対偶すき間を有するパラレルロボットにおける対偶作用力モデルに基づく
運動誤差の高速計算法大野 真澄^{*1}, 武田 行生^{*2}Efficient computation of motion error of parallel robots with joint clearances
based on joint force modelMasumi OHNO^{*1} and Yukio TAKEDA^{*2}^{*1,*2} Department of Mechanical Engineering, Tokyo Institute of Technology
2-12-1 Ookayama, Meguro-ku, Tokyo 152-8552, Japan

Received: 31 January 2018; Revised: 5 April 2018; Accepted: 18 May 2018

Abstract

This paper proposes a method to compute positioning error of a parallel mechanism having passive spherical joints with clearances in motion without numerical integration nor iterative calculation. A model of passive spherical joints, in which the relationship between the relative displacement between the joint elements and the joint force obtained without taking the clearance into consideration is defined, is presented. Based on this model and the principle of virtual work, a procedure to calculate the output position error caused by joint clearance is proposed. Experiments for a DELTA parallel robot with joint clearances were conducted to evaluate the effectiveness of the proposed method comparing the measured output position error with the computational results. The applicability of the proposed method was discussed with a time variable for the relative displacement of the joint elements to converge, when the joint reaction force changes, defined as stabilization time. An index, representing an approximation of the stabilization time, was defined under consideration of rebounding and sliding motions between joint elements. The validity of the index was confirmed by investigating the correspondence between calculated index and the stabilization time obtained with experiments when changing the acceleration of the robot.

Keywords : Kinematics, Sensitivity, Parallel mechanism, Joint clearance, High-speed computation, Principle of virtual work

1. 緒 言

パラレルロボットは高速な位置決め動作を繰り返し行うため、ロボット内の受動対偶が摩耗してすき間が発生すると出力運動の誤差や振動的な挙動が生じる。これに対し、実際に存在する対偶すき間の大きさとその影響を予測して悪影響が出ないように軌道設計を行うことを考える。これを可能とするためには、対偶すき間によって生じる出力運動の誤差を高精度に計算する手法が必要である。

リンク機構の対偶のすき間を考慮した挙動の解析に関する従来の研究では、すき間を有する対偶の対偶素に作用する力をモデル化し、運動方程式から得られた加速度を逐次積分する手法が広く用いられ、平面機構における回転対偶のすき間を考慮した手法(Flores et al., 2006)や空間機構における球対偶のすき間を考慮した手法(Flores and Ambrosio, 2004) (Flores and Lankarani, 2010) (Schwab et al., 2002)の提案がなされている。これらの研究によって提案された手法は、対偶素の衝突におけるエネルギー損失のモデル(Lankarani and Nikravesh, 1990)、あるいは不連続な接触力モデルに基づいている。これらのモデルを用いた手法は、すき間による挙動を精度よく計算できる反面、すき間を有する対偶における対偶素の接触および分離の判定を逐一行わなければならない。このとき、対偶

No.18-00057 [DOI:10.1299/transjsme.18-00057], J-STAGE Advance Publication date : 1 June, 2018

本論文は、第23回ロボティクスシンポジウム講演論文集(2018), No.5A1の掲載内容に基づいた論文である。

^{*1} 正員, 東京工業大学 工学院 機械系 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1)^{*2} 正員, フェロー, 東京工業大学 工学院

E-mail of corresponding author: ohno.m.ad@m.titech.ac.jp

のすき間が機構に対して非常に小さいため、2つの状態は高い頻度で遷移し、数値積分における時間ステップを小さくしなければならず、シミュレーションに膨大な計算資源が要求される。すき間を有する対偶における対偶素の接触を仮定し対偶作用力と接触点のモデルを与える手法(舟橋他, 1996)が提案されている。この手法は運動方程式の数値積分を必要としないが、すき間の大きさによって変化する接触点の位置を考慮しているため、反復計算により対偶素の接触位置を求めている。また、静力学条件下での出力誤差解析については、反復計算を用いずに出力リンクのみに外力が生じた際の誤差を求める手法が提案されている(Innocenti, 2002)。

そこで、数値積分および反復計算を含まずに、ロボットが運動するときの各時刻における、対偶のすき間によって生じる出力リンクの変位誤差を導出可能な手法が望まれる。ロボットが運動しているときにすき間を有する各対偶で生じる対偶素間の相対変位を求めることができれば、感度解析により出力リンクに生じる変位誤差を近似的に求めることができる。すき間を有する対偶の対偶素間の相対変位は、厳密には運動方程式により決定され、数値積分により導出される。しかし、対偶作用力と対偶素間の相対変位の導出が、反復計算や数値積分を要さずに可能となれば、対偶すき間のあるパラレルロボットの運動誤差が高速に計算可能となる。

本研究では、対偶すき間を有するパラレルロボットが運動しているときの各時刻での出力変位誤差を導出する手法を提案する。まず、対偶すき間が存在していても対偶素同士は常に接触し、その相対位置は、すき間がないとして運動方程式を解いて求められる対偶作用力に基づいて決定されると仮定して、Innocentiによる仮想仕事の原理に基づく感度解析法とすき間を有する球対偶の作用力モデルにより、誤差を解析する手法を提案する。この仮定は、運動加速度が滑らかに変化する場合には概ね満足されると考えられるが、運動加速度に著しい変化が生じた直後には対偶素同士が分離・衝突を繰り返して機構は振動的な挙動を示し、成立しない場合がある。また、このような挙動は極めて複雑であり、解析的に求めることは困難であり、産業的な応用面からは、このような挙動は好ましくない。そこで、この振動的な挙動を示す時間を安定化時間と呼び、これを対偶素の滑りおよび跳ね返りに着目した単純なモデルにより近似して求め、誤差解析の精確性の指標として提案する。そして、提案手法による出力誤差の解析結果と実験により取得した出力誤差(加速度の2階積分)の比較、および安定化時間の近似計算値と実験により得られた出力リンクの振動減衰に要する時間の比較により、提案した手法および指標の有効性を検討する。

解析の対象として、図1に示す3自由度並進パラレルロボット(以下、デルタロボット)を用いた。各パラメータには、実存の産業用ロボットに通ずる値を用いた。

2. 運動時の出力誤差解析

2.1 すき間を有する球対偶の接触モデル

対偶すき間によって生じる対偶素の相対誤差と対偶作用力の関係を次式で近似する。

$$\delta_{i,j,k} = -c_{i,j,k} \frac{\mathbf{F}_{i,j,k}}{\|\mathbf{F}_{i,j,k}\|} \quad (1)$$

ここで、図2に示されるように、 $c_{i,j,k}$ は各対偶のすき間の大きさを、 $\mathbf{F}_{i,j,k}$ は全対偶にすき間や摩擦がないとして逆動力学解析を行って得られる対偶作用力を、 $\delta_{i,j,k}$ はすき間によって生じる対偶素間の相対変位誤差を表す。添え字 i,j,k は図1に示すように、球対偶の番号を表す。式(1)は、対偶素は常に接触し、接触点は $\mathbf{F}_{i,j,k}$ の作用線と摺動面の交点に一致するという仮定に基づいている。この近似は、対偶作用力 $\mathbf{F}_{i,j,k}$ が急激に変化するとき、対偶素が振動的な挙動を示すため、その精度は悪くなる。このような挙動が生じないような場合には、対偶の摩擦による出力誤差への影響は小さいと考え、本論文における解析モデルにおいて対偶の摩擦を考慮しない。

2.2 仮想仕事の原理に基づく出力リンクの変位誤差の導出

本節では、仮想仕事の原理に基づき、すき間によって生じる対偶素間の相対変位誤差 $\delta_{i,j,k}$ とそれによって生じる出力リンクの変位誤差 $\delta \mathbf{x}_P$ の関係を導出する。導出の上で、アクチュエータの角変位は指令値を完全に追従する前提を与える。本節の解析は感度解析であり、この関係は幾何的に決定されるものである。出力リンクに作用

Fig. 1 Kinematic diagram of DELTA parallel mechanism. The origin of the global coordinate corresponds to the center of 3 active revolute joints. Z axis is perpendicular to the plane which includes 3 active revolute joints. X axis corresponds to vector from 1st active revolute joint to the origin. Gravitational force is applied in the negative Z direction. Subscript i, j , and k of variables stands for spherical joint number assigned to each spherical joint. $F_{i,j,k}$, $\delta_{i,j,k}$, f , and δx_p stand for joint reaction force, error between joint elements, external force applied to end-effector, and output error, respectively.

Fig. 2 Contact model of spherical joint with clearance. An assumption is considered in which joint elements are always in contact, and the contact point corresponds to the intersection of joint reaction force and the sliding surface.

する仮想的な外力 f を仮定する. ここで, 他のリンクの変位誤差を求めたい場合は, それに対応する外力を仮定すれば良い. このとき, f によって生じる, 各対偶の作用力は, 各リンクに作用する力とモーメントの釣り合いの式を解くことで得られる.

$$F_{i,j,k} = K_{i,j,k} f \quad (2)$$

すき間の大きさが機構の寸法に対して十分小さいとき, 変位誤差 δx_p および $\delta_{i,j,k}$ の関係を仮想仕事の原理を用いて表すことができる. $\delta x_p, \delta_{i,j,k}$ がそれぞれ値 0 から変化する過程において, 力 f および $F_{i,j,k}$ をこれらの仮想変位に対応する外力とみなすとき, 外力 f および $F_{i,j,k}$ によって機構全体が釣り合いの状態にあるためには, 次式が成立しなければならない.

$$-f \cdot \delta x_p + \sum_{i,j,k} F_{i,j,k} \cdot \delta_{i,j,k} = 0 \quad (3)$$

(1)–(3)式より, 対偶のすき間によって生じる出力リンクの変位誤差 δx_p は次式(4)のように得られる.

$$\delta x_p = - \sum_{i,j,k} c_{i,j,k} K_{i,j,k}^T \frac{F_{i,j,k}}{\|F_{i,j,k}\|} \quad (4)$$

式(4)から分かるように, 出力リンクの誤差はすき間の大きさの一次式で与えられ, その時刻におけるすき間を無視した場合の変数のみに依存するため, その導出には反復計算や数値積分を必要としない.

3. 数値計算例と実験

本章では, 提案した出力誤差解析手法の妥当性を評価するため, デルタロボットにある目標軌道を与え動かした際の出力リンクの誤差を, 本手法および実験によって求め比較する. 実験においては摩耗によって過大なすき間を有する球対偶および製造されたばかりのすき間が理想的に小さい球対偶を用いる. ロボットは実験ごとに分解組み立てを繰り返して 12 個の球対偶をそれぞれ変更して出力リンクの加速度を計測した. 全てすき間が理想的

な球対偶を用いる場合 (Case 1), 0.4 mm 以下の大きさのすき間を有する球対偶を用いる場合 (Case 2), 0.9 mm 以下の大きさのすき間を有する球対偶を用いる場合 (Case 3) の計 3 通りの実験を行なった. 実験に用いた球対偶のすき間の大きさを個別に測定した結果を図 3 に示す. 本手法による出力誤差は, 図 3 の値を用いて計算した. 実験では, エンドエフェクタの加速度を測定してこれを数値 2 階積分することにより変位を求め, 目標変位との差を誤差とした. なお, 積分により出力誤差を求めるため, 出力誤差の相対値のみが比較可能である. ここで用いる 4 種類の軌道を表 1 にまとめる. 表 1 は各軌道における, エンドエフェクタの初期位置およびエンドエフェクタを動かす方向を示す. 4 つの軌道は運動の方向は異なるが, 各時刻における加速度の大きさが全て同一の直線軌道である. 図 4 に各軌道における目標加速度の各方向の時間変化を示す. 高精度に出力誤差の比較を行うため, エンドエフェクタを動かす方向以外の成分を検討対象とする.

図 5 に提案手法により求められた出力誤差を, 図 6 に実験で測定した加速度を, 図 7 に実験によって求められる出力誤差をそれぞれ示す. 図 5 から図 7 では, 一例として, 軌道 1 を用いた場合の結果を示す. 図 7 は, 対偶作用力の急激な変化に伴って, 対偶のすき間による出力誤差が変化する現象が実験的に確かめられたことを示している. 実験および提案手法によって得られた出力誤差を定量的に比較するため, 静止時に対する加速時の出力リンクの誤差を考え, 図 5 および図 7 において, 時刻 $t = 0.50$ s に最も近い極値 (図中黒丸印で示す) と $t = 0.3$ s の取る値 (図中白丸印で示す) の差を調べる. この差を軌道および用いた対偶すき間の大きさの組み合わせごとにまとめた結果を図 8 に示す.

Fig. 3 Magnitude of clearances of joints used in simulations and experiments. 3 cases are considered. Joint clearances of case 1 are small enough to be ignored. Joint clearances of cases 2 and 3 are assigned with difference in magnitude of clearance.

Fig. 4 Acceleration of target trajectory.

(a) Y-component of output error

(b) Z-component of output error

Fig. 5 Y and Z-components of output error simulated by proposed kinematic sensitivity analysis method.

同図より, 実験と理論の解析結果を比較すると, 運動誤差の改善に向けては, 手法の改善を必要とするものの, 実験結果と傾向の一致する理論解析が行えたことが分かる. 特にすき間の大きさが最も大きい場合の **Case 3** においては, 実験および理論によって得られた出力誤差ベクトルの向きが近い. 出力誤差の大きさについては, 理論による値の方が, 実験による値よりも大きく表れる傾向があることが分かる. これは, 対偶素の衝突や摩擦の影響を受ける滑り運動によって, すき間を有する対偶の対偶素の相対変位が式(1)のモデルによって示す接触点まで到達しなかったことが考えられる. また, 数値積分による誤差も考えられる. 出力変位誤差を精確に測定するための方法の開発が必要である. 出力誤差の計算精度の向上のためには, 対偶摩擦の考慮も今後は重要であると考ええる.

Table 1 The description of trajectories

Trajectory	Start point [m]	Direction
Trajectory 1	(-0.300, 0, -0.750)	Positive X
Trajectory 2	(0.300, 0, -0.750)	Negative X
Trajectory 3	(0, -0.300, -0.750)	Positive Y
Trajectory 4	(0, 0.300, -0.750)	Negative Y

(a) Y-acceleration

(b) Z-acceleration

Fig. 6 Y and Z-components of acceleration experimentally measured using a 3 dimensional accelerometer for each case of joint clearances.

(a) Y-component of output error

(b) Z-component of output error

Fig. 7 Y and Z-components of output error calculated by second-order integration of experimentally measured acceleration (shown in Fig. 6).

Fig. 8 Comparisons of output error obtained by simulations and experiments. The errors obtained with simulation and experiment have a good agreement with each other. The filled and open markers stand for the experimental and simulation results, respectively.

4. モデルの適用範囲の検討

4・1 安定化時間

2・1節の式(1)で示した、対偶すき間と変位誤差の関係のモデルは、対偶作用力が変化するときすき間を有する対偶に生じる振動を無視して与えたものであるが、この収束に要する時間が軌道の時間スケールに対して大きい場合、計算された出力誤差は不正確な値になってしまう。この振動の収束に要する時間の大きさは、計算された出力誤差の精確さを示す指標となると考えられる。そこで、機構の加速度をステップ的に変化させたときから、全てのすき間を有する対偶の相対変位が一点に収束するのに要する時間を安定化時間 t_{total} として定義する。すき間を有する対偶ごとに、対偶素の2体運動のモデルを構築し、その相対変位が一点に収束するのに要する時間 $t_{i,j,k}$ を近似し、その最大値を求めることで、安定化時間の近似値を導出する。

$$t_{\text{total}} = \max_{i,j,k} t_{i,j,k} \quad (5)$$

以降で $t_{i,j,k}$ を求める過程を説明する。まず、次の条件を仮定する。

- (1) 2体には、すき間がないとして運動方程式を解いて求められる対偶作用力とすき間の存在による対偶作用力の増加分のみが作用し、前者の作用力は常に一定であり、後者の作用力是对偶素の接触のみに起因する。
- (2) 2体はともに質点である。
- (3) 対偶素の衝突は瞬間的で、反発係数 e の非弾性衝突である。

これらの仮定から、対偶素の相対変位の軌跡は同一平面に含まれることが導かれる。その平面上で表される対偶

素の相対変位の軌跡の例を図9に示す. 図9において, 円の半径 $c_{i,j,k}$ は対偶の半径すき間を, $F_{i,j,k}$ および $F'_{i,j,k}$ は加速度の変化前後の対偶作用力をそれぞれ表す. 対偶素の相対変位は円内部の点を取りうる. 円の中心を原点, 対偶素の相対加速度と垂直な向きを始線として, 極座標系を定める. すき間を有する対偶の相対運動は対偶素の分離・衝突を繰り返す ①跳ね返り運動, および対偶素が連続的に接触する ②滑り運動に分類される. 図9に示す対偶素の相対変位の軌跡のように, 機構の加速度が変化したとき, 対偶素は①→②の順もしくは②のみの運動をする. 跳ね返り運動および滑り運動に要する時間をそれぞれ t_{bound} , t_{slide} とすれば, 安定化時間は次式で表される.

$$t_{i,j,k} = t_{\text{bound}} + t_{\text{slide}} \quad (6)$$

滑り運動のみをするときは, $t_{\text{bound}} = 0$, すなわち $t_{i,j,k} = t_{\text{bound}}$ となる.

4・2 すき間を有する対偶の跳ね返り運動

本節では, 跳ね返り運動に要する時間 t_{bound} を導出する. 前節の仮定(1)から, 対偶素は分離時, 一定の相対加速度で運動する. このモデルに基づき, 対偶素が接触し速度0となっているときを初期値として, 跳ね返りが生じなくなるまでの時間を求める. ここで θ_0 ($-\pi/2 \leq \theta_0 \leq \pi/2$ とする) によって極座標の偏角の初期値を表すことにすると, $\theta_0 = 0 \text{ rad}$ および $\theta_0 = \pi/2 \text{ rad}$ のときの t_{bound} はシミュレーションを行わずとも次式で与えられる.

$$\begin{cases} t_{\text{bound}}|_{\theta_0=0} = 0 \\ t_{\text{bound}}|_{\theta_0=\frac{\pi}{2}} = (h + 2eh + 2e^2h + 2e^3h + \dots) = \frac{1+e}{1-e} h \end{cases} \quad (7)$$

ここで h は, 対偶素が最初の衝突を行う時刻を表し, 次式(8)で表される.

$$h = 2 \sqrt{\frac{c_{i,j,k}}{\|\ddot{\delta}_{i,j,k}\|}} \quad (8)$$

$-\pi/2 \leq \theta_0 \leq 0$ のとき, 跳ね返り運動は生じないため, $t_{\text{bound}} = 0$ である. $0 \leq \theta_0 \leq \pi/2$ においてシミュレーションを行って得た t_{bound} と θ_0 の関係を図10に示す. ただし, 図10において, t_{bound} の値を $t_{\text{bound}}|_{\theta_0=\frac{\pi}{2}}$ で除す正規化を行っている. t_{bound} の値は $\|\ddot{\delta}_{i,j,k}\|$ の平方根に反比例し θ_0 の平方根に比例する. 結局グラフの波形を決定するのは反発係数

Fig. 9 Relative motion between joint elements. Thick line means the locus of relative position between the centers of joint elements. Polar coordinate system (r, θ) is defined. $\ddot{\delta}_{i,j,k}$ is perpendicular to reference direction of angle θ . The pole located at the same position to the center of joint element. Initial conditions of r and θ are given by $c_{i,j,k}$ and θ_0 . On a curve Q_1Q_2 , the joint elements bound relatively. On a curve Q_2Q_3 , the joint elements slide relatively.

Fig. 10 Normalized t_{bound} which means simulated time for joint elements to transition into stable contact. The result is dependent on e and θ_0 . Bold line means a linearly approximated line.

Fig. 11 One-dimensional pendulum model. One spherical joint with clearance is modeled. Joint reaction force $F'_{i,j,k}$ and Coulomb's friction force are taken into consideration.

e のみである。図 10 から分かるように t_{bound} は、 $\theta_0 = 0 \text{ rad}$ から $\theta_0 = \pi/2 \text{ rad}$ まで、ほとんど単調に増加する傾向があるため、 t_{bound} を $\theta_0 = 0 \text{ rad}$ と $\theta_0 = \pi/2 \text{ rad}$ の 2 点を用いて線形補間し、次式で与えることにする。

$$t_{\text{bound}} \approx \frac{2\theta_0}{\pi} t_{\text{bound}}|_{\theta_0=\pi/2} = \frac{4}{\pi} \frac{1+e}{1-e} \theta_0 \sqrt{\frac{c_{i,j,k}}{\|\ddot{\delta}_{i,j,k}\|}} \quad (9)$$

これにより t_{bound} は、ロボットの軌道に依存する変数 $\|\ddot{\delta}_{i,j,k}\|$ 、 θ_0 、反発係数 e 、すき間の大きさ $c_{i,j,k}$ によって表されることが分かる。

4・3 すき間を有する対偶の滑り運動

本節では、対偶素が滑り運動し始めてから静止するまでの時間 t_{slide} を求める。まず力学系を構築する。4・1 節の仮定により、滑り運動は平面上に限定されると考える。そこで、図 11 で示すような 1 次元振り子運動としてモデル化する。対偶素の滑りのクーロン摩擦を考慮して、運動方程式を立てると次式(10)のようになる。

$$m_e c_{i,j,k} \ddot{\theta} + \mu \|F'_{i,j,k}\| \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \text{sgn } \dot{\theta} + \|F'_{i,j,k}\| \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = 0 \quad (10)$$

ここで m_e は対偶作用力方向における機構の等価質量を、 $F'_{i,j,k}$ は対偶作用力を、 μ は摩擦係数を、 $c_{i,j,k}$ はすき間の大きさをそれぞれ表す。式(10)の三角関数を θ について一次近似し、4・1 節の仮定(1)を用いることで、静止するまでの時間 t_{slide} の最大値 $\bar{t}_{\text{slide}}$ の近似式として次式を得る。

$$\bar{t}_{\text{slide}} \approx \frac{\pi^2}{2\mu} \sqrt{\frac{m_e c_{i,j,k}}{\|\mathbf{F}'_{i,j,k}\|}} \quad (11)$$

$\bar{t}_{\text{slide}}$ は θ の初期値が 0 のときの t_{slide} の値である. 4・1 節の仮定 (1) から, $\mathbf{F}'_{i,j,k} = m_e \ddot{\boldsymbol{\delta}}_{i,j,k}$ として近似すると,

$$\bar{t}_{\text{slide}} \approx \frac{\pi^2}{2\mu} \sqrt{\frac{c_{i,j,k}}{\|\ddot{\boldsymbol{\delta}}_{i,j,k}\|}} \quad (12)$$

である. 以上をまとめ, 安定化時間の近似値 t_{slide}^* を次式で定義する.

$$t_{\text{total}}^* \equiv \max_{i,j,k} \left(\frac{4}{\pi} \frac{1+e}{1-e} R(\theta_0) + \frac{\pi^2}{2\mu} \right) \sqrt{\frac{c_{i,j,k}}{\|\ddot{\boldsymbol{\delta}}_{i,j,k}\|}} \quad (13)$$

ここで, $R(x) = \max(x, 0)$ はランプ関数である. 式 (13) から分かる通り, 加速度が大きいほど, また, すき間が小さいほど, 安定化時間は小さくなることから分かる. 軌道に特有の変数 $\|\ddot{\boldsymbol{\delta}}_{i,j,k}\|$ と θ_0 に着目すれば, 安定化時間を小さくする軌道を選択することが可能である.

5. 実験による安定化時間の評価

本章では, 前章で定義した安定化時間の近似値 t_{total}^* の妥当性を評価するため, パラレルロボットにある目標軌道を与え動かしたときの, 出力リンクの加速度を実験によって計測し, 安定化時間 t_{total} を求め, t_{total}^* と比較する. 与える目標軌道は, エンドエフェクタ上の点 P を水平 Y 軸方向の直線に沿って位置決めする軌道とし, その加速度は図 12 で示される 6 通りを与えた. 加速度の変化の大きさが安定化時間に与える影響を見るため, 6 つの軌道は, 加減速時の加速度の大きさとして異なる値を用いている. 球対偶のすき間の大きさを Case 1 および Case 2 の 2 通りに変えて実験を行なった. 用いた対偶のすき間の大きさの組み合わせを図 13 に示す. エンドエフェクタの加速度が変化する時刻において, 式 (13) に基づき, t_{total}^* の導出を行った. この際, 対偶素に関するパラメータとして表 2 に示す値を用いた. また, 変数 $\|\ddot{\boldsymbol{\delta}}_{i,j,k}\|$, θ_0 は, 球対偶 $S_{i,j,k}$ のみ拘束がなく, その他の球対偶で拘束が生じると仮定してデルタロボット全体の系の運動方程式を解いて得られた値を用いた. その結果を表 3 に示す.

Fig. 12 Y-acceleration of target trajectory. t_{total}^* at the time of the marked points were calculated.

Fig. 13 Magnitude of clearances of joints. 2 cases were considered. Joint clearances of case 1 are small enough to be ignored.

Table 2 Parameters used in calculation of t_{total}^*

e [-]	0.3
μ [-]	0.3

Table 3 Results of dynamic analysis

Time when t_{total}^* is calculated	Trajectory	Spherical joint	θ_0 [rad]	$\ \ddot{\delta}_{i,j,k}\ $ [m/s ²]
○	Trajectory 3	S _{2,1,2}	-0.784	21.13
		S _{2,2,2}	-0.206	30.91
		S _{3,1,2}	0.859	30.51
		S _{3,2,2}	-0.146	17.19
	Trajectory 5	S _{2,1,2}	-0.844	23.24
		S _{2,2,2}	-0.232	34.58
		S _{3,1,2}	0.885	34.43
		S _{3,2,2}	-0.089	19.14
●	Trajectory 3	S _{2,1,2}	1.090	17.19
		S _{2,2,2}	0.742	30.51
		S _{3,1,2}	-1.326	30.92
		S _{3,2,2}	-0.871	21.14
	Trajectory 5	S _{2,1,2}	1.145	19.14
		S _{2,2,2}	0.725	34.43
		S _{3,1,2}	-1.324	34.58
		S _{3,2,2}	-0.844	23.24

表3には一例として軌道3および軌道5に関する値を示す。実験により測定した加速度の波形を図14に示す。加速度波形から、Case2における負の加速度が作用し始める時刻○、および正の加速度が作用し始める時刻●における安定化時間 t_{total} を考える。ここでは、目標加速度が変化し始める時刻から、Case1とCase2の加速度の差が初めに0.5 m/s²以下になる時刻までの時間を、安定化時間 t_{total} として求める。得られた安定化時間 t_{total} 、および $\|\ddot{\delta}_{i,j,k}\|$ 、 θ_0 から求められた t_{total}^* の値を図15において比較する。

図15より、安定化時間 t_{total} が最大2倍程度の誤差で、 t_{total}^* によって再現されていることが分かる。軌道1,2,3の負の加速度が作用し始める時刻○における値を除けば、 t_{total} および t_{total}^* の差は最大1.2倍程度である。これにより、本論文で提案したモデルは、対偶すき間によって生じる振動的なロボットの挙動をよく説明していると考えられる。さらに時刻●における値に着目すると、加速度の大きい軌道において t_{total}^* の値が小さくなるのと同様に、安定化時間 t_{total} が小さくなっていることが分かる。したがって、加速度が異なる条件下での実験によって、安定化時間の大きさと上記近似値との間に相関があることが確認された。

時刻○における t_{total} の値が小さく表れる理由として、実験において、対偶素の滑り挙動による加速度の変化を正しく観測できていないことが挙げられる。表3から分かるように、時刻●および時刻○における θ_0 の値に着目すると、時刻●の方が、正の値となる（分離・衝突挙動を示す）球対偶の数が多く、また、その最大値も大きくなっている。すなわち、時刻●の方が時刻○に対して分離・衝突挙動に要する時間は長いと考えられる。加速度の誤差を生じさせる要因としては、対偶素の滑りによる対偶作用力の変化よりも、衝突による衝撃力の方が大きいため、滑りによる振動は実験値からは観測しにくい。実験による t_{total} の正確な推定は今後の課題としたい。

デルタロボットが高速・高加速度での位置決め動作を行う場合、対偶すき間による振動的挙動の発生だけでなく、リンクの弾性等による残留振動が発生する。これらの挙動は互いに影響し合うため、予測が困難であると考えられる。対偶すき間およびリンクの弾性を同時に考慮したモデルの構築により、より実際の振動現象の把握を

Fig. 14 Measured Y-acceleration for combined joint clearance for each trajectory. The acceleration fluctuates due to joint clearance's rattling after acceleration is changed. The duration of the fluctuation is longer when the change of acceleration is bigger.

Fig. 15 Comparisons of t_{total} and t_{total}^* . The values t_{total} and t_{total}^* have a good agreement with each other in (b).

今後の課題としたい。

以上から、安定化時間の近似値 t_{total}^* は、対偶すき間による振動の抑制および運動誤差の高速計算を可能とする軌道の選択のために、適切な指標であると考えられる。すなわち、この値 t_{total}^* が軌道の時間スケールに対して十分に小さいような軌道の選択を行えば良いと考える。

6. 結 言

本研究では、運動時のパラレルロボットにおいて、すき間を有する対偶の誤差を対偶作用力によってモデル化することで、数値積分や反復計算を必要とせず、出力誤差の導出を近似的に行う手法を提案した。本手法の適用

範囲を検討するため、導出された出力誤差の精度を推定する指標を提案した。得られた結果と今後の課題を以下に記す。

- (1) ロボットの加速度が変化する時刻前後の出力誤差の相対ベクトルが実験と本手法による解析で傾向が一致しており、提案手法によってすき間と出力誤差の関係が定量的に評価できることを確認した。
- (2) 加速度が変化したときに対偶素の相対変位が収束するのに要する時間を安定化時間として定義し、軌道やすき間の大きさに対してその近似値を求める手法を提案した。加速度が異なる条件下での実験を行い、安定化時間の大きさと上記近似値の大きさを比較したところ、正の相関関係が確認され、対偶すき間による振動の抑制および(1)の手法の適用性を決定する上で、本指標が適切なものであることを示した。
- (3) 対偶の摩擦を考慮することによる出力誤差の計算法の改善、提案手法の妥当性を評価するための、誤差測定の実験に関する、ロボットの出力変位誤差の測定精度の向上、および、リンクの弾性および対偶すき間を同時に考慮した振動的挙動を定量的に評価する方法の開発を今後の課題とする。

文 献

- Flores, P., Ambrosio, J., Claro, J. C. P. and Lankarani, H. M., Dynamics of multibody systems with spherical clearance joints, *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, Vol.1(2006), pp.240-247.
- Flores, P. and Ambrosio, J., Revolute joints with clearance in multibody systems, *Computers & Structures*, Vol.82 (2004), pp.1359-1369.
- Flores, P. and Lankarani, H. M., Spatial rigid-multibody systems with lubricated spherical clearance joints, Article in *Nonlinear Dynamics*, Vol.60 (2010), pp.99-114.
- 舟橋宏明, 武田行生, 川渕一郎, 対偶すき間を有する平面リンク機構の運動解析 (対偶素接触位置の反復修正による組織的変位解析), *日本機械学会論文集C編*, Vol.62, No.597 (1996), pp.1951-1956.
- Innocenti, C., Kinematic clearance sensitivity analysis of spatial structures with revolute joints, *Journal of Mechanical Design*, Vol.124 (2002), pp.52-57.
- Lankarani, H. M. and Nikravesh, P. E., A contact force model with hysteresis damping for impact analysis of multibody systems, *Journal of Mechanical Design*, Vol.112 (1990), pp.369-376.
- Schwab, A. L., Meijaard, J. P. and Meijers, P., A comparison of revolute joint clearance models in the dynamic analysis of rigid and elastic mechanical systems, *Mechanism and Machine Theory*, Vol.37 (2002), pp.895-913.

References

- Flores, P., Ambrosio, J., Claro, J. C. P. and Lankarani, H. M., Dynamics of multibody systems with spherical clearance joints, *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, Vol.1(2006), pp.240-247.
- Flores, P. and Ambrosio, J., Revolute joints with clearance in multibody systems, *Computers & Structures*, Vol.82 (2004), pp.1359-1369.
- Flores, P. and Lankarani, H. M., Spatial rigid-multibody systems with lubricated spherical clearance joints, Article in *Nonlinear Dynamics*, Vol.60 (2010), pp.99-114.
- Funabashi, H., Takeda, Y. and Kawabuchi, I., Displacement analysis of planar link mechanisms with clearances (A systematic displacement analysis with iterative correction of contact positions at pairing elements), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.62, No.597 (1996), pp.1951-1956 (in Japanese).
- Innocenti, C., Kinematic clearance sensitivity analysis of spatial structures with revolute joints, *Journal of Mechanical Design*, Vol.124 (2002), pp.52-57.
- Lankarani, H. M. and Nikravesh, P. E., A contact force model with hysteresis damping for impact analysis of multibody systems, *Journal of Mechanical Design*, Vol.112 (1990), pp.369-376.
- Schwab, A. L., Meijaard, J. P. and Meijers, P., A comparison of revolute joint clearance models in the dynamic analysis of rigid and elastic mechanical systems, *Mechanism and Machine Theory*, Vol.37 (2002), pp.895-913.