)。ローラ搬送されるウェブのしわに関しては Good らの研究 (Good et al., 1997) がある。彼らは、薄いプラスチックフィルムを用いた実験から、折れしわの発生領域を示すローラ偏角～張

力図を作成するとともに、折れしわの発生限界に関する2式を導出した。ひとつは、波しわ発生の条件式で、ローラ偏角によるウェブのせん断荷重と張力を受けるウェブの幅方向座屈荷重を等置した式、もうひとつは、ローラに乗り上げた波しわがその形状を保持する条件式で、ローラ軸方向の摩擦力（張力に比例）とローラに巻き付いたウェブの幅方向座屈荷重を等置した式である。式の導出には多くの仮定があり、発生する波しわの形状に関する記述もないが、二つの式は実験結果を比較的良好に説明していると述べられている。筆者らのひとり、FEM汎用解析ソフトを用いて、ローラの傾きに起因する搬送中のウェブの横ずれ（ローラ軸方向へのずれ）挙動や波しわが折れしわへ移行する過程をシミュレーションした(矢鍋, 猪股, 2007)。彼らはその中で、波しわがローラに乗り上げると、しわで二分された領域の横ずれ速度の違いからしわ幅は狭くなり、しわ高さは高くなって、ついには倒れて折れしわになることを示した。以上のように、ウェブハンドリングの分野では、ウェブの折れしわに関していくつかの研究があるが、波しわの発生やしわ数・しわ模様などについてはこれまであまり研究されていないように思われる。

一方、宇宙工学の分野では、宇宙用アンテナなどの大型膜構造物の性能が膜のしわに影響されるため、多くの研究が行われてきた。膜の波しわ解析の手法としては、(1)膜要素を用いた張力場理論、(2)シェル要素を用いた分岐座屈解析や擬似分岐座屈解析がある。(1)の張力場理論は、膜の曲げ剛性をゼロとし、構成方程式に種々の修正を加えて、膜のしわやたるみの発生領域などを高精度で予測できるが、波しわの詳細（振幅、波長、しわ数）についての情報は得られない。この点に関して、波しわによる面外変形の曲げ歪や膜の伸び歪によるエネルギーの総和を極小化することで、一軸引張りを受ける矩形膜の波しわの波長や振幅を計算する式（しわ波長は膜の厚さと長さの積の平方根に比例し、伸び歪の1/4乗に逆比例する）を導出した研究 (Cerde et al., 2002, Cerde and Mahadevan, 2003), (Puntel et al., 2011)がある。(2)の分岐座屈解析は、FEM汎用解析ソフト上で行われ、その概略は次のようである。解析対象となる矩形膜などを曲げ剛性を持つ特製のシェル要素で分割し、面外座屈の引き金となる初期不整（微小な面外変位）を膜面に付与する。この膜に伸び（張力）やせん断変形を徐々に増加させながら加え、膜を面外座屈させる。さらに座屈後の分岐過程を計算し、波しわの成長を調べる。Tesslerら(Tessler et al., 2003)は、四辺形シェル要素を用い、微小なランダム変位を初期不整として、せん断変形を受ける正方形膜などの波しわ成長過程を計算した。彼らは、初期不整が膜厚の1/100~1の範囲でほぼ納得的なしわ振幅が得られると述べている。Diabyら(Diaby et al., 2006)は、曲げ剛性ゼロの膜要素を用いてせん断変形を受ける正方形膜のしわの成長過程を、初期不整の導入なしに、弧長法で解くプログラムを自作して計算している。WongとPellegrino (Wong and Pellegrino, 2002, 2006 a, 2006b, 2006c)は、せん断変形を受ける矩形膜の波しわに関して、一連の実験、理論解析、分岐座屈解析を行い、せん断歪の増加と共にしわ数が段階的に増加すること、しわ数の増加（モードジャンプ）は最小主応力の急増をともしることなどを明らかにした。また、せん断変形で生じる波しわの形状を仮定し、主応力の面外方向つりあい式などからしわの波長や振幅を推定する式を導出している。Zheng (Zheng, 2009)は、一軸引張りを受ける矩形膜の波しわについて実験および分岐座屈解析による計算を行い、伸び歪の増加に対してしわの振幅は極大値をもつが、しわの波長は単調に減少する（しわ数は単調に増加する）、しわ領域では最小主応力はゼロを中心に変動し、その極大極小は波しわの面外変位の極小極大に対応する、しわが最初に形成される膜の伸び歪を正確に決めるのは困難である、などと述べている。こうした研究により、現在ではしわの成長過程の計算手順がルーチン化され、しわの詳細とその変化が明らかになりつつあるが、加えた初期不整が計算結果に大きく影響することに注意が必要のようである。また、最初に波しわが発生する伸び歪やせん断歪の大きさについては、まだあまり検討されていないように思われる。

本研究は、ウェブハンドリングの立場から、張力付加後、ローラの傾き（偏角）によるウェブの波しわ発生過程をFEM汎用解析ソフトでシミュレーションし、その基本的な特性を明らかにしている。計算モデルは、4本または2本の円筒剛体ローラと膜要素で分割したウェブ（矩形のシート）からなる。また、ブロックと矩形シートからなるモデルに面外変位を強制的に加えて波しわを発生させるシミュレーションも行った。その結果、ローラ偏角の増加とともにしわ数が指数関数的に減少すること、同じ偏角では張力が大きいほど、ウェブのヤング率や厚さが小さいほど、しわの数が多いこと、波しわが最初に発生する偏角はウェブの伸び歪分布の不整やウェブの位置の不整によって大きく変わることなど、新たな知見が得られたので、以下に報告する。

2. 4 ローラモデルによる波しわ発生シミュレーション

2・1 4 ローラモデルとシミュレーション方法

ウェブ搬送モデルとしてよく使われる4ローラモデル(図1)において、ウェブに張力を加えたあと1個のローラの傾き角(偏角)を徐々に大きくしながら波しわの発生およびその変化過程をFEM汎用解析ソフトでシミュレーションした。ここで用いた4ローラモデルは、平行に配置した直径 $D=10\text{ mm}$ の4本の円筒ローラ(R1~R4)と、長さ 140 mm 、幅 $W=20\text{ mm}$ 、厚さ $t=0.01\text{ mm}$ のウェブからなる。円筒ローラは剛体面とし、ウェブは長方形の4節点膜要素($1\times 0.5\text{ mm}$)で長さ方向に140分割、幅方向に40分割した。座標系は、ウェブの搬送方向、幅方向をそれぞれx軸、z軸、ウェブの面外変位の方向をy軸にとる。計算の手順を以下に示す(図2(a)~(d)参照)。

①4本の平行なローラおよびウェブを、図(a)の配置で作成する。②ウェブの両端の節点に微小な引張荷重を加えたのち、R1, R4を-y方向に h 移動させる(図(b))。③ウェブの両端の節点すべてに既定の引張荷重 tsn をx軸方向に加えて、ウェブに張力 $T(=41\times tsn[\text{N}])$ を与える(図(c))。④R1, R3, R4を固定し、R2をウェブ幅方向の中心を通りy軸に平行な軸まわりに角度 β 回転させて偏角(β)を与える。偏角を計算の1ステップ当たり 0.05° ずつ増加させ、波しわの発生とその変化を調べる(図(d))。波しわの全体的な特徴を把握するため、偏角 β の最大値を 10° とした。シミュレーションに用いたウェブの物性値や計算時のパラメータの値を表1に示す。計算では Large strain, Total Lagrange を指定するとともに、分離条件は応力基準とし 0.1 MPa を指定した。なお、摩擦係数 F は、 μ, Q, Vr, C を摩擦係数、押付け力、すべり速度、基準すべり速度($C=0.1\text{ mm/s}$)として、式(1)で計算している。

$$F = \mu Q \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \frac{V_r}{C} \quad (1)$$

Fig.1 Four roller model for wrinkling simulation

Fig.2 Simulation procedure of 4 roller model

Table 1 Main parameter values

W [mm]	t [mm]	E [GPa]	ν	sp [mm]	h [mm]	T [N]	μ	C [mm/s]
20	0.01	1	0.3	40	20	0.05×41	0.3	0.1

2・2 $\mu=0.3$ の場合のシミュレーション結果

4ローラモデルによる波しわ発生シミュレーションの代表例として、 $\mu=0.3$ の場合の結果について説明する。図3(a)~(f)は、張力付加後、R2の偏角 β を順次増加させた場合のウェブのしわの変化を示している。図はy軸上方からウェブ面を見たもので、図(f)に示すように、右から2本目の傾いたR2の軸と鉛直線のなす角が偏角 β である。 $\beta(>0)$ の増加と共にフリースパン(R2, R3の間)のウェブの上側が緩み側、下側が張り側になる。図では、しわ模様が見やすいようにウェブの面外(y方向)変位を $0\sim 1\text{ mm}$ の区間を10等分したグレー表示で示した。面外変位は小さいので、正負でほぼ二値化され、明るい灰色部分が山(crest, 手前に変位, $y>0$)、暗い灰色部分が谷(trough, $y<0$)になる。また、図3(c)~(f)については、線分PQ(フリースパン中央)に沿うウェブ面外変位の分

布を図4(a)~(d)に示した. 図の横軸 w_z は, ウェブの張り側 (P) から緩み側 (Q) へ向かって測った距離である. 図3(a) $\beta=0^\circ$ では, ウェブの面外変位は直線で区分された灰色の明暗部分で表示されている. これは, R2, R3 間のウェブが長手方向にわずかに傾いた平面と見なされる状態にあることを意味する. このウェブ面の傾きは, 要素分割されたウェブが, 両ローラに対して少し異なった折れ線形状で接触し, 接触点近傍の節点の y 変位がわずかに異なる (R3 上で -0.0025 , R2 上で 0.0032mm) ことに起因する. β が増加すると, $y=0$ の境界線は少し湾曲し, その後, $\beta=1.5^\circ$ で境界はスパイク状のジグザグ形状になる (面外凹凸の発生). $\beta=1.7^\circ$ 前後では, 図3(b)のような

Fig.3 There are several wrinkling patterns, such as no wrinkle, unclear wrinkling, and wavy wrinkling in case of $\mu=0.3$. The number of wavy wrinkles (n) decreases with β . The wavy wrinkles incline against x-axis and their slopes are larger in the loose side of the web comparing with in the tight side. A distance between wrinkles is larger in the loose side and normally increases with β .

Fig.4 The number of wavy wrinkles decreases and the maximum amplitude of wrinkles increases with increase in β . Most of the wavy wrinkles move to the web edges and then disappear, as β increases.

Fig.5 The n - β curve of $\mu=0.3$ shows that the wavy wrinkling with $n=8$ appears for $1.85^\circ \leq \beta \leq 2.8^\circ$, and $n=6.5$ for $3.85^\circ \leq \beta \leq 5.85^\circ$. The n - β curve of $\mu=\infty$ is situated lower than that of $\mu=0.3$. This difference is caused by the slip between the web and rollers. The slip makes β -effects smaller and delays the wrinkling pattern change.

しわ数が数えられないしわ（形状不明なしわ）が形を変えながら現れる． $\beta=1.85^\circ$ 以降，図 3(c)のようなしわ数 8 本 ($n=8$) の比較的明瞭な波しわが現れる．①波しわの 1 本 1 本は斜め右下方方向を向くが，しわの傾きはウェブの緩み側で大きく，張り側の側端で小さい．②しわの間隔や振幅もウェブ緩み側で大きく，張り側で小さいことがわかる（図 3(c), 図 4(a)）．③ β の増加と共に，通常，波しわはしわの間隔を広げながら，ウェブの側端へ向かって移動する．そのため，側端に近いしわは一部が欠落し，その後消滅する．また，1 本のしわが途中で分岐することもあり，しわ数を小数点表示した場合やしわ数を決めるににくい場合があった．図 3(d)の $\beta=3.5^\circ$ では，しわ数 7.5 本の波しわが見られる．図 3(f)の $\beta=7^\circ$ では，しわ数 6 本の波しわとともに，ウェブの緩み側に大きな変位のたるみが生じている．たるみ領域の山谷はしわ数には数えていない．以上の結果から，④偏角 β が増加すると波しわの数が減少することがわかる．この場合 ($\mu=0.3$) のローラ偏角 β としわ数 n の関係 (n - β 線図と呼ぶ) を示したのが図 5 の破線である．図中， $n=0$ 上の破線は，形状不明なしわが発生している範囲で，計算は $\beta=7.9^\circ$ で止まっている．張力付加中，ウェブにはしわは発生していない． β 増加時，ウェブの張力 (R_2, R_3 に作用する x 方向の力) は 2.05 N から緩やかに増大し， $\beta=5^\circ$ で約 12% 増加した．張力の幅方向分布については 6 章参照．

2・3 $\mu=\infty$ の場合のシミュレーション結果

摩擦を考慮した前節 (4 ローラモデル, $\mu=0.3$) の場合， β 増加時にウェブはローラ上ですべりを生じ，波しわの発生やしわ数などに影響を与えていると思われる．ここでは， β 増加時にウェブはローラ上ですべらない ($\mu=\infty$) として波しわ発生シミュレーションを行った．得られた結果を前節の場合と同様に整理し，結果の一部を図 6, 図 7 に示す．また，この場合の n - β 線図を先の図 5 に実線で示した．図 6, 7 は，2.2 節で述べた波しわの特徴①～④を示している．図 5 の 2 本の n - β 曲線は，なめらかではないがほぼ右下がりの下に凸の曲線で， $\mu=\infty$ (すべりなし) の場合の方が $\mu=0.3$ (すべりあり) の場合より，しわ数 n が少ない．これは，ウェブ・ローラ間にすべりがあると β 増加によるウェブ長手方向応力 σ_{xx} の変化が緩和されてしわ数はあまり変化しないが，すべりがないと β の増加はそのまま σ_{xx} の変化となり，しわ数の大きな変化 (減少) としてウェブに現れるためと思われる．

Fig.6 These show the change of wavy wrinkling pattern due to β in case of $\mu=\infty$. Characteristics of the wavy wrinkles are the same as those of $\mu=0.3$ in Fig.3.

Fig.7 These show the change of wavy wrinkle profile due to β in case of $\mu=\infty$. The number of the wrinkles is smaller and the amplitude is larger comparing with the case of $\mu=0.3$.

次章以降では，広範囲の β の値でしわシミュレーション結果が得られること，計算時間が短いことを考慮して， β 増加時のウェブ・ローラ間は固着 ($\mu=\infty$) とし，2 本のローラとウェブからなるより単純なモデルで，波しわ発生シミュレーションを行った．

3. 2 ローラモデルによる波しわ発生シミュレーション

3・1 2 ローラモデルとシミュレーション方法

4 ローラモデルを簡略化した2 ローラモデルを図8に示す。モデルは、直径 $D=10$ mm、長さ 100 mm の2本の平行円筒ローラ（ローラスパン $sp=40$ mm）と、長さ 48 mm、幅 $W=20$ mm、厚さ $t=0.01$ mm のウェブからなる。座標系は4 ローラモデルの場合と同じで、ウェブは4節点膜要素（ 0.5×0.5 mm）で長手方向に96分割、幅方向に40分割されている。シミュレーションの手順は以下の通りである（図9(a)~(c)参照）。①2本の平行なローラ R1, R2 およびウェブを、図(a)のような配置で作成する。②ウェブの両端の節点すべてに荷重 $tsn(=0.05$ N) を x 軸方向に加えて、ウェブに張力 $T(=tsn \times 41)$ を与える（図(a)）。このとき、ウェブ両端の幅方向（ z 方向）変位は自由とし、拘束しない。③張力を加えたまま、ウェブの両端を下方（ $-y$ 方向）へ移動させ、ウェブ両端部を R1, R2 に固着させる（ $\mu=\infty$, 図(b)）。④R1 を固定し、R2 を y 軸まわりに角度 β 回転させて偏角 β を与え、ウェブに生じる波しわの変化を観察する（図(c)）。 β の増加割合は、計算の1step ごとに 0.05° とし、最大 10° までの計算を行った。シミュレーションに用いたウェブの寸法、物性値、計算時のパラメータの値を表2に示す。表2の値は表1の4 ローラモデルの場合と同じで、計算では、Large strain, Total Lagrange, 分離条件は応力基準で 0.1 MPa を指定した。

Fig.8 Two roller model for wrinkling simulation

Table 2 Main parameter values

β [$^\circ$]	sp [mm]	W [mm]	t [mm]	E [GPa]	ν	T [N]
0-10	40	20	0.01	1	0.3	0.05×41

Fig.9 Simulation procedure

3・2 2 ローラモデルによるシミュレーション結果の代表例 (Case A)

2 ローラモデルのシミュレーション結果から、 β の増加によるウェブの波しわ模様や波しわ形状（ウェブの面外変位）の変化を抽出し、結果を図10、図11に示した。これらの結果は、基本的に、2.2節の図3,4や2.3節の図6,7の結果（4 ローラモデル）と同じ傾向を示しているが、図10,11(a)では β のかなり小さな値（ 0.65° ）で $n=9$ の波しわが生じていること、図10(e), (f) の $\beta=3^\circ, 10^\circ$ では、ウェブの緩み側で大きなたるみが生じている点などが異なる。

(1) 波しわの傾きについて

波しわの傾きについては、2.2節①で定性的な傾向について述べた。ここでは、図10(b) $\beta=1^\circ$ の7本の波しわを例にとり、個々のしわの傾きを定量的に調べた。まず、(i) 1本のしわに着目し、図(b)よりその傾きを読み取る。次に、(ii) そのしわ（灰色の帯状部分）の中心線とフリースパン中央の線 PQ との交点が一番近い節点の3応力 σ_{xx} , σ_{zz} , τ_{xz} から最大主応力の方向を計算する。図10(b) $\beta=1^\circ$ の7本の波しわを、張り側側端から順に 1, 2, 3, ..., 7 と番号付けし、上記(i), (ii)の結果を比較したのが表3である。表より、両端のしわを除けば、(i)のしわの傾きは(ii)の最大主応力の方向にほぼ一致していること、しわの傾きはウェブの緩み側で大きく（最大で約 9° ）、ウェブ張り側側端部で小さいことがわかる。 $\beta=3^\circ$ の場合の図10(e)でも同様な結果が得られているが、しわの傾きは最大で 17° とかなり大きくなっている。

Fig.10 These figures show a development of the wavy wrinkling pattern of 2 roller model ($\mu=\infty$) with increase in β . The number of wavy wrinkles decreases with β as explained in Figs. 3 and 6. But there are a few differences. The first wavy wrinkling with $n=9$ occurs at $\beta=0.65^\circ$ (Fig. (a)) and a large slack area is observed at $\beta=3^\circ$ and 10° (Figs. (e) and (f)).

Table 3 Comparison between wrinkle direction and maximum principal stress direction in case of Fig.10 (b)

Wrinkle number	1 st	2 nd	3 rd	4 th	5 th	6 th	7 th
Direction of wrinkles in Fig.10(b) [°]	2.82	5.02	7.14	8.75	9.03	6.53	3.54
Direction of maximum principal stress calculated from σ_{xx} , σ_{zz} , τ_{xz} [°]	1.96	4.83	7.44	9.02	9.14	6.64	1.72

(2) ウェブのたるみ領域について

図 3, 6, 10 に見られるように、ローラの偏角が大きくなるとウェブの緩み側（フリースパンの右上部）でたるみが生じ、たるみの領域は次第に拡大する。たるみの発生とたるみの領域は、主観的に判断されることが多い。ここでは、ウェブの等価 von Mises 応力 σ_{vm} に着目し、 $\sigma_{vm} \leq 2 \text{ MPa}$ の領域とウェブがたるんでいると思われる領域（たるみ領域）の重なりを調べた。図 10(e) $\beta=3^\circ$ の場合について、 $\sigma_{vm} \leq 2 \text{ MPa}$ の領域を図示したのが図 12(a)の明る

Fig.11 These figures show a development of the wavy wrinkle profile of 2 roller model ($\mu=\infty$) with increase in β . The number of wavy wrinkles decreases and the maximum amplitude increases with β as explained in Figs. 3 and 6.

い灰色部分で、図中に3本の破線で示したほぼ直角三角形の内側の領域（直角を挟む2辺の長さは $x_s=29$ mm, $z_s=8$ mm）になる。そこで、この直角三角形の斜边上の5個の節点に●印を付し、これらの●印を図10(e)の波しわ模様に重ねたのが図12(b)である。図(b)より、●印は一番上の波しわのへこみ部分（黒の右下がりの部分）の境界付近にほぼ並び、その上側の白い領域が+zに変位したたるみ領域と考えられる。これより、 $\sigma_{vm}=2$ MPaをたるみ領域の境界と考えると、図10では、 $\beta=1.09^\circ$ からたるみが発生し、図(b) $\beta=1^\circ$ で $x_s=6$ mm, $z_s=1.5$ mm, 図(c) $\beta=1.5^\circ$ で $x_s=20$ mm, $z_s=3.5$ mm, 図(d) $\beta=2^\circ$ で $x_s=26$ mm, $z_s=5$ mmのたるみ領域が生じていることになる。なお、上記の直角三角形の中に $2\text{ MPa} < \sigma_{vm}$ の小さな領域が混じることもあった。他の計算結果についても調べたところ、 $\sigma_{vm}=1$ または 3 MPaがたるみの境界にふさわしいような場合もあった。たるみ領域における2個の主応力（最大主応力、最小主応力）の特徴については6章で説明する。

Fig.12 A light gray part in Fig.(a) indicates the area where the von Mises stress is not greater than 2 ($\sigma_{vm} \leq 2$ MPa). An almost right triangle which covers the light gray part seems to be a slack area of the web at this β . Five nodal points on the hypotenuse (the boundary of the slack area) are marked by small circles. In Fig. (b), these five nodal points are superimposed on the wavy wrinkle pattern at the same β . These points are situated around a boundary of the upper white part which seems to be a slack area.

次に、シミュレーション結果（図10, 11）から n - β 線図を作成した。結果を図13に実線で示す。同図には比較のために、4ローラモデルでローラ・ウェブ間固着の場合の結果（図5の実線 $\mu=\infty$ ）を破線で示した。図13の2本の n - β 線図は、波しわが最初に生じる β の値と同じ β でしわ数 n の値が若干異なる点を除けば、ほぼ重なっていると考えられる。このことは、ウェブの幅や厚さ、物性値、ローラ間距離、張力などが同じであれば、4ローラモデルでなく2ローラモデルで波しわの特性が調べられることを示している。次節では、2ローラモデルのシミュレーション結果を用いて、主要パラメータが波しわの n - β 線図に及ぼす影響を調べる。

Fig.13 This figure shows a comparison between the n - β curves of 2 roller and 4 roller models. Both curves are almost the same, as the main parameter values are the same. The figure indicates that the 2 roller model can be used to investigate characteristics of the wavy wrinkles instead of the 4 roller model. The onset tilt angle β_0 where the wavy wrinkle firstly occurs is smaller in the 2 roller model (0.65°) comparing with the 4 roller model (1.4°).

4. 主要パラメータが n - β 線図に及ぼす影響

表2に示したパラメータの値の組を基準として、各パラメータの値を2通りに変えて波しわ発生シミュレーションを行い、 n - β 線図を作成した。結果を図14(a)-(f)に示す。また、参考として、それぞれの場合について、張力付加終了時におけるウェブ中央の節点のx方向引張歪 ε_{xx} の値を表4に示した。表中の n の欄には、パラメータごとに、同じ偏角 β におけるしわ数 n の大小と増加方向($\uparrow$, $\downarrow$)を示した。- は明確な n の変化がないことを表す。

(a) Effect of the dividing number of the web width

(d) Effect of web tension T

(b) Effect of Young's modulus E

(e) Effect of roller span sp

(c) Effect of web thickness t

(f) Effect of Poisson's ratio ν

Fig.14 Effects of the main parameters on the n - β curve are shown here. Figure (a) shows the number of wavy wrinkles n increases with increase in the number of elements dividing the web width. Figures (b) and (c) shows that n becomes larger as the web Young's modulus E or web thickness t decreases comparing at the same β value. n becomes larger as the web tension T increases (Fig.(d)). The roller span sp and the web Poisson's ratio ν have little influence on the n - β curve (Fig.(e), Fig.(f)).

Table 4 ε_{xx} values of the web center node at the end of the tension process

Parameters		ε_{xx}	n	Parameters		ε_{xx}	n	Parameters		ε_{xx}	n
Number of div.	40	0.010142	small	t [mm]	0.005	0.020087	large	sp [mm]	20	0.009985	
	60	0.010142	↓		0.01	0.010142	↑		40	0.010142	-
	80	0.010082	large		0.05	0.002044	small		80	0.010148	
E [GPa]	0.1	0.093878	large	T [N]	0.05	0.010142	small	ν	0.01	0.010147	
	0.5	0.020087	↑		0.1	0.020087	↓		0.3	0.010142	-
	1	0.010142	small		0.2	0.039423	large		0.49	0.010139	

(1)ウェブの幅方向分割数がしわ数に及ぼす影響 まず初めに、ウェブの幅方向分割数が波しわのしわ数 n に及ぼす影響を調べた。ウェブの分割要素の寸法を基準の 0.5×0.5 mm から 0.5×0.333 mm, 0.5×0.25 mm に変更し、ウェブの幅方向分割数を基準の 40 から 60, 80 に増加させた。これにともない、ウェブ張力 $T (=tsn \times 41 = 0.05N \times 41)$ が同じ値になるように、式 $T = tsn \times 61$, $T = tsn \times 81$ からそれぞれの場合の tsn (ウェブ両端の全節点に加える引張荷重) を 0.0336 N, 0.0253 N と求め、この値を用いてシミュレーションを行った。得られた n - β 線図が図 14(a)である。図より、ウェブの幅方向の分割数が増加すると、発生する波しわの数 n も増加すること、波しわが最初に発生する β の値 (β_0) は特定の傾向をもたないことがわかる。 n に関しては、分割数の多い方が正解に近いと思われるが、シミュレーション結果が得られる偏角 β の上限が 4.2° と小さく、しわ数の全体的な特徴を把握するのに不都合であり、計算時間も長い。定量的な議論は今後の課題として、ここでは波しわの特徴 (しわ数の定性的な変化) に着目することとして、ウェブ幅方向の分割数を 40 とした。

(2)ヤング率 E の影響 E の値を 1 GPa から 0.5 GPa, 0.1 GPa に変更してシミュレーションを行った。それぞれの場合の n - β 線図を図 14(b)に示す。図より、同じ β に対して E の値が小さいほどしわ数 n が大きいこと、 β_0 の値は、 E の値が大きいほど小さいことがわかる。

(3)ウェブ厚さ t の影響 t の値を 0.01 mm に対して 0.005, 0.05 mm と変えた場合の n - β 線図を図 14(c)に示す。 $t = 0.05$ mm の場合、 n が得られる β の範囲が小さいが、図より、 t の値が小さくなるにつれて n が増加していることがわかる。また、 β_0 の値は、 t に対して特定の傾向をもたない。

(4)張力 $T (=tsn \times 41)$ の影響 張力の影響を図 14(d)に示す。図より、 $2^\circ < \beta < 7^\circ$ の範囲では、張力が大きいほどしわ数 n が大きいことがわかる。 β_0 の値は、 T に対して特定の傾向をもたない。

(5)ローラスパン sp およびポアソン比 ν の影響 これらの影響を図 14(e), (f)に示す。図より、これらの値を変えてもあまり n - β 線図は変化しないことがわかる。

また、上記(2),(3),(4)の E , t , tsn に関しては、表 4 より、「張力付加終了時のウェブの引張歪 $\varepsilon_{xx} (= \sigma/E = (T/A)/E = 41tsn/(tWE))$ の大きい方 (E : 小, t : 小, tsn : 大) が、偏角時のしわ数 n が大きい」と言える。 sp や ν の影響が明確でないのは、表 4 の ε_{xx} の値がほぼ同じためであるが、 sp が上式に含まれていないことから理解できる。ポアソン比 ν については、張力付加時、ウェブ両端の幅方向変位を拘束していない (張力の増加に応じてウェブ両端の幅が縮む) ため、その影響が小さいものと思われる。

図 14 のどの図においても n - β 曲線は右下がりの下に凸の曲線である。 β の増加で n が減少する明確な理由はないが、① β によるウェブの張力増加領域では、曲げ剛性が高くなってしわ幅が大きくなり n が減少すること、また、② β によるウェブの張力減少領域では、たるみが生じてしわが発生するスペースが狭くなること、などによるものかと思われる。なお、 β_0 と主要パラメータ t , tsn , ν の定性的な関係は見出だせなかった。

5. ウェブの伸び歪分布や位置の不整が波しわ発生開始の偏角 β_0 に及ぼす影響

5・1 ウェブの伸び歪分布の不整の影響

ウェブの寸法や物性値、境界条件や張力などパラメータの値が与えられれば、通常、ローラ偏角がある値 β_0 に達したとき初めて波しわが発生し、パラメータの値を変更すれば、それに応じて β_0 が一定の傾向で変化する、と思われる。しかしながら、前章で述べたように、 β_0 と主要パラメータの定性的な関係は、あまり見られなかった。ここでは、ウェブの張力 (ウェブ端の各節点に加えた引張荷重 tsn の和) は同じであるが、 tsn の分布が異なるケ

ースについて、波しわの発生 (n - β 線図や β_0 など) がどのように変わるか、シミュレーションした。これまでの、ウェブ両端の全ての節点(各端 41 節点)に同じ $tsn(=0.05N)$ を加え、張力は $T=0.05N \times 41$ であった (Case A と呼ぶ)。新たなケース (Case B と呼ぶ) では、この 41 節点のうちウェブの隅の 2 節点を除く 39 節点に同じ荷重 tsn' を加え、隅の 2 節点にはそれぞれ $tsn'/2$ の荷重を加えた。この場合、張力は $T'=tsn' \times 39 + (tsn'/2) \times 2 = tsn' \times 40$ になる。ここで、Case A, B の張力 T, T' が等しくなるように tsn' を決めると、 $tsn'=0.05N \times 41/40=0.05125N$ になる。この Case B について、Case A (3.2 節の代表例) と同じ波しわ発生のシミュレーションを行った。

図 15(a), (b)に、Case A, B の張力付加終了時におけるウェブの x 方向の引張り歪 ε_{xx} の分布を示す ($0.0098 < \varepsilon_{xx} < 0.0108$ の区間を 10 段階に分割してグレー表示)。両図のウェブ中央の節点の ε_{xx} の値は 0.010142, 0.010148 とほとんど同じである。Case A の場合、フリースパン内ではほぼ $0.0098 < \varepsilon_{xx} < 0.0106$ で、ウェブの四隅の領域 (図 15(a) ○印) で ε_{xx} の値が少し大きくなっている。一方、Case B では、ウェブ全面で ε_{xx} は 0.010148 で一様であるが、スケールを拡大すると四隅 (図 15(b) ○印) の値がわずかに小さい。以上より、Case B の ε_{xx} 分布は極めて一様性が高いと言える。ここでは、Case B のように、張力付加終了時にウェブの ε_{xx} がほぼ一様に分布している状態を、張力による伸び歪分布の不整が小さいと表現することにする。なお、不整とは、ある物理量の理想的な状態からのずれを言う。

図 16(a)-(c)に Case B の代表的な波しわ模様を示す。Case A については図 10 を参照。また、Case A, B の n - β 線図を図 17 に実線および破線でそれぞれ示す。図 16(a) $\beta=2.8^\circ$ は、形状の不明なしわが発生して 2 ステップ後の状態で、面外変位の大きさも極めて小さい (0.03mm 以下)。図 16(b) $\beta=3^\circ$ は初めて現れたしわ数が数えられる波しわ ($n=5$, 最大振幅約 0.3mm) で、これより Case B の β_0 は 3° となり、Case A の $\beta_0=0.65^\circ$ と比べてかなり大きい。また、同時にウェブの右上隅にたるみが生じている (3.2 節(2)で述べた $\sigma_{vm} \leq 2$ の領域が存在する)。図(c) $\beta=5^\circ$ は計算が停止した直前の波しわで、しわ数は $n=4$ 、しわの最大振幅は約 0.6mm である。図ではわからないが、ウェブ右上隅に大きなたるみ領域がある。計算停止の理由は不明であるが、たるみ領域の変位計算が収束しなかった可能性が考えられる。

以上より、Case B のように張力による伸び歪分布の不整が小さいと、偏角 β が大きくなるまで波しわは発生しない (β_0 が大きい)。Case A, B の伸び歪の分布の不整の差はそれほど大きいとは思われないが、波しわが最初に発生するローラ偏角 β_0 に大きな影響を及ぼすことは注目すべきことと思われる。

Fig.15 These two figures show the elastic strain ε_{xx} distribution just after applying tension to the web. In Case B, the ε_{xx} distribution is uniform and has very little irregularity comparing with that of Case A, even though the ε_{xx} value at each web center is the same. The Case B is called to have a small imperfection.

Fig.16 These figures show development of the wrinkling pattern in Case B due to β . Figure (a) shows an unclear wrinkling pattern, and Fig.(b) shows the first wavy wrinkling, which has five wrinkles $n=5$. Then the onset tilt angle β_0 of the Case B is 3° . Figure (c) shows the wavy wrinkling pattern just before the calculation stops.

Fig.17 This figure shows the comparison of the n - β curves between the Case A and B. In Case B which has a small imperfection, the wavy wrinkling occurs at larger β value ($\beta_0=3^\circ$) and disappears at smaller β value (5°), comparing with the Case A with a large imperfection. n of Case B is almost the same as that of A.

5・2 ウェブの位置不整の影響

これまでのシミュレーションでは、ウェブ両端の節点に x 方向の引張荷重を加える際、それらの節点の y 方向変位（面外変位）だけをゼロに拘束し、 x, z 方向変位は拘束していない。そのため、引張荷重付加時に、ウェブの中心は x （長手）方向へ 0.502 mm、 z （幅）方向へ 0.034 mm ほどずれる（位置の不整を生じる、Case B）。そこで、ウェブに引張荷重を加える際、ウェブ中心の節点の x, z 方向変位をゼロに拘束し、ウェブの位置の不整を抑えて波しわ発生シミュレーションを行った（Case C と呼ぶ）。その他の計算条件は Case B と同じである。

不整が極めて小さい Case C の計算結果を見ると、ウェブは $4.85^\circ < \beta < 5^\circ$ で -0.001~0.0015 mm の微小な面外変位を生じ、 $\beta=5.1^\circ$ で図 18 に示すような形状不明なしわ（面外変位 -0.03~0.036 mm）を生じて計算が停止した。このしわ模様は、Case B の波しわ発生前のしわの模様（図 16(a)）に似ている。計算の刻みを細かくしても、しわ数を数えられるような波しわは発生しなかった。

以上、Case A, B, C の結果より、引張荷重を受けたのちローラの偏角によって生じる波しわは、引張荷重付加時のウェブの伸び歪分布や位置などの不整が大きいと小さな偏角で発生し、不整が小さいと大きな偏角まで波しわは発生しないと考えられる。不整が極めて小さいと形状不明で面外変位の極めて小さなしわは生じるが、その後すぐに計算が停止し、波しわは発生しなかった。

これらのことから、張力を受けたあとローラの偏角によって生じる波しわの発生に関しては、次のように考えられる。すなわち、「ウェブの寸法や物性値、境界条件や張力などが与えられた場合、ローラが特定の偏角に達したとき波しわが発生するのではなく、ウェブの伸び歪分布や位置など計算時の種々の不整（理想的な値からのずれ）によって、波しわが最初に発生するローラの偏角 β_0 が決まる。（偏角が決まれば波しわの数が決まる。）不整が極めて小さいと面外座屈を引き起こす作用が小さいため、波しわは発生しない。」現在のところ、この不整の量を測る物理量は見い出せていない。

Fig.18 This figure shows the unclear wrinkling pattern of the Case C when the simulation stops ($\beta=5.1^\circ$). The Case C has little imperfection and the wavy wrinkling does not appear. This indicates that the imperfection in both the web tensile strain distribution and the web position against the rollers has a great influence on the occurrence of the wavy wrinkle.

6. しわ・たるみ発生時の主応力の幅方向分布

矩形膜の1軸引張りや単純せん断などに関するこれまでの研究から、ウェブが張り (taut), しわ (wrinkled), たるみ (slack) の状態にあるときの主応力や主歪の状態がまとめられており、主応力に関しては、 $0 < \sigma_1, \sigma_2$ (張り), $0 < \sigma_1, \sigma_2 < 0$ (しわ), $\sigma_1 < 0, \sigma_2 < 0$ (たるみ) とされている(例えば, Rabinskiy et al., 2016). ここでは、こうした規準が、本シミュレーションの結果でも成り立っているか、前章の Case A, B の場合について調べた。なお、ここで図示した主応力の幅方向分布は、図8のフリースパン中央でなく、R2 から $-x$ 方向へ 10 mm の位置でデータ採取したもので、最大主応力の幅方向分布は、ほぼ、張力の幅方向分布になっている。

6・1 伸び歪分布の不整が大きい場合 (Case A) の主応力分布

この場合、ウェブは $\beta=0.65^\circ$ で初めて波しわを発生し、 $\beta=1.09^\circ$ でたるみが発生した (3.2 節参照)。そこで、波しわ発生前 (張り状態)、波しわ発生後 (しわ状態)、たるみ発生後 (たるみ状態) の代表として $\beta=0.5^\circ$, $\beta=1^\circ$, $\beta=2^\circ$ を選び、ウェブの最大主応力 σ_1 , 最小主応力 σ_2 , 面外 (y 方向) 変位の幅方向分布を図 19(a)~(c) に示した。 σ_2 の値は σ_1 に比べてかなり小さいので、100 倍または 10 倍の値を図示した。また、 β による σ_2 だけの变化をまとめて図 19(d) に示した。図の横軸 w_z は、ウェブの張り側から緩み側へ向かって幅方向に測った距離である。

図 19 より、以下のことが言える。 $\beta=0^\circ$ のとき、ウェブ全体は張り状態で、 $\sigma_1 \approx 10$ MPa でウェブ幅方向に一定 (水平な直線、図示していない)、 σ_2 は幅中央で最大値 0.073 MPa の上に凸の山形の分布を示す (図(d))。 β が増加すると、 σ_1 は右下がりの直線になり傾きが次第に大きくなる。 σ_2 は山形の高さが低くなり、さらにウェブの張り側から負の領域が次第に広がる。 $\beta=0.5^\circ$ で、ほぼウェブ幅の全体で $\sigma_2 < 0$ で下に凸の谷形の分布になっても、し

Fig.19 These figures show the distributions of the major and minor principal stresses (σ_1, σ_2) in the taut, wrinkled and slack areas of the Case A with a large imperfection. As a reference, the out-of-plane displacement y of the wavy wrinkling is also shown. As σ_2 is very small comparing with σ_1 , σ_2 is magnified and shown in each figure. Even though σ_2 is negative at $\beta=0.5^\circ$, the wavy wrinkling does not appear. And something exceeds a limit, the wavy wrinkling suddenly occurs and σ_2 distribution shows a complicated distribution as shown in Figs. (b) and (d). There seems no relation between σ_2 and y . As β increases further, the slack area gradually appears in the loose side of the web. In the slack area, both σ_1 and σ_2 are very small. σ_1 is always positive but σ_2 is not always positive.

わは発生しない。波しわ発生中の図(b) $\beta=1^\circ$ では、 σ_1 の分布形状はしわ発生前(図(a))とあまり変わらず、 σ_2 の分布は大きく変化して、張り側で負、緩み側ではほぼ正の鋸刃状の分布を示す。なお、 σ_2 としわ変位 y の変動の山谷には対応関係が見られなかった。 β がさらに大きくなり σ_1 の傾きが増えて右下がりの直線が右端でゼロ付近に達するころから、ウェブにたるみ領域が現れ、次第にその領域が拡大する。たるみ領域では、 $\sigma_1 \approx 0$, $\sigma_2 \approx 0$ で $0 < \sigma_2 < \sigma_1$ の関係があった(図(c))。先に述べた従来結果と比較すれば、本シミュレーションの結果では、① $\sigma_2 < 0$ になってもウェブは張り状態を保ち波しわが発生しなかったこと、②波しわが発生していてもウェブの緩み側では $\sigma_2 > 0$ の領域が広く存在していること、③たるみ領域では $\sigma_1 \approx 0$, $\sigma_2 \approx 0$ で $0 < \sigma_2 < \sigma_1$ の関係にあったことなど、いくつかの違いが見られた。

また、図 19 の場合の最大主歪 ε_1 、最小主歪 ε_2 についても、同様な検討を行った。図は割愛するが、従来の結果と比較すると、 $\varepsilon_2' = -\nu\varepsilon_1$ として、①張り状態では、 $\varepsilon_1 > 0$ で $\varepsilon_2, \varepsilon_2'$ は負でほぼ等しく、両端を除いて $\varepsilon_2 < \varepsilon_2' < 0$ であること、②しわ状態の $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_2'$ の関係は張り状態のときとほとんど同じであるが、緩み側で $\varepsilon_2 > \varepsilon_2'$ と逆転している節点もあること、③たるみ領域では $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_2'$ は十分小さいが、 $0 < \varepsilon_1$ で、 ε_2 は正負が混在していることなど、主応力の場合と同様、違いが見られた。

6・2 伸び歪分布の不整が小さい場合 (Case B) の主応力分布

この Case B では、ローラ偏角が $\beta=3^\circ$ のとき、突然ウェブは波しわとたるみを同時に発生する (5.1 節参照)。そこで、波しわ発生前の張り状態として $\beta=1^\circ$, $\beta=2^\circ$ 、波しわとたるみが同時に存在する状態として $\beta=3.5^\circ$ を選び、Case A (図 19) の場合と同様に、最大主応力 σ_1 、最小主応力 σ_2 、面外 (y 方向) 変位の幅方向分布を図 20(a)~(c) に示した。また、 σ_2 だけの变化をまとめて図 20(d) に示した。同じローラ偏角 $\beta=1^\circ$ でも、不整が小さい図 20(a) ではウェブは張り状態にあり、一方、不整が大きい図 19(b) ではすでに波しわが生じている。両図の σ_1 の分布曲線はほぼ同じであるが、 σ_2 の分布曲線は大いに異なり、図 20(a) から、 σ_2 は負の領域にあってまだ下向きの湾曲を

Fig. 20 These figures show the distributions of the principal stresses (σ_1, σ_2) in the taut, wrinkled and slack areas of the Case B with a small imperfection. In Figs. (a) and (b), both the wavy wrinkling and the slack area are not observed, even though σ_2 has a large negative value. β further increases and something exceeds a limit, both the wavy wrinkling and the slack area suddenly appear at a time. In the wrinkled area, σ_1 is positive and σ_2 is negative and small. In the slack area, both σ_1 and σ_2 are very small. σ_2 is always negative but σ_1 is not always negative. $\sigma_1 > \sigma_2$ is satisfied (see Fig.(d)).

保っていることがわかる。ローラ偏角が $\beta=2^\circ$ のとき、不整が小さい図 20(b)ではウェブはまだ張り状態で、 σ_1, σ_2 の分布曲線は、右下がりの直線とゼロを通る水平線を漸近線とする双曲線のような形状になる。 σ_1 は正、 σ_2 は負でその絶対値は比較的大きい。 $\beta=3^\circ$ で波しわとたるみが同時に発生し、 $\beta=3.5^\circ$ のときの σ_1, σ_2 の分布曲線は、図 20(c)や図 20(d)のようになる。しわ領域では σ_1 は正、 σ_2 は負でほぼゼロに近い値で変動する。たるみ領域では、 σ_1, σ_2 はほぼゼロで、 σ_1 は正負混在しているが $\sigma_1 > \sigma_2$ で σ_2 は負の状態にある。これらを従来の結果と比較すると、以下の点で異なる。① $\sigma_2 < 0$ でもウェブは張り状態を保ち波しわが発生しなかったこと、②たるみ領域では σ_1, σ_2 はほぼゼロで、 σ_2 は負、 σ_1 は正負混在しているが $\sigma_1 > \sigma_2$ の関係にあった。

また、図には示していないが、本シミュレーションで得られた主歪 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ の特徴は、以下の点で従来の結果と異なる。ただし、 $\varepsilon_2' = -\nu \varepsilon_1$ である。①張り状態で $\varepsilon_2 < \varepsilon_2' < 0$ であること、②たるみ領域では、 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_2'$ は十分小さく、おおむね $0 < \varepsilon_1$ であるが $\varepsilon_1 < 0$ の場合も存在する。なお、他文献(Zheng, 2009)に述べられているような、 σ_2 の変動と波しわの山谷との対応関係は見られなかった。

7. 強制面外変位による波しわ発生シミュレーション

7・1 シミュレーション方法と結果

これまで説明してきたローラ偏角の増加による波しわ発生シミュレーションでは、偏角が小さいと波しわは発生せず、しわの情報が得られない。そこで、波しわが発生していない偏角で、ウェブに小さな面外変位を強制的に加えて波しわを発生させる、新たなシミュレーション法を構築した(強制面外変位法と呼ぶ)。この方法を2ローラモデルのCase B (5.1, 図 17)に適用して $\beta=0.25, 1, 2.5^\circ$ でしわ数 $n=7.5, 6, 4$ の波しわを得たが、本方法による結果の妥当性を判断するには β の範囲が狭いように思われた。

そこで、単純でかつ広い範囲の β で波しわを発生しないモデルとして、図 21 に示すブロック・シートモデルを考えた。このモデルは1個の剛体ブロックと膜要素で分割した矩形のシートからなる。計算条件は先の2ローラモデルのCase A とほぼ同じ(表 2 参照)で、張力による伸び歪分布の不整はあるが、シートの位置の不整は極めて小さく、このままでは張力付加時や偏角増加時に波しわは発生しない。このモデルによる計算中、いくつかの偏角 β で強制面外変位法を適用した。得られた波しわの例を図 22(a), (b), (c)に示す。これらは、 $\beta=0, 0.25, 1^\circ$ のときシートの●印の節点に、微小面外変位(y方向変位) p_y を加えた時のしわの様子である。1節点に強制変位を加えているためか、しわが欠落している部分もあるが、シートの適当な位置で数えると、しわ数(明るい帯状のしまの数) n が数えられる。こうしたシミュレーションを、 $E=1 \text{ GPa}, 0.5 \text{ GPa}$ について β の広い範囲($\beta=0\sim 8^\circ$)で行い、読み取ったしわ数 n を図 23 に●印、×印で示した。図には、同じ条件での2ローラモデルの偏角増加時のしわ数変化を示す $n-\beta$ 線図(図 14(b)の一部)も示してある。図 23 より、強制面外変位法による波しわの数 n は、先の図 14(b)の2ローラモデルの $n-\beta$ 線図にほぼ重なること、図 14(b)では情報がなかった $\beta=0\sim 0.5^\circ$ の●印、 $\beta=0\sim 2^\circ$ の×印のしわ数が新たに得られていることがわかる。これらの結果から、シート(ウェブ)のしわ数 n は、ローラ偏角 $\beta=0^\circ$ のときのしわ数 n_0 から、 β の増加とともに指数関数的に減少し、ある値 n_f へ漸近しているように見える。そこで、次式で偏角 β におけるしわ数 n を推定することとし、その計算結果を図 23 に点線で示した。

$$n = n_f + (n_0 - n_f) \exp(-c\beta) \quad (2)$$

ここで、 β は偏角を $^\circ$ で測った値、 n_0, n_f, c は各シミュレーションで異なる定数である。図 23 では、 $E=1 \text{ GPa}$ の場合、 $n_0=12, n_f=3, c=1$ 、 $E=0.5 \text{ GPa}$ の場合、 $n_0=13, n_f=4, c=0.7$ としている。図より、式(2)で計算した $n-\beta$ 線図は、これまで説明した2種類の波しわ発生シミュレーションの結果と比較的あっていると言える。

7・2 座屈固有値解析の試み

緒言で述べたように、シェル要素で分割した矩形膜(シート)の1軸引張りや純粋せん断によるしわの研究では、座屈固有値解析が有用であることが知られている。本研究でも、2ローラモデル(図 8)やブロック・シートモデル(図 21)についてパワースイープ法で、座屈固有値解析を行った。得られた座屈モードの中には、波しわとして妥当と思われるモードも存在したが、張力や偏角の増加過程でこれらのモードが変化する様子や固有値の意味を、明確には把握できなかった。図 24 にブロック・シートモデルの3次の座屈固有モードを示す。これに対応する強制面外変位による波しわは図 22(a)である。図 22(a)では、中央右部分にしわの欠損があるが、どちら

のしわもウェブの長手 (x 軸) 方向に平行で、しわ数 12 であり、よく似た結果になっている。将来的には、本研究で扱った 2 ロールモデルの偏角による波しわの解析を、座屈固有値解析で系統的に行うことが望まれる。

Fig.21 Block-sheet model

Fig.22 These are the buckled wrinkling patterns of the sheet due to the forced out-of-plane displacement applied to the center or near edge node (marked by a small dot) of the sheet when the sheet is expanded and the supporting block inclines by the angle β . We can count the number of wrinkles n on the sheet even though some parts of the wrinkles disappear due to the forced displacement. n gradually decreases with increase in β .

Fig.23 This figure includes (1) the n - β curves (the solid line and bold dotted line) of Fig.14(b) obtained by 2 roller model, (2) the results ($\bullet$ and $\times$) of the block-sheet model buckled by the forced out-of-plane displacement and (3) the n - β curves (the dotted curves) evaluated by Eq.(2). These three results are in good agreement. The results indicate the number of wavy wrinkles n decreases exponentially from its initial value at $\beta=0$ as β increases.

Fig.24 This shows an eigen mode obtained by the buckling analysis of the block-sheet model under the same conditions of Fig.22 (a) ($\beta=0^\circ$). Both have the same n ($=12$) and the wrinkles are parallel to the sheet sides.

8. 結 言

ローラの傾き（偏角）でウェブに生じる波しわに関して、その発生と変化の過程を FEM 汎用解析ソフトでシミュレーションした。得られた結果を以下に要約する。

(1) ローラの偏角をゼロから増加させていくと、ある偏角でウェブに波しわが発生し、その後しわ数は減少しながらある値へ漸近する。波しわの間隔、振幅、傾きはウェブの緩み側で大きく、張り側の側端で小さい。ローラ偏角が増加すると、多くの場合、これらのしわは間隔を広げながらウェブの側端へ向かって移動する。しわの傾きは最大主応力の方向に一致し、しわの最大振幅は偏角とともに大きくなる。ローラ偏角が大きくなるとウェブの緩み側にたるみ領域が生じ、しわの発生領域が狭められる。たるみ領域は von Mises 応力がある値 (1~3 MPa) 以下の領域を囲むほぼ直角三角形の領域と考えられる。

- (2)ウェブに生じるしわ数は、偏角ゼロの時の値から偏角の増加とともに指数関数的に減少する。ローラ偏角が同じ場合、ウェブのヤング率や厚さが小さいほど、また、張力が大きいほど、しわ数は多い。ウェブのフリースパン長さやポアソン比はあまりしわ数の変化に影響しない。ウェブの幅方向分割数を増やすと、しわ数は増加する。
- (3)ウェブの寸法や物性値、拘束条件、張力などが与えられた場合、特定のローラ偏角に達したとき波しわが発生するのではなく、ウェブの歪（応力）分布やローラに対する位置など、計算時の種々の不整（理想的な値からのずれ）の大小によって、波しわが発生するローラ偏角が決まると思われる。ウェブの歪分布や位置の不整が大きいと、比較的小さな偏角で波しわが発生する。これに対して、歪分布の不整が小さいと、大きな偏角になって波しわが発生する。歪分布や位置の不整を十分小さくすると、波しわは発生しない。
- (4)張力付加後、偏角増加時におけるウェブの張り、しわ、たるみ状態での最大・最小主応力 σ_1, σ_2 の正負等は、必ずしも従来の知見と一致しなかった。例えば、 $0 < \sigma_1$ として、従来は $\sigma_2 \leq 0$ でしわ状態としているが、本結果では、(a) $\sigma_2 < 0$ で張り状態のときがあり、また、(b) $\sigma_2 \neq 0$ （正負あり）でしわ状態のときがあった。また、従来は、 $\sigma_1 \leq 0, \sigma_2 \leq 0$ でたるみ状態としているが、本結果では、(c) $\sigma_1, \sigma_2 \neq 0, \sigma_1 > \sigma_2 > 0$ でたるみ状態であった。なお、最小主応力の極大極小と波しわ変位の極大極小との間に対応関係は見られなかった。

文 献

- Cerda, E., Ravi-Chandar, K. and Mahadevan, L., Wrinkling of an elastic sheet under tension, *Nature*, Vol.419 (2002), pp. 579-580.
- Cerda, E. and Mahadevan, L., Geometry and physics of wrinkling, *Physical Review Letters*, Vol.90, No.7 (2003), pp.1-4.
- Diaby, A., Le van, A. and Wielgosz, C., Buckling and wrinkling of prestressed membranes, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol.42 (2006), pp. 992 – 1001.
- Eggen, P., Web handling : Top 7 Causes of Wrinkles, *Paper, Film & Foil Converter, Web/Roll Handling*, October 10 (2011). available from <<http://pffc-online.com/web-handling/9810-web-handling-top-7-causes-wrinkles-1010>>, (参照日 2016 年 5 月 13 日).
- Good, J. K., Kedl, D.M. and Shelton, J.J., Shear wrinkling in isolated spans, *Proceedings of the 4th International Conference on Web Handling* (1997), pp.462-480.
- Puntel, E., Deseri, L. and Fried, E., Wrinkling of a stretched thin sheet, *J Elast* (2011) 105:137-170, DOI 10.1007/s10659-010-9290-5.
- Rabinskiy, L.N., Shoumova, N.P. and Zhavoronok, S.I., Analytical Mechanics of Membrane Shells: a Review, *Applied Mathematical Sciences*, Vol. 10, No. 44 (2016), pp.2189 – 2204, available from <<http://dx.doi.org/10.12988/ams.2016.64158>>, (参照日 2016 年 8 月 29 日).
- Roismum, D., Don't Wind Wrinkles into Your Film, *Plastics Technology* (2008), available from <<http://www.ptonline.com/articles/dont-wind-wrinkles-into-your-film>>, (参照日 2016 年 6 月 10 日).
- Smith, R.D., *The Ultimate Roll and Web Defect Troubleshooting Guide WITH GLOSSARY*, Tappi Press (2013), ISBN 978-1-59510-229-9.
- Tessler, A., Sleight, D. W. and Wang, J. T., Nonlinear shell modeling of thin membranes with emphasis on structural wrinkling, *Proceedings of the 44th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference and Exhibit*, 7-10 April 2003, Norfolk, VA. AIAA (2003)-1931.
- Wong, Y.W. and Pellegrino, S., Amplitude of wrinkles in thin membranes. *New approaches to structural mechanics, shells and biological structures*, Kluwer Academic Publishers (2002), pp.257-270.
- Wong, Y. W. and Pellegrino, S., Wrinkled membranes I: experiments, *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, Vol.1, No.1 (2006a), pp.2-23.
- Wong, Y. W. and Pellegrino, S., Wrinkled membranes II: analytical models, *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, Vol.1, No.1 (2006b), pp.25-59.
- Wong, Y. W. and Pellegrino, S., Wrinkled membranes III: numerical simulations, *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, Vol.1, No.1 (2006c), pp.61-93.

- 矢鍋重夫, 猪股和博, ローラ搬送されるフィルムのスキューおよびしわ発生シミュレーション, 日本機械学会論文集 C編, Vol.73, No.732 (2007), pp.2343-2349.
- Zheng, L., Wrinkling of dielectric elastomer membranes. PhD Thesis, California Institute of Technology, Pasadena, California (2009).

References

- Cerda, E., Ravi-Chandar, K. and Mahadevan, L., Wrinkling of an elastic sheet under tension, *Nature*, Vol.419 (2002), pp. 579-580.
- Cerda, E. and Mahadevan, L., Geometry and physics of wrinkling, *Physical Review Letters*, Vol.90, No.7 (2003), pp.1-4.
- Diaby, A., Le van, A. and Wielgosz, C., Buckling and wrinkling of prestressed membranes, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol.42 (2006), pp. 992 – 1001.
- Eggen, P., Web handling : Top 7 Causes of Wrinkles, *Paper, Film & Foil Converter, Web/Roll Handling*, October 10 (2011). available from <<http://pffc-online.com/web-handling/9810-web-handling-top-7-causes-wrinkles-1010>>, (accessed on 13 May, 2016).
- Good, J. K., Kedl, D.M. and Shelton, J.J., Shear wrinkling in isolated spans, *Proceedings of the 4th International Conference on Web Handling* (1997), pp.462-480.
- Puntel, E., Deseri, L. and Fried, E., Wrinkling of a stretched thin sheet, *J Elast* (2011) 105:137-170, DOI 10.1007/s10659-010-9290-5.
- Rabinskiy, L.N., Shoumova, N.P. and Zhavoronok, S.I., Analytical Mechanics of Membrane Shells: a Review, *Applied Mathematical Sciences*, Vol. 10, No. 44 (2016), pp.2189 – 2204, available from <<http://dx.doi.org/10.12988/ams.2016.64158>>, (accessed on 29 August, 2016).
- Roisum, D., Don't Wind Wrinkles into Your Film, *Plastics Technology* (2008), available from <<http://www.ptonline.com/articles/dont-wind-wrinkles-into-your-film>>, (accessed on 10 June, 2016).
- Smith, R.D., *The Ultimate Roll and Web Defect Troubleshooting Guide WITH GLOSSARY*, Tappi Press (2013), ISBN 978-1-59510-229-9.
- Tessler, A., Sleight, D. W. and Wang, J. T., Nonlinear shell modeling of thin membranes with emphasis on structural wrinkling, *Proceedings of the 44th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference and Exhibit*, 7-10 April 2003, Norfolk, VA. AIAA (2003)-1931.
- Wong, Y.W. and Pellegrino, S., Amplitude of wrinkles in thin membranes. *New approaches to structural mechanics, shells and biological structures*, Kluwer Academic Publishers (2002), pp.257-270.
- Wong, Y. W. and Pellegrino, S., Wrinkled membranes I: experiments, *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, Vol.1, No.1 (2006a), pp.2-23.
- Wong, Y. W. and Pellegrino, S., Wrinkled membranes II: analytical models, *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, Vol.1, No.1 (2006b), pp.25-59.
- Wong, Y. W. and Pellegrino, S., Wrinkled membranes III: numerical simulations, *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, Vol.1, No.1 (2006c), pp.61-93.
- Yanabe, S. and Inomata, K., Simulation on skew and folded wrinkle of film transferred by misaligned roller, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.73, No.732 (2007), pp.2343-2349 (in Japanese).
- Zheng, L., Wrinkling of dielectric elastomer membranes. PhD Thesis, California Institute of Technology, Pasadena, California (2009).