In-situ blocked force 法による空気伝ば音を含む騒音レベルの推定 (第2報, 片持ち矩形平板の放射音解析による推定手法の検証と推定誤差低減手法の提案)

佐藤 佳宏朗^{*1}, 村上 賢吾^{*2}, 岩附 信行^{*3}

Estimation of noise radiation including airborne noise using the in-situ blocked force approach (Second report, verification of the estimation method by numerical analysis of noise radiation from a cantilever rectangular plate and proposal of an estimation error reduction method)

Yoshihiro SATO^{*1}, Kengo MURAKAMI^{*2} and Nobuyuki IWATSUKI^{*3}

^{*1,*2} Core Technology R&D Center, NSK Ltd.

1-5-50 Kugenuma Shinmei, Fujisawa-shi, Kanagawa 251-8501, Japan

^{*3} Department of Mechanical Engineering, Tokyo Institute of Technology

2-12-1 Ookayama, Meguro-ku, Tokyo 152-8552, Japan

Received: 24 September 2019; Revised: 4 December 2019; Accepted: 19 January 2020

Abstract

The in-situ blocked force approach is suitable for estimating noise radiation from a mechanical system by component tests of its active subsystem because blocked force is a specific characteristic of the active subsystem and independent from the passive subsystem or supporting structure of the component test bench for the active subsystem. However, it is reported that the in-situ blocked force approach is a methodology for estimating structure borne noise and cannot be applied to airborne noise. In this research it was found that the in-situ blocked force approach can be approximately applied to airborne noise in eigenfrequencies of the mechanical system. Therefore it was proposed to employ the in-situ blocked force approach to estimate airborne noise as an approximate method at eigenfrequencies of the mechanical system in the previous paper. In this paper the proposed estimation method was verified by numerical analysis of noise radiation from a cantilever rectangular plate. Eigenfrequencies and vibration responses of the cantilever rectangular plate were obtained by FEM and sound pressures at an observed point were calculated on the assumption that point sound sources are distributed at the all FE nodes on the whole plate surface. Furthermore, a means based on discarding small singular values in the inverse matrix method was proposed in order to reduce the estimation error which is increased in the peak frequencies of blocked forces.

Keywords : Blocked force, In-situ blocked force approach, Airborne noise, Inverse matrix method

1. 緒 言

機械装置を構成する複数のサブシステムは、一般に同時並行で設計開発が進められるため、それぞれの単体試験で性能評価されることが多い。しかし、振動騒音など、各サブシステムの相互作用が大きい性能に対しては、最終的に全てのサブシステムを組合せた機械装置全体の実稼動状態における評価が必要となる。最終的な性能が要求仕様を満足しない場合はサブシステムの設計変更が必要となるため、サブシステムの開発段階で機械装置全体の実稼動状態における性能を推定できることが望ましい。

サブシステムの単体試験から機械装置全体の実稼動時における騒音レベルを推定する手段の一つとして、In-situ blocked force 法 (Elliott and Moorhouse, 2008, Moorhouse et al., 2009) が挙げられる。In-situ blocked force 法は、試験機の構造に依存しない、サブシステム固有の Blocked force (Gardonio and Brennan, 2004) を求められるため、機械装置の実稼動状態における騒音レベルの推定が可能となるが、まずこの原理について図 1 を用いて説明する。

No.19-00348 [DOI:10.1299/transjsme.19-00348], J-STAGE Advance Publication date : 29 January, 2020

^{*1} 正員, 日本精工 (株) 技術開発本部 コア技術研究開発センター (〒251-8501 神奈川県藤沢市鵠沼神明 1-5-50)

^{*2} 日本精工 (株) 技術開発本部 コア技術研究開発センター

^{*3} 正員, フェロー, 東京工業大学 工学院機械系 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1)

E-mail of corresponding author: satou-yos@nsk.com

図 1(a) は、振動騒音の加振源を含むサブシステム（以下、加振源システム）と加振源の振動が伝達される側のサブシステム（以下、受動システム）の二つから構成される機械装置の実稼動状態を示す。このとき、加振源システム表面から放射される音を空気伝ば音と呼び、受動システム表面から放射される音を固体伝ば音と呼ぶ。また図 1(b) は加振源システムを単体で稼動させながらその結合部で完全拘束した状態を示し、この状態において拘束側に伝達される力が **Blocked force** である。従って **Blocked force** は、受動システムには依存しない、加振源システムに固有の量である。しかし実際の加振源システムにおいて結合部を完全に拘束することは不可能であり、**Blocked force** を求める場合は結合部を高い剛性で固定して近似的に求めることになるが、このように直接的な方法で **Blocked force** を測定することは一般に容易ではない。そこで **In-situ blocked force** 法では、この **Blocked force** を間接的に求める。図 1(c) は、加振源システムと受動システムを結合させた状態において、**Blocked force** と同値である等価加振力をその結合部に与えた状態であり、この状態における受動システムの振動挙動は図 1(a) に示す実稼動状態における受動システムの振動挙動と一致することが知られている (Klerk and Rixen, 2010)。**In-situ blocked force** 法では、この関係を利用して **Blocked force** を間接的に求める。すなわち、図 1(c) に示すように、加振源システムと受動システムの結合部をインパルスハンマ等で加振して受動システムの振動応答を測定し、加振点（結合部）から応答点（受動システム上）までの伝達関数を求める。さらに図 1(a) に示す機械装置の実稼動状態において同応答点の振動を測定し、求めた伝達関数と合わせて逆行列法 (Martens and Wyckaert, 1998) を適用することにより、**Blocked force** を同定することができる。このように機械装置の実稼動状態において **Blocked force** を同定することができるが、加振源システムの単体試験においても **Blocked force** を同定することができる。この場合、加振源システムを支持する台座が受動システムの替わりとなるが、同定される **Blocked force** は理論上同一であり、台座の振動特性には依存しない。

一方、加振源システムと受動システムの結合部をインパルスハンマ等で加振して上記の伝達関数を求める際に、機械装置としての騒音を評価する位置での音圧も測定することで、加振点から評価点までの音響感度関数を求めることができる。この音響感度関数は、機械装置の実稼動状態における **Blocked force** と評価音圧の伝達関数に相

Fig. 1 Overview of the in-situ blocked force approach for estimating structure borne noise.

当するため、同定した **Blocked force** を乗じることで、機械装置の実稼動状態における騒音レベルを推定することができる。なお、加振源システムの設計開発段階では、通常他のサブシステムが存在せず、この音響感度関数を求めることはできないと考えられるが、振動特性や結合方法が類似する既存の機械装置における音響感度関数を代用すれば近似的に騒音レベルを推定することができる。また、対象とする機械装置が既に存在する場合は、音響感度関数を先に求めておけば、コストのかかる機械装置全体の実稼動試験を行うことなく、加振源システムの単体試験で機械装置の騒音レベルを評価することができる。

以上のように、**In-situ blocked force** 法では加振源システムの単体試験から機械装置全体の騒音レベルを推定することができる。ところが、**In-situ blocked force** 法は固体伝ば音を対象とした方法であり、求める騒音レベルに空気伝ば音が含まれる場合は適用できないと言われている (Elliott et al., 2013, Klerk and Rixen, 2010)。これは、図 1(c) に示す等価加振状態と図 1(a) に示す実稼動状態が等しくなるのは受動システムの振動挙動であり、両状態における加振源システムの振動挙動は互いに異なるためである。

そこで本研究では、両状態における振動挙動の差異について調べたところ、機械装置の固有振動数においてはその差異が小さいことを見出した。そこで固有振動数の成分が支配的となる場合に対し、**In-situ blocked force** 法を用いて空気伝ば音を含む騒音レベルを近似的に推定する手法を提案し、簡易的な質点系 3 自由度モデルでその有効性を検証した (佐藤, 岩附, 2018)。本報では、高次の多自由度モデルでの振動騒音によって有効性を検証すべく、図 2 に示す片持ち矩形平板の振動と放射音の解析を行ったので、その結果について述べる。具体的には、まず図 2(a) に示すように片持ち矩形平板を加振源システムと受動システムが結合した機械装置として考え、図 2(b) のように加振源システムに相当する部分を結合部で固定した際の **Blocked force** を求める。つぎに、求めた **Blocked force** を図 2(c) のように等価加振力として結合部に与えて空気伝ば音による音圧を求め、図 2(a) における空気伝ば音の音圧と比較した。また、前述のように **In-situ blocked force** 法を用いて **Blocked force** を間接的に求め、これを等価加振力として結合部に与えた場合の比較も行った。さらに、提案する手法は **Blocked force** のピーク周波数において音圧の推定誤差が特に大きくなるが、**Blocked force** を間接的に求める際の擬似逆行列の演算に特異値分解を用い、小さい特異値を無効化することによって推定誤差を低減する手法を考案したので、その有効性を検証した結果についても述べる。

Fig. 2 Procedure to verify the approximate estimation method for airborne noise from a cantilever rectangular plate using the in-situ blocked forced approach.

2. 片持ち矩形平板の放射音解析による音圧推定手法の検証

2・1 片持ち矩形平板の振動解析

有限要素法構造解析ソフトウェア MSC Nastran を用いて、片持ち矩形平板の振動解析を実施した。図 3 は図 2(a) に示す片持ち矩形平板（加振源システムと受動システムが結合された機械装置の実稼動状態に相当）の有限要素モデルを示し、図 4 は図 2(b) に示す片持ち矩形平板（加振源システム単体を稼動させながら結合部で固定した状態に相当）のそれを示す。片持ち長さ $a=500\text{mm}$ 、幅 $b=300\text{mm}$ 、厚さ $h=5\text{mm}$ 、密度 $\rho=7,860\text{kg/m}^3$ 、ヤング率 $E=205\text{GPa}$ 、ポアソン比 $\nu=0.3$ 、モード減衰比 $\zeta=0.001$ とし、メッシュは一辺の長さ 2.5mm の正六面体 1 次要素とした。従って、図 3 の有限要素モデルにおける節点総数は $201 \times 121 \times 3=72,963$ で、図 4 のそれは $101 \times 121 \times 3=36,663$ であ

Fig. 3 FE model of a cantilever rectangular plate corresponding to a mechanical system which consists of active and passive subsystems under the operational condition as illustrated in Fig. 2(a).

Fig. 4 FE model of a cantilever rectangular plate corresponding to the operating active subsystem under the condition that the connection to the passive subsystem is fixed as illustrated in Fig. 2(b).

Table 1 Calculated eigenfrequencies of the cantilever rectangular plates in Fig. 3 and 4 under 1kHz.

Full plate (Fig. 3)	17, 62, 105, 207, 291, 330, 411, 476, 586, 698, 802, 972 [Hz]
Half plate (Fig. 4)	68, 146, 380, 440, 556, 895, 905 [Hz]

る。また加振源システムの加振源として、図3に示す自由端の節点Aに z 方向で1N一定の周波数特性である加振力を与えた。拡大図は示していないが図4も同様である。

まず、それぞれの有限要素モデルを用いて1kHz以下の固有振動数を計算した結果を表1に示す。それぞれの振動モード形状は省略するが、いずれも面外振動が支配的な振動モードである。つぎに、図4に示す有限要素モデルで強制振動解析を行い、固定端面の節点（総数は $121 \times 3 = 363$ ）における拘束力（加振源システムの Blocked force に相当）を求めた。図5はその一部であり、図4に示す節点Bおよび節点Cにおける x, y, z 方向拘束力の周波数スペクトルである。ピーク周波数は図4に示す有限要素モデルの固有振動数である。図5(a)（節点B）と図5(b)（節点C）の拘束力を比較すると、振幅は同じであり、位相については z 方向が同位相、 x, y 方向については逆位相であることが分かる。すなわち、板の固定端面には面外方向のせん断力、 y 軸回りの曲げモーメントと x 軸回りのねじりモーメントが作用している。さらに、求めた全節点の x, y, z 方向拘束力を図3の $x=a/2$ の断面（加振源システムと受動システムの結合部に相当）上の幅方向と厚さ方向それぞれに対応する節点に等価加振力として与えて等価加振状態の強制振動解析を行い、また図3の実稼動状態の強制振動解析も実施した。このあと、放射音解析に移行して両状態における空気伝ば音を比較することになるが、本節ではまず図3に示す節点Aの z 方向振動加速度を比較したので、その結果を図6に示す。

Fig. 5 Frequency spectra of calculated blocked forces at the node B and C in Fig. 4.

Fig. 6 Frequency spectra of calculated vibration accelerations in the direction of z at the node A in Fig. 3 under the operational and equivalent conditions as illustrated in Fig. 2(a) and (c). Open circles indicate eigenfrequencies of the full plate in Fig. 3 and dashed lines indicate eigenfrequencies of the half plate in Fig. 4.

図6において白抜き丸で示すピークは図3に示す有限要素モデルの固有振動数であり、この周波数における実稼動状態と等価加振状態の振動レベルは概ね等しい。図3に示す節点Aは加振源システムの一部に相当するので、固有振動数では両状態の空気伝播音も概ね等しいと考えられる。前報(佐藤, 岩附, 2018)ではこれを質点系3自由度モデルで検証したが、本報では高次の多自由度モデルで検証できたと言える。なお、802Hzの固有振動数は節点Aでの振幅が小さいためどちらの状態でもピークとして現れていない。また、972Hzの固有振動数では振動レベル差が若干大きい、この理由については2.3節で述べる。ところで図中の縦の破線は、図4に示す有限要素モデルの固有振動数であり、等価加振力に含まれるピークの周波数である。従って等価加振状態の振動応答では破線で示す周波数にピークがあるが、実稼動状態ではこの周波数にピークがない。

2・2 音圧の計算方法

前節の振動解析結果を用いて片持ち矩形平板の振動放射音を計算する。図7に示すように、音圧の観測点Pの座標を $(a/2, b/2, c)$ 、平板の z 方向振動加速度振幅と位相差の分布を $A(x, y)$, $\phi(x, y)$ とし、この振動により平板上に点音源が分布するとすれば、音圧 $p(t)$ は次式で表される(鈴木他, 1989)。

$$\left. \begin{aligned} p(t) &= \iint_s \frac{\rho_a}{2\pi d(x, y)} A(x, y) \cos[\omega t' - \phi(x, y)] dx dy \\ t' &= t - d(x, y)/v_a \\ d(x, y) &= \sqrt{(x - a/2)^2 + (y - b/2)^2 + c^2} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで、 d は平板上の任意の点Rと観測点Pの距離、 ρ_a は空気の密度、 v_a は空気中の音速、 ω は音の角振動数、 t は時間である。さらに、前節のように離散化した平板上の節点 i における振動加速度振幅 A_i 、位相差 ϕ_i 、要素面積 s_i 、観測点Pまでの距離 d_i と音の周期 $T = 2\pi/\omega$ を用いれば、音圧の実効値 p_{rms} は次式のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} p_{rms} &= \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T p(t)^2 dt \right\}^{1/2} = \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T \left[\iint_s \frac{\rho_a}{2\pi d(x, y)} A(x, y) \cos[\omega t' - \phi(x, y)] dx dy \right]^2 dt \right\}^{1/2} \\ &= \frac{\rho_a}{2\pi} \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T \left[\sum_i \frac{A_i s_i}{d_i} \cos\left(\omega t - \phi_i - \frac{\omega d_i}{v_a}\right) \right]^2 dt \right\}^{1/2} \\ &= \frac{\rho_a}{2\sqrt{2}\pi} \left\{ \left[\sum_i \frac{A_i s_i}{d_i} \cos\left(\phi_i + \frac{\omega d_i}{v_a}\right) \right]^2 + \left[\sum_i \frac{A_i s_i}{d_i} \sin\left(\phi_i + \frac{\omega d_i}{v_a}\right) \right]^2 \right\}^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Fig. 7 Sound pressure at the point P is calculated on an assumption that point sound sources are distributed at the whole plate surface.

2・3 音圧レベルの比較

音圧の観測点 P と平板の距離 $c=800\text{mm}$ ，空気の密度 $\rho_a=1.29\text{kg/m}^3$ ，空気中の音速 $v_a=331\text{m/s}$ として実稼動状態と等価加振状態における固体伝ば音と空気伝ば音の音圧レベルを比較した結果を図 8 に示す．前述の通り，固体伝ば音としては $x \leq a/2$ の平板表面から放射される音を重ね合わせ，空気伝ば音では $x > a/2$ とした．また図 6 と同様に，白抜き丸で示すピークは図 3 に示す有限要素モデルの固有振動数であり，縦の破線は図 4 に示す有限要素モデルの固有振動数すなわち等価加振力に含まれるピークの周波数である．

まず，図 8(a) に示す両状態における固体伝ば音の音圧レベルを比較すると，約 700Hz 以下においては理論通り音圧レベルがほぼ等しいが，それ以上の周波数については差が大きくなる．そこで 2.1 節で述べた有限要素法による振動解析結果を検証すべく，片持ちオイラーばりと両端自由オイラーばりそれぞれのモード次数 7 次として Rayleigh-Ritz 法 (Young and Texas, 1950) により同片持ち矩形平板のモード解析を実施した．その結果を表 1 と比較したところ，698Hz までは数 Hz の誤差で固有振動数が一致したが，それ以上の周波数では大きく異なる結果となった．また，図 3 および図 4 の有限要素モデルの節点を間引いてメッシュサイズを大きくしたところ，両状態における音圧レベルの差が大きくなり始める周波数が低くなった．従って，図 3 および図 4 の有限要素モデルのメッシュサイズで正しい解析を行える上限は 700Hz 程度であり，それ以上の周波数では本研究で提案する手法の検証はできないと考えられる．図 6 において 972Hz の固有振動数における振動レベル差が若干大きいことに触れたが，その理由は同様にメッシュサイズの影響と考えられる．

つぎに，図 8(b) に示す両状態における空気伝ば音の音圧レベルを比較すると，図 6 と同様に，破線で示す等価加振力のピーク周波数では両状態の音圧レベルの差が大きいが，白抜き丸で示す固有振動数においては音圧レベル差が小さいことが分かる．従って図 6 の振動解析に続き，図 8(b) の放射音解析においても機械装置の固有振動数においては実稼動状態と等価加振状態の空気伝ば音は近似的に等しくなることが検証できた．

ところで，図 8(a) の等価加振状態には破線で示す 380Hz と 440Hz に小さいピークがあるが，これも有限要素モデルのメッシュサイズに起因して等価加振力に含まれるピークの影響が残ったためと考えられる．詳細は割愛するが，片持ちはりを対象に固定端および結合部断面を剛体面として同様の振動解析を実施したところ，等価加振力として与えたせん断力と曲げモーメントそれぞれのピークの影響が互いに相殺されることによって，等価加振状態の固体伝ば音に相当する振動の周波数スペクトルからピークが消失し，振動レベルが実稼動状態と一致することを確認している．従って，本章の計算においても，せん断力，曲げモーメント，ねじりモーメントとして作用する等価加振力それぞれのピークの影響が互いに相殺されることになり，ピーク近傍では有限要素モデルのメッシュサイズに起因する等価加振力の計算誤差が音圧レベルの計算精度に対して敏感になったと考えられる．しかし，この 380Hz と 440Hz のピークレベルは比較的小さいので，本研究で提案する手法の検証に対するメッシュサイズの影響は小さいと考えられる．なお，特に図 8(a) において，白抜き丸で示す 62Hz, 207Hz, 411Hz, 698Hz の固有振動数におけるピークのレベルが小さいが，これらの振動モード形状は音圧の観測点 P が位置する $y=b/2$ の平面に対して逆位相であり，両側の影響が観測点 P において相殺されるためである．

Fig. 8 Frequency spectra of calculated sound pressure levels at the point P in Fig. 7 of structure borne and airborne noises under the operational and equivalent conditions as illustrated in Fig. 2(a) and (c). Open circles indicate eigenfrequencies of the full plate in Fig. 3 and dashed lines indicate eigenfrequencies of the half plate in Fig. 4.

3. 片持ち矩形平板の振動解析に In-situ blocked force 法を適用した場合における音圧推定手法の検証

前章では, Blocked force を直接的に求め, これを等価加振力として等価加振状態の放射音を計算した. しかし, 緒言で述べた通り, 実際の実験では直接的な方法で Blocked force を測定することは一般に容易ではない. そこで本章では, 前章の有限要素モデルに In-situ blocked force 法を適用して Blocked force を間接的に求め, これを等価加振力として等価加振状態における放射音を計算する. 図 9 はその Blocked force を求めるプロセスを示す.

まず, Blocked force を「加振源システムと受動システムの結合部に相当する $x=a/2$ 上を 10 等分した線分の各中点 (図 9(a) の Impact points) に作用する z 方向の集中荷重」と仮定し, 各点を加振点として z 方向に単位加振したときの参照点 (図 9(a) の Reference points) における z 方向の振動加速度応答 (イナータンス) を求める. このような仮定は実験的に In-situ blocked force 法を適用する際にも必要となる. 例えば, 機械装置のサブシステム間はボルト締結されることが多いが, 「Blocked force はこの締結部の直交 3 方向に作用する」と仮定し, この締結部を直交 3 方向に加振して Blocked force を同定する. Blocked force にはモーメントの成分もあるはずだが, これを求めるためには締結部をモーメント加振する必要がある. 一般にモーメント加振は容易ではないため, 直交 3 方向のみに Blocked force が作用すると仮定される. 従って同定された直交 3 方向の Blocked force は, モーメント加振も行なって同定した場合の直交 3 方向の Blocked force とは値が異なり, モーメントの影響が加味された値となる. また, 参照点は図 9(a) に示すように $x=a/4$ 上を 20 等分した線分の各中点とした. 従って, 計算するイナータンスの総数は $10 \times 20 = 200$ となる. 図 10(a) は #1 の加振点を加振した場合の計算結果である. いずれにも 9 つのピークがあるが, これらは図 3 に示す有限要素モデルの固有振動数である. なお前章で述べた通り, この有限要素モデルを評価できるのは 700Hz 程度までのため, ここでは 600Hz まで計算することにした. また有限要素モデルは y 方向に 120 分割しているため, 各加振点および参照点に節点が配置されている.

Fig. 9 Procedure of obtaining roughly discretized blocked forces by means of the in-situ blocked force approach.

Fig. 10 Frequency spectra of calculated inertances and accelerations as shown in Fig. 9 (a) and (b).

つぎに、図 9(b) のように、実稼動状態における各参照点の振動加速度を求める。前章と同様に、加振源の位置は図 3 に示す自由端の節点 A であり、 z 方向で 1N 一定の周波数特性として与えた。図 10(b) は各参照点における振動加速度応答の計算結果であり、9 つのピークは図 3 に示す有限要素モデルの固有振動数である。

さらに、図 9(c) のように、求めたイナータンスと実稼動状態の振動加速度に逆行列法 (Martens and Wyckaert, 1998) を適用して Blocked force を算出する。# i の加振点を加振した際の # k の参照点の応答であるイナータンスを $H_{(k,i)}$ 、実稼動状態における # k の参照点の実稼動状態における振動加速度を $A_{(k)}$ とすると、# i の加振点における Blocked force $f_{bl(i)}$ は擬似逆行列を用いて周波数毎に次式で計算できる。

$$\begin{Bmatrix} f_{bl(1)} \\ \vdots \\ f_{bl(10)} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{(1,1)} & \cdots & H_{(1,10)} \\ H_{(2,1)} & \ddots & H_{(2,10)} \\ \vdots & & \vdots \\ H_{(19,1)} & & H_{(19,10)} \\ H_{(20,1)} & \cdots & H_{(20,10)} \end{bmatrix}^+ \begin{Bmatrix} A_{(1)} \\ A_{(2)} \\ \vdots \\ A_{(19)} \\ A_{(20)} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

ここでイナータンス行列 $[H]$ は正方行列とならないが、参照点の数が同定する Blocked force の数よりも多いとき、式 (3) ではノルム $\|A - [H] \{f_{bl}\}\|$ が最小となる解が得られる。実際の計測では参照点の数を同定する Blocked force の数の 2 倍以上とすることにより同定誤差を低減できるとの報告 (Mas et al., 1994) があるのでこれに従い、加振点の数を 10 としたのに対し参照点の数を 20 とした。

以上のように計算した Blocked force の周波数スペクトルを図 11 に示す。図中の縦の破線は、図 4 に示す有限要素モデルの固有振動数であり、Blocked force 本来のピーク周波数である。求めた Blocked force の周波数スペクトルのピークとこの破線の周波数を比較すると、380Hz と 440Hz は一致するが、黒丸で示すピークは破線の周波数と一致していないことが分かる。

そこでまず、破線の周波数 68Hz, 146Hz, 556Hz にピークがないことについて考察する。前章で述べた通り、等価加振状態の空気伝ば音やこれに相当する振動の周波数スペクトルには等価加振力すなわち Blocked force に含まれるピークが現れるが、図 6 の振動では破線で示す全ての周波数でピークが顕著であるのに対し、図 8(b) の音ではその影響が顕著なのは 380Hz と 440Hz のピークのみで、68Hz, 146Hz, 556Hz のピークは小さい。146Hz と 556Hz に対するこの理由は、このピークの元となる図 4 に示す有限要素モデルの振動モード形状が音圧の観測点 P が位置する $y=b/2$ の平面に対して逆位相となり両側の影響が相殺されるためであり、振動モード形状が同位相である 68Hz については、近傍の 62Hz (前述の逆位相) の影響を受けたためと考えられる。従って図 11 に示す Blocked force においても、図 9 に示すように加振点と参照点を $y=b/2$ に対して対称に配置したため、イナータンスと参照点の振動加速度の影響が互いに相殺されて 68Hz, 146Hz, 556Hz のピークが消失したと考えられる。

つぎに、黒丸で示す 40Hz, 114Hz, 285Hz 近傍の 3 つのピークについて考察する。これらのピークの周波数は、図 3 に示す有限要素モデルの固有振動数と一致しないことから、実稼動状態の振動加速度 $A_{(k)}$ に含まれるピーク

Fig. 11 Frequency spectra of calculated blocked forces by means of the inverse matrix method as shown in Fig. 9(c). Dashed lines indicate eigenfrequencies of the half plate in Fig. 4 and filled circles indicate peaks caused by small singular values of the inertance matrix.

の影響ではない。従って、これらのピークはイナータンス行列の擬似逆行列における値の大きい成分に起因するはずである。ところで、本研究では擬似逆行列の演算方法として式 (4) に示す特異値分解を用いたが、イナータンス行列の特異値が非常に小さい場合、その特異値の逆数は非常に大きい値となるため、イナータンス行列の擬似逆行列において値の大きい成分が生じることになる。従って、黒丸で示す 40Hz, 114Hz, 285Hz 近傍の 3 つのピークもイナータンス行列に含まれる非常に小さい特異値に起因すると考えられる。この現象は逆行列法における数値計算上の誤差として知られ、条件数（最小特異値に対する最大特異値の比）の大小がその誤差の目安とされている。振動加速度を実験で測定した場合には、その測定誤差がこの成分によって拡大されることになる。

$$[H]^+ = \{[U][S][V]^*\}^+ = \left\{ [U] \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \sigma_N \end{bmatrix} [V]^* \right\}^+ = [V] \begin{bmatrix} 1/\sigma_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1/\sigma_2 & & \vdots & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 & & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1/\sigma_N & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} [U]^* \quad (4)$$

以上のように求めた **Blocked force** を等価加振力として図 9(a) の各加振点に与えた等価加振状態と図 3 の実稼動状態を比較すべく、固体伝ば音と空気伝ば音による図 7 の観測点 P での音圧レベルを計算した結果を図 12 に示す。図中の白抜きの丸で示すピークは図 3 に示す有限要素モデルの固有振動数であり、縦の破線は図 4 に示す有限要素モデルの固有振動数すなわち **Blocked force** 本来のピーク周波数である。まず図 12(a) の固体伝ば音を比較すると、図 8(a) と同様に両状態の音圧レベルが良く一致していることが分かる。従って、**Blocked force** を 10 点の z 方向集中荷重と仮定した場合でもモーメントの影響なども加味された **Blocked force** が同定されるため、**In-situ blocked force** 法で固体伝ば音を推定することができると考えられる。また、図 12(b) の空気伝ば音についても、**Blocked force** を直接的に求めた図 8(b) と同様に、白抜きの丸で示す固有振動数における両状態の音圧レベルの差は小さい。従って **In-situ blocked force** 法を適用した場合においても、機械装置の固有振動数においては実稼動状態と等価加振状態の空気伝ば音は近似的に等しくなることが検証できた。なお、図 8(b) と同様に等価加振状態の 380Hz と 440Hz におけるピークにおいては両状態の音圧レベルの差が大きい、その他の破線で示す周波数においては音圧レベルの差が小さく、代わりに黒丸で示す 40Hz と 285Hz 近傍のピークにおいて音圧レベルの差が大きい。これは前述の小さい特異値による **Blocked force** のピークの影響である。

Fig. 12 Frequency spectra of calculated sound pressure levels at point P in Fig. 7 of structure borne and airborne noise under the operational and equivalent conditions. Sound pressures under the equivalent condition were estimated as illustrated in Fig. 9 using the in-situ blocked force approach. Open circles indicate eigenfrequencies of the full plate in Fig. 3, dashed lines indicate eigenfrequencies of the half plate in Fig. 4 and filled circles indicate peaks caused by small singular values of the inertance matrix.

4. 音圧の推定誤差低減手法の提案

前章までの検討により、機械装置の固有振動数においては実稼動状態と等価加振状態の空気伝ば音は近似的に等しい為、In-situ blocked force 法により空気伝ば音を含む騒音レベルを近似的に推定できると考えられる。しかし、加振源システム単体を結合部で固定した場合の固有振動数 (Blocked force 本来のピーク周波数) やイナータンス行列の特異値が小さくなる周波数においては音圧の推定誤差が大きくなるため、騒音レベル推定精度の低下に繋がることが懸念される。ところで、このイナータンス行列の特異値が小さくなる場合に音圧の推定精度が下がるという問題については、In-situ blocked force 法を空気伝ば音に適用する場合に限らず、本来の固体伝ば音に適用する場合にも当てはまる。この対策としては、特異値を小さい方からいくつか無効化する方法 (Martens and Wyckaert, 1998) が知られている。この方法は特異値分解による行列の低ランク近似とも呼ばれ、画像データを圧縮するためにも利用されている。この近似による誤差を示す指標としては、擬似逆行列を構成する特異値の自乗和の割合が用いられる (Greenacre, 1984)。具体的には、 N 個の特異値を持つイナータンス行列に対し、式 (5) に示す閾値 φ を用いて M ($< N$) 個の特異値により擬似逆行列を構成する。

$$[H]^+ = [V] \begin{bmatrix} 1/\sigma_1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \vdots & & 1/\sigma_M & \vdots & & \vdots & \vdots \\ & & & 0 & & \vdots & \vdots \\ \vdots & & & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} [U]^*, \quad 1 - \frac{\sum_{r=1}^M \sigma_r^2}{\sum_{r=1}^N \sigma_r^2} \leq \varphi < 1 - \frac{\sum_{r=1}^{M-1} \sigma_r^2}{\sum_{r=1}^N \sigma_r^2} \quad (5)$$

そこで本研究においても、この手法を用いてイナータンス行列の特異値が小さくなる場合における音圧の推定誤差を小さくできるか否かを試みた。まず、式 (5) の閾値 $\varphi=0.001$ としたイナータンス行列の擬似逆行列を用いて求めた Blocked force を図 13 に示す。図 13 を図 11 と比較すると、想定通り黒丸で示す 3 つのピークの値が小さくなっている。しかしこの 3 つのピークだけではなく、Blocked force 本来のピークである 380Hz と 440Hz においても値が小さくなっている。黒丸で示すピークと Blocked force 本来のピークは本質的には異なるが、イナータンス行列の小さい特異値が擬似逆行列において大きい値となることに起因するという意味では結果的に同じであり、小さい特異値を無効化することにより、Blocked force 本来のピークの値も小さくなったと考えられる。

前述のようにイナータンス行列の小さい特異値による数値計算上の誤差の目安としては条件数が用いられるため、小さい特異値を無効化する前後におけるイナータンス行列の条件数と擬似逆行列を構成した特異値の数を図 14 に示す。まず図 14(a) では、小さい特異値の無効化によって条件数を大幅に小さくできていることが分かる。小さい特異値を無効化する前の条件数には白抜き丸で示すピークがあるが、これらの周波数は図 3 に示す有限要素モデルの固有振動数と一致している。一般に固有振動数においては支配的な振動モードが 1 つであり、その振動モードに相当する特異値が大きくなるため条件数にピークが現れると考えられる。なお図 13 において黒丸

Fig. 13 Frequency spectra of calculated blocked forces by means of the inverse matrix method as shown in Fig. 9(c) with regularization of the inertance matrices ($\varphi=0.001$). Dashed lines indicate eigenfrequencies of the half plate in Fig. 4 and filled circles indicate peaks caused by small singular values of the inertance matrix.

Fig. 14 Condition number and number of singular values which compose the inertance matrices with and without regularization ($\varphi=0.001$) for indirect determination of blocked forces using the inverse matrix method.

Fig. 15 Frequency spectra of calculated sound pressure levels at point P in Fig. 7 of structure borne and airborne noise under the operational and equivalent conditions. Sound pressures under the equivalent condition were estimated as illustrated in Fig. 9 using the in-situ blocked force approach with regularization of the inertance matrices ($\varphi=0.001$). Open circles indicate eigenfrequencies of the full plate in Fig. 3, dashed lines indicate eigenfrequencies of the half plate in Fig. 4 and filled circles indicate peaks caused by small singular values of the inertance matrix.

や破線で示した周波数には条件数のピークがないが、これらの周波数は支配的な振動モードに相当する大きな特異値がないためと考えられる。しかしこれらの周波数でも条件数の値そのものは大きく、図 12 に示すような音圧の推定誤差に繋がったと考えられる。また図 14(b) では、小さい特異値の無効化前は 10 であった特異値の数がほとんどの周波数において 2, 3 個に減っていることが分かる。擬似逆行列を構成する特異値の数としては少なすぎると考えられるが、イナータンス行列の近似誤差としては 0.1% ($\varphi=0.001$) であり実用上は問題ない。ここでは片持ち矩形平板という比較的簡単な構造を対象としているため、振動モードの数が少なく、また各振動モードの影響が重なっている周波数範囲の振動レベル小さい。これが少ない数の特異値で精度良くイナータンス行列の擬似逆行列を構成できる理由と考えられる。

以上のように求めた Blocked force を等価加振力として図 9(a) の加振点に与えた等価加振状態と図 3 の実稼動状態を比較すべく、固体伝ば音と空気伝ば音による図 7 の観測点 P での音圧レベルを計算した結果を図 15 に示す。図 12 と同様に、図中の白抜き丸で示すピークと縦の破線はそれぞれ図 3 と図 4 に示す有限要素モデルの固有振動数である。まず図 15(a) の固体伝ば音を比較すると、図 12(a) と同様に両状態の音圧レベルは良く一致しており、小さい特異値を無効化する影響はほとんどない。また、図 15(b) の空気伝ば音についても、図 12(b) と同様に白抜き丸で示す固有振動数における両状態の音圧レベルの差は小さく、さらに黒丸で示す小さい特異値に起因する 285Hz 付近のピークや、破線で示す 380Hz と 440Hz の Blocked force 本来のピークにおいても、音圧レベルの差が低減していることが分かる。黒丸で示す 40Hz 近傍のピークについては音圧レベルの差があまり低減されていないが、小さい特異値をもう少し無効化することにより低減できると考えられる。

Fig. 16 Condition number and number of singular values which compose the inertance matrices with and without regularization ($\phi=0.5$) for indirect determination of blocked forces using the inverse matrix method.

Fig. 17 Frequency spectra of calculated sound pressures at point P in Fig. 7 of structure borne and airborne noise under the operational and equivalent conditions. Sound pressures under the equivalent condition were estimated as illustrated in Fig. 9 using the in-situ blocked force approach with regularization of the inertance matrices ($\phi=0.5$). Open circles indicate eigen-frequencies of the full plate in Fig. 3, dashed lines indicate eigen-frequencies of the half plate in Fig. 4.

そこでつぎに、式 (5) の閾値 $\phi=0.5$ とした場合における条件数と特異値の数を図 16 に、音圧レベルを図 17 に示す。まず図 17(b) の空気伝ば音において、図 15(b) において黒丸で示した小さい特異値に起因するピークや破線で示した Blocked force 本来のピークによる影響は消失している。従ってこれらの影響による音圧レベルの差を低減することだけ考えるならば、閾値 ϕ は大きい方が良いと考えられる。

しかし、イナータンス行列の近似誤差は 50% と大きく、図 16(b) に示す通り擬似逆行列を構成する特異値はほとんどの周波数において 1 つしかない。図 17 に示す通り、白抜き丸で示す固有振動数のピークにおいては等価加振状態と実稼動状態の音圧レベルの差が小さいが、これは前述の通り、対象としている片持ち矩形平板の各振動モードの影響が重なっている周波数範囲の振動レベル小さく、各固有振動数において特異値 1 つで精度良くイナータンス行列の擬似逆行列を構成できるためと考えられる。実際の実験においては各振動モードの影響が重なっているため、このように閾値 ϕ を大きくすると各固有振動のピークにおける音圧レベルの差が大きくなると考えられる。また、絶対値は小さいものの、ピーク以外の周波数帯域における等価加振状態と実稼動状態の音圧レベルの差が目立つ。これは無効化する特異値の数を増やし過ぎた影響と考えられる。すなわち閾値 ϕ をあまり大きくすると周波数全体のオーバーオール値（以下、音圧 OA 値）の推定誤差は逆に大きくなると考えられる。

従って、閾値 ϕ には音圧 OA 値の推定誤差を最小限にするための最適値が存在すると考えられる。そこで等価加振状態と実稼動状態の音圧 OA 値の差に対する指標として式 (6) を用い、閾値 ϕ に対するこの値の変化を調べた。式 (6) において p は式 (2) で計算した各周波数における音圧 [Pa] の実効値を示し、添字の op は実稼動状態、 eq は等価加振状態を示す。

$$\text{Error rate of overall value} = \frac{\left| \sum p_{eq}^2 - \sum p_{op}^2 \right|}{\sum p_{op}^2} \times 100 \quad (6)$$

特異値を無効化しない場合および閾値 φ を 10^4 , 10^3 , 10^2 , 0.1, 0.5 とした場合において、空気伝ば音と固体伝ば音それぞれにおける式 (6) の値と条件数の最大値を図 18 に示す。まず固体伝ば音については、閾値 φ が小さいほど音圧 OA 値の推定誤差が小さく、閾値の大きくして無効化する特異値の数を増やすほど推定誤差が大きくなる。しかし前述の通り、実際の実験では、測定誤差と過大な条件数による影響を低減するためには小さい特異値をある程度は無効化する必要があり、目安として条件数が 50 以下ならその影響は十分小さいとの報告 (Martens and Wyckaert, 1998) がある。また、 $\varphi=0.5$ など閾値を大きくしすぎると多数の固有モードを表現しきれなくなり、推定誤差はもっと大きくなると考えられる。

一方、空気伝ば音については、閾値 $\varphi=0.1$ 近辺に音圧 OA 値の推定誤差の極小値がある。しかし、固体伝ば音の場合と同様に、実際の実験における測定誤差や過大な条件数の影響、多数の固有モードを考慮すると最適な閾値は変わると考えられる。この計算から導き出せる指針としては、閾値をどの程度とすれば Blocked force 本来のピークによる推定誤差を小さくできるかであるが、図 18 では $\varphi=10^{-3}$ で空気伝ば音の推定誤差が数%となる。このときの条件数は約 40 であるが、これは上述の実験的な条件数の目安に近い。以上より、実際の実験における閾値の最適化は対象とする機械装置の特性に依存すると考えられるため個別に調べる必要があるが、固体伝ば音の場合と同様に条件数が過大とならない程度に閾値をなるべく小さく設定することが、空気伝ば音の推定誤差を低減するための指針にもなると考えられる。

Fig. 18 Estimation error rates of sound pressure overall values under the equivalent condition by means of the in-situ blocked force approach with and without regularization of the inertance matrices.

5. 結 言

本報の研究では、前報で提案した In-situ blocked force 法による空気伝ば音を含む騒音レベルの推定手法の検証として、片持ち矩形平板の有限要素モデルを用いた振動放射音の計算を実施し、以下の結果を得た。

- (1) 固定端面の各節点における拘束力を Blocked force として直接的に求め、これを用いた等価加振状態の空気伝ば音は実稼動状態のそれと固有振動数において同等となることを示した。
- (2) 作用する位置と方向を簡略化して In-situ blocked force 法により間接的に求めた Blocked force を用いた場合においても、等価加振状態の空気伝ば音は実稼動状態のそれと固有振動数において同等となることを示した。また、Blocked force には本来のピークに加えて新たなピークが出現し、これらのピーク周波数では推定誤差が大きくなることを示した。
- (3) In-situ blocked force 法における擬似逆行列の演算に特異値分解を利用し、小さい特異値を無効化することによってピーク周波数における推定誤差を低減する手法を提案した。また、無効化する特異値の数はなるべく少なくし、イナータンス行列の条件数が過大とならない程度とする指針を提案した。

文 献

- Elliott, A.S. and Moorhouse, A.T., Characterisation of structure borne sound sources from measurement in-situ, Proceedings of Acoustics 2008 Paris (2008), pp.1477-1482.
- Elliott, A.S., Moorhouse, A.T., Huntley, T. and Tate, S., In-situ source path contribution analysis of structure borne road noise, Journal of Sound and Vibration, Vol.332 (2013), pp.6276-6295.
- Gardonio, P. and Brennan, M.J., Mobility and impedance methods in structural dynamics, Advanced application in acoustics, noise and vibration (2004), pp.389-447.
- Greenacre, M.J., Singular value decomposition (SVD) and multidimensional analysis, Theory and applications of correspondence analysis, Academic Press (1984), p.344.
- Klerk, D. and Rixen, D.J., Component transfer path analysis method with compensation for test bench dynamics, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol.24 (2010), pp.1693-1710.
- Martens, T. and Wyckaert, K., Matrix inversion technology for vibro-acoustic modeling applications: practical examples of measurement noise reduction by SVD, Proceedings of ISMA 23 (1998).
- Mas, P., Sas, P. and Wyckaert, K., Indirect force identification based upon impedance matrix inversion: a study on statistical and deterministical accuracy, Proceedings of ISMA19 (1994), pp.1049-1065.
- Moorhouse, A.T., Elliott, A.S. and Evans, T.A., In situ measurement of the blocked force of structure-borne sound sources, Journal of Sound and Vibration, Vol.325 (2009), pp.679-685.
- 佐藤佳宏朗, 岩附信行, In-situ blocked force 法による空気伝ば音を含む騒音レベルの推定 (近似推定手法の提案と簡易モデルによる検証), 日本機械学会論文集, Vol.84, No.865 (2018), DOI:10.1299/transjsme.18-00049.
- 鈴木浩平, 丸山晃市, 西田公至, 渡辺武, 音響工学の基礎, 機械工学のための振動・音響学, サイエンス社 (1989), pp.152-179.
- Young, D. and Texas, A., Vibration of rectangular plates by Ritz method, Transactions of the ASME Journal of Applied Mechanics, Vol.17 (1950), pp.448-453.

References

- Elliott, A.S. and Moorhouse, A.T., Characterisation of structure borne sound sources from measurement in-situ, Proceedings of Acoustics 2008 Paris (2008), pp.1477-1482.
- Elliott, A.S., Moorhouse, A.T., Huntley, T. and Tate, S., In-situ source path contribution analysis of structure borne road noise, Journal of Sound and Vibration, Vol.332 (2013), pp.6276-6295.
- Gardonio, P. and Brennan, M.J., Mobility and impedance methods in structural dynamics, Advanced application in acoustics, noise and vibration (2004), pp.389-447.
- Greenacre, M.J., Singular value decomposition (SVD) and multidimensional analysis, Theory and applications of correspondence analysis, Academic Press (1984), p.344.
- Klerk, D. and Rixen, D.J., Component transfer path analysis method with compensation for test bench dynamics, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol.24 (2010), pp.1693-1710.
- Martens, T. and Wyckaert, K., Matrix inversion technology for vibro-acoustic modeling applications: practical examples of measurement noise reduction by SVD, Proceedings of ISMA 23 (1998).
- Mas, P., Sas, P. and Wyckaert, K., Indirect force identification based upon impedance matrix inversion: a study on statistical and deterministical accuracy, Proceedings of ISMA19 (1994), pp.1049-1065.
- Moorhouse, A.T., Elliott, A.S. and Evans, T.A., In situ measurement of the blocked force of structure-borne sound sources, Journal of Sound and Vibration, Vol.325 (2009), pp.679-685.
- Sato, Y. and Iwatsuki, N., Estimation of noise radiation including airborne noise using the in-situ blocked force approach (Proposal of an approximate method and its verification using a simple model), Transactions of the JSME (in Japanese), Vol.84, No.865 (2018), DOI:10.1299/transjsme.18-00049.
- Suzuki, K., Maruyama, K., Nishida, K. and Watanabe, T., Basics of acoustic engineering, Vibration and acoustics for mechanical engineering, SAIENSU-SHA Co.,Ltd. (1989), pp.152-179 (in Japanese).
- Young, D. and Texas, A., Vibration of rectangular plates by Ritz method, Transactions of the ASME Journal of Applied Mechanics, Vol.17 (1950), pp.448-453.