軸受鋼の超高サイクル域における
回転曲げ疲労特性の統計的様相に関する一考察中村 裕紀^{*1}, 酒井 達雄^{*2}, 小熊 規泰^{*3}, 中川 明義^{*4}An analysis on statistical fatigue property of bearing steel in very high cycle regime
under rotating bendingYuki NAKAMURA^{*1}, Tatsuo SAKAI^{*2}, Noriyasu OGUMA^{*3} and Akiyoshi NAKAGAWA^{*4}^{*1}Department of Mechanical Engineering, National Institute of Technology, Toyota College, 2-1 Eisei-cho, Toyota-shi, Aichi 471-8525, Japan^{*2}Research Organization of Science and Technology, Ritsumeikan University, 1-1-1 Nojihigashi, Kusatsu-shi, Shiga 525-8577, Japan^{*3}Graduate School of Science and Engineering, University of Toyama, 3190 Gofuku, Toyama-shi, Toyama 930-8555, Japan^{*4}Industrial Products Company, Hitachi Ltd., 2-3-18 Nakanoshima, Kita-ku, Osaka-shi, Osaka 530-0005, Japan

Received: 15 January 2018; Revised: 15 May 2018; Accepted: 1 October 2018

Abstract

In $S-N$ diagrams for high strength steels, the duplex $S-N$ curves for surface-initiated fracture and interior inclusion-initiated fracture were usually confirmed in the very high cycle regime. This trend is more distinct in the loading type of rotating bending due to the stress distribution. In the case of interior fracture mode, the fish-eye is usually observed on the fracture surface and an inclusion is also observed at the center of the fish-eye. In the present work, the authors have attempted to construct a probabilistic model on the statistical fatigue property of bearing steel in the interior fracture mode based on the distribution characteristics of the location and the size of the interior inclusion at the crack initiation site. The probability density functions of the radius of the largest inclusion among n of total inclusion, ρ_n and the inclusion depth, ξ were derived by connecting the concept of extremes distribution and Weibull distribution. The joint probability function for ρ_n and ξ is given by multiplication of the probability density functions of ρ_n and ξ . The distribution pattern of the fatigue strength at $N=10^9$ derived from the joint probability function is well corresponding to the experimental aspect of the fatigue strength distribution for the bearing steel of SUJ2.

Keywords : Very high cycle fatigue, Interior inclusion, Statistical fatigue property, Fatigue strength distribution, Probabilistic model

1. 緒 言

高強度鋼の超高サイクル疲労に関する一つの特徴は、多くの研究者により報告されているように(黒島他, 1998; 酒井他, 2000; 酒井他, 2004; Bathias and Paris, 2005; Sakai, 2009; Hong et al., 2016; Sakai et al., 2016), 高応力・短寿命域で現れる表面起点型破壊に対する $S-N$ 曲線と低応力・長寿命域で現れる内部起点型破壊に対する $S-N$ 曲線が、別の場所に重なって現れる二重 $S-N$ 特性が観察されることである。この特徴は、回転曲げ疲労試験でとくに顕著に現れる傾向があり、軸荷重下ではそれほど明確に現れないことが分かっている(酒井他, 2004; Sakai, 2009)。超高サイクル疲労におけるもう一つの重要な特徴は、低応力・長寿命域で破壊した試験片の破面を SEM 観察すると、多くの場合、Fish-eye が観察され、その中心部付近に介在物が見られることである。すなわち、超高サイク

No.18-00022 [DOI:10.1299/transjsme.18-00022], J-STAGE Advance Publication date : 12 October, 2018

^{*1} 正員, 豊田工業高等専門学校 機械工学科 (〒471-8525 愛知県豊田市栄生町 2-1)^{*2} 立命館大学総合科学技術研究機構 (〒525-8577 滋賀県草津市野路東 1-1-1)^{*3} 正員, 富山大学大学院理工学研究部 (〒930-8555 富山県富山市五福 3190)^{*4} 正員, (株)日立製作所インダストリアルプロダクツビジネスユニット (〒530-0005 大阪府大阪市北区中之島 2-3-18)

E-mail of corresponding author: nakamura@toyota-ct.ac.jp

ル域における疲労破壊は材料内部の介在物を起点として疲労き裂が発生し、このき裂が表面まで到達し、さらにその後のき裂進展を経て疲労破壊が発生することである。

一方、試験片断面上の応力分布に着目すると、回転曲げ荷重の場合は急峻な応力勾配を有するが、引張り・圧縮軸荷重の場合は、試験片断面の全領域にわたり均一な応力分布を呈する。この事実に起因して、回転曲げ荷重下では内部起点型破壊であっても起点位置は試験片の表面層に限られ、これまでの実験結果を参照すると軸受鋼 (SUJ2) の直径 3mm の試験片に限定した場合、起点介在物の深さは表面から $250\ \mu\text{m}$ 以内であることが分かっている (塩澤他, 1999; 酒井他, 2001)。これに対し、軸荷重下では応力が均一に分布しており、試験片断面の全領域内にある介在物が破壊の起点となり得るので、破壊起点は断面上でランダムに分布することになる。

これまでに蓄積された著者らの実験結果 (例えば酒井他, 2000; Sakai et al., 2016) を集積すると、金属材料の超高サイクル疲労特性に対する統計的な分布特性も解析が可能となり、超高サイクル疲労現象の本質を把握する上で、意義があると考えられる。この観点から、本報では回転曲げ疲労試験に限定し、最初にこれまでの一連の研究成果をレビューした上で、とくに起点介在物の位置 (表面からの深さ ξ) の分布と、起点介在物のサイズ ρ の分布をばらつきの主要因子と捉え、超高サイクル域の内部起点型疲労破壊の統計的様相に対する確率モデルを構築し、その適合性を検証した。

2. 回転曲げ荷重下での超高サイクル疲労特性に関する実験事実

2・1 軸受鋼 (SUJ2) に対する $S-N$ 特性の典型的な例

酒井らが材料強度確率モデル研究会 [Research Group on Statistical Aspect for Materials Strength: RGSAMS] (酒井, 木村, 1992) の共同研究として実施した一連の研究成果の中から高炭素クロム軸受鋼 (SUJ2) に対する回転曲げ疲労試験結果 (酒井他, 2000; Sakai, 2009; Sakai et al., 2016) を図示した $S-N$ 線図が、図 1 である。ここでは、最小部直径 3mm の砂時計型試験片が用いられている。図中、高応力・短寿命域の表面起点型破壊データを○で示し、低応力・長寿命域の内部起点型破壊データを●で示している。図中の○印を通る実線は日本材料学会標準「 $S-N$ 曲線回帰法」 (日本材料学会, 2008) を用いて得られた表面起点型破壊に対する $S-N$ 曲線であり、表面起点型破壊に対する疲労限度は $\sigma_w = 1278\ \text{MPa}$ となる。一方、●印の付近を通る破線は内部起点型破壊に対して同様に得られた $S-N$ 曲線を示しており、ここでは $N = 10^9$ における打ち切りデータ (非破壊) が 3 点あるので、 $N = 10^9$ で $S-N$ 曲線が水平に折れ曲がると仮定して、折れ線型 $S-N$ 曲線を示している。ここで、長寿命域において表面起点型破壊データ (○印) が 2 点みられるが、別報 (Nakagawa et al., 2016) に述べたとおり、介在物のランダム分布を想

Fig.1 Rotating bending $S-N$ characteristics of bearing steel in very high cycle regime. The duplex $S-N$ characteristics consisting of the respective $S-N$ curves for the surface-initiated fracture and the interior-initiated fracture are obviously confirmed.

定するといくつかのデータは起点介在物が表面層に存在することもあり、これを確率論的に評価すると表面起点型破壊が混在する確率は2%程度であり、長寿命域における2点の○印は、ちょうどこの場合に相当すると判断される。なお、図の右端に示した曲線については、本報のターゲットとした疲労強度分布を示すもので、後節で詳説する。

図2(a)は、1300MPaの応力振幅にて短寿命 ($N = 2.7 \times 10^3$) で破壊した表面起点型破壊の破面写真を示しており、疲労き裂は写真の破面上端部に発生し徐々に内部に進展したことが分かる。これに対して、図2(b)は同一応力振幅にて長寿命 ($N = 2.66 \times 10^6$) で破壊した内部起点型破壊の破面写真を示すもので、内部起点型破壊の場合の典型的な Fish-eye 模様が確認される。また、同図(c)は Fish-eye の中心付近の介在物周辺を高倍率で再観察した破面を示しており、起点となった介在物近傍に凹凸の顕著な細粒状領域 (Fine Granular Area: FGA) が確認される。この特徴的な FGA の形成メカニズムについては、村上ら (村上他, 1999), 酒井ら (Sakai et al., 2002; Sakai et al., 2015), 塩澤ら (塩澤他, 2003), 中村ら (中村他, 2007) による種々の提案があり、金属材料の超高サイクル疲労に関する基本的な重要テーマであるが、本報ではこの点については特に触れず、超高サイクル域における内部起点型破壊データの統計的分布特性に着目し、独自の確率モデルを構成して、解析結果と実験結果の分布特性の整合性を検証することとする。

Fig.2 Fracture surfaces for the bearing steel (JIS:SUI2) failed in rotating bending ($\sigma_a=1300\text{MPa}$). Fig.2(a) indicates the fracture surface in the surface-initiated fracture, whereas Fig.2(b) gives the fracture surface in the interior-initiated fracture with a fish-eye. At core portion of the fish-eye, the fine granular area (FGA) was found as shown in Fig.2(c).

2・2 疲労破壊起点に関する負荷様式の影響

図3 は、回転曲げ荷重および引張り圧縮軸荷重の各負荷条件における軸受鋼の疲労破面に対する著者らの SEM

Fig.3 Fracture surfaces for the bearing steel (JIS:SUI2) failed in rotating bending and axial loading in very high cycle regime.

In the case of rotating bending, the crack initiation site is limited within a surface layer having a certain critical depth, whereas the crack initiation site in the axial loading can be distributed over the entire section of the specimen.

観察結果 (Sakai et al., 2002; Nakagawa et al.) である. 同図(a)は回転曲げ疲労試験で長寿命 ($N=1.30 \times 10^8$) を呈した試験片の破面を示しており, 破面には内部起点型破壊の特徴である明瞭な Fish-eye が見られるとともに, Fish-eye の中心付近にはき裂発生起点となった介在物が確認される. 本報では, この起点介在物の試験片表面からの深さを ξ で表すこととする. 一方, 同図(b)は軸荷重下で破壊した長寿命試験片 ($N=1.94 \times 10^8$) の破面を示しており, き裂発生点は試験片の表面からかなり離れた内部に位置することが分かる. このようなき裂発生起点の特徴は, 前述のとおり試験片断面上における応力分布の相違によるものである.

ここで, 本報で対象としている回転曲げ荷重下における内部起点型破壊の起点となった介在物の深さ ξ と破断繰返し数 N の関係について, 酒井ら (酒井他, 2001) および塩澤ら (塩澤他, 1999) による観察結果を図示したのが図4である. 図より, 短寿命域 (高応力) では表面に近い介在物が起点となる傾向がみられるが, 長寿命域 (低応力) では, き裂発生起点となる介在物深さは $0 \sim 250 \mu\text{m}$ 程度の範囲にばらついている. すなわち, 回転曲げ荷重下でのき裂発生起点部の介在物深さ ξ については限界値 ξ_c があり, 軸受鋼 (SUSJ2) の直径 3mm の試験片を想定すると実際には, $\xi \leq \xi_c (250 \mu\text{m})$ の条件下で疲労破壊が生じていることが分かる.

Fig.4 Relationship between inclusion depth and fatigue life obtained by rotating bending fatigue tests. In the short life region, shallow inclusion tends to cause the fatigue fracture. However, in the long life region, the fatigue fracture can take place from both of shallow and deep inclusions regardless of the inclusion depth.

3. 介在物深さの分布に基づく超高サイクル域の疲労強度分布に対する確率モデル

3・1 試験片断面の応力分布と介在物による応力集中

丸棒試験片が (回転) 曲げ荷重を受けた場合, 試験片の断面上には, 図5に示すような応力勾配が生じる. もちろん, 最大応力 σ_s は試験片の上側表面に生じ, 最小応力 $-\sigma_s$ が試験片の下側表面に生じる. 試験片の軸芯上では応力は常に0であり, 試験片表面における応力が完全両振り (応力比 $R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max} = -1$) となるのが, 回

Fig.5 Stress distribution across the section in rotating bending. The maximum and minimum stresses σ_s and $-\sigma_s$ take place at the upper and lower surface of specimen, whereas the stress at the center of the section becomes zero. Thus, slope of the stress distribution is given by σ_s/r , where r indicates the radius of the bar specimen. The local stress at the site having the depth ξ is given by $\sigma_\xi = \sigma_s(1 - \xi/r)$.

転曲げ荷重の特徴である．試験片の半径を r とすれば，応力分布の勾配は σ_s / r で与えられる．したがって，深さ ξ での局所応力は $\sigma_\xi = \sigma_s (1 - \xi/r)$ として与えられることになる．

次に，数個の介在物が断面上に存在する場合の応力分布は，図 6 に示すようになる．材料内部にある介在物を球状空窩に置き換えると，応力集中係数は $\alpha = 2.0$ となる（西田，2001）．したがって，欠陥のない丸棒の応力分布を図中の実線で示すとき，球状空窩の縁に生じるピーク応力は図中の破線（ $\alpha = 2.0$ ）まで上昇することになる．また，この欠陥が表面近傍まで近づくと，表面の影響を受けて応力集中係数は $\alpha > 2.0$ となり，欠陥によるピーク応力は破線より高くなるが，介在物が材料内でランダム分布すると考えた場合，このようなことが発生する確率は 2% 程度以内であることが報告されている（Nakagawa et al., 2016）．この点を考慮して，解析モデルの簡単化の観点から，本報では応力集中に対する表面効果は無視することとした．また，欠陥サイズについても本節では固定し，第 1 段階として欠陥の存在位置の分布による疲労強度への影響を調べることにする．

ここで，介在物を含まない試験片に対する疲労限度を σ_{w9} で表すと，図 6 において No.1 と No.2 の介在物周りのピーク応力は疲労限度 σ_{w9} を超えるので，疲労き裂はこれら二つの介在物で発生し得る．しかし，No.3 と No.4 の介在物ではピーク応力が疲労限度 σ_{w9} を下回っており，疲労き裂は発生しないと考えられる．なお，No.1 の介在物のピーク応力は No.2 の介在物のそれより高いため，疲労き裂は介在物 No.2 より介在物 No.1 の周辺に発生し易いことになるが，もし，No.1 の介在物が材料内に含まれていない場合，疲労き裂は No.2 の介在物の周辺で生じるので，破面上における Fish-eye の中心深さ ξ は自ずと深くなる．

Fig.6 Stress distribution around inclusions in rotating bending. When several inclusions are included along the section, the stress distribution has peak stresses at the edges of inclusions.

3・2 介在物の位置（深さ）の分布特性

最初に，単純モデルとして，同一サイズの内部介在物が材料内部にランダム分布しており，危険体積内に存在する介在物を試験片の共通断面に投影した結果が，図 7 に示すように与えられたとする．ここで，図 7 中の全ての介在物に対して最も浅いものから順に， $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ として介在物深さを表すと，介在物深さ ξ の一次元分布が得られる．このような介在物深さ ξ の確率密度関数は，次式で与えられる．

$$f(\xi) = \frac{2}{r} \left(1 - \frac{\xi}{r} \right), \quad [0 \leq \xi \leq r] \quad (1)$$

なお， r (μm) は試験片の半径を示している．式 (1) の確率密度関数は図 8 の実線で示されているように，試験片表面で最大となり，断面中心では“0”となる．図から分かるように，介在物のランダム分布を想定したとき， ξ の確率密度関数は図中の水平破線で示されるような均一分布にはならない点に注意する必要がある．

次に、上式 (1) を ξ について積分することにより、試験片断面全体に対する介在物深さ ξ の累積分布関数が次式のように求められる。

$$F(\xi) = \frac{2\xi}{r} \left(1 - \frac{\xi}{2r} \right), \quad [0 \leq \xi \leq r] \quad (2)$$

したがって、任意の1つの介在物が深さ ξ_c より浅い表面層に含まれる確率を F_c (図 8 の斜線部の面積) で表すと、 n 個のすべての介在物が ξ_c より深い場所に存在する確率 P_c は、次式で与えられる。

$$P_c = (1 - F_c)^n \quad (3)$$

先に、図 4 で示したように限界深さは $\xi_c = 250 \mu\text{m}$ として決まっているが、試験片の危険体積中に含まれる介在物の個数は決まっていない。そこで、個数 n についていくつかの数値を仮定して式 (3) による確率 P_c を求めてみた。その結果、 $n=5$ を与えた場合は $P_c = 0.1616$ となり、 $n=10$ では $P_c = 0.0261$ 、 $n=20$ では $P_c = 0.0007$ なる値を得た。この計算から、 $n \geq 10$ の場合は n 個のすべての介在物が ξ_c より深い場所に存在する確率 P_c は、十分に小さいと判断することができる。このことは、介在物の個数 n がある程度大きくなると、 n 個中の少なくとも1つは深さ ξ_c より浅い表面層に存在することを意味している。

Fig.7 Definition of inclusion depth on the common section. If we denote the inclusion depth as $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ from the smallest depth for the entire inclusions, one can obtain the one-dimensional distribution of the inclusion depth of ξ .

Fig.8 Distribution pattern of the inclusion depth. The density becomes maximum at the surface, whereas it becomes zero at the center of the section.

3・3 介在物深さの分布を基礎とした疲労強度分布に関する確率モデル

前述のとおり、3 章では介在物のサイズは固定しており、仮に介在物の半径を破面上で観察されたき裂起点となった介在物の寸法を参考に $\rho = 0.005 \text{ mm}$ と想定する。このような小さな欠陥が含まれる金属材料の疲労強度については、村上らによる $\sqrt{\text{area}}$ の概念 (村上他, 1988) を用いた評価法が定着している。ここで、 area は負荷方向に垂直な断面上に投影した欠陥面積を示し、内部欠陥の場合、欠陥端部の応力拡大係数 K は、次式で与えられる (村上他, 1988)。

$$K = 0.5\sigma_0 \sqrt{\pi \sqrt{\text{area}}} \quad (4)$$

上式中の σ_0 は負荷応力であるが、ここでは介在物の位置における局所応力を意味する。 $N = 10^9$ における疲労強度 σ_{w9}^* の下限値として図 1 の実験結果を参照し、仮に 900 MPa 程度の数値を想定してみる。したがって、式 (4) に $\text{area} = \pi \rho^2$ と $\sigma_0 = 900 \text{ MPa}$ を代入することにより、介在物端での応力拡大係数を算出すると、 $K = 2.37 \text{ MPa}$

$\sqrt{m}$ が得られる. この値が $N=10^9$ のような超高サイクル域のき裂進展下限界応力拡大係数 ΔK_{th} を与えるものと考えれば, 介在物位置の分布から疲労強度 σ_{w9}^* の分布特性が以下のように解析的に誘導できる. すなわち, 図 9 に示すように介在物が深さ ξ にあるとき, 表面の公称応力として評価される疲労強度は縦軸上に示した σ_{w9}^* で与えられる. したがって, 疲労強度 σ_{w9}^* は次式で与えられる.

$$\sigma_{w9}^* = \frac{900r}{r-\xi}, \quad [0 \leq \xi \leq \xi_c] \quad (5)$$

本モデルによれば, 介在物深さ ξ が限界値 ξ_c になったとき, $N=10^9$ における疲労強度の上限値を与えるので, 式 (5) よりこの値を求めると $\sigma_{w9}^* = 1080 \text{ MPa}$ となる. この値は, 図 1 の超高サイクル領域における実験データのばらつき特性と整合するものである. すなわち, 応力振幅 $\sigma_a = 1100 \text{ MPa}$ では全ての試験片が破壊しているのに, $\sigma_a = 1000 \text{ MPa}$ の応力振幅では $N=10^9$ で破壊しない試験片がみられる. したがって, $N=10^9$ での疲労強度の上限値は, $1000 \text{ MPa} \sim 1100 \text{ MPa}$ 間にある筈である. このように, $N=10^9$ での疲労強度分布の上下限值については, 介在物深さの分布特性に基づいてほぼ説明できることが分かる.

Fig.9 Relationship between fatigue strength and inclusion depth. If the inclusion is sited at the depth of ξ , the fatigue strength as a nominal stress at surface is provided by σ_{w9}^* on the ordinate. Based on the geometry in this figure, the fatigue strength σ_{w9}^* is given by Equation (5).

ここで, 介在物深さ ξ の確率密度関数は式 (1) で与えられているが, ξ が実際にとり得る変域は $[0 \leq \xi \leq \xi_c]$ に限られるので, 式 (1) の密度関数をこの変域で標準化した確率密度関数 $f_0(\xi)$ は, 次式で与えられる.

$$f_0(\xi) = \frac{2}{rF_c} \left(1 - \frac{\xi}{r}\right), \quad [0 \leq \xi \leq \xi_c] \quad (6)$$

上式中の F_c は, 前述のとおり, 図 8 の斜線部の面積を表す. これより式 (5) を介して新たな確率変数 σ_{w9}^* の確率密度関数 $f(\sigma_{w9}^*)$ を求めると, 次式が得られる.

$$f(\sigma_{w9}^*) = f_0(\xi) \frac{d\xi}{d\sigma_{w9}^*} = \frac{2}{F_c} \frac{900^2}{\sigma_{w9}^{*3}} \quad (7)$$

式 (7) で与えられる σ_{w9}^* の確率密度関数を図示したのが図 10 である. 上述のとおり, 分布の下限値は 900 MPa であり, 上限値は 1080 MPa である. この点は, 図 1 の超高サイクル域の実験結果の分布特性と矛盾しないことを先に述べたが, 式 (7) による確率密度関数は図 10 に示すとおり, 右下がりの 3 次曲線となっており, 疲労強度分布として予想される分布の中央部でピークを呈し両端部で裾野を示す様相がみられない. この傾向は疲労強度分布として極めて不自然であり, 基本的なモデル構成に不備があるようである. 本節では, 同じサイズの介在物が材料内にランダム分布することを前提としてきたが, この前提に問題があるように思われる. すなわち, 材料内に含まれる介在物のサイズは大きいものもあれば, 小さいものもあり, 大きい介在物が含まれている場合は,

疲労強度が低下する筈である．したがって，次節で介在物の深さの分布と介在物のサイズの分布を同時に考慮した疲労強度分布の確率モデルを構築し，実験結果の分布特性との整合性を検証することとする．

Fig.10 Probability density function of fatigue strength at $N=10^9$ cycles. The lower bound of the distribution is 900MPa, whereas its upper bound is 1080MPa.

4. 介在物の深さと大きさの分布を考慮した超高サイクル域の疲労強度分布に対する確率モデル

4・1 疲労強度に関する介在物の大きさと深さの影響

内部欠陥をもつ鋼の疲労限度 σ_w (MPa) について，村上らにより提唱された $\sqrt{area}$ を用いた次式の評価法（村上他，1988）が定着している．

$$\sigma_w = 1.56(HV + 120) / (\sqrt{area})^{1/6} \quad (8)$$

上式中の $area$ (μm^2) は負荷方向に垂直な断面上に投影した欠陥面積を示し， HV はビッカース硬さの数値を示す．この式は $N=10^7$ における通常の疲労限度を評価するために提唱されたものであるが，本節では， $N=10^9$ における疲労強度 σ_{w9} についてもこの手法を援用することとする．介在物を半径 ρ (μm) の球で表示すると $\sqrt{area} = \sqrt{\pi\rho^2}$ となり，本報で対象としている軸受鋼(SUJ2)のビッカース硬さは $HV = 778$ である．これらを式(8)に代入すると，次式が得られる．

$$\sigma_{w9} = 1.56(HV + 120) / (\sqrt{\pi\rho^2})^{1/6} = 1273\rho^{-1/6} \quad (9)$$

式(9)は，介在物の大きさ（半径 ρ (μm)) と $N=10^9$ における疲労強度 σ_{w9} (MPa) の関係を与えており，これを図示したのが図11である．ここで，介在物の大きさが極端に小さくなると，そのような介在物は疲労強度に影響しなくなると考えられる．このような限界寸法を $\rho = 3\mu m$ と設定した場合，図中に示したように疲労強度の上限値として $\sigma_{w9} = 1060$ MPa が与えられる．一方， $\rho = 40\mu m$ のような大きい介在物を含む鋼の疲労強度は，図中に水平破線で示すように $\sigma_{w9} = 689$ MPa と与えられる．

なお，回転曲げ疲労試験の場合，3章で述べたとおり，たとえ介在物の大きさが固定されたとしても， $N=10^9$ における疲労強度 σ_{w9} は試験片断面での応力分布に起因して介在物深さ ξ に依存して変化する．すなわち，先に図9に示した模式図から分かるように，深さ ξ の局所の疲労強度を σ_{w9} とすると，試験片表面の公称応力で評価した疲労強度 σ_{w9}^* は次式で与えられる．

$$\sigma_{w9}^* = \frac{r}{r-\xi} \sigma_{w9} \quad (10)$$

したがって，式(9)および試験片半径寸法 $r=1.5$ mm を式(10)に代入すれば次式を得る．

$$\sigma_{w9}^* = \frac{1.5}{1.5-\xi} \times 1273\rho^{-1/6} = \frac{1910}{1.5-\xi} \rho^{-1/6} \quad (11)$$

すなわち、任意の半径 ρ の介在物が任意の深さ ξ に位置する試験片に対する $N = 10^9$ における疲労強度 σ_{w9}^* が、式 (11) で与えられることが示された。

Fig.11 Relationship between fatigue strength σ_{w9} and inclusion radius ρ . If the defect size becomes very small, such a defect has no effect on the fatigue strength. If such a critical size is set as $\rho=3 \mu\text{m}$, the upper bound of the fatigue strength is given as $\sigma_{w9}=1060 \text{ MPa}$. On the other hand the fatigue strength of the steel including the large inclusion of $\rho=40 \mu\text{m}$ is given as $\sigma_{w9}=689 \text{ MPa}$.

4・2 介在物の大きさと深さに関する分布特性

最初に、介在物の半径 ρ の分布特性を考えると、 ρ の最小値は $\rho_{\min} = 0$ と考えられるので、位置母数を 0 とした 2 母数ワイブル分布で表示するのが適切であろう。このとき、形状母数を a とし、尺度母数を b とすれば、介在物の半径 ρ の確率密度関数と累積分布関数は、次式で与えられる。

$$f_0(\rho) = \frac{a}{b} \left(\frac{\rho}{b} \right)^{a-1} \exp \left\{ - \left(\frac{\rho}{b} \right)^a \right\} \quad (12)$$

$$F_0(\rho) = 1 - \exp \left\{ - \left(\frac{\rho}{b} \right)^a \right\} \quad (13)$$

いま、試験片の危険体積内に n 個の介在物が包含されているとき、最も大きい介在物がき裂発生起点になると考えられる。この観点に立てば、き裂発生起点での介在物の大きさの分布は、介在物の総数中の最大介在物の分布に対応する。したがって、極値分布の概念 (Gumbel, 1958) を適用することにより、 n 個の介在物中の最大介在物の半径 ρ_n の分布関数は n 個の介在物すべてが ρ_n 以下になる確率として $F(\rho_n) = \{F_0(\rho_n)\}^n$ で与えられるので、 ρ_n の確率密度関数は、次式で与えられる。

$$f(\rho_n) = \frac{dF(\rho_n)}{d\rho_n} = n \{F_0(\rho_n)\}^{n-1} \frac{a}{b} \left(\frac{\rho_n}{b} \right)^{a-1} \exp \left\{ - \left(\frac{\rho_n}{b} \right)^a \right\} \quad (14)$$

ここで、介在物の半径 ρ の原分布、すなわち式 (12) および式 (13) に含まれる母数 a, b を決める必要があるが、 ρ の分布を直接観察することは困難である。そのため、ばね鋼の介在物サイズの分布特性を観察した村上らの結果 (村上他, 1993) を参照し、本報では破面上に観察されたき裂起点となった介在物の寸法を参考に $P[1 \mu\text{m} < \rho < 15 \mu\text{m}] = 0.8$ を想定して $F_0 = 0.1$ で $\rho = 1 \mu\text{m}$ 、 $F_0 = 0.9$ で $\rho = 15 \mu\text{m}$ を仮定すると、ワイブル分布の各母数が $a = 1.139$ 、 $b = 7.214$ のように決まる。また、材料の危険体積内に含まれる介在物の個数も決まっていないので、本節では、危険体積内の介在物総数として $n=2, 3, 5, 10, 20, 40$ を設定し、式 (14) により計算される確率密度関数を図 12 に示した。 $n=1$ に対応する解析結果は、式 (12) の原分布そのものを示す。図から分かるように、それぞれの個数に対する最大値分布 $f(\rho_n)$ の平均値は、危険体積内に含まれる介在物個数の増加とともに

に増大する傾向があるが、それぞれの分布の分散については大きく変化せず、分布が右側に平行移動するような特徴が確認される。

Fig.12 Probability density functions of largest inclusion size in n inclusions. The average value of each distribution tends to increase with an increase of the number of inclusions included inside the critical volume. Another finding is that the distinct variation cannot be observed in the variance of each distribution.

なお、本報における疲労試験片の実際の形状に対する危険体積として、切欠き底の長さ $l=1\text{mm}$ の円盤状体積を想定すると、 $\pi\{r^2 - (r-0.25)^2\} \times l = 2.16\text{mm}^3$ 程度の体積になる。このような小さな危険体積中の介在物個数は、せいぜい $n=3\sim 5$ 程度の個数に制限されると思われる。したがって、ここで 1 例として $n=5$ を想定すると、5 個中の最大介在物半径 ρ_5 の確率密度関数 $f(\rho_5)$ は図 12 の黒色の曲線と与えられる。この曲線から、 ρ_5 については $3\mu\text{m}\sim 40\mu\text{m}$ の範囲にばらつく特徴がみられる。

次に、介在物の深さ ξ の分布については、すでに 3・3 節で示したとおり、変域 $[0 \leq \xi \leq \xi_c]$ で標準化された確率密度関数 $f_0(\xi)$ が、式 (6) で与えられている。この確率密度関数 $f_0(\xi)$ を図示したのが図 13 である。なお、図中に記載された F_c については、前述のとおり図 8 の斜線部の面積であり、 $F_c = 0.3055$ である。

Fig.13 Probability density function of the inclusion depth $f_0(\xi)$. Probability density of the inclusion depth $f_0(\xi)$ tends to decrease with increase of the depth of inclusion ξ .

4・3 $N=10^9$ における疲労強度分布の解析

先に、4・1 節で述べたように、き裂発生起点の介在物の半径 ρ_n とその深さ ξ が与えられたとき、 $N=10^9$ における疲労強度 σ_{w9}^* は式 (11) により与えられる。しかし、 ρ_n と ξ は、それぞれ式 (14) および式 (6) で示すような固有の分布特性を有している。介在物の大きさと深さには互いに何の関係もなく、2 つの確率変数 ρ_n と ξ は統

計的に独立である．したがって，両確率変数の結合確率密度関数 $h(\rho_n, \xi)$ は， $f(\rho_n)$ と $f_0(\xi)$ の積で与えられるので（松原他，1991），次式が得られる．

$$h(\rho_n, \xi) = f(\rho_n) \cdot f_0(\xi) = n \{F_0(\rho_n)\}^{n-1} \frac{a}{b} \left(\frac{\rho_n}{b}\right)^{a-1} \exp\left\{-\left(\frac{\rho_n}{b}\right)^a\right\} \cdot \frac{2}{rF_c} \left(1 - \frac{\xi}{r}\right) \quad (15)$$

前述のとおり，本報では $n=5$ ， $a=1.139$ ， $b=7.212$ ， $r=1.5$ ， $F_c=0.3055$ なる数値を与えて $N=10^9$ における疲労強度 σ_{w9}^* の分布特性を解析することとする．

図 14 は，式 (15) の結合確率密度関数 $h(\rho_n, \xi)$ の模式図であり， $h(\rho_n, \xi)$ は $\rho_n - \xi$ 平面座標上で山脈状の形状を呈する二次元分布となる．なお， $h - \rho_n$ 平面上の破線は式 (16) で与えられる周辺分布を示し， $h - \xi$ 平面上の破線は式 (17) で与えられる周辺分布を示している．すなわち，式 (16) の周辺分布が先に示した式 (14) の密度関数に対応し，式 (17) の周辺分布が前述の式 (6) の密度関数に対応することが分かる．

$$f(\rho_n) = \int_0^{\xi_c} h(\rho_n, \xi) d\xi = n \{F_0(\rho_n)\}^{n-1} \frac{a}{b} \left(\frac{\rho_n}{b}\right)^{a-1} \exp\left\{-\left(\frac{\rho_n}{b}\right)^a\right\} \quad (16)$$

$$f_0(\xi) = \int_0^{\infty} h(\rho_n, \xi) d\rho_n = \frac{2}{rF_c} \left(1 - \frac{\xi}{r}\right) \quad (17)$$

ここで， $\rho_n - \xi$ 平面を微細な矩形セルに分割し，任意の格子点 (ρ_n, ξ) における微細セル $(\Delta\rho_n \times \Delta\xi)$ を考えると，確率変数 ρ_n と ξ がこのセルに含まれる確率は， $N=10^9$ における疲労強度 σ_{w9}^* が式 (11) で算出される値をとる確率を与えることになる．すなわち，次式が成立する．

$$P[\rho_n \in \Delta\rho_n, \xi \in \Delta\xi] = h(\rho_n, \xi) \Delta\rho_n \Delta\xi = P[\sigma_{w9}^* \in \Delta\sigma_{w9}^*] \quad (18)$$

Fig.14 Schematics of joint probability density function $h(\rho_n, \xi)$. The probability density function $h(\rho_n, \xi)$ forms a shape like mountains on the $\rho_n - \xi$ plane.

このような数値計算を各セルごとに繰り返すことにより， $N=10^9$ における疲労強度 σ_{w9}^* の確率密度関数 $f(\sigma_{w9}^*)$ と累積分布関数 $F(\sigma_{w9}^*)$ を数値的に解析することができる．このようにして得られた確率密度関数 $f(\sigma_{w9}^*)$ と累積

分布関数 $F(\sigma_{w9}^*)$ を図 15 に示した. 図中の実線で示される $N=10^9$ における疲労強度 σ_{w9}^* の分布特性は正規分布に近い形状を呈しているが, 若干, 高強度側に尾をひくような非対称性を呈している. この確率密度関数 $f(\sigma_{w9}^*)$ を先に示した図 10 の確率密度関数と比較すると, ばらつきの中でピークを示し, 上下限付近で確率密度が限りなく 0 に漸近しており, これまで多くの研究者から報告されている疲労試験結果の分布特性をよく表示していることが分かる.

Fig.15 Probability density and distribution functions of fatigue strength at $N=10^9$. The probability density function of the fatigue strength σ_{w9}^* , $f(\sigma_{w9}^*)$, is well fitted to the statistical aspect of the experimental results.

なお, 前掲の図 1 の $S-N$ 線図の右端に示した曲線は, ここで得られた確率密度関数 $f(\sigma_{w9}^*)$, すなわち, 図 15 の実線について疲労強度 σ_{w9}^* を縦軸に対応させて再プロットしたものである. ここで, 超高サイクル域における $S-N$ 曲線に沿って $N=10^9$ まで平行移動する花木らの手法(花木他, 2006)を準用して, $N=10^9$ における疲労強度 σ_{w9} の分布に関する観測結果を得ることとし, 応力振幅を① $\sigma_a < 800\text{MPa}$, ② $800\text{MPa} \leq \sigma_a < 850\text{MPa}$, ③ $850\text{MPa} \leq \sigma_a < 900\text{MPa}$, ④ $900\text{MPa} \leq \sigma_a < 950\text{MPa}$, ⑤ $950\text{MPa} \leq \sigma_a < 1000\text{MPa}$, ⑥ $1000\text{MPa} \leq \sigma_a$ なる 6 階級に分割し, 理論分布と観測結果に対して χ^2 値を計算したところ,

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(f_i - np_i)^2}{np_i} = 16.52$$

なる値を得た. 6階級を設定した場合の自由度は $\nu=5$ であり, 統計数値表より有意水準 $\alpha=0.5\%$ として χ^2 値を読み取ると $\chi^2=16.75$ となる. したがって, 理論分布と観測分布が等しいとした仮説は, 有意水準を 0.5% のもとで棄却されないこととなるが, 有意水準の 0.5% は χ^2 値が棄却域に含まれない限界の値として選んだものであり, この条件下で解析結果と実験結果の分布形が定性的に一致することがわかった.

最後に, 本報の解析では危険体積内に含まれる介在物の個数や介在物サイズの分布特性などについて, いくつかの仮定を設けており, 解析結果の細部の妥当性については, 今後さらに実験結果を蓄積した上で確率モデルの改良を図る必要がある.

5. 結 言

本研究で得られた結論を要約すれば, 以下のとおりである.

- (1) 硬さが 778HV で直径 3mm の丸棒試験片が半径 ρ および深さ ξ の介在物を有するとき, $N=10^9$ における回転曲げ疲労強度 σ_{w9}^* が, 次式で与えられることを示した.

$$\sigma_{w9}^* = \frac{1.5}{1.5 - \xi} \times 1273 \rho^{-\frac{1}{6}} = \frac{1910}{1.5 - \xi} \rho^{-\frac{1}{6}}$$

- (2) ワイブル分布と極値分布の概念を組み合わせることにより, 疲労き裂発生起点の介在物半径寸法 ρ_n の分布を解析的に求めた結果, 次式の確率密度関数を得た.

$$f(\rho_n) = n\{F_0(\rho_n)\}^{n-1} \frac{a}{b} \left(\frac{\rho_n}{b}\right)^{a-1} \exp\left\{-\left(\frac{\rho_n}{b}\right)^a\right\}$$

また、き裂の発生源となる介在物の表面からの深さ ξ の分布特性については、その確率密度関数が次式で与えられることを示した。

$$f_0(\xi) = \frac{2}{rF_c} \left(1 - \frac{\xi}{r}\right), \quad [0 \leq \xi \leq \xi_c]$$

- (3) ρ_n と ξ に関する上述の各分布を組み合わせた次式の結合確率密度関数で、 ρ_n と ξ の 2 次元分布がよく表示できることを示した。

$$h(\rho_n, \xi) = f(\rho_n) \cdot f_0(\xi) = n\{F_0(\rho_n)\}^{n-1} \frac{a}{b} \left(\frac{\rho_n}{b}\right)^{a-1} \exp\left\{-\left(\frac{\rho_n}{b}\right)^a\right\} \cdot \frac{2}{rF_c} \left(1 - \frac{\xi}{r}\right)$$

また、 $\rho_n - \xi$ 平面を微細なセルに分割し、上式をもとに $P[\rho_n \in \Delta\rho_n, \xi \in \Delta\xi] = h(\rho_n, \xi) \Delta\rho_n \Delta\xi = P[\sigma_{w9}^* \in \Delta\sigma_{w9}^*]$ により数値計算された $N = 10^9$ における疲労強度の分布特性は、軸受鋼 (SUJ2) に関する大量の疲労試験結果の分布特性とほぼ一致し、本報で有意水準を 0.5% とおいて χ^2 検定を行った結果、解析結果と実験結果の分布形が定性的に一致することが確認された。

文 献

- Bathias, C. and Paris, P. C., *Gigacycle Fatigue in Mechanical Practice* (2005), pp.125-127, Marcel Dekker, New York.
- Gumbel, E. J., *Statistics of Extremes* (1958), pp.75-78, Columbia University Press.
- 花木聡, 後藤洋明, 山下正人, 内田仁, 腐食環境下におけるマグネシウム合金 AZ31B の疲労信頼性評価, 材料, Vol.55, No.11 (2006), pp.1011-1015.
- Hong, Y., Liu, X., Lei, Z. and Sun, C., The formation mechanism of characteristic region at crack initiation for very-high-cycle fatigue of high-strength steels, *International Journal of Fatigue*, Vol.89 (2016), pp.108-118.
- 黒島義人, 池田隆, 原田三徳, 原田昭治, 高強度鋼の高サイクル疲労域における内部き裂進展挙動, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.64, No.626 (1998), pp.2536-2541.
- 松原望, 縄田和満, 中井検裕, 統計学入門 (1991), 東京大学出版会, pp.141-145.
- 村上敬宜, 児玉昭太郎, 小沼静代, 高強度鋼の疲労強度に及ぼす介在物の影響の定量的評価法, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.54, No.500 (1988), pp.688-696.
- 村上敬宜, 鳥山寿之, 子安喜郎, 西田新一, 高強度鋼の疲労強度に及ぼす非金属介在物の化学組成の影響, 鉄と鋼, Vol.79, No.6 (1993), pp.678-684.
- 村上敬宜, 野本哲志, 植田徹, 村上保夫, 大堀学, SEM/AFM 破面観察による超長寿命疲労機構の考察, 材料, Vol.48, No.10 (1999), pp.1112-1127.
- Nakagawa, A., Sakai, T., Harlow, D. G., Oguma, N., Nakamura, Y., Ueno, A., Kikuchi, S. and Sakaida, A., A probabilistic model on crack initiation modes of metallic materials in very high cycle fatigue, *Procedia Structural Integrity*, Vol.2 (2016), pp.1199-1206.
- 中村孝, 山下亮平, 小熊博幸, 脇田実奈, 野口徹, Ti-6Al-4V の内部起点型疲労破面における粒状領域の形成因子, 材料, Vol.56, No.12 (2007), pp.1111-1117.
- 西田正孝, 応力集中 (2001), pp.523-525, 森北出版.
- 酒井達雄, 木村雄二編集, 材料強度の統計的性質 (1992), 養賢堂.
- 酒井達雄, 武田光弘, 塩澤和章, 越智保雄, 中島正貴, 中村孝, 小熊規泰, 高炭素クロム軸受鋼の広寿命域における特徴的回転曲げ疲労特性に関する実験的検証, 材料, Vol.49, No.7 (2000), pp.779-785.
- 酒井達雄, 武田光弘, 田中伸明, 金光学, 小熊規泰, 塩澤和章, 高炭素クロム軸受鋼の超広寿命域における回転曲げ疲労特性と破面形態, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.67, No.663 (2001), pp.1805-1812.
- Sakai, T., Sato, Y. and Oguma, N., Characteristic *S-N* properties of high-carbon-chromium-bearing steel under axial loading in long-life fatigue, *Fatigue and Fracture of Engineering Materials & Structures* Vol.25 (2002), pp.765-773.
- 酒井達雄, 佐藤陽介, 長野能之, 武田光弘, 小熊規泰, 高炭素クロム軸受鋼の長寿命軸荷重疲労特性に対する応

力比効果, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.70, No.694 (2004), pp.850-857.

- Sakai, T., Review and prospects for current studies on very high cycle fatigue of metallic materials for machine structural use, *Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering*, Vol.3, No.3 (2009), pp.425-439.
- Sakai, T., Oguma, N. and Morikawa, A., Microscopic and nanoscopic observations of metallurgical structures around inclusions at interior crack initiation site for a bearing steel in very high cycle fatigue, *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, Vol.38 (2015), pp.1305-1314.
- Sakai, T., Nakagawa, A., Oguma, N., Nakamura, Y., Ueno, A., Kikuchi, S. and Sakaida, A., A Review on fatigue fracture modes of structural metallic materials in very high cycle regime, *International Journal of Fatigue* Vol.93, (2016), pp.339-351.
- 塩澤和章, 魯連涛, 石原外美, 高炭素クロム軸受鋼の $S-N$ 曲線と内部き裂発生挙動, *材料*, Vol.48, No. 10 (1999), pp.1095-1100.
- 塩澤和章, 森井祐一, 西野精一, 魯連涛, トポグラフィ破面解析による高強度鋼の内部疲労き裂発生・進展機構に関する研究, *材料*, Vol.52, No.11 (2003), pp.1311-1317.
- 日本材料学会, 金属材料疲労信頼性評価標準 - $S-N$ 曲線回帰法- (第3版), JSMS-SD-6-04 (2008), 日本材料学会.

References

- Bathias, C. and Paris, P. C., *Gigacycle Fatigue in Mechanical Practice* (2005), Marcel Dekker, New York, pp.125-127.
- Gumbel, E. J., *Statistics of Extremes* (1958), Columbia University Press, pp.75-78.
- Hanaki, S., Goto, H., Yamashita, M. and Uchida, H., Reliability evaluation of fatigue characteristics of magnesium alloy AZ31B under corrosive environment, *Journal of the Society of Materials Science*, Vol.55, No.11 (2006), pp.1011-1015 (in Japanese).
- Hong, Y., Liu, X., Lei, Z. and Sun, C., The formation mechanism of characteristic region at crack initiation for very-high-cycle fatigue of high-strength steels, *International Journal of Fatigue*, Vol.89 (2016), pp.108-118.
- Kuroshima, Y., Ikeda, T., Harada, M. and Harada, S., Subsurface crack growth behavior on high cycle fatigue of high strength steel, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.64, No.626 (1998), pp.2536-2541 (in Japanese).
- Matsubara, M., Nawata, K. and Nakai, N., *Toukeigakunyuumon* (1991), pp.141-145, The University of Tokyo Press.
- Murakami, Y., Kodama, S. and Konuma, S., Quantitative evaluation of effects of nonmetallic inclusions on fatigue strength of high strength steel, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.54, No.500 (1988), pp.688-696 (in Japanese).
- Murakami, Y., Toriyama, T., Koyasu, Y. and Nishida, S., Effect of chemical composition of nonmetallic inclusions on fatigue strength of high strength steels, *Tetsu-to-Hagané*, Vol.79, No.6 (1993), pp.678-684 (in Japanese).
- Murakami, Y., Nomoto, T., Ueda, T. and Ohori, M., Analysis of the mechanism of superlong fatigue failure by optical microscope and SEM/AFM observations, *Journal of the Society of Materials Science*, Vol.48, No.10 (1999), pp.1112-1127 (in Japanese).
- Nakagawa, A., Sakai, T., Harlow, D. G., Oguma, N., Nakamura, Y., Ueno, A., Kikuchi, S. and Sakaida, A., A probabilistic model on crack initiation modes of metallic materials in very high cycle fatigue, *Procedia Structural Integrity*, Vol.2 (2016), pp.1199-1206.
- Nakamura, T., Yamashita, R., Oguma, H., Wakita, M. and Noguchi, T., Influential factors on the formation of granular fracture surface of interior-originating fatigue in Ti-6Al-4V, *Journal of the Society of Materials Science*, Vol.56, No.12 (2007), pp.1111-1117 (in Japanese).
- Nishida, M., *Ouryokushuuchuu* (2001), pp.523-525, Morikita Publishing Co., Ltd. (in Japanese).
- Sakai, T. and Kimura, Y., *Zairyokuyoudonotoukeitekiseishitsu* (1992), YOKENDO Ltd. (in Japanese).
- Sakai, T., Takeda, M., Shiozawa, K., Ochi, Y., Nakajima, M., Nakamura, T. and Oguma, N., Experimental reconfirmation of characteristic $S-N$ property for high carbon chromium bearing steel in wide life region in rotating bending, *Journal of the Society of Materials Science*, Vol.49, No.7 (2000), pp.779-785 (in Japanese).
- Sakai, T., Takeda, M., Tanaka, N., Kanemitsu, M., Oguma, N. and Shiozawa, K., $S-N$ property and fractography of high carbon chromium bearing steel over ultra wide life region under rotating bending, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.67, No.663 (2001), pp.1805-1812 (in Japanese).
- Sakai, T., Sato, Y. and Oguma, N., Characteristic $S-N$ properties of high-carbon-chromium-bearing steel under axial loading in

- long-life fatigue”, Fatigue and Fracture of Engineering Materials & Structures Vol.25 (2002), pp.765-773.
- Sakai, T., Sato, Y., Nagano, Y., Takeda, M. and Oguma, N., Effect of stress ratio on long life fatigue behavior of high carbon chromium bearing steel under axial loading, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.70, No.694 (2004), pp.850-857 (in Japanese).
- Sakai, T., Review and prospects for current studies on very high cycle fatigue of metallic materials for machine structural use, Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering, Vol.3, No.3 (2009), pp.425-439.
- Sakai, T., Oguma, N. and Morikawa, A., Microscopic and nanoscopic observations of metallurgical structures around inclusions at interior crack initiation site for a bearing steel in very high cycle fatigue, Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, Vol.38 (2015), pp.1305-1314.
- Sakai, T., Nakagawa, A., Oguma, N., Nakamura, Y., Ueno, A., Kikuchi, S. and Sakaida, A., A Review on fatigue fracture modes of structural metallic materials in very high cycle regime, International Journal of Fatigue Vol.93 (2016), pp.339-351.
- Shiozawa, K., Tao, L.L. and Ishihara, S., Subsurface fatigue crack initiation behavior and *S-N* curve characteristics in high carbon-chromium bearing steel, Journal of the Society of Materials Science, Vol.48, No. 10 (1999), pp.1095-1100 (in Japanese).
- Shiozawa, K., Morii, Y., Nishino, S. and Lu, L., A study of subsurface crack initiation and propagation mechanism of high-strength steel by fracture surface topographic analysis, Journal of the Society of Materials Science, Vol.52, No.11 (2003), pp.1311-1317 (in Japanese).
- The Society of Materials Science, Japan, Standard Evaluation Method of Fatigue Reliability for Metallic Materials –Standard Regression Method of *S-N* Curves- (3rd edition), JSMS-SD-6-04 (2008), The Society of Materials Science, Japan (in Japanese).