セグメントの加減速運動に起因するマシニングセンタの
円弧補間工具経路の誤差推定丘 華^{*1}Trajectory error estimation to circular arc interpolation cutter path of machining center
due to acceleration/deceleration motions of interpolation segmentsHua QIU^{*1}^{*1}Department of Mechanical Engineering, Kyushu Sangyo University
2-3-1 Matsukadai, Higashi-ku, Fukuoka 813-8503, Japan

Received: 1 April 2019; Revised: 20 May 2019; Accepted: 17 June 2019

Abstract

From the machining center (MC) user's point of view, the author proposes a practical approach to estimating the trajectory errors of a circular arc interpolation cutter path produced by the NC servo characteristics for a target MC in this paper. Firstly, a simple and convenient acceleration/deceleration procedure model is given for describing the behavior of the servo axes in an interpolation motion of circular arc segments. This model contains two parameters whose value is necessary to be identified by experiments. The first is the time constant of the servo axes and its value can be easily determined from the radius reduction in circular motion trajectories corresponding to different radius and feed rate. The second is a timing parameter to define the time interval of the acceleration and the deceleration procedures between two interpolation segments, and its value can be readily identified from a measured trajectory of two circular arc cutter path. Based on the model and an assumption, in which the motion of each segment is independently performed, a concise and efficient simulation algorithm to calculate a cutter path trajectory composed of many circular arc segments in detail is developed. Comparison results of the simulated cutter path trajectories with the measured ones and the contours of work pieces machined under the same motion condition sufficiently demonstrate the effectiveness and reliability of the proposed approach. Therefore, as a useful tool, the approach is applicable to beforehand estimating the influence of the NC acceleration/deceleration motions on cutter path accuracy or judging the motion conditions for the machining purpose without performing an actual machining test with the machining center.

Keywords : Machining center, Cutter path, Motion trajectory, Error estimation, Acceleration/deceleration motion, Circular arc interpolation, Motion error model, Parameter identification, Simulation

1. 緒 言

マシニングセンタ（以下、MC と略す）を使用してワークの輪郭を精密に加工する際に、工具経路を直線補間または円弧補間により生成することがよくある。この場合、補間セグメントの NC 加減速運動により実際の工具経路に運動誤差が発生し、加工したワークの輪郭には形状誤差が生じる。直線補間工具経路について、NC 加減速運動に起因するセグメント間の接合部における丸み誤差（コーナ部誤差）、ないしそれに対応する多数の短いセグメントからなる工具経路の運動誤差に関しては詳細に研究されている（Kwon and Burdekin, 1998; Schmitz and Ziegert, 2000; Iwasawa et al., 2004; Shih et al., 2004; 松原, 2008; 斎藤他, 2012; Otsuki et al., 2019a; 丘他, 1998, 2010, 2013）。一方、MC の円運動については、NC 制御に起因する運動誤差による円運動の半径減少がよく知られており（垣野他, 1986, 1987; 松原, 2008）、加工したワークの輪郭精度に影響する円弧補間工具経路の運動誤差を抑えるために、MC 送り駆動系の加減速設計法や CNC パラメータのチューニング法および工具経路の調整法も提

案されている (山崎他, 2000; 鈴木他, 2003; Uddin et al., 2007). しかし, 多数の円弧補間セグメント, 特に短いセグメントからなる工具経路の運動誤差に関する研究が少ない. 近年では, 工具材料, 工作機械, CAD/CAM 技術の進歩によって, 精密輪郭切削において, 短い補間セグメントからなる工具経路の採用とともに, 用いる送り速度も著しく増加している. そのため, 生産現場において工具経路の運動誤差に起因する輪郭誤差によってワークの加工精度と加工効率の面にトラブルを引き起こす恐れがある (斎藤他, 2012; Gassara et al., 2013; 長坂他, 2018). 本来, MC の NC 装置内部に用いた加減速運動の制御則やサーボ系のパラメータが分かれば, 切削をせずに切削運動パラメータに対応する運動誤差を推定して把握することが可能であるが (松原, 2008), 通常では, MC の使用者にとってこのような NC 装置内部制御の詳細は開示されていない. 例えば, 異なる NC システムの内部において工具経路の補間処理や加減速制御などについてメーカ各自の手法の利用が考えられるが, それらの詳細及び加工精度に及ぼす影響は MC の使用者にとってブラックボックス的存在になることもある (Otsuki et al., 2019b).

そこで, 本研究では, MC の使用者の立場から, 比較的簡単な形で円弧補間運動における NC 加減速運動モデルを立て, 簡単な MC 工具経路の運動軌跡を測定した結果からモデルに必要なパラメータの値を同定する方法を提案する. また, この運動モデルに基づき, 工具経路の運動軌跡を簡便にシミュレーションするアルゴリズムを提案する. さらに, 工具経路軌跡のシミュレーション結果を, 実測した MC の運動軌跡および仕上げたワークの輪郭誤差と比較することにより, 提案した円弧補間運動の加減速運動モデルとパラメータの同定結果, 工具経路運動軌跡シミュレーション方法の妥当性を示す.

2. 円弧補間運動における加減速運動モデル

本研究に使用する MC はワシノ製セミクロズドループ方式の WMC-4 立形中型 MC である. その X 軸, Y 軸, Z 軸の移動範囲はそれぞれ 900 mm, 450 mm, 510 mm である. NC システムは FANUC Series 0-MB であり, 同時制御軸数は 2.5 軸, 最小設定単位は 1 μ m である. テーブルの構造は X 軸テーブルが Y 軸テーブルの上に載せられた構造であり, Z 軸はコラム構造である. 最大切削送り速度は 5000 mm/min である. NC システムの取扱説明書によれば, 切削送りの加減速運動制御は指数関数形加減速方式が採用されている. また, この NC システムには NC プログラムのブロック先読み機能がない.

以前に行った直線補間工具経路の運動誤差に関する研究には, 対象 MC の各駆動軸サーボ系について一次遅れ特性を持ち, かつ軸間に相互干渉がないように取り扱うことができた (丘他, 2010). この結果は, NC 工作機械の駆動軸サーボ系において, 電流制御系と速度制御系の交差角周波数 (Bandwidth) が位置制御系の交差角周波数より十分高い場合, 位置制御系のクローズドループ伝達関数が一次遅れ系に近似できるという理論解析結果と実際経験 (杉本他, 1990) に一致している.

したがって, 本研究では, 対象 MC の各駆動軸の位置サーボ系を一次遅れ系として取り扱い, 各軸サーボ系の入出力関係を図 1 のブロック線図で定義する (Ogata, 2002). 図中の T は位置制御系の時定数 (以下, 単に駆動軸サーボ系時定数と略す) であり, $Re(s)$ と $Ou(s)$ は s 領域で記述するサーボ系の入力 (指令値) と出力 (応答) である. 時間領域 (t 領域) で記述する系の入出力を $re(t)$ と $ou(t)$ で記せば, つぎのラプラス逆ラプラス変換の関係が成り立つ.

$$ou(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Ou(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{Ts+1} \times Re(s)\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{Ts+1} \times \mathcal{L}[re(t)]\right\} \quad (1)$$

2・1 円弧補間運動のパラメータと指令値

図 2 に円弧補間運動のパラメータを示す. 図中の X 軸と Y 軸は運動平面を構成する MC の第 1 と第 2 駆動軸である. XY 平面において, 開始点 $S (X_s, Y_s)$, 終了点 $E (X_e, Y_e)$, 中心 $C (X_c, Y_c)$, 半径 R (mm), 中心角 α の円弧にそって送り速度 F (mm/s, その値は反時計回りの場合に正, 時計回りの場合には負とする) を指令して円運動をさせるとき, X 軸と Y 軸の経路座標 (X, Y) は次の式となる.

Fig. 1 Simplified block diagram of a servo axis.

Fig. 2 Parameters of a circular arc segment.

$$X = X_c + R \cos(\omega t + \theta) = X_s + [R \cos(\omega t + \theta) - R \cos \theta] = X_s + \Delta X(t) \quad (2)$$

$$Y = Y_c + R \sin(\omega t + \theta) = Y_s + [R \sin(\omega t + \theta) - R \sin \theta] = Y_s + \Delta Y(t) \quad (3)$$

式中の t は時間で、 $\Delta X(t)$ と $\Delta Y(t)$ は X 軸と Y 軸サーボ系への変位指令である。なお、 ω は円弧補間運動の公称角速度、 θ は開始点 S に対応する位相角であり、それらの値は式 (4) と (5) による。

$$\omega = F / R \quad (4)$$

$$\theta = \text{atan2}(Y_s - Y_c, X_s - X_c) \quad (5)$$

ここで、 $\text{atan2}(y, x)$ は y/x の逆正接関数で、その値は y と x の符号の組合せにより $[0, 2\pi]$ の領域で唯一に決まる。 X と Y を時間 t について微分すると、送り速度の指令値 F_x 、 F_y は次の式となる。

$$F_x = dX/dt = -F \sin(\omega t + \theta) \quad (6)$$

$$F_y = dY/dt = F \cos(\omega t + \theta) \quad (7)$$

2・2 円弧補間運動の指令値に対する MC 駆動軸の出力

MC の X 軸と Y 軸は互いに独立な一次遅れ系であるので、式 (2) と式 (3) の $\Delta X(t)$ と $\Delta Y(t)$ を入力として式 (1) で示す変換処理を施せば、 X 軸と Y 軸の位置出力 x と y は次の式のように表すことができる。

$$x = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{Ts+1} \times \mathcal{L}[\Delta X(t)] \right\} + X_s = -\frac{F}{\sqrt{T_x^2 \omega^2 + 1}} \left\{ T_x \sin(\theta - \phi_x) (e^{-\frac{t}{T_x}} - 1) - \frac{1}{\omega} [\cos(\omega t + \theta - \phi_x) - \cos(\theta - \phi_x)] \right\} + X_s \quad (8)$$

$$y = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{Ts+1} \times \mathcal{L}[\Delta Y(t)] \right\} + Y_s = \frac{F}{\sqrt{T_y^2 \omega^2 + 1}} \left\{ T_y \cos(\theta - \phi_y) (e^{-\frac{t}{T_y}} - 1) + \frac{1}{\omega} [\sin(\omega t + \theta - \phi_y) - \sin(\theta - \phi_y)] \right\} + Y_s \quad (9)$$

ここで、 T_x と T_y はそれぞれ X 軸と Y 軸サーボ系の時定数であり、パラメータ ϕ_x と ϕ_y は次式のように定義される。実際の MC の NC システムにおいて T_x と T_y が同じ値に設定されていたので、本研究では $T_x = T_y = T$ とする。そうすると、

$$\phi_x = \tan^{-1}(T_x \omega) = \tan^{-1}(T_y \omega) = \phi_y = \tan^{-1}(T \omega) = \phi \quad (10)$$

x と y の式は次のような形になる。

$$x = -\frac{F}{\sqrt{T^2 \omega^2 + 1}} \left\{ T \sin(\theta - \phi) (e^{-\frac{t}{T}} - 1) - \frac{1}{\omega} [\cos(\omega t + \theta - \phi) - \cos(\theta - \phi)] \right\} + X_s \quad (11)$$

$$y = \frac{F}{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}} \left\{ T \cos(\theta - \phi) \left(e^{-\frac{t}{T}} - 1 \right) + \frac{1}{\omega} [\sin(\omega t + \theta - \phi) - \sin(\theta - \phi)] \right\} + X_s \quad (12)$$

また, x と y について時間 t で微分すると, X 軸と Y 軸の速度出力 v_x と v_y は次の式のように得られる.

$$v_x = -\frac{F}{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}} \left\{ -\sin(\theta - \phi) e^{-\frac{t}{T}} + \sin(\omega t + \theta - \phi) \right\} \quad (13)$$

$$v_y = \frac{F}{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}} \left\{ -\cos(\theta - \phi) e^{-\frac{t}{T}} + \cos(\omega t + \theta - \phi) \right\} \quad (14)$$

円弧セグメントの長さが十分であれば, 式 (11) と (12) に基づいて円弧補間運動軌跡の半径 r は次のように求められる.

$$r = \sqrt{(x - X_c)^2 + (y - Y_c)^2} = R / \sqrt{T^2\omega^2 + 1} \quad (15)$$

したがって, $T^2\omega^2 \ll 1$ であれば, 円弧補間工具経路軌跡の半径減少量 Δr は次式で表される.

$$\Delta r = R - r = 0.5T^2F^2 / R \quad (16)$$

2・3 円弧補間セグメントの加速運動時間と減速運動

図 2 に示した円弧補間運動においては, 各駆動軸が 0 から加速し, 時刻 t_1 で指令終点 E より前の点 B から減速する. t_1 以後の減速運動における駆動軸の速度出力は次の式のように表される (丘他, 2010).

$$v_x = v_x(t_1) e^{-\frac{t-t_1}{T}} \quad (17)$$

$$v_y = v_y(t_1) e^{-\frac{t-t_1}{T}} \quad (18)$$

式中の $v_x(t_1)$ と $v_y(t_1)$ は式 (13) と (14) から求める時刻 t_1 での駆動軸出力速度である. 点 S から点 B までの円弧補間運動の加速時間 t_1 を Δt_1 で記せば, その値は指令する円弧補間運動の経路長と送り速度から定まる.

$$\Delta t_1 = \alpha R / |F| \quad (19)$$

なお, 付録に示すように, 加速運動時間 Δt_1 に対して点 B からの減速運動が式 (17) と (18) に従えば, 円弧補間運動はちょうど指令終点 E に停止することが確認できる.

2・4 前後の円弧補間セグメントの加減速運動タイミング

図 3 に MC 工具経路における前後の補間セグメントの加減速運動関係を示す. 前の i 番目セグメントが時刻 t_1 に対応する点 B_i から減速していく. 時間 Δt の遅れで次の $i+1$ 番目セグメントが時刻 $t_2 = t_1 + \Delta t$ に対応する点 D_i から加速し始める. この Δt は NC 装置内部の加減速制御やセグメント処理などに係わり, サンプルタイムと関連する時間パラメータである (斎藤他, 2012; Saito et al., 2016; Shih et al., 2004; 丘他, 2010). したがって, 図 4 に示すように, 二つのセグメントの接続部 ($t \geq t_1$) における X 軸の送り速度成分 v_x は時刻 t_1 から i 番目セグメントの $v_{x,i}(t_1)$ から 0 への減速運動 (式 (17)) に対応する, および時刻 t_2 から $i+1$ 番目セグメントの 0 からの加速運動 (式 (13)) に対応するの合成運動速度である. Y 軸の送り速度成分 v_y の変化も類似する形になる. したがって, これまでの研究 (Shih et al., 2004; 丘他, 2010) と同様に, 各補間セグメント運動の実行時間の順に基づいて足し

Fig. 3 Acceleration/deceleration procedures between two segments.

Fig. 4 Feed rate of the X axis corresponding to two circular arc segments. The front half up to time t_1 is the acceleration component of the first segment and the second half to time over t_1 is composed of two components, the deceleration of the first segment from t_1 and the acceleration of the second segment from t_2 .

算すると工具経路に対応する各駆動軸の速度と変位の出力は求められる。

一方、式 (17) と (18) の定義によれば、駆動軸が減速し始めてから完全に停止するまでかかる時間は理論上に無限大になる。工具経路軌跡の計算にこの問題を対処するために、各セグメントの運動において駆動軸が指令終点位置に十分近い位置（指令位置に $\pm\delta$ ）に到達するとこのセグメントの運動が止まることとする。それによって、一つの円弧セグメントに対して減速し始めてから止まるまでの減速運動の時間 ΔT は次のようになる（丘他, 2010）。

$$\Delta T = T \log_e(|F|T/\delta) \quad (20)$$

以上に説明した円弧補間運動の加減速運動モデルにおいて、実験でその値を同定する必要なのは駆動軸サーボ系時定数 T と NC 装置の内部処理に関係する時間パラメータ Δt である。後者は前後の補間セグメントの加減速運動開始のタイミングを定める形になる。なお、対象 MC の δ 値を 0.001 mm にすれば妥当である（丘他, 2010）。

3. 加減速運動モデルにおけるパラメータ値の同定

3・1 駆動軸サーボ系時定数 T の同定方法と結果

対象 MC の場合、指令半径 R (mm)、指令送り速度 F (mm/min) の円運動の半径減少量 Δr (mm) は F^2/R に比例する（丘他, 1998）。

$$\Delta r = kF^2/R \quad (21)$$

上式を式 (16) に代入して整理すると、MC 駆動軸サーボ系時定数 T (sec) と比例係数 k との関係は次式となる。

$$T = \sqrt{7200k} \quad (22)$$

k の値を決めるために、対象 MC の XY 平面において表 1 に示す条件で円運動を行い、HEIDENHAIN 社製の KGM181 型の交差格子測定装置を使用してその軌跡を測定する。得られた円運動軌跡の例を図 5 に示す。さらに、KGM 装置の ISO 230-4 : 2005 準拠の円運動精度評価機能を利用して各条件での円運動半径減少量を求める（ISO 230-4:2005）。その結果を図 6 に示す。小さい半径と高い送り速度を指令した場合、駆動軸サーボ系の追従能力の制限により、円運動一周の軌跡の両端が離れている例（図 5 (a) を参照）も見られるが、このような 3 条件の結果を除外し、最小二乗法を用いて求めた k の値は 0.663×10^{-7} である。したがって、対象 MC の駆動軸サーボ系時

Table 1 Parameters of measured circular motions.

R [mm]	Feedrate F [mm/min]	Rotation direction
5	500, 1000, 2000*, 5000*	Clockwise and counter-clockwise
10	500, 1000, 2000, 5000*	
20	500, 1000, 2000, 5000	
50		

* Circular trajectory in one revolution does not enclosed.

Fig. 5 The measured circular motion trajectories by KGM device based on ISO 230-4:2005 standard. (a) shows an example where a trajectory in one revolution does not enclose, due to insufficient capacity of the servo axis to the specified motion conditions. (b) shows an example where both trajectories, one in CCW direction (red line) and another in CW direction (blue line), agree well with each other at the positions of $\pm 45^\circ$ and $\pm 135^\circ$ relative to the X axis. This means the X and Y axes have the same value of the time constant in servo system.

Fig. 6 The least-square estimation result for proportional coefficient k between Δr and F^2/R , where F , R and Δr are the specified values of feed rate and radius, and the radius reduction in the tested circular motion, respectively.

Fig. 7 Test cutter path for identifying Δt .

定数 T の値は 0.0218 sec として定めることができた. なお, 図 5 (b) に示すように, X 軸に対して $\pm 45^\circ$ と $\pm 135^\circ$ の位置において, 同じ指令半径と送り速度の円運動の時計方向回り (CW) 軌跡と反時計方向回り (CCW) 軌跡が重なっている. これは, X 軸と Y 軸のサーボ系時定数の値が一致することを意味している (垣野他, 1987).

3・2 円弧セグメントの加減速タイミングパラメータ Δt の同定方法と結果

前後の円弧セグメントの加減速運動のタイミングを表すパラメータ Δt の値を推定するために, 図 7 に示す 2 円弧工具経路の軌跡を KGM 装置で測定する. KGM 測定におけるサンプリングタイムを用いて, 得られた軌跡の座標データについて数値微分することにより, 実際の MC の X 軸と Y 軸の送り速度成分を求めることができる. $F=2000 \text{ mm/min}$ を指令して得られた MC 各軸の送り速度成分を図 8 に示す. 前章に説明した円弧セグメントの加減速運動関係および前節に定めた T の値に基づき, 図 8 に示した KGM 測定から得られた駆動軸の送り速度データについて, 最小二乗法を利用して推定した Δt の値は 0.005 sec である. この結果を用いてつぎの 4 章に述べるシミュレーション方法で計算した送り速度成分の曲線も図 8 に記入している. 図中にセグメント接点の近辺に, 計算した送り速度曲線の急峻な変化に対して, KGM 測定による送り速度成分曲線の変化が幾分緩やかに見えるが, これはサンプリングタイムに係わる数値微分処理や駆動軸接触部の接触変形に及ぼす速度変化などの影響と考えられる. このような局部的違いを除けば, 送り速度の計算結果と測定結果はよく一致していることがわかる.

$F=2000 \text{ mm/min}$ と $F=5000 \text{ mm/min}$ の場合での KGM 装置による運動軌跡の測定結果を図 9 に示す. 同図には T と Δt の同定結果に基づいて 4 章のシミュレーション方法から計算した 2 円弧工具経路の運動軌跡も記入している. 実測運動軌跡曲線における Y 軸の方向入換時に発生するスティックモーションによる突起 (垣野他, 1986) を除けば, 計算結果は実測結果とよく一致していることがわかる. この結果から, パラメータの同定値は妥当であると思われる.

4. 工具経路運動軌跡のシミュレーション方法

4・1 工具経路の記述とセグメントの加減速運動時間

図 10 に示すように, 対象とする MC の工具経路はつながり点でドウェルを設けず, 前後に接している n 個の円弧セグメントで構成される. 指令位置として工具経路の開始点を $A_0 (X_0, Y_0)$, i 番目 ($i=1, 2, \dots, n$) セグメントの終了点を $A_i (X_i, Y_i)$, 半径を R_i , 中心点を $C_i (X_{c,i}, Y_{c,i})$, 指令送り速度を F_i とする. なお, i 番目セグメントの中心角を α_i と記し, i 番目セグメントの減速運動開始点を $B_i (x_{b,i}, y_{b,i})$ で, $i+1$ 番目セグメントの加速運動開始点を $D_i (x_{d,i}, y_{d,i})$ で記述する.

第 2 章の説明と同様に各セグメントの加速運動時間 Δt_i は式 (23) で決まる.

$$\Delta t_i = \alpha_i R_i / |F_i| \quad (23)$$

また, 簡潔のため, 各セグメントの減速運動の時間 ΔT_i は ΔT として統一的に取り扱う.

$$\Delta T_i = \Delta T = T \log_e [\max(|F_1|, |F_2|, \dots, |F_n|) T / \delta] \quad (24)$$

なお, 各セグメントの関連パラメータは次のように定義される.

Fig. 8 Estimation value of parameter Δt and feed rate components of servo axes in the identification experiment. The upper and lower graphs show an enlarged curve part of feed rate component respectively in the X axis and Y axis around the connection point of two segments.

Fig. 9 Comparison of simulated cutter paths with measured ones in the identification experiment for Δt . There is a good consistency between the both trajectory curves.

$$\omega_i = F_i / R_i \quad (25)$$

$$\theta_i = \text{atan2}[(Y_{i-1} - Y_{c,i}), (X_{i-1} - X_{c,i})] \quad (26)$$

$$\phi_i = \tan(T\omega_i) \quad (27)$$

Fig. 10 The cutter path composed of circular arc segments.

4・2 工具経路運動軌跡のシミュレーションアルゴリズム

アルゴリズムには、区別のため、MC の運動開始からの累積時間を t 、各セグメントの加速過程と減速過程を記述する動作時間を τ と記す。

(a) $i=1$ とする．点 A_0 から点 B_1 までの駆動軸速度 $v_x(\tau)$ と $v_y(\tau)$ を式 (28) と (29)、工具経路軌跡 $x(\tau)$ と $y(\tau)$ を式 (30) と (31) から計算する。

$$v_x(\tau) = -\frac{F_1}{\sqrt{T^2\omega_1^2+1}} \left\{ -\sin(\theta_1 - \phi_1)e^{-\frac{\tau}{T}} + \sin(\omega_1\tau + \theta_1 - \phi_1) \right\} \quad (28)$$

$$v_y(\tau) = \frac{F_1}{\sqrt{T^2\omega_1^2+1}} \left\{ -\cos(\theta_1 - \phi_1)e^{-\frac{\tau}{T}} + \cos(\omega_1\tau + \theta_1 - \phi_1) \right\} \quad (29)$$

$$x(\tau) = -\frac{F_1}{\sqrt{T^2\omega_1^2+1}} \left\{ T\sin(\theta_1 - \phi_1)(e^{-\frac{\tau}{T}} - 1) - \frac{1}{\omega_1} [\cos(\omega_1\tau + \theta_1 - \phi_1) - \cos(\theta_1 - \phi_1)] \right\} + X_0 \quad (30)$$

$$y(\tau) = \frac{F_1}{\sqrt{T^2\omega_1^2+1}} \left\{ T\cos(\theta_1 - \phi_1)(e^{-\frac{\tau}{T}} - 1) + \frac{1}{\omega_1} [\sin(\omega_1\tau + \theta_1 - \phi_1) - \sin(\theta_1 - \phi_1)] \right\} + Y_0 \quad (31)$$

ただし、動作時間 τ は次式による。

$$0 \leq \tau = t \leq \Delta t_1 \quad (32)$$

一方、点 B_1 から点 D_1 までの駆動軸速度を式 (33) と (34)、工具経路軌跡を式 (35) と (36) から計算する。

$$v_x(\tau) = -\frac{F_1}{\sqrt{T^2\omega_1^2+1}} \left\{ -\sin(\theta_1 - \phi_1)e^{-\frac{\Delta t_1}{T}} + \sin(\omega_1\Delta t_1 + \theta_1 - \phi_1) \right\} e^{-\frac{\tau}{T}} \quad (33)$$

$$v_y(\tau) = \frac{F_1}{\sqrt{T^2\omega_1^2+1}} \left\{ -\cos(\theta_1 - \phi_1)e^{-\frac{\Delta t_1}{T}} + \cos(\omega_1\Delta t_1 + \theta_1 - \phi_1) \right\} e^{-\frac{\tau}{T}} \quad (34)$$

$$x(\tau) = -\frac{F_1T}{\sqrt{T^2\omega_1^2+1}} \left\{ -\sin(\theta_1 - \phi_1)e^{-\frac{\Delta t_1}{T}} + \sin(\omega_1\Delta t_1 + \theta_1 - \phi_1) \right\} (1 - e^{-\frac{\tau}{T}}) + x_{b1} \quad (35)$$

$$y(\tau) = \frac{F_1T}{\sqrt{T^2\omega_1^2+1}} \left\{ -\cos(\theta_1 - \phi_1)e^{-\frac{\Delta t_1}{T}} + \cos(\omega_1\Delta t_1 + \theta_1 - \phi_1) \right\} (1 - e^{-\frac{\tau}{T}}) + y_{b1} \quad (36)$$

ただし、動作時間 τ は次式による.

$$0 \leq \tau = t - \Delta t_1 \leq \Delta t \quad (37)$$

(b) $i = i+1$ と置き換える. 点 D_{i-1} から点 B_i までの駆動軸速度と工具経路軌跡をそれぞれ式 (38) と (39) および式 (40) と (41) から求める.

$$v_x(\tau) = -\frac{F_i}{\sqrt{T^2\omega_i^2+1}} \left\{ -\sin(\theta_i - \phi_i)e^{-\frac{\tau}{T}} + \sin(\omega_i\tau + \theta_i - \phi_i) \right\} + \sum_{j=i}^{i-1} \left\{ -\frac{F_j}{\sqrt{T^2\omega_j^2+1}} \left[-\sin(\theta_j - \phi_j)e^{-\frac{\Delta t_j}{T}} + \sin(\omega_j\Delta t_j + \theta_j - \phi_j) \right] e^{-\frac{\tau+t_{i-1}-t_j+\Delta t}{T}} \right\} \quad (38)$$

$$v_y(\tau) = \frac{F_i}{\sqrt{T^2\omega_i^2+1}} \left\{ -\cos(\theta_i - \phi_i)e^{-\frac{\tau}{T}} + \cos(\omega_i\tau + \theta_i - \phi_i) \right\} + \sum_{j=i}^{i-1} \left\{ \frac{F_j}{\sqrt{T^2\omega_j^2+1}} \left[-\cos(\theta_j - \phi_j)e^{-\frac{\Delta t_j}{T}} + \cos(\omega_j\Delta t_j + \theta_j - \phi_j) \right] e^{-\frac{\tau+t_{i-1}-t_j+\Delta t}{T}} \right\} \quad (39)$$

$$x(\tau) = -\frac{F_i}{\sqrt{T^2\omega_i^2+1}} \left\{ T \sin(\theta_i - \phi_i)(e^{-\frac{\tau}{T}} - 1) - \frac{1}{\omega_i} [\cos(\omega_i\tau + \theta_i - \phi_i) - \cos(\theta_i - \phi_i)] \right\} + x_{d,i-1} + \sum_{j=i}^{i-1} \left\{ -\frac{F_jT}{\sqrt{T^2\omega_j^2+1}} \left[-\sin(\theta_j - \phi_j)e^{-\frac{\Delta t_j}{T}} + \sin(\omega_j\Delta t_j + \theta_j - \phi_j) \right] e^{-\frac{t_{i-1}-t_j+\Delta t}{T}} (1 - e^{-\frac{\tau}{T}}) \right\} \quad (40)$$

$$y(\tau) = \frac{F_i}{\sqrt{T^2\omega_i^2+1}} \left\{ T \cos(\theta_i - \phi_i)(e^{-\frac{\tau}{T}} - 1) + \frac{1}{\omega_i} [\sin(\omega_i\tau + \theta_i - \phi_i) - \sin(\theta_i - \phi_i)] \right\} + y_{d,i-1} + \sum_{j=i}^{i-1} \left\{ \frac{F_jT}{\sqrt{T^2\omega_j^2+1}} \left[-\cos(\theta_j - \phi_j)e^{-\frac{\Delta t_j}{T}} + \cos(\omega_j\Delta t_j + \theta_j - \phi_j) \right] e^{-\frac{t_{i-1}-t_j+\Delta t}{T}} (1 - e^{-\frac{\tau}{T}}) \right\} \quad (41)$$

ただし、動作時間 τ は次式による.

$$0 \leq \tau = t - t_{i-1} - \Delta t \leq \Delta t_i \quad (42)$$

式中の t_{i-1} は次のように決める.

$$t_{i-1} = \sum_{j=1}^{i-2} (\Delta t_j + \Delta t) + \Delta t_{i-1} \quad (43)$$

また、式 (38) ～式 (41) における J は次式を満たす最小の j とする。

$$t_{i-1} + \Delta t - \Delta T < t_j \quad (j=1, 2, \dots, i-1) \quad (44)$$

(c) 点 B_i から点 D_i までの駆動軸速度と工具経路軌跡をそれぞれ式 (45) と (46) および式 (47) と (48) から計算する。

$$v_x(\tau) = \sum_{j=J}^i \left\{ -\frac{F_j}{\sqrt{T^2 \omega_j^2 + 1}} \left[-\sin(\theta_j - \phi_j) e^{-\frac{\Delta t_j}{T}} + \sin(\omega_j \Delta t_j + \theta_j - \phi_j) \right] e^{-\frac{\tau+t_i-t_j}{T}} \right\} \quad (45)$$

$$v_y(\tau) = \sum_{j=J}^i \left\{ \frac{F_j}{\sqrt{T^2 \omega_j^2 + 1}} \left[-\cos(\theta_j - \phi_j) e^{-\frac{\Delta t_j}{T}} + \cos(\omega_j \Delta t_j + \theta_j - \phi_j) \right] e^{-\frac{\tau+t_i-t_j}{T}} \right\} \quad (46)$$

$$x(\tau) = \sum_{j=J}^i \left\{ -\frac{F_j T}{\sqrt{T^2 \omega_j^2 + 1}} \left[-\sin(\theta_j - \phi_j) e^{-\frac{\Delta t_j}{T}} + \sin(\omega_j \Delta t_j + \theta_j - \phi_j) \right] e^{-\frac{t_i-t_j}{T}} (1 - e^{-\frac{\tau}{T}}) \right\} + x_{b,i} \quad (47)$$

$$y(\tau) = \sum_{j=J}^i \left\{ \frac{F_j T}{\sqrt{T^2 \omega_j^2 + 1}} \left[-\cos(\theta_j - \phi_j) e^{-\frac{\Delta t_j}{T}} + \cos(\omega_j \Delta t_j + \theta_j - \phi_j) \right] e^{-\frac{t_i-t_j}{T}} (1 - e^{-\frac{\tau}{T}}) \right\} + y_{b,i} \quad (48)$$

ただし、動作時間 τ はセグメントの番号に応じて次の式による。

$$0 < \tau = t - t_i \leq \Delta t, \quad \text{for } i \neq n \quad (49)$$

$$0 < \tau = t - t_n \leq \Delta T, \quad \text{for } i = n \quad (50)$$

(d) $i \neq n$ なら (b) へ戻る。 $i = n$ ならば計算を終了する。

上述のように、各セグメントの加速運動の動作時間 Δt_i 、減速運動開始から次のセグメントの加速運動開始までの時間 Δt 、および各セグメントの減速運動の動作時間 ΔT が前もって簡単に決められるので、提案アルゴリズムに基づく計算プログラムの作成は簡単にできる。

5. 工具経路運動軌跡推定結果の実験検証

提案したシミュレーション方法の妥当性を確認するために、KGM 測定装置を使用して測定する MC の工具経路運動軌跡および三次元測定機（以下、CMM と略す）を使用して測定する仕上げ加工ワークの輪郭を同じ運動条件でシミュレーションする工具経路の軌跡と比較する。

輪郭切削実験には、ナカニシ製のドライバー付き高速スピンドルを MC の主軸に装着し、そのチャックにエンドミルを取り付ける。切削中に MC の主軸を回転させずに高速スピンドルによって工具を回す。一方、ワーク材を MC のテーブルに取り付け、NC プログラムでテーブルを駆動する。使用するエンドミルの直径は 3 mm で、切削中に工具径のオフセット補正をしない。

仕上げ加工したワーク輪郭の測定においてミットヨ製の BHN506 型 CMM と先端直径 3 mm のタッチトリガープローブを使用する。測定中にプローブ径の補正処理をしないので、得られた輪郭データはそのまま加工中の工具経路に対応している。

Table 2 Machining conditions for contouring.

Cutting conditions	Spindle speed N [rpm] / Feedrate F [mm/min]	50,000 / 5,000, 20,000 / 2,000, 10,000 / 1,000
	Radial depth of cut [mm]	0 after 0.02
	Axial depth of cut [mm]	5
	Cutting direction / Fluid	Down cutting / Wet
End mill	Diameter [mm]	3
	Flute number	2
	Helix angle [°]	30
	Material	CO-HSS + TiN coating
Work piece	Material	Aluminium A5052

Fig. 11 Cutter path 1 used in verification experiments, which is composed of 13 circular arc segments respectively for the outer side or the inner side and a dwell action of 1 second is specified at the start and end point, point E , of each side.

5・1 工具経路1の検証実験結果

検証実験に二つの工具経路を使用する。工具経路1を図11に示す。それは法線距離7.5 mmの二つのオフセット曲線であり、それぞれ接続点で接する13個の円弧で構成されている。点 E は工具経路の開始点と終了点であり、運動開始時と終了時にこの点で1秒間ドウェルを設けている。CWとCCWの両送り方向に表2に示す運動条件を指令して外側と内側の工具経路を別々に動かし、その運動軌跡を測定する。また、同じ運動条件のもとで同表に示す切削パラメータを用いてワーク輪郭を仕上げる。

図12にCCW方向の指令送り速度 $F=5000$ mm/minの外側工具経路の実測結果とシミュレーション結果との比較を示す。上の図にワークの輪郭にそって誤差を示している。下の図には縦軸が測定点の誤差、横軸が工具経路の開始点から測定点までの補間円弧沿いの回転角累積値を示す。円弧接続点のまわりに段差状の運動誤差が見られる。円弧の指令半径値が小さければその両端に半径減少による段差が大きくなり、凹凸が逆になる円弧の接続点のまわりに、両側円弧の半径減少量の和に等しい大きな段差が発生する。なお、実測軌跡曲線において、MC駆動軸の進行方向が入れ替わるたびにスティックモーションによる突起が見られる。特にドウェル動作を設けた工具経路の終始点 E での突起が大きい。これは円運動の半径減少量とスティックモーションによる突起が重なったからである。図からわかるように、運動軌跡の実測結果とシミュレーション結果および同図に記入している加工ワークの輪郭誤差曲線の三者がよく一致している。

Fig. 12 Comparison of motion trajectories with machined work piece profile error corresponding to the CCW outside motion of the cutter path 1 in $F=5000$ mm/min. The three curves demonstrate good consistency.

Fig. 14 Comparison of motion trajectories with machined work piece profile error corresponding to the CCW inside motion of the cutter path 1 in $F=5000$ mm/min. The three curves demonstrate good consistency.

Fig. 13 Measured feed rate and its components along each servo axis, which are obtained by a numerical differentiation operation to the coordinate data of the measured cutter path trajectory shown in Fig. 12. These curves demonstrate good consistency relative to the simulated ones.

図 12 の実測工具経路の座標データについて数値微分して求めた MC の各駆動軸の送り速度成分 v_x , v_y および送り速度の値 $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ を図 13 に示す. シミュレーションによる送り速度も同図に記入している. セグメント間の接続点に対応する曲線突起点の位置において, 数値微分の影響によりシミュレーション結果と KGM 測定結果に突起の大きさが違う箇所も見られるが, 全般的に両者はよく一致している.

Fig. 15 Comparison of motion trajectories with machined work piece profile error corresponding to the CW outside motion of the cutter path 1 in $F=2000$ mm/min. The three curves demonstrate better consistency.

Fig. 16 Comparison of motion trajectories with machined work piece profile error corresponding to the CW outside motion of the cutter path 1 in $F=1000$ mm/min. The three curves show general consistency.

図 14 に CCW 方向の指令送り速度 $F=5000$ mm/min の内側工具経路軌跡の実測結果とシミュレーション結果および加工ワーク輪郭誤差曲線の比較を示す。図 12 と比べると、構成円弧の半径の違いにより対応するそれぞれの円弧セグメントの半径減少量が異なるが、同様な誤差特徴が確認される。

図 15 と図 16 にそれぞれ CW 方向の指令送り速度 $F=2000$ mm/min と $F=1000$ mm/min の外側工具経路軌跡の結果と加工ワーク輪郭誤差曲線の比較を示す。図 12 と図 14 の結果と合わせてみると、指令送り速度の減少につれて、駆動軸サーボ系の NC 制御に起因する運動誤差は工具経路の軌跡誤差に占める割合が小さくなるが、 $F=1000$ mm/min の場合においても加工ワークに輪郭誤差を発生させる最大の原因であることがわかる。

5・2 工具経路 2 の検証実験結果

検証実験に使用するもう一つの工具経路を図 17 に示す。この経路のものの形状は点 A_0 から点 B までの直線部分、点 B から点 C までと点 C から点 D までの二つの曲線部分からなる。曲線 BC と曲線 CD は Y 軸に関して対称となり、ともに基礎円直径 50mm のインボリュート曲線である。曲線 BC について補間精度を $25\mu\text{m}$ に設定して直線補間を行い、点 B から点 C まで順次に接続している 42 個の長さ $1.095\text{mm}\sim 3.984\text{mm}$ の直線セグメントが得られた。また、曲線 CD について補間精度を $1\mu\text{m}$ に設定して円弧補間をした結果、点 C から点 D まで互いに接する 21 個の半径 $77.683\text{mm}\sim 3.213\text{mm}$ 、長さ $11.030\text{mm}\sim 0.419\text{mm}$ の円弧セグメントが得られた。点 A_0 から点 B までの直線セグメントとこれらの直線と円弧セグメントを順次に接続して検証用工具経路を生成する。工具経路の測定と輪郭の切削において前節と同様に表 2 の条件を使用する。直線補間工具経路のシミュレーションには既報の手法 (丘他, 2010) および上述した T と Δt の同定値を使用する。

Fig. 17 Cutter path 2 used in verification experiments. The part from point B to point C is composed of 42 linear segments and the part from point C to point D composed of 21 circular arc segments.

Fig. 18 Comparison of motion trajectories with machined work piece profile error corresponding to the cutter path 2 in $F=5000$ mm/min. The three curves demonstrate good consistency.

Fig. 19 Comparison of motion trajectories with machined work piece profile error corresponding to the cutter path 2 in $F=2000$ mm/min. The three curves demonstrate good consistency.

図 18 と図 19 はそれぞれ指令送り速度 $F=5000$ mm/min と $F=2000$ mm/min の実測工具経路軌跡とシミュレーション工具経路軌跡との比較である。図中の細い緑線が各補間セグメントの境界線を示す。図面の左下部分の短い直線補間セグメントからなる工具経路軌跡の詳細を明確に示すために軌跡誤差の表示には既報の表現方法（丘, 2013）を採用している。これらの図から、工具経路の実測結果とシミュレーション結果との間に補間セグメントの NC 加減速運動に起因する経路誤差がよく対応していることがわかる。また、直線補間の場合にセグメントの接続点のまわりに発生する大きな凹凸状の誤差に対して、円弧補間の場合における工具経路誤差はセグメントの接続点での凹凸変化が小さく、各セグメント全体にわたる半径減少の形になっている。さらに、直線補間の場合にセグメントが短いほど、円弧補間の場合にはセグメントの半径が小さく長さが短いほど NC 加減速運動の影響は大きくなる。一方、図に記入している加工ワークの輪郭誤差曲線も実測した工具経路の軌跡誤差によく一致している。ほかの指令送り速度の結果にも同様な誤差特徴は確認された。したがって、工具経路 1 の場合と同様に、対象 MC に 1000 mm/mm 以上の送り速度を指令すると、仕上げたワークの輪郭誤差の中で NC 加減速運動の影響に起因するものは大部分を占めることがわかった。

Fig. 20 Measured feed rate and its components along each servo axis, which are obtained by a numerical differentiation operation to the coordinate data of the measured cutter path trajectory shown in Fig. 19. These curves demonstrate good consistency relative to the simulated ones.

図 20 は $F=2000$ mm/min の場合における送り速度のシミュレーション結果と KGM 測定から得られた結果との比較である。シミュレーション結果と比べ、KGM 測定の結果には補間セグメント接続点まわりの速度変化が明確に読み取れない箇所があるが、全般的に両者はよく対応している。

以上に述べた検証実験の結果から、提案した MC の円弧補間工具経路軌跡のシミュレーション方法は妥当であることが確認された。その結果、提案手法を既報の方法と併せて利用すれば、切削実験をせずに、多数の直線または円弧補間セグメントからなる工具経路に及ぼす対象 MC の駆動軸サーボ系の NC 加減速運動の影響を推定して把握することが可能となる。

5・3 その他の比較結果

本研究に対象とした MC (以下、MC1 と記す) はメンテナンス状況が良好であるが、教育・研究用として長年に使用されている。比較のため、この MC と 2 年前に生産されかなり新しいタイプの同時 3 軸立型 MC (以下、MC2 と記す) を使用して同様な輪郭形状のワークを仕上げた。MC2 の X 軸、 Y 軸、 Z 軸の移動範囲はそれぞれ 600mm, 530mm, 510mm である。テーブルの構造は X 軸テーブルが Y 軸テーブルの上に載せられた構造であり、 Z 軸はコラム構造である。NC システムは FANUC Series 0i-MODEL D をベースにしたものであり、最小設定単位は $1\mu\text{m}$ である。この NC システムには、高速高精度加工のために NC プログラムのブロックを先読み、ブロックの寸法と指令送り速度に応じて自動的に減速する機能、いわゆる AI 先行制御機能が備わっているが、MC1 と比較するために今回の実験にこの機能を使用しなかった。このとき、切削送り速度の最大値は 6000mm/min である。ただし、MC2 の場合に高速スピンドルを使用せず、MC の主軸にエンドミルを取り付け 10000 rpm で回転させた。両者の実測輪郭形状誤差を図 21 に示す。加工中に使用した工具経路は図 11 に示す外側の工具経路と同じ構成であり、ただし各円弧セグメントの寸法を $4/3$ 倍に拡大した。切削中に送り速度を $F=5000$ mm/min に、回り方向を CCW に指令した。ほかの切削パラメータは表 2 に示す値を使用した。図 21 に示すように、両 MC によるワークの輪郭形状誤差の傾向と特徴は非常に類似しており、また、誤差の値は新しいタイプの MC2 の方が大きくなっている。この原因を確認するために、表 3 に示す 3 通りの送り速度と半径の組合せを指令して A5052 材の円輪郭ワークを仕上げた。CMM を使用して 1080 等分割の条件で加工ワークの輪郭を測定し、それぞれの半径減少量 Δr を最小二乗法によって求めた。その結果を表 3 にも記入している。表 3 の $F, R, \Delta r$ の値を用い、式 (21) に基づき比例係数 k の最小二乗値を推定した。その値は 0.835×10^{-7} である。それを式 (22) に代入すると MC2 の駆動軸サーボ系時定数 T の値は 0.0245 sec となり、MC1 の対応値 0.0218 sec より大きくなっている。この T 値を式 (16) に代入して図 21 のワーク輪郭の各円弧部分の半径減少量 Δr を計算して図中に記入している。ワークの実測輪郭における各円弧部分に対応する形状誤差曲線の段差形状と比較すると、計算した半径減少量は段差の大き

Fig. 21 Comparison of the contour errors of work piece machined by different MC. There is significantly similar error tendency and characteristics between both curves. The blue line shows the radial reduction relative to each circular arc area of the contour calculated from the estimated T value of MC2 and the values of feed rate and radius used in machining.

Table 3 Radius reduction and parameters of circular contour machining.

No.	Feedrate F [mm/min]	Radius R [mm]	Radius reduction Δr [mm]
1	5,000	20	0.10525
2	4,000	25	0.05426
3	2,000	5	0.06775

さとよく一致していることがわかる。したがって、MC1の結果に比べてMC2による輪郭誤差が大きくなるのは、駆動軸サーボ系時定数 T の値が大きいためである。この結果は、AI 先行制御を使用しない場合、本研究に提案した円弧補間運動における NC 加減速運動モデルを MC2 にも適用できる可能性があることを示唆している。

6. 結 言

本研究では、MC の使用者の立場から、セグメントの NC 加減速運動に起因する MC の円弧補間工具経路誤差の推定方法を検討した。その結果をまとめると、以下の通りである。

(1) 対象とする MC の NC 加減速制御の特徴に基づき、比較的簡単な形を持ち、かつ実験で同定する必要なパラメータが少ない円弧補間運動における加減速運動モデルを提案した。

(2) 運動モデルに必要な MC 駆動軸サーボ系時定数 T について、指令する送り速度と半径に関連する MC 円運動の半径減少量からその値を簡単に定めることができる。運動モデルにもう一つ必要なパラメータは各円弧補間セグメントの加減速運動のタイミングを表す Δt であり、その値は KGM 交差格子測定装置による MC の 2 円弧工具経路運動軌跡の測定結果から簡単に同定することができる。同定結果を用いて推定した工具経路の軌跡を実測した工具経路軌跡と比較する結果から、提案した運動モデルとパラメータ同定法の有効性が確認された。

(3) 工具経路を構成する各セグメントの運動がそれぞれ独立に作動し、それらの合成運動により実際の工具経路を決めるという条件のもとで、MC の円弧補間工具経路運動軌跡のシミュレーション方法を提案した。この方法はアルゴリズムが簡明でプログラミング作業が容易である。また、以前に提案した直線補間工具経路運動軌跡のシミュレーション方法との組み合わせは簡単にできる。

(4) MC 工具経路運動軌跡のシミュレーション結果を実測した工具経路軌跡および同じ運動条件で仕上げたワークの輪郭形状と比較することにより、提案したシミュレーション方法の妥当性が確認された。その結果、切削実験をせずに工具経路に及ぼす補間セグメントの NC 加減速運動の影響を推定して把握することが可能となった。

文 献

- Gassara, B., Baili, M., Dessein, G., Hbaieb, M. and Sai, W.B., Feed rate modeling in circular-circular interpolation discontinuity for high-speed milling, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol.65 (2013), pp.1619-1634.
- ISO 230-4:2005, Test code for machine tools — Part 4: Circular tests for numerically controlled machine tools.
- Iwasawa, K., Iwama, A. and Mitsui, K., Development of a measuring method for several types of programmed tool paths for NC machine tools using a laser displacement interferometer and a rotary encoder, *Precision Engineering*, Vol.28, No.4 (2004), pp.399-408.
- 垣野義昭, 井原之敏, 中津善夫, NC 工作機械の運動精度に関する研究 (第 2 報) —DBB 法による運動誤差原因の診断—, *精密工学会誌*, Vol.52, No.10 (1986), pp.1739-1745.
- 垣野義昭, 井原之敏, 中津善夫, NC 工作機械の運動精度に関する研究 (第 3 報) —サーボ系の性能が運動精度に及ぼす影響—, *精密工学会誌*, Vol.53, No.8 (1987), pp.1220-1226.
- Kwon, H.D. and Burdekin, M., Adjustment of CNC machine tool controller setting values by an experimental method, *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol.38, No.9 (1998), pp.1045-1065.
- 松原厚, 精密位置決め・送り系設計のための制御工学 (2008), pp.163-184, 森北出版株式会社.
- 長坂圭祐, 福田将彦, 寛張勝治, 回転軸同期加工におけるサーボ特性を考慮したパス最適化の検討, *日本機械学会第 12 回生産加工・工作機械部門講演会講演論文集*, No.18-24 (2018), D10.
- Ogata, K., *Modern Control Engineering*, Fourth Edition (2002), pp.221-224, Prentice-Hall, Inc.
- Otsuki, T., Sasahara, H. and Sato, R., Method for generating CNC programs based on block-processing time to improve speed and accuracy of machining curved shapes, *Precision Engineering*, Vol.55 (2019a), pp.33-41.
- Otsuki, T., Sasahara, H. and Sato, R., Method to evaluate speed and accuracy performance of CNC machine tools by speed-error 2-D representation, *Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing*, Vol.13, No.1 (2019b), pp.1-14.
- 丘華, 竹下義人, 高田正昭, リンク機構を用いる NC 工作機械の運動精度測定法 (第 3 報, 小径円運動とコーナ部を含む直線運動の精度測定), *日本機械学会論文集 C 編*, Vol.64, No.628 (1998), pp.4850-4856.
- 丘華, 久保明雄, 岡本経寿, セグメント間の加減速運動に起因するマシニングセンタの直線補間工具経路の誤差推定, *日本機械学会論文集 C 編*, Vol.76, No.770 (2010), pp.2719-2728.
- 丘華, 短い直線セグメントからなる多角形平面輪郭誤差の拡大表現, *日本機械学会論文集 C 編*, Vol.79, No.804 (2013), pp.2975-2979.
- 斎藤洗輔, 青山英樹, 佐野記章, 工作機械の制御原理に基づく送り速度と加工精度の向上のための工具経路生成法, *日本機械学会論文集 C 編*, Vol.78, No.786 (2012), pp.650-658.
- Saito, K., Aoyama, H. and Sano, N., Accurate estimation of cutting time based on control principle of machine tool, *International Journal of Automation Technology*, Vol.10, No.3 (2016), pp.429-437.
- Schmitz, T. and Ziegert, J., Dynamic evaluation of spatial CNC contouring accuracy, *Precision Engineering*, Vol.24, No.2 (2000), pp.99-118.
- Shih, Y.-T., Chen, C.-S. and Lee, A.-C., Path planning for CNC contouring around a corner, *JSME International Journal, Series C*, Vol.47, No.1 (2004), pp.412-420.
- 杉本英彦, 小山正人, 玉井伸三, AC サーボシステムの理論と設計の実例—基礎からソフトウェアまで— (1990), pp.153-179, 総合電子出版社.
- 鈴木康彦, 松原厚, 垣野義昭, 茨木創一, 李康圭, 工作機械の輪郭精度向上をめざした CNC パラメータチューニングに関する研究, *精密工学会誌*, Vol.69, No.8 (2003), pp.1119-1123.
- Uddin, M.S., Ibaraki, S., Matsubara, A., Nishida, S. and Kakino, Y., A tool path modification approach to cutting engagement regulation for the improvement of machining accuracy in 2D milling with a straight end mill, *Transactions of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol.129, No.4 (2007), pp.1069-1079.
- 山崎敬則, 瀬戸将城, 堤正臣, 数値制御工作機械送り駆動系の加減速指令—設計法, *精密工学会誌*, Vol.66, No.8 (2000), pp.1260-1264.

References

- Gassara, B., Baili, M., Dessein, G., Hbaieb, M. and Sai, W.B., Feed rate modeling in circular-circular interpolation discontinuity for high-speed milling, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol.65 (2013), pp.1619-1634.
- ISO 230-4:2005, Test code for machine tools — Part 4: Circular tests for numerically controlled machine tools.
- Iwasawa, K., Iwama, A. and Mitsui, K., Development of a measuring method for several types of programmed tool paths for

- NC machine tools using a laser displacement interferometer and a rotary encoder, *Precision Engineering*, Vol.28, No.4 (2004), pp.399-408.
- Kakino, Y., Ihara, Y. and Nakatsu, Y., A study on the motion accuracy of NC machine tools (2nd report) —Diagnosis of motion error origins by using double ball bar test —, *Journal of the Japan Society for Precision Engineering*, Vol. 52, No.10 (1986), pp.1739-1745 (in Japanese).
- Kakino, Y., Ihara, Y. and Nakatsu, Y., A study on the motion accuracy of NC machine tools (3rd report) —The influence of servo control components to the motion error —, *Journal of the Japan Society for Precision Engineering*, Vol. 53, No.8 (1987), pp.1220-1226 (in Japanese).
- Kwon, H.D. and Burdekin, M., Adjustment of CNC machine tool controller setting values by an experimental method, *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol.38, No.9 (1998), pp.1045-1065.
- Matsubara, A., *Design and Control of Precision Positioning and Feed Drive Systems* (2008), pp.163-184, Morikita Publishing Co., Ltd. (in Japanese).
- Nagasaka, K., Fukuta, M. and Gakuhari, K., Study for tool-path optimization focused on servo properties in multi-axes control machining, *Proceedings of the 12th Manufacturing & Machine Tool Conference of the Japan Society of Mechanical Engineers*, No.18-24, (2018), D10 (in Japanese).
- Ogata, K., *Modern Control Engineering*, Fourth Edition (2002), pp.221-224, Prentice-Hall, Inc.
- Otsuki, T., Sasahara, H. and Sato, R., Method for generating CNC programs based on block-processing time to improve speed and accuracy of machining curved shapes, *Precision Engineering*, Vol.55 (2019a), pp.33-41.
- Otsuki, T., Sasahara, H. and Sato, R., Method to evaluate speed and accuracy performance of CNC machine tools by speed-error 2-D representation, *Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing*, Vol.13, No.1 (2019b), pp.1-14.
- Qiu, H., Takeshita, Y. and Takada, M., New measurement method for motion accuracy of NC machine tools by link mechanism (3rd report, measurement of accuracy for circular motion with a small radius and linear motion containing a square corner), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.64, No.628 (1998), pp.4850–4856 (in Japanese).
- Qiu, H., Kubo, A. and Okamoto, N., Error estimation to linear interpolation cutter path of machining center due to acceleration/deceleration motions between two interpolation segments, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.76, No.770 (2010), pp.2719–2728 (in Japanese).
- Qiu, H., Magnifying representation of contouring errors for polygonal planar profile composed of short linear segments, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.79, No.804 (2013), pp.2975–2979 (in Japanese).
- Saito, K., Aoyama, H. and Sano, N., Cutter location generation method for improving feedrate and machining accuracy based on control characteristics of machine tool, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.78, No.786 (2012), pp.650–658 (in Japanese).
- Saito, K., Aoyama, H. and Sano, N., Accurate estimation of cutting time based on control principle of machine tool, *International Journal of Automation Technology*, Vol.10, No.3 (2016), pp.429-437.
- Schmitz, T. and Ziegert, J., Dynamic evaluation of spatial CNC contouring accuracy, *Precision Engineering*, Vol.24, No.2 (2000), pp.99-118.
- Shih, Y.-T., Chen, C.-S. and Lee, A.-C., Path planning for CNC contouring around a corner, *JSME International Journal, Series C*, Vol.47, No.1 (2004), pp.412-420.
- Sugimoto, H., Koyama, M. and Tamai, S., *Theory and Design Practice for AC Servo System —From Theoretical Foundations to Software—* (1990), pp.153–179, Sougou Denshi Publisher (in Japanese).
- Suzuki, Y., Matsubara, A., Kakino, Y., Ibaraki, S. and Lee, K., A study on the tuning of CNC parameters to improve contour precision for NC machine tools, *Journal of the Japan Society for Precision Engineering*, Vol.69, No.8 (2003), pp.1119-1123 (in Japanese).
- Uddin, M.S., Ibaraki, S., Matsubara, A., Nishida, S. and Kakino, Y., A tool path modification approach to cutting engagement regulation for the improvement of machining accuracy in 2D milling with a straight end mill, *Transactions of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol.129, No.4 (2007), pp.1069-1079.
- Yamazaki, T., Seto, M. and Tsutsumi, M., Design of acceleration and deceleration commands for NC machine tools, *Journal of the Japan Society for Precision Engineering*, Vol.66, No.8 (2000), pp.1260-1264 (in Japanese).

付録：円弧補間運動の終了点位置について

図2に示すように、中心点を $C (X_c, Y_c)$ ，開始点を $S (X_s, Y_s)$ ，終了点を $E (X_e, Y_e)$ に指令する円弧補間運動は点 S から点 B までの加速運動と点 B から運動の終了点までの減速運動からなる。加速運動の時間を式 (19) の Δt_1 とすれば、式 (2)，式 (3)，式 (11) と式 (12) から加速運動における X 軸と Y 軸の変位出力 Δx_1 ， Δy_1 は次のようになる。

$$\begin{cases} \Delta x_1 = \frac{F}{\sqrt{T^2 \omega^2 + 1}} \left\{ T \sin(\theta - \phi) \left(1 - e^{-\frac{\Delta t_1}{T}} \right) + \frac{1}{\omega} [\cos(\omega \Delta t_1 + \theta - \phi) - \cos(\theta - \phi)] \right\} \\ \Delta y_1 = \frac{F}{\sqrt{T^2 \omega^2 + 1}} \left\{ T \cos(\theta - \phi) \left(e^{-\frac{\Delta t_1}{T}} - 1 \right) + \frac{1}{\omega} [\sin(\omega \Delta t_1 + \theta - \phi) - \sin(\theta - \phi)] \right\} \end{cases} \quad (\text{付 1})$$

一方、点 B から運動の終了点までの減速運動における X 軸と Y 軸の変位出力 Δx_2 ， Δy_2 は式 (17) と (18) に示した駆動軸の速度出力 v_x ， v_y に基づき次の積分から求められる。

$$\begin{cases} \Delta x_2 = \int_0^{+\infty} v_x d\tau = \int_0^{+\infty} \frac{F}{\sqrt{T^2 \omega^2 + 1}} \left\{ \sin(\theta - \phi) e^{-\frac{\Delta t_1}{T}} - \sin(\omega \Delta t_1 + \theta - \phi) \right\} e^{-\frac{\tau}{T}} d\tau \\ \quad = \frac{TF}{\sqrt{T^2 \omega^2 + 1}} \left\{ \sin(\theta - \phi) e^{-\frac{\Delta t_1}{T}} - \sin(\omega \Delta t_1 + \theta - \phi) \right\} \\ \Delta y_2 = \int_0^{+\infty} v_y d\tau = \int_0^{+\infty} \frac{F}{\sqrt{T^2 \omega^2 + 1}} \left\{ -\cos(\theta - \phi) e^{-\frac{\Delta t_1}{T}} + \cos(\omega \Delta t_1 + \theta - \phi) \right\} e^{-\frac{\tau}{T}} d\tau \\ \quad = \frac{TF}{\sqrt{T^2 \omega^2 + 1}} \left\{ -\cos(\theta - \phi) e^{-\frac{\Delta t_1}{T}} + \cos(\omega \Delta t_1 + \theta - \phi) \right\} \end{cases} \quad (\text{付 2})$$

したがって、運動の終了点の座標を (x_{end}, y_{end}) とすれば、その値は次式から求められる。

$$\begin{cases} x_{end} = X_s + \Delta x_1 + \Delta x_2 = X_c + R \cos \theta + \Delta x_1 + \Delta x_2 \\ y_{end} = Y_s + \Delta y_1 + \Delta y_2 = Y_c + R \sin \theta + \Delta y_1 + \Delta y_2 \end{cases} \quad (\text{付 3})$$

なお、式 (10) から次の関係が得られる。

$$\begin{cases} \cos \phi = \frac{1}{\sqrt{T^2 \omega^2 + 1}} \\ \sin \phi = \frac{T\omega}{\sqrt{T^2 \omega^2 + 1}} \end{cases} \quad (\text{付 4})$$

式 (付 1)，(付 2)，(付 4) および式 (4)，式 (5) と式 (10) を式 (付 3) に代入して整理すると、運動の終了点座標 (x_{end}, y_{end}) の値は次式となる。

$$\begin{cases} x_{end} = X_c + R \cos(\omega \Delta t_1 + \theta) = X_e \\ y_{end} = Y_c + R \sin(\omega \Delta t_1 + \theta) = Y_e \end{cases} \quad (\text{付 5})$$

すなわち、運動の開始点が指令する点であれば、円弧補間運動の終了点は指令する終了点と一致している。言い換えると、円弧補間セグメントの加速運動の時間が式 (19) (一般に式 (23)) に満たし、減速運動の速度変化が式 (17) と (18) に従えば、各セグメントの運動に対応する駆動軸の変位出力値はセグメントの指令変位値に完全に一致する。