二次元鈍頭物体の抗力に対する脈動流の影響

井芹 鴻樹^{*1}, Jay Prakash GOIT^{*2}, 亀田 孝嗣^{*2}

Effect of pulsatile flow to drag of a two-dimensional bluff body

Kouki ISERI^{*1}, Jay Prakash GOIT^{*2} and Takatsugu KAMEDA^{*2}^{*1} Graduate School of System Engineering, Kindai University

1 Umenobe, Takaya, Higashihiroshima-shi, Hiroshima 739-2116, Japan

^{*2} Department of Mechanical Engineering, Kindai University

1 Umenobe, Takaya, Higashihiroshima-shi, Hiroshima 739-2116, Japan

Received: 27 November 2020; Revised: 19 January 2021; Accepted: 9 February 2021

Abstract

Drag and velocity measurement on a two-dimensional bluff body has been performed in a pulsatile flow. Circular and rectangular cylinders were selected in the present study. The projected width and length of the cylinders were $d = 30$ mm and $L = 300$ mm, respectively. The cycle-averaged velocity was $\langle V_\theta \rangle \cong 15$ m/s and the amplitude was in the range of $V'_{\theta m} = 0.45$ to 3.6 m/s. The pulsation period of the flow was set in the range of $T = 1.5$ to 10.0 s. The Reynolds number based on the phase-averaged mean velocity and the projected width was in the range of $Re_\theta = 20000$ to 40000. The cycle-averaged drag coefficient increases with the root mean value of the deviation from the cycle-averaged velocity of approaching flow to the cylinder. The cycle-averaged drag coefficient for $T < 6.0$ s ($T\langle V_\theta \rangle/d < 3.0 \times 10^3$) increases compared with that estimated from the drag coefficient in the steady flow. For $T \geq 6.0$ s ($T\langle V_\theta \rangle/d \geq 3.0 \times 10^3$), the drag coefficient of the steady flow can be used to calculate the cycle-averaged drag. The effect of the pulsation period on the phase-averaged drag occurs during temporal deceleration of the pulsatile flow and can be related with the increase of the velocity deficit and width in the wake behind the cylinder. The phase-averaged drag will be represented as the sum of the momentum deficit due to the phase-averaged flow, which contributes to the cycle-averaged drag, and the pressure gradient by the pulsatile flow. This can be formulated semi-empirically with the cycle-averaged value of the phase-averaged drag coefficient, phase-averaged velocity and the derivative of the pulsatile flow with respect to time.

Keywords : Unsteady flow, Pulsatile flow, Two-dimensional bluff body, Drag, Wake

1. 緒 言

非定常流中に置かれた物体周りの流れは、自動車、橋梁およびビル等の物体に作用する流体力の評価、伝熱や物質混合の促進の観点で工学上興味ある現象である。これらに関して、非定常流の一つである脈動流（周期的に流体の速度の大きさが変化する流れ）中における研究（例えば、Zierenberg et al., 2006; Gupta et al., 2020; Konstantinidis and Liang, 2011）も数多くみられる。脈動流中における二次元物体の抗力 D (N/m) は、一般的に Morison ら（1950）によって提案された式（1）で表現される。

$$D(t) = C_{m\rho a} \frac{dV(t)}{dt} + C_D \frac{1}{2} \rho V(t) |V(t)| d \quad (1)$$

式（1）中、 C_D および C_m はそれぞれ抗力係数および慣性（あるいは質量）係数、 ρ は流体密度、 a は物体断面積、 d は物体投影幅および $V(t)$ は物体上流速度である。 C_D および C_m は測定値に合うように決定され、 t に関して定数として取り扱われている。式（1）の右辺第一項は物体により排除された流体質量に作用した物体上流の加速度によ

って生じた慣性力(付加質量項とも呼ばれる.), 第二項は物体により生じた運動量欠損による抗力と解釈される. 物体上流の脈動流は式(2)で表され, 式(2)中の T は脈動周期, $\langle V_\theta \rangle$ は周期平均速度および $V'_{\theta m}$ は脈動振幅である.

$$V(t) = \langle V_\theta \rangle + V'_{\theta m} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \quad (2)$$

式(2)で表される脈動流中に置かれた物体に作用する抗力 D は, 位相角として $\theta = 2\pi t/T$ を導入すると, $D = f(\theta, T, V'_{\theta m}, \langle V_\theta \rangle, d, \rho, \mu)$ の関係となることが期待される. 次元解析により, $V'_{\theta m}/\langle V_\theta \rangle > 1$ のとき代表速度として $V'_{\theta m}$ を選ぶと $D/(1/2 \cdot \rho V'^2_{\theta m} d) = F_1(\theta, TV'_{\theta m}/d, V'_{\theta m}d/\nu, V'_{\theta m}/\langle V_\theta \rangle)$, 一方 $V'_{\theta m}/\langle V_\theta \rangle < 1$ のとき代表速度として $\langle V_\theta \rangle$ を選ぶと $D/(1/2 \cdot \rho \langle V_\theta \rangle^2 d) = F_2(\theta, T\langle V_\theta \rangle/d, \langle V_\theta \rangle d/\nu, V'_{\theta m}/\langle V_\theta \rangle)$ と定式化される. ここで, μ は流体粘度および ν は動粘度である. 関数 F_1 中の $TV'_{\theta m}/d$ はKeulegan-Carpenter数(Keulegan and Carpenter, 1958)と呼ばれ, 例えば海洋に設置された構造物に対する波の影響等の解明において使用されてきた. 一方, 関数 F_2 中の無次元脈動周期 $T\langle V_\theta \rangle/d$ はKonstantinidis and Liang (2011)の解析において導入されている無次元量である. ただし, 彼らは脈動周期 T の代わりに脈動周波数 $f_p (= 1/T)$ を使用している. 二次元円柱において, 彼らは $V'_{\theta m} \ll \langle V_\theta \rangle$ であるとき, $T\langle V_\theta \rangle/d > 25$ で式(1)の右辺第二項が, 一方 $T\langle V_\theta \rangle/d < 5$ で第一項が抗力 $D(t)$ に対して支配的になることを推察している. 第一項が主となる場合では, 物体の共振現象(例えば, Chen et al., 2009)や物体後流の同期現象(例えば, Konstantinidis and Liang, 2011)に着目して研究がなされてきた. 第二項が主となる場合には, 共振現象や同期現象は考慮されないが, 物体上流の流れの加速や減速に伴う圧力変化が物体後流に変化を生じさせ, 抗力に影響を及ぼすことが考えられる.

自然風のような非定常流は乱流変動が幅広い周期の速度変動から構成されており, 乱流エネルギーに対して主たる寄与をなす速度変動周期における抗力の特性を理解すれば, 近似的に抗力が見積もられるであろう. 自然風の主たる乱流変動の周期は $T = 0. (10^2 \text{ s})$ (Van der Hoven, 1957)であり, 平均速度を $\langle V_\theta \rangle = 0. (10 \text{ m/s})$ および対象とする物体の代表寸法を $d = 0. (1 \text{ m}) \sim 0. (10 \text{ m})$ 程度(自動車や小型風車に対応)とすれば, $T\langle V_\theta \rangle/d = 0. (10^2) \sim 0. (10^3)$ となり, 抗力に対して式(1)右辺第二項が重要となる.

そこで, 本研究では抗力に対して式(1)右辺第二項が主たる寄与をなす $T\langle V_\theta \rangle/d$ の条件において, 脈動流が物体周りの流れに及ぼす影響を抗力および速度場の周期・位相平均量から調査することを目的とする. さらに, 本結果に基づき, 定常流と同等と取り扱える脈動条件を明らかにする.

2. 実験装置および実験条件

2・1 風洞装置および計測機器

図1に本実験に使用した風洞実験装置測定部の概略図を示す. 送風機の吹き出し口は一辺 $H = 600 \text{ mm}$ の正方形断面で, 測定部は入口高さ 580 mm および流れ方向長さ 1400 mm である. 定常流において, 測定部入口部における壁面近傍(壁面から 50 mm 未満の領域)を除いた断面内の時間平均流れ方向速度は断面中心位置における時間平均流れ方向速度に対して 1.0% 以内で, 流れ方向乱れ強さは 0.7% 以下であった. 測定部側面部での境界層発達による流体の加速の影響を除去するために, 測定部上壁面を流れ方向に対して上方に約 0.6° 傾斜させている. これにより, 測定部中心断面位置における任意の流れ方向位置の時間平均流れ方向速度の増加は, 吹き出し口の速度に対して 1.0% 以内に抑えられている. 実験に使用した物体は物体表面上ではなく離が生じる円柱および角柱で, それぞれ市販の亚克力製のパイプ(外径 30 mm , 肉厚 5 mm)および板(板厚 5 mm)により製作された. それらの寸法は流れに対する閉塞効果を考慮(鈴木, 平野, 1978)して長さ $L = 300 \text{ mm}$ および流れ方向の投影幅 $d = 30 \text{ mm}$ とした. 吹き出し口断面積に対する物体の流れ方向投影面積の比は 2.5% および物体のアスペクト比は 10 (山田他, 1989)である. 各柱の両端には流れの二次元性を確保するために端板が備えられている. 端板の厚みは 2 mm および外径は物体幅の 5 倍(山田他, 1989)である. 下端の端板と測定部下壁面との距離は, 測定部断面内の時間平均流れ方向速度の一様性を考慮して 50 mm とした. 座標系として, 物体断面中心位置を原点として流れ方向に x , 物体中心軸ならびに流れ方向軸に対して垂直な方向を y とした. また, 下壁面を原点とした物体中心軸に平行な方向を z とした.

Fig.1 Test section of wind tunnel, experimental apparatus and coordinate system. The size of the nozzle exit has 600 mm × 600 mm and the test section is 1400 mm in streamwise length. The projected area of a bluff body is 30 mm in width and 300 mm in length. The drag acting on a bluff body was measured with 3 component force meter.

物体に作用する流体力および物体上流近傍 ($x = -25$ mm, $y = 110$ mm および $z = 465$ mm の位置) の流れ方向速度の計測には、三分力計 (日章電機社製 LMC-3502-20N) および熱線流速計 (日本カノマックス社製 7000 Ser.) を使用した。三分力計からの電圧信号は増幅器 (入力信号を 40 倍して出力) を介して AD 変換され、熱線流速計からの電圧信号は直接 AD 変換され、パソコンに取り込まれた。定常流における計測ではサンプリング間隔を 0.01 s で取込時間を約 10 s 間、脈動流ではサンプリング間隔を $T/30$ s 以下 (T は脈動周期である) で取込時間を約 50 周期分とした。物体後流の速度計測の際にはサンプリング間隔を $T/10000$ s および取込時間を約 50 周期分とした。後流の計測位置は $x = 750$ mm ($x/d = 25$) および $z = 202$ mm (物体スパン中央) の位置で、円柱では $y = -150 \sim 150$ mm, 角柱では $y = -200 \sim 200$ mm の範囲を 10 mm 間隔で計測した。この位置で計測された定常流の円柱および角柱の最大速度欠損と半値幅で無次元化された速度欠損分布は Wygnanski et al. (1986) の結果と良好に一致し、相似な分布となっていた。本研究における抗力計測の不確かさは、時間平均流れ方向速度 $V_s \cong 15$ m/s のもとで 10 回測定した時間平均抗力値のバラツキと三分力計の出力の直線性から評価すると 2.6 % 以内と見積もられた。熱線計測の不確かさは、定常流での後流の時間平均流れ方向速度に対して 1.6 % 以内であった。

2・2 脈動流

脈動流は、送風機の回転数制御ならびに動翼制御システムを備えた風洞設備 (日本カノマックス社製) により実現された。表 1 に実験条件を示す。脈動流の周期平均流れ方向速度は $\langle V_\theta \rangle \cong 15$ m/s および周期変動流れ方向速度 V'_θ の振幅は $V'_{\theta m} \cong 0.45 \sim 3.6$ m/s の範囲とした。ここで、脈動流の位相平均流れ方向速度 V_θ は $\langle V_\theta \rangle$ と V'_θ を用いて式 (3) で表される。

$$V_\theta = \langle V_\theta \rangle + V'_\theta \quad (3)$$

物体投影幅 d および位相平均流れ方向速度 V_θ に基づくレイノルズ数 $Re_\theta (= V_\theta d / \nu, \nu$ は動粘度である) は、 $Re_\theta \cong 20000 \sim 40000$ の範囲である。この Re_θ 数の範囲において、定常流中に置かれた円柱および角柱の抗力係数 C_{Ds} 値はほぼ一定となることが知られている (日本機械学会, 1986; Lindsey, 1938)。脈動周期は $T = 1.5 \sim 10.0$ s の範囲とした。このとき、無次元脈動周期 $T \langle V_\theta \rangle / d \cong 7.5 \times 10^2 \sim 5.0 \times 10^3$ である。さらに、 C_{Ds} 値がほぼ一定となる場合のストローハル数は円柱で約 0.20 (日本機械学会, 1986) および角柱で約 0.12 (中口他, 1968) であることから、本実験における $\langle V_\theta \rangle$ と d の値からカルマン渦列の発生周期 T_k は円柱で $T_k \cong 0.010$ s および角柱で 0.017 s と評価され、本脈動周期条件はカルマン渦列の発生周期に比べ十分大きい。以上より、物体抗力に対して式 (1) 右辺第一項の値が小さいとして脈動流の影響が議論可能である。なお、本可変風洞装置の性能上、各脈動周期において発生可能な脈動振幅 $V'_{\theta m}$ の範囲は異なる。

Table 1 Experimental conditions of circular and rectangular cylinders. T , $\langle V_\theta \rangle$ and $V'_{\theta m}$ are pulsation period, cycle-averaged streamwise velocity and pulsation amplitude of pulsatile flow, respectively. Re_θ is the Reynolds number based on phase-averaged streamwise velocity, V_θ , of the pulsatile flow and projected-width, d , of a two-dimensional bluff body. The value of Re_θ in the table gives the range of the Reynolds number for the maximum velocity amplitude. $T\langle V_\theta \rangle/d$ is the dimensionless pulsation period.

T (s)	1.5	2.0	4.0	6.0	8.0	10.0
$\langle V_\theta \rangle$ (m/s)	15					
$V'_{\theta m}/\langle V_\theta \rangle$	0.066 – 0.15	0.067 – 0.21	0.064 – 0.24	0.030 – 0.14	0.063 – 0.17	0.066 – 0.20
Re_θ	$2.5 \times 10^4 - 3.4 \times 10^4$	$2.3 \times 10^4 - 3.5 \times 10^4$	$2.2 \times 10^4 - 3.7 \times 10^4$	$2.5 \times 10^4 - 3.3 \times 10^4$	$2.4 \times 10^4 - 3.4 \times 10^4$	$2.3 \times 10^4 - 3.5 \times 10^4$
$T\langle V_\theta \rangle/d$	7.5×10^2	1.0×10^3	2.0×10^3	3.0×10^3	4.0×10^3	5.0×10^3

Fig.2 Phase-averaged pulsatile flow profiles. These figures show the phase-averaged pulsatile flows with $T = 1.5$ and 10.0 s upstream of a bluff body. Circle symbol data were measured with hot-wire and anemometer. Solid lines indicate sinusoidal function drawn with different pulsation amplitudes.

図2に脈動周期 $T = 1.5$ s ($T\langle V_\theta \rangle/d \cong 7.5 \times 10^2$) および $T = 10.0$ s ($T\langle V_\theta \rangle/d \cong 5.0 \times 10^3$) の脈動流の周期変動速度 V'_θ の測定結果を示す。縦軸は周期変動速度 V'_θ および横軸は位相角 θ である。 V'_θ 値は約50周期分の測定値を位相平均して得られた。位相角 $\theta = 0, 90, 180$ および 270° における位相平均流れ方向速度で無次元化された流れ方向乱れ強さは $0.4 \sim 0.9\%$ であり、定常流での流れ方向乱れ強さ (0.7% 以下) と同程度であった。図2中の○印は測定値で、実線は測定された周期変動速度 V'_θ の振幅 $V'_{\theta m}$ より表現された正弦波である。 $T = 1.5$ および 10.0 sの結果とも減速時の位相角範囲 ($90^\circ \leq \theta \leq 270^\circ$) で実線の正弦波との差が大きい。本可変風洞の性能上、脈動流は完全な正弦波で生じさせられない。そこで、約30周期分のデータをFFT解析し、脈動流の特性を調査した。設定脈動周期 T は脈動流の基本周期 T_f と2.4%以内で一致していた。また、測定値の脈動流を構成する主たる三角関数の無次元周期 ($\langle V_\theta \rangle$ と d で無次元化された値である。) は 7.1×10^2 以上であり、完全な正弦波でない脈動流である本条件においても式(1)右辺第一項の値が物体抗力に対して小さいと判断される。

3. 実験結果および考察

3.1 定常流における抗力係数

本研究で使用した抗力測定装置の妥当性を検討するために、定常流で抗力計測を実施した。図3に円柱および角柱の抗力係数 C_{DS} のレイノルズ数 Re に対する変化を示す。縦軸は C_{DS} および横軸は Re である。 C_{DS} および Re は式(4)および(5)で定義される。

Fig.3 Drag coefficient for steady flow. The present drag coefficients of circular and rectangular cylinders in steady flow are almost constant in the range of $Re \approx 20000$ to 40000 and well consistent with those of JSME (1986) and Lindsey (1938).

$$C_{DS} = D_S / \left(\frac{1}{2} \rho V_S^2 d \right) \quad (4)$$

$$Re = V_S d / \nu \quad (5)$$

式 (4) および (5) において、 D_S は時間平均抗力 (N/m)、 ρ は空気密度、 V_S は物体上流の時間平均流れ方向速度および d は物体投影幅である。図 3 中の半黒の○および□印は日本機械学会 (1986) および Lindsey (1938) による二次元円柱および角柱の C_{DS} 値である。円柱および角柱の本結果は図示した Re 数の範囲においてほぼ一定 (円柱では $C_{DS} \approx 1.19$, 角柱では $C_{DS} \approx 2.02$ である。) で、日本機械学会 (1986) および Lindsey (1938) の結果と良好に一致している。この結果より、本装置による抗力計測は妥当であると判断した。

3・2 脈動流の周期平均抗力への影響

抗力に対して式 (1) の右辺第一項が小さく、かつ位相角 θ における抗力係数が定常流の結果で表されると、位相角 θ における位相平均抗力 D_θ は θ における位相平均流れ方向速度 V_θ を用いて式 (6) で表現される。

$$D_\theta = C_{DS} \frac{1}{2} \rho V_\theta^2 d \quad (6)$$

式 (6) に式 (3) を代入し、周期平均を行うと、

$$\langle D_\theta \rangle = C_{DS} \frac{1}{2} \rho (\langle V_\theta \rangle^2 + \langle V_\theta'^2 \rangle) d \quad (7)$$

と表される。ここで、 C_{DS} は定常流の抗力係数である。式 (7) から、 $\langle D_\theta \rangle$ を脈動流の周期平均流の動圧 ($1/2 \cdot \rho \langle V_\theta \rangle^2$) および物体投影幅で無次元化した周期平均抗力係数 $\langle C_D \rangle$ は

$$\langle C_D \rangle \left(= \frac{\langle D_\theta \rangle}{1/2 \cdot \rho \langle V_\theta \rangle^2 d} \right) = C_{DS} \left(1 + \frac{\langle V_\theta'^2 \rangle}{\langle V_\theta \rangle^2} \right) \quad (8)$$

となる。さらに、式 (8) を変形し、

$$\frac{\langle C_D \rangle}{C_{DS}} = 1 + \alpha \frac{\langle V_\theta'^2 \rangle}{\langle V_\theta \rangle^2} \quad (9)$$

Fig.4 Cycle-averaged drag coefficient for pulsatile flow. Figure 4-(a) and (b) give the results of circular and rectangular cylinders, respectively. The drag coefficients of both cylinders increase linearly with the variance of pulsatile flow. For $T < 6.0$ s, the drag coefficients are larger than those calculated from the drag coefficients of the steady flow.

と表わす. 式 (9) 中の α は比例定数で, 定常流の C_{DS} 値から $\langle C_D \rangle$ 値が得られるとき $\alpha = 1$ である. 式 (9) の関係に基づき, 図 4 に三分力計で得られた円柱および角柱における $\langle C_D \rangle / C_{DS}$ の $\langle V_{\theta}'^2 \rangle / \langle V_{\theta} \rangle^2$ に対する変化を黒線の記号で示す. 図 4 中の実線は $\alpha = 1$ とした式 (9) である. また, 一点鎖線群は, 各脈動周期の測定結果を直線近似したものである. 図 4 の円柱および角柱の $\langle C_D \rangle / C_{DS}$ 値は, 全ての脈動周期 T において $\langle V_{\theta}'^2 \rangle / \langle V_{\theta} \rangle^2$ に対して直線的に増加する. $T \geq 6.0$ s ($T \langle V_{\theta} \rangle / d \geq 3.0 \times 10^3$) の結果は $\alpha = 1$ とした実線と良好に一致しているが, $T < 6.0$ s では T 値が減少すると破線で示した直線の傾きが大きくなり, 実線からのズレが大きくなる. ここで, 脈動周期による周期平均抗力係数の変化が物体下流 $x/d = 25$ の位置で計測された流れ方向速度分布から求められる $\langle C_D \rangle$ 値でも表現できることを確認した. 任意の y 位置における位相平均流れ方向速度 U_{θ} の周期平均を $\langle U_{\theta} \rangle$ と表し, 流れの二次元性が確保されていることおよび位相角 θ における位相平均流れ方向速度の周期平均流れ方向速度からの偏差が小さいことを考慮すれば, $\langle C_D \rangle$ は定常流の場合と同様 (Tennekes and Lumley, 1972) に

$$\langle C_D \rangle \cong 2 \frac{\langle \delta_m \rangle}{d}, \quad \text{where } \langle \delta_m \rangle \cong \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\langle U_{\theta} \rangle}{\langle V_{\theta} \rangle} \left(1 - \frac{\langle U_{\theta} \rangle}{\langle V_{\theta} \rangle} \right) dy \quad (10)$$

で与えられる. 式 (10) 中の $\langle \delta_m \rangle$ は周期平均された運動量厚さである. 無次元脈動振幅 $V'_{\theta m} / \langle V_{\theta} \rangle \cong 0.15$ の $T = 1.5$, 2.0 および 4.0 s の条件で式 (10) に基づいて評価した結果を図 4 中に赤線の記号で示す. 記号の種類は前述の三分力計で測定された各脈動周期の結果と対応させている. なお, 定常流の C_{DS} 値は式 (10) 中の $\langle U_{\theta} \rangle$ および $\langle V_{\theta} \rangle$ を時間平均値として算出し, 三分力計での測定値と 1.0 % 以内で一致していた. 式 (10) に基づき算出された $\langle C_D \rangle / C_{DS}$ 値は三分力計で得られた結果と概ね一致している. この結果は脈動流における三分力計の抗力測定値が妥当であることを意味する.

次に, 図 5 に図 4 の各脈動周期における比例係数 α と無次元脈動周期 $T \langle V_{\theta} \rangle / d$ の関係図を示す. 図 5 中の $\circ$ および $\square$ 印は, それぞれ円柱および角柱の結果である. 円柱および角柱の α 値は本無次元脈動周期の範囲で概ね一致し, $T \langle V_{\theta} \rangle / d < 3.0 \times 10^3$ において $T \langle V_{\theta} \rangle / d$ 値の増加に伴い減少し, $T \langle V_{\theta} \rangle / d \geq 3.0 \times 10^3$ ではほぼ一定 ($\alpha \cong 1.0$) となる. 本結果から, $T \langle V_{\theta} \rangle / d \geq 3.0 \times 10^3$ において周期平均抗力は定常流の抗力係数を利用して評価することができる.

3・3 脈動流の位相平均抗力への影響

図 4 において定常流の抗力係数を利用して得られた実線と測定値が良好に一致する場合の脈動周期 $T = 10.0$ s と実線からのズレが最も大きい脈動周期 $T = 1.5$ s に限定して, 位相平均抗力に対する影響を調査する. 無次元脈動振幅は $V'_{\theta m} / \langle V_{\theta} \rangle \cong 0.15$ ($\langle V_{\theta}'^2 \rangle / \langle V_{\theta} \rangle^2 \cong 0.012$) とした. 図 6 に円柱および角柱において三分力計で測定された抗力の位相平均値と式 (6) に定常流の抗力係数 C_{DS} および測定された位相平均速度 V_{θ} を代入して得られた結果を比較

Fig.5 Variation of the coefficient in Eq.(9) to the non-dimensional pulsation period. The coefficients of circular and rectangular cylinders are well consistent in the range of the present non-dimensional pulsation periods. The coefficients decrease with $T\langle V_\theta \rangle/d$ for $T\langle V_\theta \rangle/d < 3.0 \times 10^3$ and then are almost constant for $T\langle V_\theta \rangle/d \geq 3.0 \times 10^3$.

している．赤線が三分力計での測定値，黒線は式 (6) に定常流における円柱および角柱の C_{DS} 値を代入して得られたものである．位相平均抗力で無次元化された位相角 $\theta = 0, 90, 180$ および 270° における抗力の標準偏差は 8.6 ～ 13.3 % で，後述の物体上流の位相平均流れ方向速度で無次元化された後流中心位置における流れ方向乱れ強さと同程度であった． $T = 10.0$ s では，円柱および角柱の結果とともに三分力計による測定値が定常流の C_{DS} 値から得られた式 (6) の位相平均値と概ね一致 ($T = 6.0$ および 8.0 s の結果も同様であった．) しており，位相平均抗力も定常流の結果を利用して評価できる．一方， $T = 1.5$ s では円柱および角柱の結果とともに主として減速時に赤線の測定値は黒線に比べ大きい．円柱では最大 6.1 %，角柱では最大 4.7 % 増加している．図示していないが，減速時における両者の差は脈動周期の増加により減少していた．加速時には赤線の測定値と式 (6) の黒線の両者は一致し，加速の影響はみられない．しかし， C_{DS} を $\langle C_D \rangle / (1 + \langle V_\theta^2 \rangle / \langle V_\theta \rangle^2)$ に置き換えた式 (6) (後述の式 (13) の右辺第一項に対応する．) と測定値と比較すると，測定値は C_{DS} を $\langle C_D \rangle / (1 + \langle V_\theta^2 \rangle / \langle V_\theta \rangle^2)$ とした式 (6) に対して加速時には減少，一方減速時には増加していた．

減速時に位相平均抗力が増加する要因を明らかにするために， $x/d = 25$ の下流位置で流れ方向速度分布を計測した．後流と主流の流れを同時計測し，主流の脈動変化に基づいて位相平均した速度欠損分布を図 7 に示す．図 7 中には加速および減速時の代表的な位相角として $\theta = 0$ および 180° を中心として $|\Delta\theta| \leq 30^\circ$ の範囲で位相平均流れ方向速度を平均した結果を示す．なお， $|\Delta\theta| \leq 30^\circ$ の範囲における位相平均抗力は， $\theta = 0^\circ$ では図 6 において定常流の抗力係数を利用して描かれた黒線と良好に一致し，一方 $\theta = 180^\circ$ では黒線より増加している．この演算処理は，速度分布データの収束性を向上させるために実施された．ここで， $\theta = 0$ および 180° において評価された乱れ強さについて述べておく．物体上流の位相平均流れ方向速度で無次元化された $\theta = 0$ および 180° の後流中心位置 ($y = 0$) における流れ方向乱れ強さは 9.4 ～ 12.1 % で，定常流の結果 (円柱では 10.9 % および角柱では 13.6 % である．) と同程度であった．縦軸は位相平均流れ方向速度 V_θ および高さ y における位相平均流れ方向速度 U_θ を $\Delta\theta = \pm 30^\circ$ の範囲で平均した速度 $\langle V_\theta \rangle_{\Delta\theta}$ および $\langle U_\theta \rangle_{\Delta\theta}$ の差 $\langle U_{d\theta} \rangle_{\Delta\theta} (= \langle V_\theta \rangle_{\Delta\theta} - \langle U_\theta \rangle_{\Delta\theta})$ を $\langle V_\theta \rangle_{\Delta\theta}$ で，横軸は y を物体投影幅 d で無次元化したものである．さらに，図 7 中には参照データとして定常流の結果も合わせて示す．

$\theta = 0^\circ$ の $\langle U_{d\theta} \rangle_{\Delta\theta} / \langle V_\theta \rangle_{\Delta\theta}$ 分布は定常流の結果と良好に一致しており，加速の影響は速度欠損分布にはみられない．一方， $\theta = 180^\circ$ の $\langle U_{d\theta} \rangle_{\Delta\theta} / \langle V_\theta \rangle_{\Delta\theta}$ 分布は $\theta = 0^\circ$ および定常流の結果に比べ，速度欠損量および速度欠損領域の幅が若干大きくなっている．表 2 に図 7 から評価された最大速度欠損 $U_{d\theta}|_{max}$ および半値幅 b の値を示す．円柱および角柱における $\theta = 0^\circ$ の $U_{d\theta}|_{max} / \langle V_\theta \rangle_{\Delta\theta}$ および b/d 値は定常流のそれらと良好に一致しているが， $\theta = 180^\circ$ では大きくなっている．表 2 中に示していないが，周期平均速度分布の $U_{d\theta}|_{max} / \langle V_\theta \rangle_{\Delta\theta}$ (円柱では 0.179，角柱では 0.227 である．) および b/d (円柱では 1.91，角柱では 2.63 である．) に対して若干ではあるが $\theta = 0^\circ$ の結果は減少， $\theta = 180^\circ$ の結果は増加する傾向であった．ここで，図 7 の $\theta = 0$ および 180° の結果を用いて， $|\Delta\theta| \leq 30^\circ$ の範囲で平均された抗力 $\langle D_\theta \rangle_{\Delta\theta}$ を $|\Delta\theta| \leq 30^\circ$ の範囲における位相平均速度 (V_θ および U_θ) の $\langle V_\theta \rangle_{\Delta\theta}$ および $\langle U_\theta \rangle_{\Delta\theta}$ からの偏差が小さいとして式 (11) から算出した．

Fig.6 Phase-averaged drag for pulsation period $T = 1.5$ and 10.0 s with non-dimensional pulsation amplitude $V'_{\theta m}/\langle V_{\theta} \rangle \cong 0.15$.

Figures 6(a) and (b) gives results of circular and rectangular cylinders. The phase-averaged drags for $T = 10.0$ s of both cylinders are well consistent with the profiles calculated from Eq.(6) with the drag coefficients of steady flow. For $T = 1.5$ s, the drags increase when the phase-averaged velocity is decelerating. The increment of the drag can be related with the velocity deficit profile.

$$\langle D_{\theta} \rangle_{\Delta\theta} \cong \rho \langle V_{\theta} \rangle_{\Delta\theta}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\langle U_{\theta} \rangle_{\Delta\theta}}{\langle V_{\theta} \rangle_{\Delta\theta}} \left(1 - \frac{\langle U_{\theta} \rangle_{\Delta\theta}}{\langle V_{\theta} \rangle_{\Delta\theta}} \right) dy \quad (11)$$

式 (11) から求められた抗力 $\langle D_{\theta} \rangle_{\Delta\theta}$ は、円柱および角柱ともに図 6 に示した三分力計により測定された位相平均抗力値を $\theta = 0$ および 180° を中心として $|\Delta\theta| \leq 30^\circ$ の範囲で平均した値と 0.7 % 以内で一致していた。これより、図 6 の減速時における位相平均抗力の増加は後流の速度欠損量や欠損幅の増加と対応し、式 (1) の右辺第二項の運動量欠損が主要因である。

3・4 脈動流の位相平均抗力の表現

付加質量項を無視して、位相平均抗力 D_{θ} を位相角 θ で求まる位相平均抗力係数 $C_{D\theta}$ ($= D_{\theta}/(1/2 \cdot \rho V_{\theta}^2 d)$)を用いて、

$$D_{\theta} = C_{D\theta} \frac{1}{2} \rho V_{\theta}^2 d \quad (12)$$

と表す。 $C_{D\theta}$ を $C_{D\theta}$ の周期平均 $\langle C_{D\theta} \rangle$ とそれからのズレ量 $C'_{D\theta}$ で表し、式 (12) に代入すると、

$$D_{\theta} = \langle C_{D\theta} \rangle \frac{1}{2} \rho V_{\theta}^2 d + C'_{D\theta} \frac{1}{2} \rho V_{\theta}^2 d \quad (13)$$

となる。ここで、式 (13) の右辺第一項は周期平均抗力 $\langle D_{\theta} \rangle$ に寄与する位相平均流場において生じる運動量欠損、右辺第二項は脈動流の加減速に伴って生じる運動量欠損による D_{θ} への寄与項とする。式 (13) の右辺第二項を図 6 の測定値から評価すると、 $T = 1.5$ sの $\theta = 0$ および 180° においてそれぞれ円柱では -0.11 および 0.18 N/m、角柱

Fig.7 Averaged velocity deficit profiles in the range of $|\Delta\theta| \leq 30$ degrees at phase $\theta = 0$ and 180 degrees. Figures 7(a) and (b) gives results of circular and rectangular cylinders. The profiles of both cylinders at $\theta = 0$ degrees well agree with those of the steady flow. However, at $\theta = 180$ degrees the magnitude of the velocity deficit and the width of the velocity deficit region are larger than those of $\theta = 0$ degrees and the steady flow.

Table 2 Maximum velocity deficit, $U_{d\theta}|_{max}$, and half width, b , of the averaged velocity deficit profile near phase $\theta = 0$ and 180 degrees. The values of $U_{d\theta}|_{max}/\langle V_\theta \rangle_{\Delta\theta}$ and b/d at $\theta = 0$ degrees are almost same with those of the steady flow. $U_{d\theta}|_{max}/\langle V_\theta \rangle_{\Delta\theta}$ and b/d at $\theta = 180$ degrees take larger value compared with those of $\theta = 0$ degrees and the steady flow.

	Circular cylinder			Rectangular cylinder		
Phase angle θ	Steady flow	0 degrees	180 degrees	Steady flow	0 degrees	180 degrees
$U_{d\theta} _{max}/\langle V_\theta \rangle_{\Delta\theta}$	0.176	0.176	0.182	0.222	0.219	0.232
b/d	1.84	1.86	1.97	2.56	2.55	2.69

では -0.21 および 0.28 N/m であり, 前述した $\theta = 0$ および 180° の位相平均速度分布の周期平均速度分布からの変化と対応する. ここで, $C'_{D\theta}/\langle C_{D\theta} \rangle = O.(10^{-1})$, $V'_\theta/\langle V_\theta \rangle = O.(10^{-1})$ であること, および $\langle C'_{D\theta} V'_\theta \rangle/\langle V_\theta \rangle$ が十分小さい (本実験結果から, $O.(10^{-4})$ 程度である.) ことから, $\langle C_{D\theta} \rangle$ は周期平均抗力係数 $\langle C_D \rangle$ を用いて,

$$\langle C_{D\theta} \rangle \cong \frac{\langle C_D \rangle}{1 + \langle V_\theta'^2 \rangle / \langle V_\theta \rangle^2} \quad (14)$$

と表すことができ, 測定結果は式 (14) と良好に一致することが確認された. 脈動周期 $T \geq 6.0 \text{ s}$ ($T\langle V_\theta \rangle/d \geq 3.0 \times 10^3$) では, 式 (14) の右辺は式 (8) から定常流の抗力係数 C_{Ds} と等しくなる. 主流で成立するオイラーの方程式は

$$\frac{dV_\theta}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{dP_\theta}{dx} \quad (15)$$

と表せ, 脈動流の加減速は流れ方向の圧力勾配と対応する. 圧力勾配による後流の最大速度欠損および半値幅の変化 (Liu et al., 2002) が脈動流の場合でも生じ, 式 (13) の右辺第二項の運動量欠損が引き起こされると考える. 物体を取り囲む検査領域を考慮し, 検査領域の表面に作用する圧力による力 (外力) を評価する. 検査領域の流れ方向 (x) の大きさを $C_x d$ および高さ方向 (y) の大きさを $C_y d$ と表す. d は物体投影幅で, C_x および C_y は係数で $C_x \sim C_y = O.(10)$ 程度であろう. 検査領域内の流体に対して作用する流れ方向の圧力による力 F_p (N/m) は

$$F_p = -C_x C_y d^2 \frac{dP_\theta}{dx} = -\beta a \frac{dP_\theta}{dx} = \beta a \rho \frac{dV_\theta}{dt} \quad (16)$$

Fig.8 Comparison between measured drag and Eq.(17). Figures 8(a) and (b) gives results of circular and rectangular cylinders.

The measured drags of circular and rectangular cylinders can be represented by Eq.(17) with the coefficient $\beta \cong 14.3$ for circular cylinder and $\beta \cong 19.1$ for rectangular cylinder. The difference between the measured value and Eq.(17) is within 1.0 %.

と表される．ここで， a は物体断面積で $a = C_a d^2$ (C_a は円柱では $C_a = \pi/4$ ，角柱では $C_a = 1$ となる．) および係数 β は $\beta = C_x C_y / C_a$ である．式 (16) は式 (1) の右辺第一項の付加質量項と同様な形であるが，係数の意味が異なる．式 (1) では物体に排除された流体質量に関する係数であるのに対し，式 (16) では検査領域の大きさに関する係数である．式 (16) が負であるとき運動量欠損を増加させると考え，式 (13) を式 (17) で表す．

$$D_\theta = \langle C_{D\theta} \rangle \frac{1}{2} \rho V_\theta^2 d - \beta \rho a \frac{dV_\theta}{dt} \quad (17)$$

係数 β は，測定値から求められた式 (13) の右辺第二項の $\rho a dV_\theta/dt$ に対する変化を直線近似して決定された．脈動周期 $T = 1.5, 2.0$ および 4.0 s，無次元脈動振幅 $V'_{\theta m}/\langle V_\theta \rangle \cong 0.10$ および 0.15 の条件で評価したところ，脈動周期および無次元脈動振幅によらず， β はほぼ一定（円柱では $\beta \cong 14.3$ ，角柱では $\beta \cong 19.1$ である．）であった．図 8 に $V'_{\theta m}/\langle V_\theta \rangle \cong 0.15$ の $T = 1.5$ sの条件で円柱および角柱において三分力計で測定された位相平均抗力値と式 (17) により評価された結果を比較している．赤線が三分力計で測定された位相平均抗力値，黒線は式 (17)（円柱では $\beta \cong 14.3$ ，角柱では $\beta \cong 19.1$ を使用している．）である．さらに，式 (17) を $V'_{\theta m}/\langle V_\theta \rangle \cong 0.15$ の $T = 10.0$ sの結果に適用したものを図 8 中に合わせて示す． $T = 1.5$ および 10.0 sともに円柱および角柱の三分力計で計測された位相平均抗力値は式 (17) により良好に表現されている． $T = 10.0$ sにおいて，式 (17) の右辺第二項を考慮しても三分力計による測定値と良好に一致した理由は， $T = 10.0$ sでは dV_θ/dt 値が小さく，第二項の影響が明確に生じないためである．図 8 に図示していないが，他の脈動周期でも比較したところ，計測値と式 (17) は 1.0 %以内で一致していた．以上より，位相平均抗力 D_θ は位相平均抗力係数の周期平均 $\langle C_{D\theta} \rangle$ ，係数 β ，位相平均流れ方向速度 V_θ およびその時間的変化により表現可能である．

4. 結 言

定常流において円柱および角柱の抗力係数がほぼ一定になるレイノルズ数の範囲において、脈動周期が $T = 1.5 \sim 10.0$ sおよび脈動振幅が $V'_{\theta m} \cong 0.45 \sim 3.6$ m/sの範囲で脈動周期および脈動振幅が抗力に与える影響を調査した。以下に要約を示す。

- (1)円柱および角柱の周期平均抗力係数は周期変動速度の二乗平均値 $\langle V_{\theta}^2 \rangle / \langle V_{\theta} \rangle^2$ に対して直線的に増加する。脈動周期 $T \geq 6.0$ s ($T \langle V_{\theta} \rangle / d \geq 3.0 \times 10^3$) では、定常流の抗力係数を用いて周期平均抗力係数を表すことができる。一方、脈動周期 $T < 6.0$ s ($T \langle V_{\theta} \rangle / d < 3.0 \times 10^3$) では、 T 値が減少すると周期平均抗力係数は $T \geq 6.0$ sの結果に比べて大きくなる。
- (2)脈動周期 $T < 6.0$ s ($T \langle V_{\theta} \rangle / d < 3.0 \times 10^3$) における位相平均抗力への脈動周期の影響は脈動流の減速時に生じ、位相平均抗力を増加させる。この増加は物体後流の速度欠損量や欠損幅の変化によるもので、減速時である位相角 $\theta = 180^\circ$ の付近で平均化された速度欠損分布は加速時である位相角 $\theta = 0^\circ$ の付近で平均化されたものに比べて速度欠損および半値幅が大きくなる。
- (3)位相平均抗力の位相角による変化は、周期平均抗力に寄与する位相平均流場の運動量欠損と脈動流による圧力勾配により生じた運動量欠損を考慮することで表現することができる。

謝 辞

本研究を遂行するに当たって風洞実験を行ってくれた令和元年度学部4年生阿藻雅彦氏、二ノ宮大昌氏および令和二年度学部4年生河本昌樹氏、小島隆宏氏に感謝致します。

文 献

- Chen, C. C., Fang, F.-M., Li, L.-M. and Chung, C.-Y., Fluid forces on a square cylinder in oscillating flows with no-zero-mean velocities, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol.60 (2009), pp.79-93.
- Gupta, S., Patel, S. A. and Chhabra, R. P., Pulsatile flow of power-law fluids over a heated cylinder: flow and heat transfer characteristics, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol.152 (2020), Article No. 106330.
- 日本機械学会編, 機械工学便覧, 流体力学 Vol. A5 (1986), pp.99-100.
- Keulegan, G.H. and Carpenter, L.H., Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid, *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, Vol.60, No. 5 (1958), pp.423-440.
- Konstantinidis, E. and Liang, C., Dynamic response of a turbulent cylinder wake to sinusoidal inflow perturbations across the vortex lock-on range, *Physics of Fluids*, Vol.23 (2011), Article No. 075102.
- Lindsey, W. F., Drag of cylinders of simple shapes, NACA-TR-619, No.619 (1938), pp.169-176.
- Liu, X., Thomas, F. O. and Nelson, R. C., An experimental investigation of the planar turbulent wake in constant pressure gradient, *Physics of Fluids*, Vol.14, No.8 (2002), pp.2817-2838.
- Morison, J. R., O'Brien, M. P., Johnson, J. W. and Schaaf, S. A., The force exerted by surface wave on piles, *Petroleum Transactions, AIME*, Vol.189 (1950), pp.149-154.
- 中口博, 橋本貴久裕, 武藤真理, 矩形断面の柱の抗力に関する一実験, *日本航空学会誌*, Vol.16, No.168 (1968), pp.1-5.
- 鈴木鐸士, 平野敏右, 円柱まわりの流れにおよぼす流路幅の影響, *日本機械学会論文集*, Vol.44, No.385 (1978), pp.3044-3051.
- Tennekes, H. and Lumley, J. L., *A first course in turbulence* (1972), MIT Press, p.112.
- Van der Hoven, I., Power spectrum of horizontal wind speed in the frequency range from 0.0007 to 900 cycles per hour, *Journal of Meteorology*, Vol.14(1957), pp.160-164.
- Wynanski, I., Champagne, F. and Marasli, B., On the large-scale structures in two-dimensional, small-deficit, turbulent wakes, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.168 (1986), pp.31-71.
- 山田英巳, 大坂英雄, 岡野卓也, 円柱周りの流れに及ぼすフランジ型端板の影響, *山口大学工学部研究報告*, Vol. 39, No.2 (1989), pp.353-359.
- Zierenberg, J. R., Fujioka, H., Suresh, V., Bartlett, R. H., Hirschl, R. B. and Grotberg, J. B., Pulsatile flow and mass transport past a circular cylinder, *Physics of Fluids*, Vol.18 (2006), Article No.013102.

References

- Chen, C. C., Fang, F.-M., Li, L.-M. and Chung, C.-Y., Fluid forces on a square cylinder in oscillating flows with no-zero-mean velocities, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol.60 (2009), pp.79-93.
- Gupta, S., Patel, S. A. and Chhabra, R. P., Pulsatile flow of power-law fluids over a heated cylinder: flow and heat transfer characteristics, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol.152 (2020), Article No. 106330.
- JSME ed., JSME Mechanical Engineers' Handbook, Fluid Mechanics Vol. A5 (1986), pp.99-100 (in Japanese).
- Keulegan, G.H. and Carpenter, L.H., Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid, *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, Vol.60, No. 5 (1958), pp.423-440.
- Konstantinidis, E. and Liang, C., Dynamic response of a turbulent cylinder wake to sinusoidal inflow perturbations across the vortex lock-on range, *Physics of Fluids*, Vol.23 (2011), Article No. 075102.
- Lindsey, W. F., Drag of cylinders of simple shapes, *NACA-TR-619*, No.619 (1938), pp.169-176.
- Liu, X., Thomas, F. O. and Nelson, R. C., An experimental investigation of the planar turbulent wake in constant pressure gradient, *Physics of Fluids*, Vol.14, No.8 (2002), pp.2817-2838.
- Morison, J. R., O'Brien, M. P., Johnson, J. W. and Schaaf, S. A., The force exerted by surface wave on piles, *Petroleum Transactions, AIME*, Vol.189 (1950), pp.149-154.
- Nakaguchi, H., Hashimoto, K., Muto, S., An experimental study on aerodynamic drag of rectangular cylinders, *Journal of Japan Society of Aeronautical Engineering*, Vol.16, No.168 (1968), pp.1-5 (in Japanese).
- Suzuki, T., Hirano, T., Effect of the channel width on the flow past a circular cylinder, *Transactions of the JSME*, Vol.44, No.358 (1978), pp.3044-3051 (in Japanese).
- Tennekes, H. and Lumley, J. L., *A first course in turbulence* (1972), MIT Press, p.112.
- Van der Hoven, I., Power spectrum of horizontal wind speed in the frequency range from 0.0007 to 900 cycles per hour, *Journal of Meteorology*, Vol.14(1957), pp.160-164.
- Wynanski, I., Champagne, F. and Marasli, B., On the large-scale structures in two-dimensional, small-deficit, turbulent wakes, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.168 (1986), pp.31-71.
- Yamada, H., Osaka, H., Okano, T., The effect of flange type end plates on the flow around a circular cylinder, *Memoirs of the Faculty of Engineering, Yamaguchi University*, Vol. 39, No. 2 (1989), pp.353-359 (in Japanese).
- Zierenberg, J. R., Fujioka, H., Suresh, V., Bartlett, R. H., Hirschl, R. B. and Grotberg, J. B., Pulsatile flow and mass transport past a circular cylinder, *Physics of Fluids*, Vol.18 (2006), Article No.013102.