千鳥配列された水平加熱円柱群の自然対流熱伝達

北村 健三^{*1}, 光石 暁彦^{*1}, 鈴木 孝司^{*1}

Natural convective heat transfer from staggered banks of horizontal cylinders

Kenzo KITAMURA^{*1}, Akihiko MITSUISHI^{*1} and Takashi SUZUKI^{*1}^{*1} Department of Mechanical Engineering, Toyohashi University of Technology
1-1 Hibarigaoka, Tempaku-cho, Toyohashi-shi, Aichi 441-8580 Japan

Received: 18 April 2018; Revised: 8 July 2018; Accepted: 31 October 2018

Abstract

Natural convective heat transfer from staggered banks of horizontal cylinders to air was investigated experimentally. The experiments were mainly carried out with the banks consisted of five horizontal rows having nine and ten cylinders. The whole cylinders in the bank were heated with identical heat flux and their diameter d , vertical and horizontal gaps G_v , G_h , between cylinders were varied as $d=8.4, 14.4\text{mm}$, $G_h=10.6\text{--}30.6\text{mm}$ and $G_v=5.6\text{--}30.6\text{mm}$. The flow induced in the banks was first visualized with smoke and the Nusselt numbers of the whole cylinders in the banks were subsequently measured. The visual results depicted that the smokes issued from the bottom horizontal row of cylinders gather toward the vertical centerline of the bank. With the gathering of the plumes, the Nusselt numbers of the cylinders showed gradual reduction toward downstream. Their Nusselt numbers were next arranged with non-dimensional parameters to obtain heat transfer correlations. The result showed that the Nusselt numbers Nu_{G_v} based on the vertical gaps G_v between cylinders are correlated well with the parameter $[Ra_{G_v}^*(G_v/d)^2]$ for the bottom row, while those for the central cylinders in the second to fifth rows are predicted well with the parameter $[Ra_{G_v}^*(G_v/d)(G_h/d)]$, where $Ra_{G_v}^*$ and (G_v/d) , (G_h/d) stand for the modified Rayleigh numbers based on the vertical gaps G_v and the ratios of vertical and horizontal gaps to the cylinder diameter, respectively.

Keywords: Heat transfer, Natural convection, Horizontal cylinders, Tube banks, Heat exchangers

1. 緒 言

加熱あるいは冷却された円柱が流れに平行および直交した方向に一定な間隔で多列・多段に配置された体系はチューブバンクとも呼ばれ、熱交換器やボイラを始めとする様々な伝熱機器、装置などでみられる体系である。このチューブバンクが様な強制対流中に設置された場合の伝熱・流動特性に関しては、今まで数多くの実験や解析が試みられ、バンクの伝熱性能や圧力損失を予測する相関式等が種々提案されている。一方、チューブバンクが周囲流体と異なる温度に加熱・冷却され、バンクまわりに誘起された自然対流により周囲流体との間で熱移動が生じる体系については、例えば冷暖房用のラジエータやピンフィン型ヒートシンクあるいは高レベル放射性廃棄物の長期冷却保存など様々な機器、装置などで見られる体系であるが、自然対流下におけるバンクの伝熱・流動を取り扱った研究は、著者らが調査した限りでは、ごくわずかな数の研究が行われているに過ぎない。

それらの研究として、Bejanらによる解析(Bejan et al., 1995)と服部らによる実験(服部他, 1993および 服部, 相原, 1995)が挙げられる。これらの研究はいずれも常温の空気($Pr=0.72$)を試験流体としたものである。まず、Bejanらはチューブバンクの最適配置を調べることを目的として、図 1(a)に示すように、バンクの垂直方向高さ H および

水平方向幅 W が与えられた 2 次元空間中に、等温加熱された円柱が水平・垂直方向に同じ間隔 G で千鳥配列されたバンクまわりの自然対流について、有限要素法を用いた数値解析を行っている。彼らの解析では、図中斜線で示す計算領域を設定し、この領域の左右垂直境界で流れおよび温度場が対称となる、いわゆる周期境界条件を課している。そして、この解析結果を基に計算領域内に存在する円柱列の放熱量を計算し、この放熱量を極大とする円柱間隔 G_{opt} を求めている。しかし、彼らが解析で仮定した周期境界条件が現実のチューブバンクで成立するか不明である。また、個々の円柱のヌセルト数等の解析結果は全く示されておらず、バンクの伝熱特性を詳しく議論するには至っていない。

一方、服部らは、常温空気中に直径 $d=25.4\text{mm}$ の等温加熱円柱を、図 1(b) に示すように 5 列×5 段で格子状に配列したチューブバンクを対象に、図中□で囲ったバンク中央の垂直円柱列について円柱のヌセルト数 Nu_d を測定している。その結果、最下段円柱の Nu_d は単独円柱のヌセルト数より高い値を示すこと、また 2 段目以降の円柱のヌセルト数 Nu_d は垂直方向の円柱間隔が狭い ($P_v/d=2$) の場合には、下流に向かって低下するのに対して、($P_v/d=4$) では流れ方向にほぼ一定な値を示し、($P_v/d=8$) では下流に向かって増加する結果を得ている。ここで、(P_v/d) は垂直方向の円柱中心間隔 P_v と円柱直径 d の比を表す。また、彼らは 5 本の垂直円柱列の平均熱伝達率 $\tilde{h}$ から円柱の水平方向間隔 P_h を代表長さとするヌセルト数 $Nu_{Ph}(=\tilde{h}P_h/\lambda)$ を求め、このヌセルト数 Nu_{Ph} が $Gr_{Ph} \times (P_h/H) \times (P_v/d)^{1.38}$ なるパラメータで整理できることを報告している。ここで Gr_{Ph} は円柱の水平方向間隔 P_h を代表長さとするグラスホフ数 $Gr_{Ph}(=g\beta\Delta TP_h^3/\nu^2)$ 、 H は図に示す円柱列の高さである。また、服部、相原(1995)は上述の試験円柱を図 1(c)に示すように水平方向に 3 ないし 4 本、垂直方向に 7 段千鳥配列したチューブバンクについて、図中濃灰色で示した 7 本の円柱のヌセルト数 Nu_d を測定している。彼らは 7 本の円柱の平均熱伝達率 $\tilde{h}$ から水平方向の円柱間隔 P_h を代表長さとするヌセルト数 Nu_{Ph} を求め、このヌセルト数 Nu_{Ph} が前述の格子配列バンクとほぼ同様なパラメータ $Gr_{Ph} \times (P_h/H) \times (P_v/d)^{1.59}$ で整理できることを報告している。しかし、これら服部らの 2 つの実験では、特定の本数および段数からなるチューブバンクの中心付近に設置された垂直円柱列の熱伝達率が調べられているだけで、バンクを構成する他の円柱の伝熱特性は不明のままである、また、彼らが得た結果が本数や段数が異なる他のバンクにも適用できるか不明である。

ところで、これらチューブバンクの自然対流伝熱を取り扱うには、まずチューブバンク内にどのような流れが生じるか理解しておくことが必要不可欠と思われる。しかし、従来の研究ではバンク内の流動を把握しないまま、解析や実験を行っているのが実情である。また、バンクの伝熱特性は、バンクを構成する円柱の直径、加熱量、水平および垂直方向の円柱間隔、円柱の水平方向の本数や垂直方向の段数など非常に多くのパラメータに依存して変化し、さらには円柱がバンク内のどの位置に設置されるかによっても大きく変化すると考えられるが、これらパラメータがバンクの伝熱に如何なる影響を及ぼすか、今まで詳しく検討した例はなく不明のままである。

このことから著者らは、常温空気中に水平加熱円柱を図 2 に示すように 10 本×5 段で格子状に配列したチューブバンクを対象に、バンク内に生じる流れを可視化により調べてみた(北村他, 2018)。また、バンクを構成する円柱の直径 d 、加熱量 q_j 、水平および垂直方向間隔 G_h 、 G_v さらには円柱の水平方向の本数および垂直方向の段数を系統的に変化させた場合について、バンクを構成する全ての円柱の熱伝達率 h を測定し、これらパラメータが

Fig.1 Configurations and notations of previous studies on the tube banks.

Fig.2 Configuration and notations of previous study on inline tube bank.

Fig.3 Visualized flow field in the inline tube bank, $d=8.4\text{mm}$, $G_h=10.6\text{mm}$, $G_v=20.6\text{mm}$, $q_w=185\text{W/m}^2$, $Ra_d^*=2.6 \times 10^5$.

円柱の伝熱特性に如何なる影響を及ぼすか調べた。そのうちバンク内の流れを煙により可視化した代表的な結果を図3に示す。この可視化に当たっては、バンク下方に内径2mmのステンレスパイプを一定の水平方向間隔で設置し、パイプから煙を鉛直上方に吐出させた。図3より、煙はバンクの中心付近では鉛直上方に流れるが、端部付近ではバンク中心線に向かって寄り集まる様子が読み取れる。この可視化結果から、バンク内の流れは一様でなく、局所的に大きく変化することが分かる。このような流れの局所的な相違は、円柱の伝熱特性に影響を及ぼすと考えられる。そこで著者らは、まずバンク水平方向の円柱本数を2本から10本、垂直方向の円柱段数を1段から5段まで順次変化させた場合について、バンク内の全ての円柱のヌセルト数 $Nu_d (=h \cdot d / \lambda)$ を測定してみた。その結果、水平方向の円柱本数が8本以上、垂直方向の段数が5段以上であれば、バンクの垂直中心線近くに設置された円柱のヌセルト数は本数や段数をそれ以上増やしても変化しないことから、その値は本数・段数が十分多いバンクのそれを表していることが分かった。この結果を踏まえて、前報では水平方向の円柱本数を10本、垂直方向の段数を5段格子状に配列したチューブバンクを主たる対象として、円柱の直径を2種類($d=8.4, 14.4\text{mm}$)変化させ、水平、垂直方向の円柱間隔 G_h, G_v を $G_h=10.6\text{--}30.6\text{mm}$, $G_v=5.6\text{--}30.6\text{mm}$ の範囲で系統的に変化させた場合について、円柱のヌセルト数を測定してみた。

その結果、バンク最下段に設置した円柱のヌセルト数 Nu_d は、垂直方向の円柱間隔 G_v に依存して変化し、間隔 G_v が狭くなるほど高くなること、また、その値は水平方向の円柱間隔 G_h に依らないことが分かった。これに対して、バンクの2段目以降に設置された円柱のヌセルト数 Nu_d は、水平、垂直方向の円柱間隔 G_h, G_v の両者に依存して変化する結果を得た。そこで、これら実験で得られたヌセルト数 Nu_d を種々の無次元パラメータを用いて再整理することにより、バンクの伝熱がどのようなパラメータに支配されているか調べてみた。その結果、垂直方向の円柱間隔 G_v をヌセルト数および修正レイリー数の代表長さにとれば、バンク最下段円柱列のヌセルト数 $Nu_{G_v} (=h_m \cdot G_v / \lambda)$ が修正レイリー数 $Ra_{G_v}^* (=g \beta q_w G_v^4 / \lambda \alpha \nu)$ と $(G_v / d)^2$ との積からなる無次元パラメータ $[Ra_{G_v}^* (G_v / d)^2]$ で整理できることが分かった。その一例として、最下段円柱列の中心付近に設置された円柱(No. 5 & 6)のヌセルト数 Nu_{G_v} を、横軸にパラメータ $[Ra_{G_v}^* (G_v / d)^2]$ をとってプロットした結果を図4(a)に示す。この図より、円柱のヌセルト数 Nu_{G_v} は円柱直径 d 、水平および垂直方向の円柱間隔 G_h, G_v の如何に依らず、図中実線で示す直線のまわりにまとまることが分かる。一方、バンクの2段目以降に設置された円柱のヌセルト数 Nu_d についても、種々の無次元整理を試みたところ、各円柱列中心付近に設置された円柱(No.3–No.8)のヌセルト数 Nu_{G_v} が、修正レイリー数 $Ra_{G_v}^*$ と (G_h / d) および (G_v / d) の積からなるパラメータ $[Ra_{G_v}^* (G_v / d) (G_h / d)]$ で整理できることが分かった。図4(b)はその一例として、3段目($N=3$)円柱列の中心付近に置かれた円柱(No. 5 & 6)のヌセルト数 Nu_{G_v} を、横軸に $[Ra_{G_v}^* (G_v / d) (G_h / d)]$ をとってプロットした結果を示す。この図より、円柱のヌセルト数 Nu_{G_v} は円柱直径 d 、水平および垂直方向の円柱間隔 G_h, G_v の如何に依らず、図中に示す直線のまわりにまとまることが分かる。また、バンクの $N=2, 4, 5$ 段目に設置された円柱のヌセルト数 Nu_{G_v} についても3段目と同様にデータがまとまる結果が得られた。

さて、本研究ではこれら格子配列チューブバンクの成果を踏まえて、多数の円柱を千鳥状に配列したチューブバンクについて、バンク内に生じる自然対流の流動と伝熱特性を実験により調べることにした。このような千鳥

Fig. 4 Plots of Nusselt numbers Nu_{G_v} versus $Ra_{G_v}^*(G_v/d)^2$ and $[Ra_{G_v}^*(G_v/d)(G_h/d)]$ for the cylinders placed near the center of the inline tube banks.

配列バンクは格子配列バンクと並んで、冷暖房用のラジエータやピンフィン型ヒートシンクなどの伝熱機器で見られる体系であるが、その流動や伝熱特性については現在でも不明のままである。そこで本研究では、まず千鳥配列バンク内の流動を流れの可視化により把握し、ついでバンクを構成する全ての円柱の熱伝達率を円柱直径、加熱量、水平・垂直方向の円柱間隔等を系統的に変化させた場合について測定することにより、これらパラメータがバンクの伝熱に如何なる影響を及ぼすか調べることにした。さらに、これら熱伝達率を前報の格子配列バンクで得られた無次元パラメータを用いて整理することにより、千鳥配列バンクの伝熱が格子配列バンクと同様な無次元パラメータで予測可能か否かを調べ、両バンクの伝熱特性の異同を論じることとした。

その具体的な実験であるが、前報の格子配列バンクの結果によれば、水平方向の円柱本数が8本以上、垂直方向の円柱段数が5段以上であれば、各水平円柱列の中央付近に設置された円柱のヌセルト数は、本数や段数が十分多いバンクのそれを表すことを確認している。そこで本研究では、下図5に示すように水平方向に9本および10本の円柱からなる水平円柱列を垂直方向に5段千鳥状に配置した体系を主たる実験対象とした。

Fig.5 Configuration and notations of present study on staggered tube banks.

2. 実験装置および測定

本研究では前報 (北村他, 2018)と同様、常温の空気($Pr=0.71$)を試験流体とした。また、試験円柱には図6(a)に示す市販の円筒状カートリッジヒータを使用した。このヒータは前報で用いたのと同じであり、ニッケル合金製の発熱線をセラミックスコアに巻き付け、薄肉のステンレスパイプ内に封入したもので、一般には金型加熱用のシーヒータとして使用されている。このヒータを採用したのは、本実験のように多数の試験円柱を均しく加熱す

るには、ヒータの寸法や抵抗値のばらつきが小さいことが必要不可欠なためである。実験には先の実験と同じく、直径の異なる2種類のカートリッジヒータ(外径8および14mm)を使用した。ヒータの長さはいずれも250mmである。実験に当たっては、バンクを構成する試験円柱を直列に接続し、直流安定化電源を利用して所定の定電流を流すことにより、全ての円柱を等しい熱量 Q で加熱した。この試験円柱の熱伝達率を測定するに当たっては、円柱表面温度を計測する必要がある。このため線径100 μm のクロメル・アルメル熱電対を、ヒータの軸方向中心線上の円筒下端、側面および上端の3ヶ所にスポット溶接した。このままでは熱電対は円筒外側を流れる空気の温度を拾うため、熱電対の外側に厚さ0.1mmの銅箔をヒータ全周に亘って貼り付けた。このため試験円柱の実外径 d は $d=8.4$ および14.4mmとなった。バンクを構成する全ての円柱にそれぞれ3本の熱電対を取り付け、熱伝達率を計測することは困難なことから、水平方向に配置した9ないし10本の円柱にそれぞれ3本の熱電対を取り付け、この水平円柱列をバンクの垂直方向に一段ずつ移動させていくことにより、バンク内の全円柱の熱伝達率を測定した。これらの試験円柱を所定の水平および垂直方向間隔 G_h, G_v で設置するために、図6(c)に示す架台を作成・利用した。この架台の両側板には上述の試験円柱よりも少し大きな $\phi 9$ および $\phi 15\text{mm}$ の穴が所定の水平および垂直方向ピッチ P_h, P_v で開けられており、この穴に試験円柱を挿入することにより、円柱を水平に保持した。なお、本実験では、直径 $d=8.4$ および14.4mmの円柱とも水平および垂直方向の円柱間隔 G_h, G_v が $G_h=10.6, 20.6, 30.6\text{mm}$, $G_v=5.6, 10.6, 20.6, 30.6\text{mm}$ となるよう設定した。伝熱実験は、直径 d の異なる2種類の円柱について、間隔 G_v, G_h を上 の値で互いに独立に変化させた合計24通りについて行った。この測定に当たり、各円柱の平均熱伝達率 h_m を次式で定義した。

$$h_m = Q_w / [A(\overline{T_w} - T_\infty)] \quad (1)$$

ここで、 Q_w : 円柱表面から自然対流により移動する熱量、 A : 円柱表面積、 $\overline{T_w}$: 円柱表面温度、 T_∞ : バンク外側の周囲流体温度である。このうち対流伝熱量 Q_w であるが、空気の自然対流では円柱表面からの放射伝熱量 Q_r が対流伝熱量 Q_w に比べて無視できないことから、円柱のジュール加熱量 Q_j から放射伝熱量 Q_r を差し引くことにより求めた。この放射伝熱量 Q_r の見積りであるが、本実験では、円柱温度 $\overline{T_{w,ij}}$ と周囲流体 T_∞ との温度差 ΔT ($=\overline{T_{w,ij}} - T_\infty$)が最大でも60K以下となるよう円柱のジュール加熱量 Q_j の上限を設定している。このとき水平および垂直方向に隣接した2本の円柱の温度差は最大でも10K程度であった。そこで、円柱間の放射伝熱量は無視できる程度に小さいと考え、円柱とバンク外側の周囲空間との放射伝熱量のみ考慮することにした。この円柱と周囲空間との放射伝熱量 Q_r であるが、次式により算出した。

$$Q_{r,ij} = \sigma \varepsilon (\overline{T_{w,ij}}^4 - T_\infty^4) \cdot A \cdot F_{ij,\infty} \quad (2)$$

ここで、上式の σ はステファン・ボルツマン定数($=5.67 \times 10^{-8} \text{W/K}^4$)、 ε は円柱表面の放射率、 $F_{ij,\infty}$ は各円柱(i, j)から見たバンク外側空間の形態係数(View factor)である。このうち円柱の放射率 ε には前報(北村他, 2018)と同じ値 $\varepsilon=0.13$ を採用した。また形態係数であるが、バンクを構成する円柱は同径、平行かつ無限に長いと仮定すると、任意の2円柱1, 2間の形態係数 $F_{1,2}$ は次式で求められる。

$$F_{1,2} = \frac{1}{\pi} \left(\sin^{-1} \frac{d}{P} + \sqrt{(P/d)^2 - 1} - (P/d) \right) \quad (3)$$

ここで、 P は円柱中心間距離、 d は円柱直径。この式(3)を用いて、まずチューブバンク内の任意の円柱(i, j)と、この円柱に隣接する複数の円柱($i \pm 2, j \pm 2$)間の形態係数 $F_{ij-i \pm 2, j \pm 2}$ を計算し、その総和 Γ_{ij} を求め、1からこの Γ_{ij} を差し引くことにより円柱(i, j)と周囲空間との形態係数 $F_{ij,\infty}$ を求めた。なお、この形態係数 $F_{ij,\infty}$ の値であるが、本実験範囲内で $F_{ij,\infty}=0.01-0.899$ となり、その値は円柱間隔が狭いバンク中央部の円柱で極小、間隔が広いバンク最外側4隅の円柱で極大となる。なお、これら形態係数 $F_{ij,\infty}$ および計測された各円柱の温度 $\overline{T_{w,ij}}$ を式(2)に代入し、放射伝熱量 Q_r を計算した結果によれば、本実験の最大温度差 $\Delta T=60\text{K}$ の場合でも、バンク中央部に設置された円柱ではジュール加熱量の2-3%以下、バンク外側4隅の円柱で最大でも10%以下の値となった。つぎに円柱の表面温度 T_w であるが、上述したように、本研究では円柱の上下端および側面の3か所で温度を計測している。

しかし、計測された3地点の温度はほぼ等しく、そのばらつきは本実験の最大温度差 $\Delta T = 60 \text{ K}$ の場合でも $\pm 0.5 \text{ K}$ 以内に収まった。これは発熱線からステンレスシース管へ熱が移動する過程で温度が均一化されること、および空気の熱容量が試験円柱の熱容量に比べて相対的に小さいことが理由として考えられる。このため、それぞれの円柱はほぼ等温で加熱されているとみなせる。また、周囲流体温度 T_∞ は壁温測定用と同一線径・素材の熱電対を、バンク最下端円柱列と同一高さでバンク左右端から外側へ50mm離れた地点に設置・計測した。円柱は床面の影響を受けないよう、架台底面から最小でも200mm以上離れた位置に設置した。これら試験円柱を装着した架台を、断面 $1200 \times 1200 \text{ mm}^2$ 、高さ1200mmの測定用小部屋の底面中央部に設置した。この測定用小部屋の床面および天井はステンレス製のパンチングメタル板で製作されており、小部屋の床面から乱れの小さな新気を導入し、バンクから立ち上る高温のプルームを天井からスムーズに排出できるようにしている。

なお、後述する流れの可視化に当たっては、新たに図6(b)に示す円筒を10本製作し、バンクの最下段に設置した。この円筒は外径14mmの亚克力パイプの外表面に、厚さ $20 \mu\text{m}$ のステンレス箔を幅20mm、長さ245mmで2枚切り、両面テープで接着したもので、箔に所定の電流を流すことにより円筒表面を図6(a)の試験円柱と等しい熱流束で加熱できるようになっている。この円筒中央の箔間隙には、 $\phi 1.5 \text{ mm}$ の穴が2ヶ所開けられており、円筒内側から線香の煙を円柱表面に向かって静かに吐出させた。この煙を吐出するに当たっては、小型のエアポンプを使用し、流れを乱さないよう電圧調整器を用いてポンプの流量を可能な限り低く抑えた。

これらの試験円柱および装置により実現される円柱直径基準の修正レイリー数 $Ra_d^* (= g\beta q_w d^4 / \lambda \alpha \nu)$ は $800 - 3 \times 10^4$ 、円柱の水平および垂直方向間隔 G_h 、 G_v と直径 d との比 (G_h/d) 、 (G_v/d) は、 $(G_h/d) = 0.736 - 3.64$ 、 $(G_v/d) = 0.389 - 3.64$ である。なお、後述する各種無次元数中の物性値であるが、体膨張率 β は $\beta = 1/T_\infty$ で、それ以外の物性値については、膜温度 $T_f = (T_w + T_\infty)/2$ で評価した。

Fig.6 Experimental apparatus.

3. 実験結果および考察

3・1 千鳥配列バンク内の流動と円柱のヌセルト数

本研究では、まず千鳥配列バンク内に生じる自然対流を煙により可視化してみた。その代表的な例として、図7(a)に直径 $d=14.4 \text{ mm}$ の円柱を水平方向に等間隔 $G_h=10.6 \text{ mm}$ で一列に設置し、この水平円柱列を垂直方向に等間隔 $G_v=10.6 \text{ mm}$ で5段格子状に設置した場合について、バンク内の流れを可視化した結果を示す。この図を見てま

ず気づくのは、バンク最下段に設置された可視化用円柱列のうちとくに外側に設置された円柱から吐出された煙が鉛直方向でなく、バンク中央に向かって斜めに立ち上がり、全体としてバンクの鉛直中心線上に寄り集まる現象である。これは本体系のように、多数の熱源（円柱群）が一定の空間を隔てて設置された場合、円柱群内に流入した空気が円柱によって加熱・加速され、その圧力が円柱群周囲の圧力よりも低くなるために生じるものである。このような現象は、例えばキャンプファイア時に炎や煙がファイアの中心に寄り集まるなど、我々の身近でごく普通に観察されるものであるが、従来の研究では、ほとんど考慮されなかった現象である。

そこで本研究では、このようなバンク内の流れがバンク内に設置された円柱の伝熱にどのような影響を及ぼすか調べるために、可視化と同じ条件でバンク内円柱のヌセルト数 $Nu_d (=h_m \cdot d/\lambda)$ を測定してみた。その結果を図 7(b) に示す。なお、この図の横軸にはバンクの水平方向中心線から各円柱中心までの距離 X (mm) を、水平方向の円柱中心間ピッチ $P_h (=G_h+d=25\text{mm})$ で規格化した値 (X/P_h) をとっており、本バンクの下から 1, 3, 5 段目に設置した 10 本円柱列中の各円柱の位置は、列の外側から中心に向かって順に $(X/P_h) = \pm 4.5, \pm 3.5, \pm 2.5, \pm 1.5, \pm 0.5$ で、また 2, 4 段目に設置された 9 本円柱列では $(X/P_h) = \pm 4, \pm 3, \pm 2, \pm 1, 0$ で表せ、各位置に設置された円柱のヌセルト数 Nu_d を図の縦軸にプロットした。なお、図中に記す N は水平円柱列の垂直方向の位置（段数）を表し、 $N=1$ は最下段円柱列、 $N=5$ は 5 段目円柱列を示している。また、比較のため、10 本の円柱を本実験と同じ水平方向円柱間隔 $G_h=10.6\text{mm}$ で配置した水平単段円柱列のヌセルト数を図に記した。さて、図 7(b) の結果をみると、バンク内各水平円柱列のヌセルト数は列中心に対して左右対称な分布を示すこと、その値は最下段円柱列 ($N=1$) で最も高く、上段（下流）側円柱列に行くに従って単調に低下していくことが分かる。このようにヌセルト数が下流に向かって低下するのは、図 7(a) の可視化結果に示したように、下段（上流）側円柱列で加熱され、高温となった空気が上段（下流）側円柱列の周囲に流れ込むためと考えられる。つぎに各段のヌセルト数変化であるが、最下段円柱列では、ヌセルト数は列中心付近の円柱で最も高く、列の外側にいくほど低くなり、全体として上に凸の分布を示している。とくに、その値は単段円柱列のヌセルト数よりも全般的に高くなる結果が注目される。一方、2 段目以降の円柱列では、ヌセルト数は円柱列中心付近で高く、列の外側に向かって低下し、極小値をとった後、さらに外側の円柱では高い値を示している。このように最外側円柱で高い値となるのは、バンクの外側から低温の周囲流体が流れ込むためと考えられる。

(a) Visualized flow field

(b) Nusselt numbers of cylinders Nu_d

Fig.7 Visualized flow field and the Nusselt numbers for the staggered tube bank of $d=14.4\text{ mm}$, $G_h=10.6\text{ mm}$, $G_v=10.6\text{ mm}$, $q_w=95\sim 103\text{ W/m}^2$, $Ra_d^*=(1.52\sim 1.64)\times 10^4$. Figure (a) shows that the smokes arising in the bank gradually gather toward the vertical center-line of the bank. Figure (b) depicts that the Nusselt numbers for the downstream cylinders decrease monotonously, and a marked reduction in the Nusselt numbers is obvious, in particular, for the central cylinders in the row.

本研究では、つぎに上述した千鳥配列バンクの流れと伝熱が、垂直方向の円柱間隔 G_v によってどのように変化するか調べてみた。その一例として、円柱の水平方向間隔を一定 $G_h=10.6\text{mm}$ に保ち、垂直方向間隔 G_v を 5.6, 20.6, 30.6mm の 3 通り変化させた場合について、バンク内の流れを可視化した結果、および可視化と同じ条件下でバンク内各水平円柱列のヌセルト数 Nu_d を測定した結果を図 8 に示す。まず図 8 左側の可視化結果であるが、垂直方向間隔 G_v の異なるいずれのバンクでも、バンク下方から流出した煙はバンク中心に向かって寄り集まること分かる。しかし、煙の流跡を最上段円柱列 ($N=5$) の位置で比較すると、円柱間隔 G_v の増加につれて煙が列中心付

近のより狭い領域に集中して流れている様子が読み取れる。また、とくにバンク中央付近の流れに注目すると、最下段円柱から離脱・上昇した煙は、いずれの円柱間隔 G_v でも 2 段目円柱列の間を通過し、3 段目円柱に衝突した後、4 段目円柱の間をすり抜け、5 段目円柱へ衝突している様子が観察される。なお、煙の動きを目視観察したところ、円柱間隔 G_v が広がるにつれて、バンク内で煙が水平方向に大きく揺動することを確認した。

一方、これら可視化と同じ条件下でバンク内各円柱のヌセルト数 Nu_d を測定した結果をそれぞれ図 8 右側に示す。なお、図には比較のため、水平方向の円柱間隔 G_h が同じ $G_h=10.6\text{mm}$ の水平単段円柱列のヌセルト数 Nu_d を記している。これらの図より、バンク内に設置された各水平円柱列のヌセルト数はいずれの間隔 G_v でも、最下段

 (a) $G_v=5.6\text{mm}$

 (b) $G_v=20.6\text{mm}$

 (c) $G_v=30.6\text{mm}$

Fig.8 Visualized flow fields and Nusselt numbers for the banks of cylinders, $d=14.4\text{mm}$, $G_h=10.6\text{mm}$, $q_w=94\text{--}105\text{ W/m}^2$, $Ra_d^*=(1.53\text{--}1.66)\times 10^4$, where vertical gaps G_v between cylinders are varied as $G_v=10.6, 20.6$, and 30.6mm . The photos show that the smokes arising in the banks consistently gather toward the vertical centerline of the banks. The Nusselt numbers show gradual decrease toward downstream.

円柱列で最も高い値を示し、下流側円柱列に行くに従って低下していくこと、また、バンク最下段と最上段円柱列のヌセルト数の差は間隔が狭い $G_v=5.6\text{mm}$ で最も大きく、間隔 G_v の増加につれて次第に縮小していくことが分かる。これは間隔が増加するにつれて、上流側円柱列から立ち昇るブルームが円柱間で冷され、下流側円柱列のヌセルト数の低下が抑えられるためと考えられる。つぎに段ごとのヌセルト数変化であるが、とくに最下段円柱列のヌセルト数は、円柱間隔が最も狭い $G_v=5.6\text{mm}$ では単段水平円柱列よりも明らかに高い値を示すのに対し、間隔 G_v が増加するにつれて単段円柱列のヌセルト数に漸近していく結果が注目される。これは最下段円柱列の下流側に水平円柱列が近接して設置されると、下流側円柱列まわりに誘起された自然対流によって、上流側円柱列まわりの流れが加速されるためと考えられる。なお、これと同様な結果は前報の格子配列バンクについても得られている。一方、バンク2段目以降に設置された円柱列のヌセルト数であるが、いずれの段でも円柱列の中央部では上に凸の分布を示し、極小値をとった後、円柱列の外側に向かって増加していく結果が読み取れる。また、ヌセルト数が上に凸の分布となる領域は下流側円柱列にいくほど狭くなることが分かる。これらの結果と図8左側の可視化結果を子細に比較すると、前者の上に凸の分布を示す領域は、最下段円柱列から立ち昇るブルームが流れる領域に、また後者のヌセルト数が列の外側に向かって急激に増加していく領域は、バンクの側方から侵入した流れが支配的な領域に、それぞれ対応していることが分かる。

3・2 千鳥配列バンク内円柱のヌセルト数に及ぼす円柱間隔の影響

前節では水平方向の円柱間隔を一定 $G_h=10.6\text{mm}$ に保ち、垂直方向の円柱間隔を $G_v=5.6\text{--}30.6\text{mm}$ の範囲で変化させた場合について、千鳥配列バンク内の流れと伝熱特性の概要を述べた。本研究では、直径の異なる2種類の円柱($d=8.4, 14.4\text{mm}$)について、円柱の水平方向間隔を $G_h=10.6\text{--}30.6\text{mm}$ 、垂直方向間隔を $G_v=5.6\text{--}30.6\text{mm}$ の範囲でそれぞれ独立に変化させた場合について、バンクを構成する全ての円柱のヌセルト数 Nu_d を測定している。そこで、本節ではこれら円柱間隔がバンク内各水平円柱列のヌセルト数にどのような影響を及ぼすか調べてみた。紙面の制約もあり、全ての結果を紹介することは困難なことから、ここでは直径 $d=14.4\text{mm}$ の円柱について、水平方向の円柱間隔を一定 $G_h=20.6\text{mm}$ に保ち、垂直方向間隔 G_v を変化させた場合、および垂直方向間隔を一定 $G_v=10.6\text{mm}$ とし、水平方向円柱間隔 G_h を変化させた2つの場合について、バンク最下段($N=1$)、2段目($N=3$)および5段目($N=5$)に設置された水平円柱列のヌセルト数 Nu_d を測定した結果を示すことにする。そのうち最下段円柱列($N=1$)のヌセルト数 Nu_d を測定した結果を図9に示す。図9(a)は垂直方向間隔 G_v を変化させた場合、図9(b)は水平方向間隔 G_h を変化させた場合の結果を示したものである。この図9(a)から最下段円柱列のヌセルト数は、垂直方向間隔 G_v に依存して変化し、前節で述べた $G_h=10.6\text{mm}$ の場合と同様、その値は間隔が狭い $G_v=5.6\text{mm}$ で最も高く、 G_v の増加と共に低下していくことが分かる。このように G_v が狭い場合にヌセルト数が高くなるのは、バンクの下流側に設置された円柱のまわりに誘起された自然対流により上流側円柱間を通過する流れが加速されるためと考えられる。一方、水平方向の円柱間隔を $G_h=10.6\text{--}30.6\text{mm}$ の範囲で変化させた図9(b)の結果をみると、最下段円柱列のヌセルト数は G_h によらず、ほぼ一定な値を示すことが分かる。なお、このように最下段円柱列の

(a) Nusselt numbers for fixed horizontal gap $G_h=20.6\text{mm}$

(b) Nusselt numbers for fixed vertical gap $G_v=10.6\text{mm}$

Fig.9 Nusselt numbers for the first horizontal row ($N=1$) in the staggered tube bank, where the horizontal gap is fixed as $G_h=20.6\text{mm}$ in Fig.(a), while the vertical gap is fixed as $G_v=10.6\text{mm}$ in Fig.(b). One will see from Fig.(a) that the Nusselt numbers decrease with the vertical gap G_v , while from Fig.(b) the numbers are independent of the horizontal gaps G_h .

ヌセルト数が G_v のみに依存して変化する結果は、前報の格子配列バンクでも同様に得られている。

つぎに2段目($N=2$)および5段目($N=5$)円柱列のヌセルト数 Nu_d を、上と同じ水平および垂直方向間隔 G_h, G_v の下で測定した結果を図10に示す。まず2段目円柱列のヌセルト数であるが、水平方向の円柱間隔を一定 $G_h=20.6\text{mm}$ とした図10(a)の結果を見ると、図9(a)に示した最下段円柱列($N=1$)と同様、ヌセルト数は間隔が狭い $G_v=5.6\text{mm}$ で最も高く、間隔 G_v の増加と共に低下していくことが分かる。これは1段目円柱列と同様、間隔 G_v が狭いほど下流側円柱列による誘引効果が強く働き、円柱列近傍の流れが加速されるためと考えられる。一方、 $G_v=10.6\text{mm}$ 一定とした図10(b)の結果をみると、2段目円柱列中心付近のヌセルト数は、水平方向の円柱間隔が広い $G_h=20.6, 30.6\text{mm}$ ではほぼ等しい値となるのに対して、間隔が狭い $G_h=10.6\text{mm}$ では列全体に亘って明らかに低い値を示すことが分かる。これは2段目円柱列の円柱間には最下段円柱列を離脱・上昇して来た高温のプルームが流れるが、円柱間隔が狭い $G_h=10.6\text{mm}$ の場合には、この高温プルームにより2段目円柱近傍の流体温度が高くなり、ヌセルトが低下するのに対して、間隔が広い $G_h=20.6, 30.6\text{mm}$ の場合には、プルームは円柱から離れた地点を通過するため、円柱近傍の流体温度は低く抑えられ、ヌセルト数がほぼ一定の高い値を示すと考えられる。

つぎに5段目円柱列のヌセルト数 Nu_d であるが、 $G_h=20.6\text{mm}$ 一定とした図10(c)から、列中央付近の円柱のヌセルト数は2段目円柱列とは逆に、垂直方向間隔 G_v が広くなるにつれて高くなること分かる。これは間隔 G_v が広くなるにつれて、4段目円柱列から上昇して来たプルームが円柱間でより冷やされ、円柱のヌセルト数が高くなったと考えられる。一方、 $G_v=10.6\text{mm}$ 一定とした図10(d)では、水平方向間隔 G_h が狭くなるにつれてヌセルト数 Nu_d が低下していく様子が読み取れる。これは上述した2段目円柱列と同様な理由によるものと考えている。また、これらの結果よりバンク2段目以降の円柱列では、水平および垂直方向の円柱間隔 G_h, G_v に応じてヌセルト数が複雑に変化することが分かる。

(a) Nusselt numbers of 2nd-row at fixed $G_h=20.6\text{mm}$

(b) Nusselt numbers of 2nd-row at fixed $G_v=10.6\text{mm}$

(c) Nusselt numbers of 5th-row at fixed $G_h=20.6\text{mm}$

(d) Nusselt numbers of 5th-row at fixed $G_v=10.6\text{mm}$

Fig.10 The influence of vertical and horizontal gaps G_v, G_h on the Nusselt numbers for the second and fifth horizontal rows ($N=2$ & 5) in the staggered tube banks of $d=14.4\text{mm}$. The plots show that the Nusselt numbers depend not only on the vertical gaps but also on the horizontal gaps. Similar results are obtained for the third and fourth rows.

3・3 千鳥および格子配列バンク内の流れとヌセルト数の比較

本研究では、つぎに前述した千鳥配列バンク内の流れとヌセルト数 Nu_d を、前報の格子配列バンクのそれと比較し、両者の異同を論じることとした。このために千鳥配列と同一の条件下で格子配列バンク内の流れを今回新たに可視化してみた。その一例として水平および垂直方向間隔が $G_h=10.6\text{mm}$, $G_v=10.6\text{mm}$ の格子配列バンクの可視化結果を図 11(a)に示し、同じ条件下で千鳥配列バンク内の流れを可視化した結果を図 11(b)に示す。さて、図 11(a)の格子配列バンクの可視化結果を見ると、最下段円柱列から吐出された煙は、図 11(b)の千鳥配列と同様、バンク中心線に向かって寄り集まる様子が読み取れる。しかし、とくにバンク中央付近の流れを詳しく観察すると、

(a) Inline tube bank

(b) Staggered tube bank

Fig.11 Visualized flow fields in staggered and inline tube banks of $d=14.4\text{mm}$, $G_h=10.6\text{mm}$, $G_v=10.6\text{mm}$, $q_w \approx 100\text{W/m}^2$, $Ra_d^* \approx 1.6 \times 10^4$.

Fig.12 Comparison of the Nusselt numbers between staggered and inline tube banks of $d=14.4\text{mm}$, where the horizontal gap is fixed at $G_h=10.6\text{mm}$, while the vertical gap is varied as $G_v=10.6, 5.6, 20.6$ and 30.6mm . The figures show that Nusselt numbers for the first row ($N=1$) are almost identical in between staggered and inline banks. While the cylinders placed near the center of the second to fifth rows in the staggered bank show higher Nusselt numbers than those in the inline tube bank.

図 11 (a)の格子配列では、最下段円柱を離脱した煙は 2 段目円柱に衝突し、2 段目円柱表面に沿って流れた後、再度離脱・上昇し、3, 4, 5 段目円柱に次々に衝突・離脱を繰り返しながら、バンク上方へと流れ去っていく。これに対して、千鳥配列の場合には、図 11(b)に示すように最下段円柱を離脱した煙は 2 段目円柱列の間を通過し、3 段目円柱に衝突し、3 段目円柱の表面に沿って流れた後、再び離脱・上昇し、4 段目円柱列の間を流れ、5 段目円柱に衝突している。このような流れの相違はバンク中央部に設置された円柱のヌセルト数に影響を及ぼすことが予想される。そこで、本報で得た千鳥配列バンクのヌセルト数を前報の格子配列バンクのそれと比較してみた。その結果を図 12(a)に示す。この図 12(a)から、まず最下段円柱列($N=1$)では、ヌセルト数は千鳥および格子配列バンクでほぼ等しくなることが分かる。一方、2 段目($N=2$) 円柱列では、列中央付近で千鳥配列の方が格子配列に比べてヌセルト数が高くなることが分かる。これは図 11 に示したように、格子配列では最下段円柱列から立ち昇る高温の自然対流ブルームが 2 段目円柱に直接衝突するのに対して、千鳥配列ではブルームが円柱間を通過するため、円柱近傍の流体温度が低く抑えられるためと考えられる。また、3, 4, 5 段目円柱列についても 2 段目円柱列と同様、千鳥配列の方が高いヌセルト数が得られている。しかし、両者の差は下流側円柱列にいくに従って次第に小さくなり、ヌセルト数が高くなる領域も円柱列中心近傍に限られることが分かる。

本研究では、つぎにこれら千鳥および格子配列バンクのヌセルト数 Nu_d に対して、水平および垂直方向の円柱間隔 G_h, G_v がどのような影響を及ぼすか調べてみた。その結果の一例として、水平方向間隔を一定 $G_h=10.6\text{mm}$ とし、垂直方向間隔を $G_v=5.6, 20.6, 30.6\text{mm}$ の 3 通り変化させた場合について、ヌセルト数を比較した結果を図 12 (b),(c),(d)に示す。まず、これらの図の最下段円柱列($N=1$)のヌセルト数であるが、間隔 G_v が異なるいずれの図でも、千鳥と格子配列でヌセルト数がほぼ等しい値となることが分かる。つぎに 2 段目円柱列($N=2$)のヌセルト数であるが、図 12(b)に示すように垂直方向の円柱間隔が最も狭い $G_v=5.6\text{mm}$ では、とくに列中心付近で千鳥配列の方が格子配列に比べてヌセルト数が顕著に高くなることが分かる。一方、その差は間隔 G_v が 10.6mm (図 12(a))、 20.6mm (図 12(c))、 30.6mm (図 12(d)) と増加するにつれて次第に小さくなっていく様子が読み取れる。これと同様な結果は 3 段目($N=3$)、4 段目($N=4$)および 5 段目($N=5$) 円柱列中心付近のヌセルト数についても言え、とくに間隔が最も広い $G_v=30.6\text{mm}$ では、図 12(d)に示すように千鳥配列と格子配列で差が認められなくなることが分かる。これは垂直方向の円柱間隔が広がるにつれて上流側円柱列から立ち昇るブルームが左右に揺動し始め、この揺動によって下流側円柱列まわりの速度および温度場が水平方向に一様化され、千鳥配列と格子配列で差が生じなくなるためと考えられる。

3・4 千鳥配列バンクのヌセルト数の無次元整理および格子配列バンクとの比較

さて、前節では円柱の水平および垂直方向間隔 G_h, G_v が千鳥配列バンクのヌセルト数 Nu_d にどのような影響を及ぼすか論じたが、これらヌセルト数に対しては円柱間隔 G_h, G_v だけでなく、円柱の直径 d や加熱量(熱流束 q_w) が影響を及ぼすと考えられる。これら多くのパラメータに依存して変化するチューブバンクの伝熱特性を定量的かつ一般的に予測するには、バンク内に設置された各円柱のヌセルト数について無次元整理を試み、バンクの伝熱を支配する無次元パラメータを明らかにすることが必要と思われる。このことから、著者らは前報(北村他, 2018) で格子配列バンクのヌセルト数を種々の無次元パラメータを用いて整理してみた。その結果、本論文の緒言に述べたように、垂直方向の円柱間隔 G_v をヌセルト数および修正レイリー数の代表長さにとれば、バンク最下段円柱列のヌセルト数 $Nu_{G_v} (=h_m \cdot G_v / \lambda)$ が修正レイリー数 $Ra_{G_v}^* (=g\beta q_w G_v^4 / \lambda \alpha \nu)$ と $(G_v / d)^2$ との積からなる無次元パラメータ $[Ra_{G_v}^* (G_v / d)^2]$ で整理できること、またバンクの 2 段目以降に設置された水平円柱列の中央付近に設置された円柱のヌセルト数 Nu_{G_v} が、修正レイリー数 $Ra_{G_v}^*$ と (G_h / d) および (G_v / d) の積からなるパラメータ $[Ra_{G_v}^* (G_v / d) (G_h / d)]$ で整理できることを明らかにした。

そこで本研究では、これら前報の結果を踏まえ、千鳥配列バンクのヌセルト数が格子配列バンクと同じ無次元パラメータにより整理可能か否か調べることにした。そのうち図 13 は、最下段円柱列($N=1$) について実験値を整理した結果を示したもので、図の縦軸には垂直方向間隔 G_v 基準のヌセルト数 Nu_{G_v} をとり、横軸にパラメータ $Ra_{G_v}^* (G_v / d)^2$ をとっている。図 13(a)は円柱列中心付近($X/P_h = \pm 0.5$) に設置された円柱 (No.5 & 6)のヌセルト数 Nu_{G_v} を、また図 13(b)は、円柱列中心から($X/P_h = \pm 2.5$) 離れた円柱(No.3 & 8)のヌセルト数 Nu_{G_v} を整理した結果を示したものである。なお、この整理に当たっては、前報と同じくバンク中心線に対して対称な位置に設置された 2 本の円柱のヌセルト数を算術平均した値を用いている。この図 13(a),(b)から、それぞれの円柱のヌセルト数 Nu_{G_v} は

パラメータ $Ra_{G_v}^*(G_v/d)^2$ に対して直線的に変化し、両図中に示す直線のまわりにまとまることから、ここで、図中の直線は千鳥配列と同じ位置に設置された格子配列の円柱のヌセルト数 Nu_{G_v} をパラメータ $Ra_{G_v}^*(G_v/d)^2$ を用いて整理した前報の結果を示したものである。この結果より、千鳥配列バンクの最下段に設置された No.5&6 および No.3&8 円柱のヌセルト数 Nu_{G_v} は、格子配列バンクのヌセルト数に一致することが分かる。なお、図中に記した直線の式は両者の関係を次式(4)で近似し、

$$Nu_{G_v} = C_1 \cdot [Ra_{G_v}^*(G_v/d)^2]^m \quad (4)$$

実験値に最も良く合う係数 C_1 および指数 m を求めたもので、円柱 No.5 & 6 に対しては $C_1=1.20$, $m=0.18$, 円柱 No.3 & 8 に対しては $C_1=1.10$, $m=0.18$ なる値を得ている。なお、本実験では最下段円柱列の他の円柱についても上と同様な無次元整理を試み、そのヌセルト数 Nu_{G_v} がパラメータ $[Ra_{G_v}^*(G_v/d)^2]$ で整理できることを確認している。

Fig.13 Rearrangements of Nusselt numbers for the cylinders of No.5&6 and No.3&8 in the first horizontal row ($N=1$), where Nusselt numbers Nu_{G_v} based on the vertical gaps G_v are plotted with the parameter $[Ra_{G_v}^*(G_v/d)^2]$. The plots gather around the solid lines in the figures, indicating that the parameter $[Ra_{G_v}^*(G_v/d)^2]$ well correlates the Nusselt numbers Nu_{G_v} . Moreover, the plots coincide fairly well with the previous correlations for the inline tube banks.

つぎに千鳥配列バンクの2段目以降に設置された水平円柱列の中心付近に設置された円柱のヌセルト数 Nu_{G_v} を前報の格子配列バンクと同じパラメータ $[Ra_{G_v}^*(G_v/d)(G_h/d)]$ で整理した結果を図14に示す。図14(a), (c)は2段目($N=2$)および4段目($N=4$)円柱列の中心(X/P_h)=0に設置されたNo.5円柱の、また図14(b), (c)は3段目($N=3$)および5段目($N=5$)円柱列の中心付近(X/P_h)= ± 0.5 に設置されたNo.5&6円柱のヌセルト数 Nu_{G_v} をそれぞれプロットしたものである。これらの図から千鳥配列バンクの中心付近に設置された円柱のヌセルト数 Nu_{G_v} は、いずれの段 $N=2-5$ においても、パラメータ $[Ra_{G_v}^*(G_v/d)(G_h/d)]$ に対して直線的に変化し、図中に記した直線のまわりにまとまることから、そこで、これらの直線を次式(5)で近似し、

$$Nu_{G_v} = C_2 \cdot [Ra_{G_v}^*(G_v/d)(G_h/d)]^n \quad (5)$$

式中の係数 C_2 および指数 n を求めたところ、2段目円柱列では $C_2=0.87$, $n=0.18$, 3段目円柱列では $C_2=0.66$, $n=0.195$, 4段目円柱列では $C_2=0.56$, $n=0.205$, 5段目円柱列では $C_2=0.46$, $n=0.215$ なる値を得た。なお、これらの相関式はバンク2-5段目に設置された円柱(No.5 & 6)のヌセルト数 Nu_{G_v} を、それぞれ $\pm 5.5\%$, $\pm 6.2\%$, $\pm 5.1\%$, $\pm 5.3\%$ 程度の誤差で予測する。また、図15(a)-(d)のプロットあるいは相関式から、円柱列中心付近の円柱のヌセルト数 Nu_{G_v} は下流側円柱列にいくほど低くなり、 $[Ra_{G_v}^*(G_v/d)(G_h/d)]$ に対する勾配が急になることが分かる。なお、比較のため格子配列バンク中心付近の円柱(No.5&6)のヌセルト数 Nu_{G_v} を同じパラメータ $[Ra_{G_v}^*(G_v/d)(G_h/d)]$ で整理した結果を図中実線で記した。図を見ると、いずれの段でも千鳥配列のヌセルト数 Nu_{G_v} の方が格子配列に比べて高い値を示すこと、また、その差は $[Ra_{G_v}^*(G_v/d)(G_h/d)]$ が小さな領域、すなわち円柱間隔 G_v , G_h が狭い場合に大きく、 $[Ra_{G_v}^*(G_v/d)(G_h/d)]$

$/d)(G_h/d)$ が増加するにつれて次第に小さくなることが分かる。この結果は、円柱を狭い間隔で配置する場合、格子状に配列するよりも千鳥状に配列する方がより高い伝熱性能が得られることを意味しており、チューブバンクやピンフィン型ヒートシンク等の伝熱性能向上を図る上で重要な結果と思われる。

Fig.14 Rearrangements of Nusselt numbers for the central cylinders of the horizontal rows $N=2-5$ in the staggered tube banks, where Nu_{G_v} based on the vertical gaps G_v are plotted with the parameter $[Ra_{G_v}^*(G_v/d)(G_h/d)]$. The plots gather around the black solid lines in the figures, indicating that the parameter $[Ra_{G_v}^*(G_v/d)(G_h/d)]$ well correlates the Nusselt numbers Nu_{G_v} regardless of the diameter d , horizontal and vertical gaps G_h , G_v . Moreover, the present plots show higher Nusselt numbers than those for the inline tube banks, which are represented with blue lines.

つぎに本研究では上述の結果を踏まえて、各水平円柱列の中心以外の円柱についても同様な無次元整理を行ってみた。その一例として、円柱列中心から外側に向かって3本目の円柱のヌセルト数 Nu_{G_v} をパラメータ $[Ra_{G_v}^*(G_v/d)(G_h/d)]$ で整理した結果を図15に示す。なお、比較のため前報で得た格子配列バンクの伝熱相関式を図中実線で示した。この図15より、円柱のヌセルト数 Nu_{G_v} は、列中心付近円柱に比べてばらつきは大きくなるものの、バンクのいずれの段でも、図中に示す直線のまわりにまとまることが分かる。参考までに、これらの直線を式(5)で近似し、式中の係数 C_2 および指数 n を求めたところ、2段目円柱列では $C_2=0.81, n=0.18$, 3段目円柱列では $C_2=0.68, n=0.185$, 4段目円柱列では $C_2=0.55, n=0.20$, 5段目円柱列では $C_2=0.43, n=0.215$ となった。また、これら千鳥配列のヌセルト数 Nu_{G_v} を格子配列のそれと比較すると、 $[Ra_{G_v}^*(G_v/d)(G_h/d)]$ が小さな領域では、千鳥配列の方が高い値を示すものの、両者の差は図14に記した列中心付近の円柱に比べて全般的に小さく、とくに下流側円柱列では差がほとんど認められなくなることが分かる。

なお、図には示さないが、円柱列中心から2本目の円柱についても、ヌセルト数 Nu_{G_v} とパラメータ $[Ra_{G_v}^*(G_v/d)(G_h/d)]$ の間に同様な直線関係が成立し、そのヌセルト数 Nu_{G_v} は円柱列中心と中心から3本目の円柱のほぼ中間の値を示すことを確認している。一方、これらの円柱よりもさらに列の外側に設置された円柱について同様な無次元整理を試みたところ、ヌセルト数 Nu_{G_v} は大きくばらつき、パラメータ $[Ra_{G_v}^*(G_v/d)(G_h/d)]$ では整理できないことが

分かった. このようにバンク外側の円柱でデータがばらつく原因であるが, 図6および図7の流れの可視化写真をみると, バンク中心側の円柱のまわりにはバンク下方から侵入し, 上流側円柱列で温められたプルームが流れ込んでいるのに対して, バンク外側の円柱はバンク側方から流入した流れに曝されていることが分かる. このような流れの差異がバンクの外側円柱でヌセルト数がばらつく原因となっていると考えられる.

Fig.15 Rearrangements of Nusselt numbers for the off-centered cylinders of the horizontal rows $N=2-5$ in the staggered tube banks, where Nu_{G_v} are plotted with the parameter $[Ra_{G_v}^*(G_v/d)(G_h/d)]$. The plots gather around the black solid lines in those figures, indicating that their Nusselt numbers can be correlated also with the parameter $[Ra_{G_v}^*(G_v/d)(G_h/d)]$.

4. 結言

本研究は, 水平な加熱円柱を一定な水平および垂直方向間隔 G_h, G_v で千鳥状に配置したチューブバンクについて, バンクまわりに生じる自然対流の流動と伝熱を流れの可視化および伝熱実験により調べたものである. 実験は常温の空気を試験流体とし, バンクを構成する全ての円柱を同一の熱流束 $q_w = 60-250 \text{ W/m}^2$ で加熱した. 試験円柱には直径の異なる2種類の円柱($d=8.4, 14.4 \text{ mm}$)を用い, 円柱の水平方向間隔 G_h を $10.6, 20.6$ および 30.6 mm の3種類, 垂直方向間隔 G_v を $5.6, 10.6, 20.6$ および 30.6 mm の4種類, それぞれ独立に変化させた. なお, これらの実験で実現された円柱直径基準の修正レイリー数 Ra_d^* は $800-3 \times 10^4$, 円柱の水平, 垂直方向間隔 G_h, G_v と直径 d との比 $(G_h/d), (G_v/d)$ は, $(G_h/d) = 0.736-3.64, (G_v/d) = 0.389-3.64$ である. 本研究では, 10本および9本の円柱からなる水平円柱列を垂直方向に5段千鳥状に配置したチューブバンクを対象として, まずバンク内に生じる流れを煙により可視化してみた. また可視化と同じ条件で, バンク内に設置された全ての円柱のヌセルト数 Nu_d を測定した. その結果,

- (1) バンク最下段円柱列から吐出された煙はバンク中心線に向かって寄り集まる様子が観察された. また, 水平円柱列のヌセルト数はバンクの下流側に向かって単調に低下していくこと, バンクの2段目以降に設置された円

柱列のヌセルト数 Nu_d は、列中心付近で高く、外側に向かうにつれて緩やかに低下した後、増加に転じることが分かった。

この結果を踏まえて、つぎに本研究では水平および垂直方向の円柱間隔 G_h, G_v がバンク内に設置された各水平円柱列のヌセルト数 Nu_d にどのような影響を及ぼすか調べてみた。その結果、

- (2) 最下段円柱列のヌセルト数 Nu_d は、垂直方向の円柱間隔 G_v のみに依存して変化し、間隔 G_v が狭くなるにつれて高くなること。一方、2 段目以降の円柱列のヌセルト数は、水平および垂直両方向の円柱間隔 G_h, G_v に依存して変化することが分かった。

さらに、本研究ではこれら千鳥配列バンク内に設置された円柱のヌセルト数を、前報の格子配列バンクと同様な無次元パラメータを用いて整理してみた。その結果、

- (3) 垂直方向の円柱間隔 G_v をヌセルト数および修正レイリー数の代表長さにとれば、千鳥配列バンク最下段円柱列のヌセルト数 $Nu_{G_v}(=h_m \cdot G_v / \lambda)$ は、修正レイリー数 $Ra_{G_v}^* (=g\beta q_w G_v^4 / \lambda \alpha \nu)$ と $(G_v / d)^2$ との積からなる無次元パラメータ $[Ra_{G_v}^* (G_v / d)^2]$ で整理でき、両者の相関式は前報の格子配列バンクのそれと一致することが分かった。
- (4) 一方、千鳥配列バンクの 2 段目以降に設置された水平円柱列の外側 2 本を除く円柱のヌセルト数 Nu_{G_v} は、前報の格子配列バンクと同様、修正レイリー数 $Ra_{G_v}^*$ と (G_h / d) および (G_v / d) の積からなる無次元パラメータ $[Ra_{G_v}^* (G_v / d)(G_h / d)]$ で整理できることが分かった。また、これらヌセルト数 Nu_{G_v} を格子配列バンクのそれと比較したところ、千鳥配列バンクのヌセルト数の方が高い値を示し、その差はとくに $[Ra_{G_v}^* (G_v / d)(G_h / d)]$ が小さな領域で顕著となることを示した。

これら本研究で得られた一連の結果は、チューブバンクの伝熱・流動の基礎的な理解に役立つだけでなく、チューブバンク型熱交換器、ピンフィン型ヒートシンクをはじめとする様々な伝熱機器の熱設計や伝熱性能向上に有益な情報を提供すると考えられる。

謝 辞

本研究を遂行するに当たり、JSPS 科研費 15K05823 の助成を受けた。また、実験を遂行するに当たり本学大学院生 堀友輔君の協力を得た。ここに記して謝意を表する。

文 献

- Bejan, A., Fowler, A. J. and Stanescu, G., The optimal spacing between horizontal cylinders in a fixed volume cooled by natural convection, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.15, No.11(1995), pp.2047-2055.
- 服部直三, 川島隆二, 山田尚央, 片岡健, 水平円柱群の自然対流熱伝達, *日本機械学会論文集 B 編*, Vol.59, No.566 (1993), pp.3216-3223.
- 服部直三, 相原栄世, 千鳥配列を有する水平円柱群からの自然対流熱伝達, *日本機械学会論文集 B 編*, Vol.61, No.592(1995), pp.4551-4515.
- 北村健三, 光石暁彦, 鈴木孝司, 格子配列された水平加熱円柱群の自然対流熱伝達, *日本機械学会論文集*, Vol.84, No.857(2018), DOI:10.1299/transjsme.17-00410.

References

- Bejan, A., Fowler, A. J. and Stanescu, G., The optimal spacing between horizontal cylinders in a fixed volume cooled by natural convection, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.15, No.11(1995), pp.2047-2055.
- Hattori, N., Kawashima, R., Yamada, T. and Kataoka, K., Natural convection heat transfer from horizontal circular cylinder bank to air, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol.59, No.566 (1993), pp. 3216-3223 (in Japanese).
- Hattori, N. and Aihara, E., Natural-convection heat transfer from horizontal circular cylinders in staggered arrangement to air, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol.61, No.592 (1995), pp.4511-4515 (in Japanese).
- Kitamura, K., Mitsuishi, M. and Suzuki, T., Natural convective heat transfer from in-line banks of horizontal cylinders, *Transactions of the JSME (in Japanese)*, Vol.84, No.857 (2018), DOI:10.1299/transjsme.17-00410.