ミスチューンを有する翼・ディスク系の最適設計
(強制振動, 自励振動, 不釣り合い量の同時最適化)金子 康智^{*1}, 吉田 陸^{*2}, 渡邊 敏生^{*3}, 古川 達也^{*4}Study on the optimal design of mistuned bladed disk
(Simultaneous optimization of forced and self-excited vibration and amount of unbalance)Yasutomo KANEKO^{*1}, Riku YOSHIDA^{*2}, Toshio WATANABE^{*3} and Tatsuya FURUKAWA^{*4}^{*1,2}Department of Mechanical and Systems Engineering, Ryukoku University

1-5 Yokotani, Seta Oe-cho, Otsu-shi, Shiga 520-2194, Japan

^{*3}Mitsubishi Heavy Industries, Ltd.

2-1-1 Shinhami, Arai-cho, Takasago-shi, Hyogo 676-8686, Japan

^{*4}Mitsubishi Power, Ltd.

2-1-1 Shinhami, Arai-cho, Takasago-shi, Hyogo 676-8686, Japan

Received: 14 October 2020; Revised: 10 December 2020; Accepted: 13 January 2021

Abstract

Although bladed disks are nominally designed to be cyclically symmetric (tuned system), the vibration characteristics of all blades on a disk are slightly different due to the manufacturing tolerance, deviations in the material properties, and wear during operation. These small variations break the cyclic symmetry and split the eigenvalue pairs. Bladed disks with small variations are referred to as a mistuned system. Many researchers suggest that while mistuning has an undesirable effect on the forced response, it has a beneficial (stabilizing) effect on blade flutter (the self-excited vibration). Therefore, it is necessary to optimize a bladed disk for forced vibration and blade flutter. In this study, a practical optimization method of bladed disks that makes resonant stress and amount of unbalance of the bladed disk minimum by sorting the blades on a disk while keeping the stability for blade flutter. To verify the proposed optimization method, first, the original mistuned bladed disk, which has the maximum amplification factor, is generated by Monte Carlo simulations. Second, the optimal bladed disk with the minimum amplification factor and the minimum amount of unbalance is searched by using Monte Carlo simulations and the genetic algorithm. To keep the stability for blade flutter, alternate mistuning is applied. From the analysis results, the validity of the proposed optimization method is verified.

Keywords : Turbomachinery, Forced vibration, Self-excited vibration, Blade, Flutter, Damping, Mistuning

1. 緒 言

ターボ機械の信頼性を向上させるためには、動翼に作用する運転中の振動応力を低減させることが不可欠である。このため、従来の翼の振動強度設計では、

- (1) 明瞭な加振力との共振を回避させる (Srinivasan, 1997)。
- (2) 動静翼間距離の拡大 (Gallus et al., 1982, Hoyningen-Heune and Hermeler, 1999) やクロッキング (Hsu and Wo, 1998, Benini and Toffolo, 2002) により加振力を低減させる。
- (3) 非対称配置静翼構造を利用して加振力を低減させる (金子他, 2005, Sun et al., 2015)。
- (4) 摩擦型ダンパなどを採用して構造減衰を増加させる (Cigeroglu et al., 2007, Petrov, 1997)。

No.20-00368 [DOI:10.1299/transjsme.20-00368], J-STAGE Advance Publication date : 25 January, 2021

本論文は、Dynamics and Design Conference 2020 講演論文集(2020), No.619の掲載内容に基づいた論文である。

^{*1} 正員, フェロー, 龍谷大学 (〒520-2194 滋賀県大津市瀬田大江町横谷 1-5)^{*2} 学生員, 龍谷大学^{*3} 三菱重工業 (株) 総合研究所 (〒676-8686 兵庫県高砂市荒井町新浜 2-1-1)^{*4} 三菱パワー (株) (〒676-8686 兵庫県高砂市荒井町新浜 2-1-1)

E-mail of corresponding author: y_kaneko@rins.ryukoku.ac.jp

などの対策が取られてきた。また、ミスチューンによる共振応答の増大効果を抑制するため、設計段階で個々の翼に意図的なミスチューン（インテンショナルミスチューン）を与え、工作誤差や材料定数の変動により生じるランダムミスチューンの影響を緩和する方法も検討されている（Han et al., 2014, Hohl and Wallaschek, 2016）。

一方、軸流ターボ機械の動翼ではフラッタに対する安定性を確保することも重要であり、翼の振動強度設計では共振応力（強制振動）に対する安全率とフラッタ（自励振動）に対する余裕度を同時に考慮することが必要である。このため著者らは、共振応力とフラッタの両方に対して振動強度上最適な翼・ディスク系を実現するための実用的な手法として、下記の手法を提案した（Kaneko et al., 2018）。

(1) フラッタに対する安定性を確保するため、交互ミスチューン系、すなわち隣接翼の振動数を僅かに変化させた翼・ディスク系を設計する。

(2) 製作後に個々の翼の固有振動数を計測する。

(3) ランダムミスチューンの影響が小さくなるように、すなわち着目する共振応答が最小になるように、交互ミスチューンを保持したままディスク上の翼を並び替える。

さらに、実際の蒸気タービンに使用されている翼・ディスク系を使用して数値シミュレーションを行い、提案した手法の有効性を検証した。

本研究は上記論文の続報であり、翼・ディスク系の振動強度だけでなく、軸振動の原因になる不釣り合い量も考慮して最適化を行う手法を検討する。具体的には、

(1) フラッタに対する安定性を確保するため、交互ミスチューン系を採用する。

(2) 製作後に個々の翼の固有振動数と重量を計測する。

(3) 翼の共振応答と軸振動の原因になる不釣り合い量が同時に最小になるように最適化手法を適用してディスク上の翼を並び替える。この場合、フラッタに対する安定性を確保できるように交互ミスチューン系を保持したままディスク上の翼を並び替える。

翼の最適配列を求めるためには、翼・ディスク系の共振応答解析を繰り返し行うことが必要になるため、前報と同様に低次元モデル FMM（Fundamental Mistuning Model）（Feiner and Griffin, 2002, 2003）を利用する。最適化手法には、モンテカルロ法や遺伝的アルゴリズムの一種である DDE（Discrete Differential Evolution）法（北山他, 2010）を利用する。提案する最適化手法を蒸気タービンの翼・ディスク系に適用して数値シミュレーションを行い、提案する手法の有効性を検証する。なお、最適化手法についてはこの他にも汎用の最適化コードを利用して様々な手法を検討したが、最適解の探索時間や確実性の観点から、モンテカルロ法と DDE 法を選定している。

2. 解析方法

2・1 FMM によるミスチューン系の固有値解析

FMM の理論については文献（Feiner and Griffin, 2002, 2003）に詳しく説明されているので、ここでは要点だけを記述する。FMM では、翼・ディスク系のモード族が完全に分離しているとき、ミスチューンがある翼・ディスク系の着目するモード族の振動モードを、チューン系の当該モード族の振動モードの重ね合わせで式 (1) のように表す。

$$\{\phi_r\} = \sum_{m=0}^{N-1} \beta_{rm} \{\phi_m^0\}, \quad (r = 0, \dots, N-1) \quad (1)$$

ここで、 $\{\phi_r\}$ はミスチューン系の着目するモード族における r 次の振動モード、 $\{\phi_m^0\}$ はトラベリングウェーブモードで表示したチューン系の当該モード族の m 次の振動モードであり、 N は全周の翼枚数である。 β_{rm} はミスチューン系の r 次の振動モードに占めるチューン系の m 次のトラベリングウェーブモードの振幅を表す係数（以下、TWM の振幅）であり、式 (2) の固有値問題を解くことにより求めることができる。

$$[A^0 + \hat{A}]\{\beta_r\} = \omega_r^2 \{\beta_r\}, \quad [A^0] = [\Omega^0]^T [\Omega^0], \quad \hat{A} = 2[\Omega^0][\bar{\Omega}][\Omega^0] \quad (2)$$

ここで $[\Omega^0]$ は、チューン系の固有振動数を対角成分にする対角行列であり、チューン系の振動モードをトラベリングウェーブモードで表示し翼間位相差が増加する順に振動モードを並べたとき、これに対応する順に固有振動数を並べている。 ω_r はミスチューン系の r 次の固有振動数である。 $[\bar{\Omega}]$ は、ディスク上の個々の翼の振動数分布の離散フーリエ変換を成分にする行列であり、式 (3) のように表すことができる。

$$[\bar{\Omega}] = \begin{bmatrix} \bar{\omega}_0 & \bar{\omega}_1 & \cdots & \bar{\omega}_{N-1} \\ \bar{\omega}_{N-1} & \bar{\omega}_0 & \cdots & \bar{\omega}_{N-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\omega}_1 & \bar{\omega}_2 & \cdots & \bar{\omega}_0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$[\bar{\Omega}]$ は循環行列であり、その要素 $\bar{\omega}_p$ は、翼単体の固有振動数（着目するモード族の固有振動数）の周方向の分布を離散フーリエ変換したときの p 番目の成分であり、式 (4) で表すことができる。

$$\bar{\omega}_p = \frac{1}{N} \sum_{s=0}^{N-1} \exp\left(isp \frac{2\pi}{N}\right) \Delta\omega_b^{(s)} \quad (4)$$

ここで、 $\Delta\omega_b^{(s)}$ はミスチューンにより生じた s 番目の翼の固有振動数の偏差であり、チューン系の翼単体の固有振動数を $\omega_b^{(0)}$ 、ミスチューン系の s 番目の翼の固有振動数を $\omega_b^{(s)}$ とすると、式 (5) から求めることができる。

$$\Delta\omega_b^{(s)} = \frac{\omega_b^{(s)} - \omega_b^0}{\omega_b^0} \quad (5)$$

すなわち、FMM でミスチューン系の固有振動数と振動モードを計算するために必要な情報は、着目するモード族に関するチューン系の固有振動数 $[\Omega^0]$ 、チューン系の振動モード $\{\phi_m^0\}$ 、およびミスチューン系の翼単体の固有振動数の分布 $\Delta\omega_b^{(s)}$ の三つだけである。これらの情報を入力にして式 (3) から式 (5) を使用して式 (2) の各要素を計算し、式 (2) の固有値方程式を解く。その結果、ミスチューンがある翼ディスク系の固有振動数 ω_r とTWMの振幅 $\{\beta_r\}$ が求まるので、TWMの振幅 $\{\beta_r\}$ を式 (1) に代入して固有モード $\{\phi_r\}$ を求める。式 (2) の係数行列の次元は、 $N \times N$ (N :翼枚数) であり、自由度を大幅に縮小した固有値方程式を解いて、ミスチューンがある翼・ディスク系の固有振動数や振動モードを計算することができる。また、FMMの入力として必要になるチューン系の固有振動数 $[\Omega^0]$ やチューン系の振動モード $\{\phi_m^0\}$ は、周期対称法を適用すれば1セグメント分だけの自由度に縮小したモデルで解析できる。

2・2 ミスチューン系の安定性解析

ミスチューン系の安定性を解析する場合には、式 (2) に流体連成効果を表す非定常力項を追加した式 (6) の固有値解析を行い、複素固有振動数 ω_r を求める。

$$[A^0 + \hat{A} - \omega_r^2 [I]] \{\beta_r\} = \{F^m\} \quad (6)$$

ここで $\{F^m\}$ は作動流体との連成による非定常力、すなわち翼・ディスク系（チューン系）の振動によってフィードバックされる非定常力（モーダル外力）であり、式 (7) のように表すことができる。

$$\{F^m\} = [A^m] \{\beta_r\} \quad (7)$$

式 (7) 右辺の $[A^m]$ は影響係数 a_n を対角要素にする流体力行列であり、式 (8) のように表すことができる。

$$[A^m] = \begin{bmatrix} a_0 & & & 0 \\ & a_1 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & a_{N-1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

式 (8) の影響係数 a_n は一般には複素数であり, n 節直径の振動モードに対する付加剛性や付加減衰に相当しており, CFD コードを利用して求めることができる. 具体的に CFD コードを利用して影響係数 a_n を求める際には, 動翼の 1 通路分をモデル化し, 隣接翼との境界に n 節直径モードの翼間位相差を考慮した周期対称条件を与える. つぎに構造解析から得られる振動モードで CFD 格子を移動させ, 翼面上にフィードバックされる非定常流体力の変位に比例する成分から付加剛性を, 速度に比例する成分から付加減衰を求める. 式 (6) から得られる j 次モードの固有振動数の実部を ω_{jR} , 虚部 ω_{jI} をとすると, 流体力による j 次モードのモーダル減衰比 ζ_j は式 (9) から求めることができる.

$$\zeta_j = \frac{\omega_{jI}}{\omega_{jR}} \quad (9)$$

モーダル減衰比 ζ_j が負であれば空力減衰は負であり, フラッタが発生する.

2・3 ミスチューン系の強制振動解析

ハーモニック加振力に対するミスチューン系の周波数応答を解析する場合には, 式 (2) に外力項を追加した式 (10) を解析する.

$$[A^0 + \hat{A} - \omega^2 [I]] \{\beta_r\} = \{F^w\} \quad (10)$$

ここで, $\{F^w\}$ は偏流や翼列干渉力のように作動流体との連成を考慮しない非定常力 (モーダル外力) の振幅であり, ω は加振力の周波数である. 周波数応答を解析する場合はチューン系の r 次のモードに対して構造減衰を導入するため, $[A^0]$ の要素を式 (11) で定義する.

$$A_{r,r}^0 = (\omega_r^0)^2 (1 + i2\zeta_r^0), \quad (r = 1, \dots, N) \quad (11)$$

ここで, ω_r^0 と ζ_r^0 はチューン系の r 次のモードの固有振動数と減衰比である. 式 (10) から TWM の振幅が求まると, 物理座標での周波数応答は式 (12) から求めることができる.

$$\{X\} = [E] \{\beta_r\} \quad (12)$$

行列 $[E]$ は物理座標で表した変位とトラベリングウェーブモードで表した変位の座標変換行列であり, 行列 $[E]$ の k 行 l 列の要素 $E_{k,l}$ は式 (13) で表すことができる.

$$E_{k,l} = \exp \left(i \frac{2\pi k l}{N} \right), \quad (k, l = 0, \dots, N-1) \quad (13)$$

2・4 ミスチューン系の不釣り合い量の解析

翼・ディスク系を構成する i 番目の翼の質量 m_i を式 (14) で定義すると, 翼・ディスク系全体の不釣り合い量 U は式 (15) から求めることができる.

$$m_i = m_0 + \Delta m_i \quad (14)$$

$$U = R_0 \sqrt{\left(\sum_{i=1}^N \Delta m_i \cos \theta_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^N \Delta m_i \sin \theta_i\right)^2} \quad (15)$$

ここで、 m_0 はディスク上の全翼の質量の平均値、 Δm_i は*i*番目の翼の質量の偏差、 θ_i は1番目の翼を基準にして測った各翼の周方向の取付け角度である。翼の周方向の取り付け角度については偏差が小さいと考え、 $\Delta \theta_i = 0$ と仮定している。また、 R_0 は翼重心までの半径であり、各翼の重心は同一半径上にあると仮定している。なお、大型の翼では、各翼の重量と重心位置を計測してロータのバランシングを行うが、この場合は式(15)を式(16)のように変更すれば良い。ここで、 R_i は*i*番目の翼の重心までの半径である。

$$U = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^N m_i R_i \cos \theta_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^N m_i R_i \sin \theta_i\right)^2} \quad (16)$$

2・5 最適ミスチューン系の定義

本研究では、フラッタに対する安定性を確保しながら、低次のハーモニック加振力による翼の共振応答と軸振動の原因になる不釣り合い量を同時に最小にする翼の配列(最適ミスチューン系)を求めるが、具体的には式(17)の目的関数を最小にするミスチューン系を最適ミスチューン系と定義している。

$$Opt.index = C_A \cdot AF + C_U \cdot UF \quad (17)$$

$$UF = \frac{U_{aft}}{U_{ori}} \quad (18)$$

ここで、 AF はチューン系に対するミスチューン系の共振応答の増大率(Amplification factor)、 UF は翼の配列を変更する前の不釣り合い量 U_{ori} と配列変更後の不釣り合い量 U_{aft} との比率である。また、 C_A と C_U は AF と UF に対する重み係数である。本研究では、提案する手法が実際の翼の開発に適用できるかどうかを検証することを目的にしており、一番単純なケースとして、今回の計算では C_A と C_U を何れも1.0にしている。

3. 解析結果

3・1 解析条件

解析対象にした翼・ディスク系は前報(Kaneko et al., 2018)で使用した翼・ディスク系と同一であり、翼の仕様と解析に使用したFEMモデルを図1に示す。安定性解析に使用した非定常流体力(CFD解析結果)も前報と同一である。図2(a)に解析対象にした翼・ディスク系の固有振動数を、図2(b)に安定性解析に使用した非定常流体力を示す。図2(b)の横軸は振動モードの翼間位相差、縦軸は減衰比で表した空力減衰である。

本研究では、フラッタに対する安定性を解析する場合には前報と同様に構造減衰を無視している。また、周波数応答を解析する場合にはチューン系の全てのモードに対して対数減衰率で1%の構造減衰を仮定し、1次モードと偏流との共振現象を想定し、加振力のハーモニック数を4にしている。すなわち、本翼の固有振動数は定格回転数(3600 rpm)付近で4ハーモニックに近くなるため、4ハーモニックとの共振を想定して周波数応答を解析している。

Fig. 1 Specifications and FEM model of bladed disk analyzed. The blade analyzed is an L-1R blade (the next blade to the last blade, the free-standing blade structure) of a low pressure steam turbine, and made of titanium. The number of blades per row is 120, and the rated speed is 3600 rpm. This FEM model is the same as one used in the previous paper.

Fig. 2 Natural frequency and aerodynamic damping of tuned bladed disk. The natural frequencies of the bladed disk (the frequency curve against the number of the nodal diameters of the vibration mode) are estimated from the calculated results by FEM. The unsteady aerodynamic force described in the reference, which was obtained from the CFD analysis, is used in the stability analysis.

3・2 強制振動と不釣り合い量を考慮した最適化 (Case 1)

最初に、共振応答と不釣り合い量の同時最適化 (Case 1) を以下の手順で実施した。

- (1) 単独翼の固有振動数の分布が正規分布 (変動係数 $\sigma_f=1\%$) に従うと仮定し、モンテカルロ法によりワーストミスチューン系 (共振応答が最大になるミスチューン系) を求め、これをオリジナルのミスチューン系と定義する。
- (2) 翼の固有振動数と質量との間には明確な相関はなく、翼質量の分布は正規分布 (変動係数 $\sigma_m=1\%$) に従うと仮定して、オリジナルのミスチューン系の翼質量分布 ($\Delta m_i/m_0$ の分布) を生成する。
- (3) オリジナルのミスチューン系に対してモンテカルロ法や DDE を適用して式 (17) を最小にする最適解を求める。すなわち、翼の共振応答と軸振動の原因になる不釣り合い量を同時に最小にする翼の配列 (最適ミスチューン系) を求める。

図 3 は、個々の翼の固有振動数の変動が正規分布 (変動係数 $\sigma_f=1\%$) に従うと仮定し、FMM とモンテカルロ法 (解析回数 10,000 回) で求めたワーストミスチューン系 (発生最大振幅 $AF=2.717$) に対する個々の翼の振動数分布と周波数応答解析結果を示している。図 4(a)は翼の固有振動数と質量との間には明確な相関はなく、翼質量の分布は正規分布 (変動係数 $\sigma_m=1\%$) に従うと仮定して生成した各翼の質量分布を、図 4(b)は翼の固有振動数 (図 3(a)のワーストミスチューン分布) と質量の相関図を示している。最適計算では、図 3 や図 4 の特性を持つオリジナルのミスチューン系 ($AF=2.717$, $UF=1.0$) に対して、ディスク上の翼の配列を変え、共振振幅と不釣り合い量を同時に最小にする最適ミスチューン系を求めている。

Fig. 3 Frequency distribution and frequency response of the original bladed disk (Case 1). Figure 3(a) and Fig. 3(b) show the distribution of blade alone frequency and the frequency response of the worst mistuned bladed disk with $AF=2.717$, respectively. In exploring the worst mistuned bladed disk, the frequency response analysis was carried out by the FMM and Monte Carlo simulations, where the frequency response analyses were repeated 10,000 times.

Fig. 4 Mass distribution and correlation of blade frequency and mass of the original bladed disk (Case 1). The distribution of blade masses is generated under the assumption that it follows the normal distribution with a coefficient of variation of $\sigma_m = 1\%$. The relationship between blade mass and blade frequency is obtained by combining Fig. 3(a) and Fig. 4(a).

図5はモンテカルロ法（解析回数 10,000 回）を利用して最適ミチューン系を求めた結果であり、図 5(a)は式 (17) で定義される最適化指標 $Opt. index$ のヒストグラムを、図 5(b)は AF と UF のマップ（パレート解）を示す。図 5(b)から分かるようにオリジナルのミチューン系（図中の青丸、 $UF=1.00$ 、 $AF=2.717$ ）に対して最適ミチューン系（図中の赤丸）では、 UF は 0.084 に、 AF は 1.701 に低下している。

Fig. 5 Histogram of the optimal index and the map of the amplification and unbalance factor (Case 1). The optimal bladed disk is explored by MCS under the condition of $C_A = 1.0$ and $C_U = 1.0$. As shown in Fig. 5(b), in the optimal mistuned system, marked by the red dot, the unbalance factor UF is reduced to 0.084 and the amplification factor AF is reduced to 1.701 from the original mistuned system, marked by the blue dot ($UF = 1.00$, $AF = 2.717$).

なお、モンテカルロ法による最適解の探索では、解析回数を変更して解の収束状況をチェックし、解析回数を10,000回以上にすると最適化指標の値は有効桁3桁まで一致することを確認している。

DDEを利用した最適ミチューン系の探索では、個体数50、反復回数（世代数）400、突然変異確率0.70、交叉確率0.85にして解析した。これらのパラメータを変更した計算も行ったが、最終的に得られる最適化指標 *Opt. index* (式(17))の値には有意な差がなかった。図6(a)にはDDEで最適化計算を行ったときの最適化指標 *Opt. index* の収束状況を、図6(b)にはAFとUFのマップ（パレート解）を示す。図6(b)から分かるようにオリジナルのミチューン系（図中の青丸、 $UF=1.00$, $AF=2.717$ ）に対して最適ミチューン系（図中の赤丸）では、 UF は0.0497に、 AF は1.748に低下している。すなわち、DDEで得られる最適解とモンテカルロ法で得られる最適解はほぼ同一になっている。最適解に占めるAFとUFの配分は、AFとUFに対する重み係数（式(17)の C_A と C_U ）を変更すればコントロールできると考えられる。

Fig. 6 Convergence of the optimal index and map of the amplification and unbalance factor by DDE (Case 1). As shown in these figures, the optimal index obtained by DDE is nearly the same as that obtained by Monte Carlo simulations. Namely, in the optimal mistuned system obtained by DDE, the unbalance factor UF is reduced to 0.0497 and the amplification factor AF is reduced to 1.748, respectively, from the original mistuned system ($UF=1.00$, $AF=2.717$).

図7(a)はDDEで求めた最適ミチューン系に対する周波数応答解析結果を、図7(b)は翼質量の分布を示している。一方、図8は従来のバランス法で翼を配置したときの翼質量の分布を示している。図7(b)や図8の中には、DDEで求めた最適ミチューン系と従来のバランス法で翼を配置した時の不釣り合い量の値（式(17)の UF ）を記入している。従来のバランス法では、翼質量の小さい順に翼を並べ、翼質量の近い翼同士が 180° 対抗する位置にくるように翼を配置していく。図8から分かるように、従来のバランス法では $UF=0.413$ であり、オリジナルの状態（ $UF=1.00$ ）に比べると不釣り合い量は低減しているが、依然として不釣り合い量が残っている。一方提案する手法では、偏流との共振応答（ AF ）を2.717から1.748まで低減すると同時に、不釣り合い量についても $UF=0.0497$ （従来のバランス法の12%）に低減できている。

なお、翼質量の分布と翼の固有振動数の分布に強い相関があると仮定したケースについても同様な最適計算を行ったが、このケースについても翼の共振応答と軸振動の原因になる不釣り合い量を同時に最小にする最適解が得られることを確認している。例えば、両者に強い相関があると仮定して得られた最適化指標の値（図6(a)の1.798に対応する値）は1.753であり、相関が無い場合とほぼ同等の値になった。これは、翼枚数が多いため翼の並び替えの自由度が大きく、得られる最適化指標の値は、翼質量と翼の固有振動数の相関には大きな影響を受けないためと考えられる。

Fig. 7 Frequency response and mass distribution of the optimal bladed disk by DDE (Case 1). As shown in Fig. 7(a), in the optimal mistuned system obtained by DDE, the amplification factor AF is reduced to 1.748 from 2.717, and blades with extremely large amplitude disappear. The unbalance factor UF is reduced to 0.0497 from 1.0.

Fig. 8 Mass distribution of blades by the conventional balancing (Case 1). In the conventional method, first, all blades are sorted in ascending order of blade mass. Then, the blades are arranged on the disk so that two blades with the closest masses are positioned 180 degrees apart. As shown in Fig. 8, the unbalance factor UF attained by the conventional balancing method is 0.413. Although this method can reduce the unbalanced factor from the original mistuned system ($UF = 1.00$), the relatively large unbalance factor remains.

3・3 強制振動、自励振動、不釣り合い量を考慮した最適化 (Case 2)

強制振動、自励振動、不釣り合い量を考慮して最適化を行う場合 (Case 2) は、前報 (Kaneko et al., 2018) の解析結果を参考にして以下の手順で最適化を行い、提案する手法の有効性を検証した。

- (1) 自励振動 (フラッタ) に対する安定性を確保する方法として、交互ミスチューン (隣接翼の振動数を意図的に交互に $\Delta f = \pm 6$ Hz 変化させる) を採用する。
- (2) 製作後の翼・ディスク系では、意図的な交互ミスチューンと工作誤差などにより生じるランダムミスチューンが重畳するため、交互ミスチューン ($\Delta f = \pm 6$ Hz) にランダムミスチューン (翼振動数の変動係数 1%) を重畳させる。このミスチューン系に対して FMM とモンテカルロ法を利用して、ワーストミスチューン系 (共振応答が最大になるミスチューン系) を求め、これをオリジナルの翼・ディスク系と定義する。
- (3) 翼の先端をカットして交互ミスチューン系にする場合を想定し、ワーストミスチューン系に対する翼質量の分布を生成する。具体的には、個々の翼の質量と振動数には相関がないと仮定して翼質量の分布 (変動係数 1%) をランダムに生成した後、振動数が高い (翼長が短い) 奇数番目の翼の質量は 0.5% 小さくし、振動数が低い (翼長が長い) 偶数番目の翼の質量は 0.5% 大きくする。翼質量の変動と翼の固有振動数の変動の関係は FEM 計算値から求める。
- (4) オリジナルの翼・ディスク系 (ワーストミスチューン系) に対して、交互ミスチューンを保持しながら、すなわちフラッタに対する安定性を確保しながら、共振応答と不釣り合い量が同時に最小になるように最適化手法を適用してディスク上の翼を並び替える。

図 9 は、図 2(b)の非定常力に対する安定性解析結果であり、図 9(a)はチューン系に対する安定性解析結果を、図 9(b)はランダムミスチューンが重畳しない交互ミスチューン系の安定性解析結果を示している。図 9 に示すように、チューン系では多くのモードが不安定であるが、交互ミスチューン $\Delta f = \pm 6$ Hz を与えると根軌跡は二つのグループに分離し、全てのモードが安定化されている。交互ミスチューンにランダムミスチューンを重畳させると、図 9(b)よりも安定性は必ず改善される (Kaneko et al., 2018)。

図 10(a)は FMM とモンテカルロ法（解析回数 10,000 回）で求めたワーストミスチューン系（発生最大振幅 $AF=2.277$ ）に対する周波数応答解析結果を、図 10(b)はワーストミスチューン系の安定性解析結果を示している。図 11(a)は上記 (3) の手順で生成したワーストミスチューン系に対する翼質量の分布を、図 11(b)は翼の固有振動数と質量の相関図を示している。強制振動、自励振動、不釣り合い量を考慮して最適化を行う場合は、図 10 や図 11 の特性を持つオリジナルのミスチューン系に対して、交互ミスチューンを保持しながらディスク上の翼の配列を変え、共振振幅と不釣り合い量を同時に最小にする最適ミスチューン系を求めている。

Fig. 9 Natural frequency and aerodynamic damping of tuned and alternate mistuned bladed disk. As shown in Fig. 9(a), many modes are unstable in the tuned bladed disk. In the alternately mistuned system, the locus of the roots (eigenvalues) of the tuned bladed disk is split into two loci, and the minimum damping ratio increases.

Fig. 10 Frequency response and aerodynamic damping of the original bladed disk (Case 2). Figure 10(a) shows the frequency response of the original mistuned system (the worst mistuned bladed disk with $AF=2.277$), while Fig. 10(b) shows the aerodynamic damping of the original mistuned system. In exploring the worst mistuned system, the frequency response analysis was carried out by the FMM and Monte Carlo simulations, where the frequency response analyses were repeated 10,000 times.

Fig. 11 Mass distribution and correlation of blade frequency and mass of the original bladed disk (Case 2). Figure 11(a) shows the mass distribution of the worst mistuned system, and Fig. 11(b) shows the relationship between blade mass and blade frequency. In the optimization for forced and self-excited vibration considering amount of unbalance, the worst mistuned system with characteristics shown in Fig. 10 and Fig. 11 is defined as the original mistuned system.

図 12 はモンテカルロ法（解析回数 10,000 回）を利用して最適ミスチューン系を求めた結果であり，図 12(a)は AF と UF のマップ（パレート解）を，図 12(b)は最適ミスチューン系の安定性解析結果を示す．図 12(a)から分かるようにオリジナルのミスチューン系（図中の青丸， $UF=1.00$ ， $AF=2.277$ ）に対して最適ミスチューン系（図中の赤丸）では， UF は 0.021 に， AF は 1.720 に低下している．また，最適ミスチューン系では交互ミスチューンにランダムミスチューンが重畳しているため，図 12(b)に示すようにフラッタに対する安定性は単純な交互ミスチューン系（図 9(b)）よりも改善されている．

Fig. 12 Map of the amplification and unbalance factor and the aerodynamic damping of the optimal bladed disk (Case 2). As shown in Fig. 12(a) and Fig. 12(b), in the optimal mistuned system, marked by the red dot, the unbalance factor UF is reduced to 0.021 and the amplification factor AF is reduced to 1.720 from the original mistuned system, marked by the blue dot ($UF = 1.00$, $AF = 2.277$), retaining the stability for blade flutter.

図 13(a)には DDE で最適化計算を行ったときの最適化指標 $Opt. index$ の収束状況を，図 13(b)には AF と UF のマップ（パレート解）を示す．図 13(b)から分かるようにオリジナルのミスチューン系（図中の青丸， $UF=1.00$ ， $AF=2.277$ ）に対して最適ミスチューン系（図中の赤丸）では， UF は 0.0369 に， AF は 1.657 に低下している．すなわち，この場合も DDE で得られる最適解とモンテカルロ法で得られる最適解はほぼ同一になっている．

図 14(a)は DDE で求めた最適ミスチューン系に対する周波数応答解析結果を，図 14(b)は安定性解析結果を示している．また，図 15(a)は DDE で求めた最適ミスチューン系に対する翼質量の分布を，図 15(b)は従来のバランス法で翼を配置したときの翼質量の分布を示している．図 14 に示すように，最適ミスチューン系ではフラッタに対する安定性を確保しながら， AF を 2.277 から 1.657 に低減できている．さらに，図 15 に示すように，従来のバラ

ンス法では UF を 1.0 から 0.228 までしか低減できていないのに対し、最適ミスチューン系では UF を 0.0369 (従来のバランス法の 16%) に低減できている。

Fig. 13 Convergence of the optimal index and map of the amplification and unbalance factor by DDE (Case 2). As shown in these figures, the optimal index obtained by DDE is nearly the same as that obtained by Monte Carlo simulations also in Case 2. Namely, in the optimal mistuned system obtained by DDE, the unbalance factor UF is reduced to 0.0369 and the amplification factor AF is reduced to 1.657, respectively, from the original mistuned system ($UF = 1.00$, $AF = 2.277$).

Fig. 14 Frequency response and aerodynamic damping of the optimal bladed disk by DDE (Case 2). As shown in Fig 14(a) and 14(b), the amplification factor AF is reduced to 1.657 from the original mistuned system of $AF=2.277$, retaining the stability for the blade flutter.

Fig. 15 Optimal mass distribution of blades by DDE and the conventional balancing (Case 2). As shown in Fig. 15(a), in the optimal mistuned system obtained by DDE, the unbalance factor UF is reduced to 0.0369. Although the conventional balancing method can reduce the unbalanced factor to 0.228 as shown in Fig 15(b) from the original mistuned system of $UF = 1.00$, a relatively large unbalance factor remains.

4. 結 言

本研究では、強制振動、自励振動、不釣り合い量を考慮したタービン動翼の最適化手法を提案した。具体的には、フラッタに対する安定性を確保するために交互ミスチューンを採用し、加振試験から得られる各翼の固有振動数分布と重量計測から得られる各翼の質量分布を用いて、ディスク上の翼の配列を変更することにより安定性を確保しながら共振応答と不釣り合い量を同時に最適化した。提案した手法の有効性を検証するため、蒸気タービンの翼・ディスク系に対して最適ミスチューン系を求めた。その結果、提案した手法を適用すると、フラッタに対する安定性を確保しながら共振応答を低減できると同時に、従来のバランス法よりも不釣り合い量を大幅に低減できることが確認できた。

本手法では、従来、品質管理を目的に計測していた翼の固有振動数と重量だけを利用しており、本手法を設計開発プロセスに組み込めば、コストを増加させることなく、製品の信頼性向上に寄与できると考えられる。

文 献

- Benini, E. and Toffolo, A., Towards a reduction of compressor blade dynamic loading by means of rotor-stator interaction optimization, Proceedings of ASME Turb Expo 2002, GT2002-30396 (2002), pp.667-674.
- Cigeroglu, E., An, N. and Menq, C.-H., Wedge damper modeling and forced response prediction of frictionally constrained blades, Proceedings of ASME Turb Expo 2007, GT2007-27963 (2007), pp. 519-528.
- Feiner, D. M. and Griffin, J. H., A fundamental model of mistuning for a single family of modes, Transactions of the ASME, Journal of Turbomachinery, Vol.124 (2002), pp.150-605.
- Feiner, D. M. and Griffin, J. H., Mistuning identification of bladed disks using a fundamental mistuning model-part 1: theory, Transactions of the ASME, Journal of Turbomachinery, Vol.124 (2002), pp.597-605.
- Gallus, H.E., Grollius, H. and Lambertz, J., The influence of blade number ratio and blade row spacing on axial-flow compressor stator blade dynamic load and stage sound pressure level, ASME Journal of Engineering for Power, Vol. 104, No. 3 (1982), pp.633-158.
- Hohl, A. and Wallaschek, J., A method to reduce the energy localization in mistuned bladed disks by application – Specific blade pattern arrangement, Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Gas Turbines and Powers, Vol. 138 (2016), pp.1-10.
- Hoyningen-Heune, M. and Hermeler, J., Time-resolved numerical analysis of the 2-D aerodynamics in the first stage of an industrial gas turbine for different vane-blade spacing, Proceedings of ASME Turb Expo 1999, 99-GT-102 (1999), pp.1-12.
- Hsu, S. T. and Wo, A. M., Reduction of unsteady blade loading by beneficial use of vortical and potential disturbance in an axial compressor with rotor clocking, Transactions of the ASME, Journal of Turbomachinery, Vol. 120, No. 4 (1998), pp.705-713.
- 金子康智, 森一石, 奥井英貴, 非対称配置静翼を利用した圧縮機動翼の振動応力低減, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 71, No. 712 (2005), pp. 3409-3416.
- Kaneko, Y., Mori, K. and Ooyama, H., Practical optimization of mistuned bladed disk of steam turbine with free-standing blade structure for forced and self-excited vibration, Proceedings of ASME Turb Expo 2002, GT2018-75056 (2018), pp.1-10.
- 北山哲士, 荒川雅生, 山崎光悦, Discrete Differential Evolution の提案, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 76, No. 772 (2010), pp. 3828-3836.
- Petrov, E. P., A high-accuracy model reduction for analysis of nonlinear vibrations in structures with contact interfaces, Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 133, No. 10 (2011), 102503.
- Srinivasan, A. V., Flutter and resonant vibration characteristics of engine blades, Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 119 (1997), pp.742-775.
- Sun, T., Hou, A., Zhang, M., Niu, Y., Gao, J. and Guo, H., Analysis of the reduction of rotor blade vibration using asymmetry vane spacing, Proceedings of ASME Turb Expo 2015, GT2015-42778 (2015), pp.1-10.

References

- Benini, E. and Toffolo, A., Towards a reduction of compressor blade dynamic loading by means of rotor-stator interaction optimization, *Proceedings of ASME Turb Expo 2002*, GT2002-30396 (2002), pp.667-674.
- Cigeroglu, E., An, N. and Menq, C.-H., Wedge damper modeling and forced response prediction of frictionally constrained blades, *Proceedings of ASME Turb Expo 2007*, GT2007-27963 (2007), pp. 519-528.
- Feiner, D. M. and Griffin, J. H., A fundamental model of mistuning for a single family of modes, *Transactions of the ASME, Journal of Turbomachinery*, Vol.124 (2002), pp.150-605.
- Feiner, D. M. and Griffin, J. H., Mistuning identification of bladed disks using a fundamental mistuning model-part 1: theory, *Transactions of the ASME, Journal of Turbomachinery*, Vol.124 (2002), pp.597-605.
- Gallus, H.E., Grollius, H. and Lambertz, J., The influence of blade number ratio and blade row spacing on axial-flow compressor stator blade dynamic load and stage Sound pressure level, *ASME Journal of Engineering for Power*, Vol. 104, No. 3 (1982), pp.633-158.
- Hohl, A. and Wallaschek, J., A method to reduce the energy localization in mistuned bladed disks by application – Specific blade pattern arrangement, *Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Gas Turbines and Powers*, Vol. 138 (2016), pp.1-10.
- Hoyningen-Heune, M. and Hermeler, J., Time-resolved numerical analysis of the 2-D aerodynamics in the first stage of an industrial gas turbine for different vane-blade spacing, *Proceedings of ASME Turb Expo 1999*, 99-GT-102 (1999), pp.1-12.
- Hsu, S. T. and Wo, A. M., Reduction of unsteady blade loading by beneficial use of vortical and potential disturbance in an axial compressor with rotor clocking, *Transactions of the ASME, Journal of Turbomachinery*, Vol. 120, No. 4 (1998), pp.705-713.
- Kaneko, Y., Mori, K. and Okui, H., Reduction of vibratory stress of compressor blade by use of asymmetric vane spacing, *Transactions the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 71, No. 712 (2005), pp. 3409-3416 (in Japanese).
- Kaneko, Y., Mori, K. and Ooyama, H., Practical optimization of mistuned bladed disk of steam turbine with free-standing blade structure for forced and self-excited vibration, *Proceedings of ASME Turb Expo 2002*, GT2018-75056 (2018), pp.1-10.
- Kitayama, S., Arakawa, M. and Yamazaki, K., Proposal of discrete differential evolution, *Transactions the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 76, No. 772 (2010), pp. 3828-3836 (in Japanese).
- Petrov, E. P., A high-accuracy model reduction for analysis of nonlinear vibrations in structures with contact interfaces, *Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 133, No. 10 (2011), 102503.
- Srinivasan, A. V., Flutter and resonant vibration characteristics of engine blades, *Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 119 (1997), pp.742-775.
- Sun, T., Hou, A., Zhang, M., Niu, Y., Gao, J. and Guo, H., Analysis of the reduction of rotor blade vibration using asymmetry vane spacing, *Proceedings of ASME Turb Expo 2015*, GT2015-42778 (2015), pp.1-10.