O 字型の直線的な発散・収束レールと双円錐を用いた機構の最適な設計条件

数仲 馬恋典^{*1}

Optimal design conditions of a mechanism employing a double-cone and divergent-convergent straight rails resembling an O letter

Barenten SUCIU^{*1}^{*1} Fukuoka Institute of Technology, Department of Intelligent Mechanical Engineering
3-30-1 Wajiro-Higashi, Higashi-ku, Fukuoka 811-0295, Japan

Received: 11 March 2019; Revised: 24 May 2019; Accepted: 20 June 2019

Abstract

Recently, wave-powered electrical generators, using double-cones moving on circular rails, have been proposed. Rotational motion of the generator's hull, induced by waves, is changed into the rotational and translational movement of either a rigid magnetized double-cone, rolling on divergent-convergent circular rails, or a double-cone geared motor-generator, rolling on concentric circular rails. However, if such generator is not directly floating on the water waves of random direction, period and height, but it is placed inside of the hull of a ship, the movement of the double-cone is one-directional and dictated by the rolling period and amplitude of the ship's hull. In such case, divergent-convergent straight rails resembling an O letter might be more efficient than the circular rails. In this work, the optimal design conditions of such a mechanism are examined. Concretely, the O-rails are fixed on the hull of a ship, which is excited to roll along its longitudinal axis, by using a pendulum. Movies of the double-cone moving on the O-rails were shot, and the total travelling time was determined through the slow motion processing of the movies, for various values of the inclination angle of the hull, and energies introduced into the system by the pendulum. Optimal geometry of the O-rails was decided in order to maximize the kinetic energy of translation of the double-cone. Apparent spring constants and damping ratio for the oscillatory movement of the double-cone were experimentally found and validated by a theoretical model. Experimentally observed optimal length of the pendulum arm, to maximize the total traveling time of the double-cone, was justified by a two degree of freedom vibration model of the test rig.

Keywords : Divergent-convergent straight rails, Double-cone, Pendulum, Mechanism, Design method, Contact, Spring constant, Damping ratio, Synchronous excitation, Resonance

1. 緒 言

直線レールを自走する双円錐の現象において幾何学的なモデル(Gallitto and Fiordilino, 2011), 運動学的なモデル(Domenech et al., 1987; Gandhi and Efthimiou, 2005), ならびに機械力学的なモデル(Suciu, 2016)が発表されたが, 物理の単純な実験レベルから実用向きの装置まで進歩ができるため, 発散・収束レール(Balta, 2002)と双円錐台(Suciu, 2017)を用いた機構に波力発電機の用途が提案された(数仲, 2017). この発電装置の場合, 波から得られるブイの回転運動エネルギーがレール側の入力回転運動エネルギーとなり, この入力エネルギーは双円錐の並進運動エネルギーおよび回転運動エネルギーに変換され, 磁気双円錐が運動することでコイルに変磁場を起こして電磁誘導により電気エネルギーが得られる(数仲, 2017). そこで, 以前の研究では波の不規則的な作用方向に関する設計対策や発電装置のコンパクトな設計を目指して, 偏心二重円形レールと双円錐との接触問題において提案された理論解析モデルに基づいてレールの偏心率や波力発電機の負荷が最大接触面圧に及ぼす影響が明確された(数仲, 2017).

双円錐機構を用いた波力発電機の先行研究の他方では, 2 個の円錐台を底面同士で接着した上記の剛体双円錐の代わりに相対回転を許す双円錐が提案された(Suciu, 2018). 具体的には, 軸方向に沿って 2 個の円錐台の間にギ

No.19-00109 [DOI:10.1299/transjsme.19-00109], J-STAGE Advance Publication date : 28 June, 2019

本論文は, 第28回設計工学・システム部門講演会 講演論文集(2018), No.2301の掲載内容に基づいた論文である.

^{*1} 正員, 福岡工業大学 工学部 知能機械工学科 (〒811-0295 福岡県福岡市東区和白東 3-30-1)E-mail of corresponding author: suciu@fit.ac.jp

ヤード電動発電機を挿入することで2個の円錐台間で相対回転を有する双円錐が得られる。この一種の双円錐を同中心円形レールで運動させるときに電動発電機の軸にトルクが発生する(Suciu, 2018)ので、機構として自動車の差動歯車(Juvinal and Marshek, 2006; Mott, 2004; Rothbart, 1985; Spotts et al., 2003)に類似しているが、回転運動エネルギーの差を歯車内部の摩擦により散逸されることなく、電気エネルギーに変換される。

偏心および同中心の円形レールを使用した場合、利点として波の不規則的な方向でも発電効果が得られるが、発電装置に独立した殻体を提供しなければならない。通常は発電装置が10~70kW/mのエネルギー流束を有する波を受けるが、たまに発生する高波や津波の2MW/m以上のエネルギー流束に耐えることが必要となっている(Drew et al., 2009; Kempener and Neumann, 2004; Meisen and Loiseau, 2009; Twidell and Weir, 2006; Waters, 2008)。そこで、発電装置の破壊を防止するために、一つのアイデアとして、発電装置自体は海に浮かんでない仕組みを提案する。例えば、発電装置が船体に装着された場合、船体のローリング(Krata and Wawrzynski, 2017)により双円錐が一方方向に沿って転がっていることで直線の発散・収束レールが有利であると考えられる。こういう訳で、本研究ではO字型の発散・収束レールを模型船体に装着し、振り子により船体のローリングモードを振り回せ、レール上で双円錐の往復運動を持続させる。双円錐の走行時間の最大化を目指して、機構の最適な設計条件を決定する。そこで、開き角および傾斜角の調整が可能であるレール装置を用いて、双円錐の重心平均速度の最大化によりO字型の発散・収束レールの最適な形状を決める。模型船体の加振により双円錐機構の振動実験を行い、振り子に与えた初期位置エネルギー、つまり、振り子の腕の長さ、振り子の質量、ならびに船体の最大ローリング角が双円錐台の総計運動時間に及ぼす影響を明確する。また、双円錐の振動モデルに関連している見かけのばね定数および減衰比を調べ、実験装置の二自由度振動モデルにより試験で見られた振り子の腕の最適な長さを解明する。

本方式の発電システムの有用性を評価するために、従来の波力発電装置の性能を調査し比較を行う。波力発電システムはさまざまな原理や構造を使用しているが、広い発電電力範囲(10kW~2MW)の中で比較を可能とするため、発電電力密度(発電電力と発電システムの体積との比)を用いる。例えば、波による上下運動をフライホイールの回転運動に変換し発電機で発電するシステムでは発電電力密度が約5W/m³、越波による位置エネルギーをタービンの回転運動に変換し発電機で発電するシステムでは発電電力密度が約50W/m³、同様に海中に浮航式のブレードや発電機等からなる構造を設置して海流の流体エネルギーを回転運動に変換し発電機で発電するシステムでは発電電力密度が約50W/m³、波で生じる空気室の動揺を空気タービンの回転運動に変換し発電機で発電するシステムでは発電電力密度が約100W/m³、海表面と深層の温度差を利用して作動流体を循環させ、タービンの回転運動に変換し発電機で発電するシステムでは発電電力密度が約110W/m³、ならびに波の上下運動をラックとピニオンで回転運動に変換し発電機で発電するシステムでは発電電力密度が約140W/m³となることがわかる(Drew et al., 2009; Kempener and Neumann, 2004; Meisen and Loiseau, 2009; NEDO, 2017)。

2. 実験装置及び実験方法

波により加振される実際の船体ではローリングの回転振動モードが発生する。これに対して、図1の模型船体を使用した実験装置は船体部、振り子部、O字型の発散・収束レールと双円錐台を用いた機構、ストッパ部等から構成されており、振り子に初期位置エネルギー $E_{p,0} = MgL(1 - \cos \theta_{\max})$ を与えることで振り子の運動により船体のローリング振動が得られる。その結果、船体に取り付けられているO字型の発散・収束レール上で双円錐台が往復運動を行う。船体の最大ローリング角 $\theta_{\max}$ 、つまり、レールの最大傾斜角 $\theta_{\max}$ を計測するには古典的な分度器とスマートフォンの傾斜角測定アプリを使用する(図1を参照)。

振り子の長さ L の調整(表1を参照)により加振周期 $T_{n,p}$ (表3を参照)を設定し、ストッパの位置調整によりレールの最大傾斜角 $\theta_{\max}$ を決定した。具体的にストッパを上部(下部)の位置で固定すると、傾斜角が小さく(大きく)なる。振り子に取り付けるおもりの質量 M (表1を参照)を選定することにより初期位置エネルギーを確定する。振り子におもりをボルトとナットで取り付けの際、希望の長さ L に関係している腕の穴を選択する。

全長が815mm, 最大幅が220mm, 最大高さが237mmを有する模型船体を支えるために、船体の軸方向に沿って900mmの長さを持つシャフトを使用した。このシャフトは船体の中央部を通して、両端に設けられたおねじでベアリングホルダに支持された。そして、ベアリングホルダは支柱により実験装置の土台に接続されている。

Fig. 1 Photo of the test-rig consisted of a ship hull, a double-cone mechanism, a pendulum of mass M and length L , and a stopper to adjust the rolling angle. Double-cone of mass m is rolling on a set of divergent-convergent straight O-rails, fixed inside the ship hull. Maximal rolling angle of the ship hull, i.e., the maximal inclination angle of the rails, is measured by using a classical protractor and checked by employing a protractor-type application on the smartphone.

船体の上部にはO字型レールが取り付けられており、船体の揺れにより双円錐台がレールの上で往復運動を行う。レールから双円錐の落下を防ぐため、レールの両端部に落下防止ストップを取り付けた(図1, 図3を参照)。

本研究では振り子の9パターンで実験を行い、各パターンに関係している振り子の長さ L 、おもりの質量 M 、ならびに振り子の回転中心に関するおもりの慣性モーメント I_w を表1に示す。また、実験装置の構成部品(レール部、シャフト部、腕部、船体)の質量や慣性モーメントの影響を無視することができないため、表2では質量 m 、慣性モーメント I 、ならびに振り子の回転中心から部品の重心までの距離 L を示す。

Table 1 Length, mass, and inertia moment of the pendulum for various test configurations.

Test no.	Length, L [mm]	Mass, M [kg]	Inertia moment, I_w [kg·mm ²]
1.	280	3.075	244,924
2.	280	2.075	165,274
3.	280	1.075	85,624
4.	330	0.923	101,669
5.	380	0.812	118,268
6.	430	0.726	135,145
7.	480	0.658	152,426
8.	530	0.603	170,137
9.	580	0.558	188,409

Fig. 2 Vibration model associated to the test-rig from Fig.1, without including the double-cone.

表 2 の各パラメータに下付き（レール部に r ，シャフト部に s ，腕部に a ，船体に h ）を付ける．さらに，双円錐を含んでいない場合の図 1 の実験装置に関する振動モデルを図 2 に示しており，このモデルに基づいて第 5 章では振り子の動特性を定義・評価する．

実験方法は次のようになる．振り子の腕に与えたい最大傾斜角 $\theta_{\max}$ を調整し，双円錐をレールの上に，位置エネルギーが高い落下防止ストッパに接触するように置く．振動実験では，走行する双円錐の運動様子を観察するため，レールと双円錐の目印が見やすい位置より動画の撮影を行う．同時にストップウォッチを用いて，双円錐の総計運動時間を測定する．得られた動画をスローモーションに加工し，双円錐の可変回転周期および可変往復運動周期を測定する．一つの運動サイクルでは，すべての可変回転周期の合計は可変往復運動周期と等しくなる．また，すべての運動サイクルで得られた可変往復運動周期の合計は総計運動時間と等しくなる．このような時間の関係性により，可変往復運動周期および総計運動時間の計算にミスがないかを，途中で確認できる．それぞれの実験状況において繰り返し 5 回の試験を行い，総計運動時間の平均値を求めた．この結果から双円錐台の合計運動時間と，振り子の最大傾斜角・長さ・質量，つまり，振り子に与えた初期位置エネルギーとの関係を明確する．

Table 2 Nomenclature and numerical values for the mass, inertia moment, and the distance from the mass center to the pendular center of rotation, determined for the rails and shaft subassemblies, as well as for the pendular arm and the ship hull.

Property	Rails subassembly	Shaft subassembly	Pendular arm	Ship hull
Mass	$m_r = 1 \text{ kg}$	$m_s = 2.9 \text{ kg}$	$m_a = 0.265 \text{ kg}$	$m_h = 0.3 \text{ kg}$
Inertia moment	$I_r = 7,330 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$	$I_s = 5,960 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$	$I_a = 71,558 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$	$I_h = 263 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$
Distance from the mass center to pendular center of rotation	$L_r = 50 \text{ mm}$	$L_s = 0 \text{ mm}$	$L_a = 450 \text{ mm}$	$L_h = 28 \text{ mm}$

3. O 字型の発散・収束レールの最適な形状

図 3 には O 字型の発散・収束レールの形状，そしてレールの幾何学的なパラメータ（例えば，長さ L_0 ，出口幅 L_1 ，入口幅 L_2 ，双円錐台の初期位置 L_s ，開き角 $\Phi = \sin^{-1}[(L_1 - L_2)/(2L_0)]$ など(Suciu, 2016; Suciu, 2017)) を示している．本研究では，開き角 Φ および傾斜角 θ の調整が可能であるレール装置（図 4 を参照）を設計製作し，レールのさまざまな形状で双円錐の走行実験を行い，双円錐の重心平均速度の最高化により O 字型の発散・収束レールの最適な形状を決める．図 4 に示す装置では，レールの長さを $L_0 = 1,000\text{mm}$ に固定するが，レールの出口幅を $L_1 = 0 \sim 200\text{mm}$ ，レールの入口幅を $L_2 = 0 \sim 200\text{mm}$ ，傾斜スパーサの高さを $6 \sim 75\text{mm}$ の間で調整できる．その結果，レールの開き角を $\Phi = -5.739 \sim 5.739\text{deg}$ ，傾斜角を $\theta = -5 \sim 5\text{deg}$ の間で調節できる．

底部の半径は $R = 25 \text{ mm}$ ，先端の半径は $R^* = 0.35 \text{ mm}$ ，全長は $2H = 197.1 \text{ mm}$ （半頂角は $\Psi = \tan^{-1}[(R - R^*)/H] = 14.043 \text{ deg}$ ），質量は $m = 358\text{g}$ ，慣性モーメントは $I_c = 0.3mR^2[1 - (R^*/R)^5]/[1 - (R^*/R)^3] \cong 0.3mR^2 = 67\text{kg}\cdot\text{mm}^2$ ，材質は A5052 アルミニウム合金を有する双円錐台により走行実験を行った（図 4 を参照）．レール上では双円錐台の初期位置を $L_s = 60\text{mm}$ とする（図 4 を参照）．実験方法および撮影した動画の処理方法は以前の研究(Suciu, 2016; Suciu, 2017)と同様であり，ストップウォッチで測定した走行時間 t_{sw} および動画で記録した走行時間 t_{mo} により双円錐台の重心の平均走行速度 V_{CM} を次のように計算できる．

$$V_{CM} = \frac{2(L_0 - L_s)\cos\Phi}{(t_{sw} + t_{mo})\cos\alpha} \quad ; \quad \alpha = \sin^{-1}(\tan\Phi \cdot \tan\Psi) \quad (1)$$

レールの最適な形状を決定するために，双円錐台の平均走行速度と出入り口幅との関係性を調べる．例えば，図 5 ではレールの出口幅 L_1 と双円錐台の重心の平均走行速度 V_{CM} との関係を示している．レールの入口幅において， $L_2 = 0\text{mm}$ の場合は黒い実線， $L_2 = 50\text{mm}$ の場合は青い実線，そして $L_2 = 100\text{mm}$ の場合は赤い実線を使用した．また，傾斜角に関して， $\theta = 0\text{deg}$ の場合は菱形印， $\theta = 0.4\text{deg}$ の場合は三角形印，そして $\theta = 1.4\text{deg}$ の場合は円印を利用した．図 5 より，レールの出口幅において双円錐台の重心の平均走行速度は山形のグラフを示していることがわかる．傾斜角の値と無関係に $L_2 = 50, 100\text{mm}$ で得られた結果に比べて，レールの入口幅 $L_2 = 0\text{mm}$

のほうが平均走行速度、つまり、双円錐台の並進運動エネルギーが大きくなることもわかる。そこで、レールの最適な形状を目指していることでレールの入口幅 $L_2 = 0\text{mm}$ と採用する（図3を参照）。

Fig. 3 Schematic view of the truncated double-cone rolling on divergent-convergent straight O-rails, showing the actual configuration, the nomenclature and the adopted numerical values of the main geometrical parameters. For reasons discussed below in connection to Fig. 5, a nil entrance span ($L_2 = 0$) is adopted.

Fig. 4 Photographs of the rail test rig, showing the base plate, straight rails, double-cone, side spacers and inclination spacers. Such device allows for the adjustment of the entrance span, exit span, and inclination angle of the rails. Purpose of the experiments is to determine the optimal geometrical configuration of the rails that maximizes the mean travelling velocity of the double-cone.

図5の並進速度ピークに達するまで、双円錐は比較的緩やかな曲線を描きながら加速していき、ピーク以降では急勾配で減速している。この実験結果は理論解析結果(Suciu and Miyamura, 2017)と一致しているため、信頼性のある結果を得たといえる。平均の並進走行速度が最大となった山の頂点は傾斜角の値に依存するが、 $L_2 = 0\text{mm}$ の結果のみを検討してみると、 $\theta = 0\text{deg}$ の場合は最適な出口幅が $L_1 = 150\text{mm}$ 、 $\theta = 0.4\text{deg}$ の場合は最適な出口幅が $L_1 = 140\text{mm}$ 、そして $\theta = 1.4\text{deg}$ の場合は最適な出口幅が $L_1 = 120\text{mm}$ となった。そこで、出口幅が $L_1 = 120\sim$

150mm の範囲内に入るように模型船体に使用するレールの設計を行うことで、実際の出口幅に $L_1 = 122\text{mm}$ の値を採用した (図 3 を参照)。

Fig. 5 Variation of the average translational velocity of the mass center of the double-cone versus the exit span, determined for various values of the entrance span and inclination angle of the rails. Regardless the values of the exit span and the inclination angle, maximization of the average translational velocity is achieved for nil entrance span ($L_2 = 0$).

上記の結果に基づいて、模型船体に使用するレールの最適な形状を次のように選択した：入口幅： $L_2 = 0\text{mm}$ ；有効入口幅：13mm；出口幅： $L_1 = 122\text{mm}$ ；長さ： $L_0 = 119\text{mm}$ ；有効長さ：106mm；開き角： $\Phi = \sin^{-1}(0.5L_1/L_0) = 30.838\text{deg}$ ；落下防止ストッパの幅： $h = 11\text{mm}$ ；レールの全体スパン：204mm；レールの有効スパン：182mm；双円錐台の初期位置： $L_s = (h + R)/\cos \Phi = 42\text{mm}$ (図 3 を参照)。

4. O 字型の発散・収束レールと双円錐台を用いた機構の動特性

模型船体の実験装置で振動試験を行う前段階では、O 字型の発散・収束レールと双円錐台を用いた機構の動特性を調べる。つまり、レール上で双円錐台の自由往復運動には減衰を有する一自由度振動系のモデルが適切である、といった前提で、見かけのばね定数、見かけの減衰比、ならびに固有振動数を調べる。具体的な実験とは、図 6 に示すように、水平面の机にレールを置き、双円錐台がストッパの壁面に接触している状態で双円錐台の初期位置 (図 3 では距離 $L_s = 42\text{mm}$ 、図 6 では座標 $x_0 = -66\text{mm}$) を決め、そして双円錐台を解放させると、 x 軸方向に沿って往復運動 (自由振動) を行う。走行する双円錐台の運動様子を観察するために動画の撮影を行い、動画から取られたスナップショット (図 6 を参照) より、時間経過につれて座標 x の変化を明確する (図 7 の左側を参照)。図 3 と図 6 に示すように、座標 x は双円錐台の重心慣性主軸とレールの横軸との間距離であり、レールの横軸の右側では正の値、左側では負の値を取る。また、往復運動 (自由振動) の開始時に双円錐台の初期位置に対応する座標は $x_0 = (R + h) - L_0 \cos \Phi \cong -(182/2 - R) = -(91 - 25) = -66\text{mm}$ となる (図 3 と図 6 を参照)。

レールと双円錐台を用いた機構の振動モデル化 (図 9 の左側) では、双円錐台にばねとダッシュポットを並列に繋ぐことで減衰のある一自由度振動系の古典的な運動方程式、ならびに運動方程式の解が次のように得られる。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \Rightarrow x(t) = -\frac{x_0}{\sqrt{1-\zeta^2}} \exp(-\zeta\sqrt{\frac{k}{m}}t) \cos[t\sqrt{\frac{k}{m}(1-\zeta^2)} - \tan^{-1}\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}] \quad (2)$$

式(2)では、記号 m が双円錐台の質量 (0.358kg)、記号 c が見かけの減衰係数、記号 k が見かけのばね定数、記号 t が時間、記号 x_0 が双円錐台の初期位置に対応する座標、ならびに記号 ζ が減衰比を示している。ばねのような弾性効果はレールと双円錐台との接触でレールの垂直方向に発生する微少な弾性変位により得られる (Kapoor

et al., 2001)が、これに対して本研究では、重力が主要因でレールの軸方向に沿って振動する双円錐の復元力を提供する仮想的なばねの弾性効果を考慮する。また、ダッシュポットのような減衰効果はレールと双円錐台との接触で発生する摩擦により得られる(Olofsson and Lewis, 2012; Stachowiak and Batchelor, 2005)。

Fig. 6 Snapshots taken at different time instants of the truncated double-cone, freely rolling on divergent-convergent straight O-rails, which are placed on a horizontal table. Such tests allow for the evaluation of the apparent spring constant and damping ratio corresponding to oscillatory movement of the double-cone on such particular configuration of the rails.

この振動系の場合、固有円振動数 $\omega_{n,c,e}$ 、減衰円振動数は ω_d 、そして周期 T_d は下記のように計算される。

$$\omega_{n,c,e} = \sqrt{k/m} \quad ; \quad \omega_d = \omega_{n,c,e} \sqrt{1-\zeta^2} = \sqrt{(1-\zeta^2)k/m} \quad ; \quad T_d = 2\pi / \omega_d \quad (3)$$

図7の左側の振動応答から求めた振幅比を式(4)に代入して対数減衰率 δ_i 、そして減衰比 ζ_i を計算する。

$$\delta_i = \ln \left| \frac{X_i}{X_{i+2}} \right| \Rightarrow \zeta_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\delta_i^2 + 4\pi^2}} \quad (4)$$

式(4)では、記号 X が可変振幅、記号 i が振幅（ピーク）番号を示している。つまり、図7の左側では振幅に関係しているピークに番号を与える。座標 $x > 0$ では、時間経過につれてピーク番号に 1, 3, 5, 7, 9, 11, そして座標 $x < 0$ では、ピーク番号に 2, 4, 6, 8, 10, 12 を使用する。ピーク番号 $i = 1 \sim 10$ に関係している振幅比の値を式(4)に代入し、計算した減衰比 ζ_i の平均値を見かけの減衰比 ζ とする。本実験で得られた減衰比 ($\zeta = 0.022$) は、転がる球体が傾斜を下るとき (Zhang et al., 2017)、あるいは木製の凹面レンズのような線路を走行するとき (Minkin and Sikes, 2018) に得られる減衰比と一致している。例えば、39mm の直径と 225g の質量を有する硬鋼の球体が 570mm の曲率半径を持つ木製の線路で糸がない振り子のような振動を行ったときに、転がり摩擦係数に 0.002、そして減衰比に 0.029 の値が得られた (Minkin and Sikes, 2018)。本実験で計測した減衰比 ($\zeta = 0.022$) はこれより低い値を示すので、双円錐台の転がり摩擦係数が微少であると考えられる。この結論は、以前の理論解析研究で得られた結論(Suciu, 2017)と一致している。

次に、ピーク番号 $i = 1 \sim 12$ に関係している周期 T_d および減衰振動数 $f_d = 1/T_d$ を計算する (図7の右側)。ピーク番号の増加につれて周期 T_d は右下がりの線形的グラフ、減衰振動数 f_d は右上がりの線形的グラフとなる。図7の右側より、周期 T_d が 1.53s ($i = 1$) から 1.18s ($i = 12$) まで減少することがわかる。そこで、双円錐の周期が変動するが、双円錐の走行時間を延長させるためには、振り子の周期が 1.18~1.53s の範囲内になるように同周期の設計条件を満足させる。振り子の周期が一定であるので、双円錐の運動開始で得られる長い周期に振り子の周期を一致させると、双円錐の走行時間を延ばすことができる。第8章 (振り子・双円錐機構の二自由度振動モデルと固有振動数の解析) では、このような同周期 (共振) の設計条件を満たす必要性について詳しく説明する。

Fig. 7 Variation of the coordinate attached to the double-cone versus the travelling time, experimentally recorded during the free rolling of the double-cone on divergent-convergent straight O-rails (left-side), as well as the variation of the period and the oscillation frequency versus the peak number attached to the time-variable amplitude (right-side).

5. 振り子の動特性

腕の質量と慣性モーメントの影響を無視できる理想的な振り子の運動方程式は非線形（式(5)の左側を参照）であるが、小さい回転角（ $|\theta| \leq 5\text{deg}$ ）の場合は運動方程式の線形化（式(5)の中央部を参照）が可能である。実際の振り子では、関節などの摩擦により振り子の振動が減衰されている（式(5)の右側の $2\zeta_p \omega_{n,p}$ 項を参照）ため、図1の実験装置において、第4章と同様に対数減衰率法を用いて振り子の減衰比 ζ_p を調べた。その結果、振り子の減衰比が極めて小さい（ $\zeta_p = 0.005$ ）ため、この減衰の影響を無視できると考えられ、図1の実験装置に関して振り子は加振装置と同じ役割を達成している。そこで、運動方程式および加振周期 $T_{n,p}$ は式(6)により示される。

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{L} \sin \theta = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{L} \theta \cong 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + 2\zeta_p \omega_{n,p} \dot{\theta} + \omega_{n,p}^2 \theta = 0 \quad (5)$$

$$\ddot{\theta} + \omega_{n,p}^2 \theta = 0 \Rightarrow \omega_{n,p} = \sqrt{g/L} \Rightarrow T_{n,p} = 2\pi / \omega_{n,p} = 2\pi \sqrt{L/g} \quad (6)$$

しかし、第2章で述べたように図1の実験装置では、主な構成部品（レール部、シャフト部、振り子の腕部、船体）の質量や慣性モーメントの影響を無視することができないため、振り子の正確な運動方程式は式(7)の左側のようになる（図2を参照）。もちろん、この場合でも小さい回転角（ $|\theta| \leq 5\text{deg}$ ）の範囲では運動方程式の線形化（式(7)の右側を参照）が可能である。

$$I\ddot{\theta} + g(ML + m_a L_a + m_h L_h - m_r L_r) \sin \theta = 0 \Rightarrow I\ddot{\theta} + g(ML + m_a L_a + m_h L_h - m_r L_r) \theta \cong 0 \quad (7)$$

その結果、振り子の正確な加振周期 $T_{n,p,e}$ は式(8)により示される。

$$\ddot{\theta} + \omega_{n,p,e}^2 \theta = 0 \Rightarrow T_{n,p,e} = 2\pi / \omega_{n,p,e} = 2\pi \sqrt{I / [g(ML + m_a L_a + m_h L_h - m_r L_r)]} \quad (8)$$

式(7)と式(8)に使用した総計慣性モーメント I の値を表3に示しているが、図2を参照しながら、表1と表2のデータに基づいて I の計算は可能である。また、振り子の近似的な加振周期 $T_{n,p}$ および正確な加振周期 $T_{n,p,e}$ を表3に示している。本実験装置では $T_{n,p,e}$ が $T_{n,p}$ より大きくなり、相対誤差値（7.7～21.2%）は具体的な試験パターンに依存するが、短い腕および軽いおもりでは誤差が大きくなることがみられる（表3を参照）。

振り子の加振周期範囲 1.19~1.66s (表 3 を参照) を双円錐台の減衰周期範囲 1.18~1.53s (図 7 の右側を参照) にほぼ一致させたと考えられる。つまり、同周期の設計条件をほぼ満たしていることで発生させる共振により双円錐の運動時間を延ばすことが期待される。

Table 3 Length, mass, energy, total inertia moment, approximate period and exact period of the pendulum, as well as the relative error on the period estimation, for various test configurations.

Test no.	Length, L [mm]	Mass, M [kg]	Energy, $M \cdot L \cdot g$ [J]	Total moment of inertia, I [kg·mm ²]	Approximate period, $T_{n,p}$ [s]	Exact period, $T_{n,p,e}$ [s]	Relative error on the period [%]
1.	280	3.075	8.438	330,035	1.062	1.190	10.8
2.	280	2.075	5.694	250,385	1.062	1.237	14.1
3.	280	1.075	2.950	170,735	1.062	1.348	21.2
4.	330	0.923	2.985	186,780	1.153	1.403	17.8
5.	380	0.812	3.024	203,379	1.237	1.456	15.0
6.	430	0.726	3.059	220,256	1.316	1.509	12.8
7.	480	0.658	3.095	237,537	1.391	1.559	10.8
8.	530	0.603	3.132	255,248	1.461	1.609	9.2
9.	580	0.558	3.172	273,520	1.529	1.657	7.7

6. 模型船体により双円錐機構の振動実験結果

模型船体により O 字型の発散・収束レーンと双円錐台を用いた機構の振動実験を行い、得られた総計運動時間 T_t と振り子の長さ L との関係を図 8 の左側、総計運動時間 T_t と振り子の最大回転角 $\theta_{\max}$ との関係を図 8 の右側に示す。振り子に与えた初期位置エネルギー $E_{p,0} = MLg(1 - \cos \theta_{\max})$ において、角度 $\theta_{\max} = 1, 2, 3, 4, 5\text{deg}$ と、表 3 の Test no. 1, 2 を除き、 MLg をほぼ一定値の 3J とした (図 8 の左側)。角度 $\theta_{\max}$ を固定すると、ほぼ不変の初期入力エネルギーでの振り子の長さ (周期) が双円錐の運動に及ぼす影響を調べる。図 8 の右側では、不変の長さ $L = 280\text{mm}$ を設定したが、振り子のおもりに $M = 1.075, 2.075, 3.075\text{kg}$ の質量を与え、 MLg を変更した。

図 8 の左側より、不変の初期位置エネルギーでは振り子の長さを変動させると、総計運動時間が山形のグラフを示している。双円錐の走行時間が最大となった山の頂点は振り子の長さ $L \cong 480\text{mm}$ で得られ、この場合は効果的な共振を起こしたと考えられる。このピークの発生理由については第 8 章で詳細に述べる。また、振り子の固有周期は重力加速度と、単振り子の長さ (実験振り子の構成部品の長さ寸法と質量) で決まるので、予期のごとく、この 480mm の長さは最大回転角 (レーンの最大傾斜角) に依存しないことがみられた。

Fig. 8 Variation of the total travelling time of the double-cone versus the pendulum length, obtained at constant inputted energy, for various values of the maximal inclination angle (left-side), and variation of the total travelling time of the double-cone versus the maximal inclination angle, obtained at fixed pendulum length, for various values of the weight (right-side).

図8の右側より、不変の長さでは振り子の最大回転角を増大させると、双円錐の走行時間が線形的に増加することがわかる。これは、振り子の回転角の制限により得られた特性である。つまり、振り子の非線形的な動特性は小さい回転角 ($|\theta| \leq 5\text{deg}$) の範囲内で線形化を受けたと思われる。また、振り子のおもりに与える質量を増やすと、グラフの勾配が高くなることを観察できる (図8の右側)。これは、振り子の質量を増やせば、入力的位置エネルギーが増加するので、総運動時間が増えたと考えられる。

7. ばねのような弾性効果に関する理論解析モデル

第4章で述べたように重力が主要因でレールの軸方向に沿って振動する双円錐の復元力を提供する仮想的なばねの弾性効果が得られる。一方では、水平にレールが停止されたときに双円錐の自由振動実験により得られた減衰周期 T_d のデータ (図7の右側) を式(3)に代入すると、見かけのばね定数 k を次のように計算できる (図9の右側を参照)。

$$k = \frac{4\pi^2 m}{(1-\zeta^2)T_d^2} \quad (9)$$

図9の右側より、時間経過につれてばね定数が高くなることがわかるが、このような現象を理論解析モデルにより説明することは本章の目的である。そこで、図9の左側に示すように、 $x = X$ の位置で双円錐台が停止したとし、そのときの仮想的なばねの位置エネルギー $E_{p,s} = 0.5kX^2$ と、実際の重力の位置エネルギー $E_{p,g} = mg(r-r_{\min})\cos\alpha/(1+\bar{I})$ と等しくなる、といった根拠があることで見かけのばね定数は下記ようになる。

$$k = \frac{2mg(r-r_{\min})\cos\alpha}{X^2(1+\bar{I})} \quad (10)$$

Fig. 9 Vibration model of the double-cone freely moving on the divergent-convergent straight O-rails (left-side), and variation of the apparent spring constant versus the peak number attached to the time-variable amplitude (right-side).

位置エネルギーの保存式(10)において、双円錐の重力の全体位置エネルギー $E_{p,g} = mg(r-r_{\min})\cos\alpha$ は $1/(1+\bar{I})$ 割合で双円錐の並進運動エネルギー、 $\bar{I}/(1+\bar{I})$ の割合で回転運動エネルギーに変換されことを考慮した (Suciu and Miyamura, 2017). ここで、 $\bar{I}$ の記号は双円錐の無次元化慣性モーメント $\bar{I} = I_c/(mr_{\min}^2) = 0.3R^2/r_{\min}^2$ を示している。

座標 x に関して双円錐とレールとの接触半径 $r(x)$ は線形的に変動 (Suciu, 2017) するので、振幅 X が当たった瞬間に式(10)の $r-r_{\min}$ 、つまり、 $r(x=X)-r_{\min}$ は下記ようになる。

$$r(x)-r_{\min} = (r_{\max}-r_{\min})\frac{|x|}{|x_0|} \Rightarrow r(x=X)-r_{\min} = (r_{\max}-r_{\min})\frac{|X|}{|x_0|} \quad (11)$$

図9の左側より, $x=0$ の箇所では最小の接触半径 $r_{\min}$, $x=x_0$ の座標では最大の接触半径 $r_{\max}$ が発生しており, 以前の研究(Suciu, 2017)で発表された計算式に設計条件の $L_2=0$ および $L_s=(h+R)/\cos\Phi$ を代入すると, 最小と最大の接触半径は次のようになる.

$$r_{\min} = \frac{R}{\cos^2\alpha} \left[1 - \frac{L_1}{2H} \left(1 - \frac{R^*}{R} \right) \right] ; \quad r_{\max} = \frac{R}{\cos^2\alpha} \left[1 - \frac{L_1(R+h)}{2HL_0\cos\Phi} \left(1 - \frac{R^*}{R} \right) \right] \quad (12)$$

次に, $|x_0| = L_0\cos\Phi - (h+R)$ を念頭に置くと, 式(12)に基づいて $r_{\max} - r_{\min}$ は下記のようになる.

$$r_{\max} - r_{\min} = \frac{\sin\alpha}{\cos^2\alpha} |x_0| \quad (13)$$

そこで, 式(13)を式(11)に代入し, 得られた結果を式(10)に代入すると, 見かけのばね定数は下記のようになる.

$$k = \frac{2mg \tan\alpha}{|X|(1+\bar{I})} = \frac{2mg \tan\alpha}{|X|(1+0.3R^2/r_{\min}^2)} \quad (14)$$

式(14)では, 双円錐の質量 $m=0.358\text{kg}$, 双円錐の底部の半径 $R=25\text{mm}$, 双円錐とレールとの最小接触半径 $r_{\min}=9.965\text{mm}$, 接触角度 $\alpha = \sin^{-1}(\tan\Phi \cdot \tan\Psi) = 8.588\text{deg}$, ならびに重力加速度 $g=9.8\text{m/s}^2$ が不変のパラメータであるので, 見かけのばね定数は振幅に反比例していることがわかる. 図7の左側に示すように振幅 X は時間経過につれて減少するので, 予期のごとく, 図9の右側に示すように見かけのばね定数は増加している. また, 式(9)により加工した実験結果と式(14)により処理した理論解析結果がほぼ一致していることがわかる (図9の右側).

8. 振り子・双円錐機構の二自由振動モデルと固有振動数の解析

図2の実験用振り子の一自由振動モデルに双円錐の影響 (図10の左側を参照)を考慮して, 式(7)の左側を下記のように書き直す.

$$\{I + I_c + m[x^2 + (L_r + L_c + r)^2]\}\ddot{\theta} + g[ML + m_a L_a + m_h L_h - m_r L_r - m(L_r + L_c + r)]\sin\theta + mgx\cos\theta = 0 \quad (15)$$

小さい回転角 ($|\theta| \leq 5\text{deg}$)の範囲では三角関数の線形化 ($\sin\theta \cong \theta$; $\cos\theta \cong 1$)を行うと, 運動方程式(15)は次のようになる.

$$\{I + I_c + m[x^2 + (L_r + L_c + r)^2]\}\ddot{\theta} + g[ML + m_a L_a + m_h L_h - m_r L_r - m(L_r + L_c + r)]\theta + mgx = 0 \quad (16)$$

式(16)では座標 $x=x(t)$ および接触半径 $r=r(t)$ の影響を受けて慣性モーメント $I + I_c + m[x^2 + (L_r + L_c + r)^2]$ とモーメント $g[ML + m_a L_a + m_h L_h - m_r L_r - m(L_r + L_c + r)]$ が時間に関して変動するが, 時間に依存する mx^2 , $-mgr$ などの項を無視しても, 慣性モーメントおよびモーメントの正確な計算結果において2%以下の相対誤差しか発生していない. そこで, 理論解析を単純化するため, 運動方程式(16)を下記のように近似する.

$$\tilde{I}\ddot{\theta} + g\overline{ML}\theta + mgx = 0 ; \quad \tilde{I} \cong I + I_c + m(L_r + L_c)^2 ; \quad \overline{ML} \cong ML + m_a L_a + m_h L_h - m_r L_r - m(L_r + L_c) \quad (17)$$

図9の左側は水平にレールが停止されたときに双円錐の一自由度振動モデルを示しているが, 振り子により発生するレールのローリング振動 (図10の右側を参照)を考慮すると, 運動方程式(2)が変わってしまう. そこで, ラグランジュの運動方程式を取得するには, 双円錐機構の運動エネルギー E_k , 位置エネルギー E_p , 散逸関数 E_d , ならびにラグランジュ関数 Λ を次のように示す.

$$\begin{cases} E_k = 0.5m\dot{x}^2 + 0.5[I_c + m(x^2 + r^2)]\dot{\theta}^2 & ; & E_p = 0.5kx^2 + mgx \sin \theta & ; & E_d = 0.5c\dot{x}^2 \\ \Lambda = E_k - E_p = 0.5m\dot{x}^2 + 0.5[I_c + m(x^2 + r^2)]\dot{\theta}^2 - 0.5kx^2 - mgx \sin \theta \end{cases} \quad (18)$$

Fig. 10 Two degrees of freedom vibration model attached to the mechanism consisted of the double-cone and pendulum. Double-cone influence on the pendulum movement is shown in the left-side, and the pendulum influence on the translational motion of the double-cone, on the divergent-convergent straight rails, is shown in the right-side.

ラグランジュ関数および散逸関数の微分により双円錐の運動方程式は下記のように得られ,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \Lambda}{\partial \dot{x}} \right) + \frac{\partial E_d}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial \Lambda}{\partial x} = 0 \Rightarrow m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + mg \sin \theta - m\dot{\theta}^2 \left(x + r \frac{\partial r}{\partial x} \right) = 0 \quad (19)$$

その後、微分方程式(19)の線形化 ($\sin \theta \cong \theta$; $\dot{\theta}^2 \cong 0$) を実施すれば、単純な運動方程式が取得された.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + mg\theta = 0 \quad (20)$$

式(17)の mgx 項, そして式(20)の $mg\theta$ 項は連成項であるので, 振り子・双円錐機構の振動系は二自由度系であることが明らかとなる. この振動系の固有振動数を調べるために, 式(20)と式(17)に関係している質量マトリックス $[M]$ および剛性マトリックス $[K]$ を下記のように構成し,

$$[M] = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & \tilde{I} \end{bmatrix} ; [K] = \begin{bmatrix} k & mg \\ mg & \overline{ML}g \end{bmatrix} \quad (21)$$

振り子・双円錐機構の振動数方程式を次のように示す.

$$\det([K] - \omega_n^2 [M]) = 0 \Rightarrow m\tilde{I}\omega_n^4 - (k\tilde{I} + mg\overline{ML})\omega_n^2 + g(k\overline{ML} - gm^2) = 0 \quad (22)$$

式(22)を解くと, 下記の二つの解が得られる.

$$\omega_n^2 = \frac{1}{2} \frac{k}{m} + \frac{1}{2} \frac{g\overline{ML}}{\tilde{I}} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{k}{m} - \frac{1}{2} \frac{g\overline{ML}}{\tilde{I}} \right)^2 + \frac{mg^2}{\tilde{I}}} \quad (23)$$

そこで、1%以下の相対誤差で $\overline{ML}/\tilde{I}$ 比を $(ML+m_aL_a+m_hL_h-m_rL_r)/I$ 比に近似すると、 $g\overline{ML}/\tilde{I}$ の比は $\omega_{n,p,e}^2$ 量に等しくなる (式(8)を参照)。また、 $k/m=\omega_{n,c,e}^2$ (式(3)を参照) を利用すると、式(23)を次のように書き直す。

$$\omega_n^2 = \frac{1}{2}\omega_{n,c,e}^2 + \frac{1}{2}\omega_{n,p,e}^2 \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\omega_{n,c,e}^2 - \frac{1}{2}\omega_{n,p,e}^2\right)^2 + \frac{mg^2}{\tilde{I}}} \quad (24)$$

式(24)では同周期 (共振) の設計条件、つまり、 $\omega_{n,c,e} = \omega_{n,p,e} = \omega_r$ (共振の円振動数) の条件を代入すると、固有円振動数の解は下記のようになる。

$$\omega_{n,1}^2 = \omega_r^2 + \sqrt{\frac{mg^2}{\tilde{I}}} \quad ; \quad \omega_{n,2}^2 = \omega_r^2 - \sqrt{\frac{mg^2}{\tilde{I}}} \quad (25)$$

本実験装置において、双円錐の振動と振り子の振動を連成している項 $\sqrt{mg^2/\tilde{I}}$ の変動範囲は $10.1 \sim 14.1 \text{ (rad/s)}^2$ となる。第4章で述べたように、振り子の周期が一定であることに対して、双円錐の周期は運動開始の 1.53s の周期から減少している。そこで、双円錐の総計走行時間を延長させるためには、双円錐の運動開始で得られる長い周期に振り子の周期を一致させる。表3により、Test no. 6と7では、つまり、振り子の腕の長さは $L = 430 \sim 480\text{mm}$ となった場合、振り子の周期は $T_{n,p,e} = 1.51 \sim 1.56\text{s}$ になるので、双円錐の運動開始の周期 (1.53s) に近づける。振り子の有効的な長さにおいて、この理論解析から得られる結果は、図8の左側に示される実験結果と一致していると考えられる。

9. 結 語

本研究では、O字型の発散・収束レールを模型船体に装着し、振り子により船体のローリングモードを振り回せ、レール上で双円錐の往復運動を持続させた。双円錐の走行時間の最大化を目指して、機構の最適な設計条件を決定した。具体的には、開き角および傾斜角の調整が可能であるレール装置を用いて、双円錐の重心平均速度の最大化によりO字型の発散・収束レールの最適な形状を決めた。模型船体の加振により双円錐機構の振動実験を行い、振り子に与えた初期位置エネルギー、つまり、振り子の腕の長さと腕に吊るしたおもりの質量、ならびに船体の最大回転角 (レースの最大傾斜角) が双円錐台の総計運動時間に及ぼす影響を明確した。最後に、ばねのような弾性効果と、これに関連している見かけのばね定数を説明するためには理論解析モデルを提案し、振り子・双円錐機構の二自由振動モデルに基づいて固有振動数の解析を行った。

提案の発電システムでは双円錐の位置エネルギー変化量および双円錐機構の体積より発電電力密度を見積もった結果、波による上下運動をフライホイールの回転運動に変換した発電システムと同様に 5W/m^3 程度となった。

謝 辞

本研究に当たり、実験装置の設計や具体的な実験に協力してくださった、福岡工業大学 大学院 工学研究科 知能機械工学専攻 修士課程終了生の宮村晶夫氏、そして福岡工業大学 工学部 知能機械工学科 卒業生の薄義優氏、高橋真氏、松尾大樹氏、大村悠也氏、ならびに武田幸祐氏には深く感謝の意を表します。

文 献

- Balta, N., New versions of the rolling double cone, Physics Teacher, Vol. 40 (2002), pp. 156–157.
 Domenech, A., Domenech, T. and Cebrian, J., Introduction to the study of rolling friction, American Journal of Physics, Vol. 55, No. 3 (1987), pp. 231–235.
 Drew, B., Plummer, A.R. and Sahinkaya, M.N., A review of wave energy converter technology, Journal of Power and Energy, Vol 223, Part A (2009), pp. 887–902.

- Gallitto, A.A. and Fiordilino, E., The double cone: a mechanical paradox or a geometrical constraint?, *Physics Education*, Vol. 46 (2011), pp. 682–684.
- Gandhi, S.C. and Efthimiou, C.J., The ascending double-cone: a closer look at a familiar demonstration, *European Journal of Physics*, Vol. 26 (2005), pp. 681–697.
- Juvinall, R.C. and Marshek, K.M., *Fundamentals of Machine Component Design* (2006), pp. 1–769, John Wiley & Sons.
- Kapoor, A., Fletcher, D.I., Schmid, F., Sawley, K.J. and Ishida, M., *Tribology of Rail Transport* (2001), pp. 161–202, CRC Press.
- Kempener, R. and Neumann, F., *Wave Energy Technology* (2004), pp. 1–28, International Renewable Energy Agency.
- Krata, P. and Wawrzynski, W., Assessment of the realistic range of variation of ship equivalent metacentric height governing synchronous roll frequency, *Proceedings of the 12th International Conference on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation* (2017), pp. 225–239.
- Meisen, P. and Loiseau, A., *Ocean Energy Technologies for Renewable Energy Generation* (2009), pp. 1–27, Global Energy Network Institute.
- Minkin, L. and Sikes, D., Coefficient of rolling friction – lab experiment, *American Journal of Physics*, Vol. 86, No. 1 (2018), pp. 77–77.
- Mott, R.L., *Machine Elements in Mechanical Design* (2004), pp. 11–872, Prentice-Hall.
- NEDO, 新エネルギー成果報告書：海洋エネルギー技術研究開発/海洋エネルギー発電システム実証研究，国立研究開発法人新エネルギー・産業技術総合開発機構新エネルギー部，資料 7-1 (2017)，pp. 1–94.
- Olofsson, U. and Lewis, R., *Tribology of the Wheel-Rail Contact* (2012), pp. 121–141, Taylor & Francis.
- Rothbart, H.A., *Mechanical Design and Systems Handbook* (1985), pp. 7–173, McGraw-Hill.
- Spotts, M.F., Shoup, T.E. and Hornberger, L.E., *Design of Machine Elements* (2003), pp. 23–324, Prentice-Hall.
- Stachowiak, G.W. and Batchelor, A.W., *Engineering Tribology* (2005), pp. 1–795, Elsevier.
- Suciu, B., On the kinematics of a double-cone gravitational motor, *International Journal of Science and Engineering Investigations*, Vol. 5, No. 53 (2016), pp. 1–7.
- Suciu, B., Frictional effects on the dynamics of a truncated double-cone gravitational motor, *International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering*, Vol. 11, No. 1 (2017), pp. 28–38.
- Suciu, B. and Miyamura, A., On the efficiency of a double-cone gravitational motor and generator, *International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering*, Vol. 11, No. 11 (2017), pp. 1752–1759.
- 数仲馬恋典, 波力発電機に用いた偏心二重円形レールと双円錐との接触問題の解決, *日本機械学会論文集*, Vol. 83, No. 853 (2017), DOI:10.1299/transjsme.17-00093.
- Suciu, B., Investigation on a wave-powered electrical generator consisted of a geared motor-generator housed by a double-cone rolling on concentric circular rails, *International Journal of Energy and Power Engineering*, Vol. 12, No. 9 (2018), pp. 556–566.
- Twidell, J. and Weir, T., *Renewable Energy Sources* (2006), pp. 400–429, Taylor & Francis.
- Waters, R., *Energy from Ocean Waves*, PhD Thesis (2008), pp. 1–132, Uppsala University.
- Zhang, C., Soga, K., Kumar, K., Sun, Q. and Jin, F., Numerical study of a sphere descending along an inclined slope in a liquid, *Granular Matter*, Vol. 85 (2017), DOI: 10.1007/s10035-017-0768-8.

References

- Balta, N., New versions of the rolling double cone, *Physics Teacher*, Vol. 40 (2002), pp. 156–157.
- Domenech, A., Domenech, T. and Cebrian, J., Introduction to the study of rolling friction, *American Journal of Physics*, Vol. 55, No. 3 (1987), pp. 231–235.
- Drew, B., Plummer, A.R. and Sahinkaya, M.N., A review of wave energy converter technology, *Journal of Power and Energy*, Vol 223, Part A (2009), pp. 887–902.
- Gallitto, A.A. and Fiordilino, E., The double cone: a mechanical paradox or a geometrical constraint?, *Physics Education*, Vol. 46 (2011), pp. 682–684.
- Gandhi, S.C. and Efthimiou, C.J., The ascending double-cone: a closer look at a familiar demonstration, *European Journal of Physics*, Vol. 26 (2005), pp. 681–697.
- Juvinall, R.C. and Marshek, K.M., *Fundamentals of Machine Component Design* (2006), pp. 1–769, John Wiley & Sons.
- Kapoor, A., Fletcher, D.I., Schmid, F., Sawley, K.J. and Ishida, M., *Tribology of Rail Transport* (2001), pp. 161–202, CRC

Press.

- Kempener, R. and Neumann, F., Wave Energy Technology (2004), pp. 1–28, International Renewable Energy Agency.
- Krata, P. and Wawrzynski, W., Assessment of the realistic range of variation of ship equivalent metacentric height governing synchronous roll frequency, Proceedings of the 12th International Conference on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation (2017), pp. 225–239.
- Meisen, P. and Loiseau, A., Ocean Energy Technologies for Renewable Energy Generation (2009), pp. 1–27, Global Energy Network Institute.
- Minkin, L. and Sikes, D., Coefficient of rolling friction – lab experiment, American Journal of Physics, Vol. 86, No. 1 (2018), pp. 77–77.
- Mott, R.L., Machine Elements in Mechanical Design (2004), pp. 11–872, Prentice-Hall.
- NEDO, Report on the results for new energies: research and development on maritime energies technologies / research showing systems of power generation from maritime energies, National Foundation of Research and Development, New Energies – Comprehensive Development of Industrial Technologies Department, Brochure 7-1 (2017), pp. 1–94 (in Japanese).
- Olofsson, U. and Lewis, R., Tribology of the Wheel-Rail Contact (2012), pp. 121–141, Taylor & Francis.
- Rothbart, H.A., Mechanical Design and Systems Handbook (1985), pp. 7–173, McGraw-Hill.
- Spotts, M.F., Shoup, T.E. and Hornberger, L.E., Design of Machine Elements (2003), pp. 23–324, Prentice-Hall.
- Stachowiak, G.W. and Batchelor, A.W., Engineering Tribology (2005), pp. 1–795, Elsevier.
- Suciu, B., On the kinematics of a double-cone gravitational motor, International Journal of Science and Engineering Investigations, Vol. 5, No. 53 (2016), pp. 1–7.
- Suciu, B., Frictional effects on the dynamics of a truncated double-cone gravitational motor, International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering, Vol. 11, No. 1 (2017), pp. 28–38.
- Suciu, B. and Miyamura, A., On the efficiency of a double-cone gravitational motor and generator, International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering, Vol. 11, No. 11 (2017), pp. 1752–1759.
- Suciu, B., Solution to the problem of contact between a double-cone and two eccentric circular rails used in the construction of a wave-powered electrical generator, Transactions of the JSME (in Japanese), Vol. 83, No. 853 (2017), DOI:10.1299/transjsme.17-00093.
- Suciu, B., Investigation on a wave-powered electrical generator consisted of a geared motor-generator housed by a double-cone rolling on concentric circular rails, International Journal of Energy and Power Engineering, Vol. 12, No. 9 (2018), pp. 556–566.
- Twidell, J. and Weir, T., Renewable Energy Sources (2006), pp. 400–429, Taylor & Francis.
- Waters, R., Energy from Ocean Waves, PhD Thesis (2008), pp. 1–132, Uppsala University.
- Zhang, C., Soga, K., Kumar, K., Sun, Q. and Jin, F., Numerical study of a sphere descending along an inclined slope in a liquid, Granular Matter, Vol. 85 (2017), DOI: 10.1007/s10035-017-0768-8.