Advance Publication by J-STAGE

日本機械学会論文集

Transactions of the JSME (in Japanese)

DOI:10.1299/transjsme.21-00114

Received date : 29 March, 2021

Accepted date : 20 October, 2021

J-STAGE Advance Publication date : 29 October, 2021

スカーフ接合された異種材料平板の引張荷重負担機能向上のための 接合面の形状最適化

関根 英樹^{*1}，白畑 洋^{*2}

Shape optimization of joining interface profile for maximizing the tensile load carrying capacity of scarf jointed plates of dissimilar materials

Hideki SEKINE^{*1} and Hiroshi SHIRAHATA^{*2}

^{*1} Tohoku University

6-6-01 Aoba-yama, Aoba-ku, Sendai 980-8579, Japan

^{*2} Research Unit TAM Sendai

1-10-13-502 Hachiman, Aoba-ku, Sendai 980-0871, Japan

Abstract

The shape optimization of joining interface profile is performed for maximizing the tensile load carrying capacity of scarf jointed plates of dissimilar materials. On the basis of the two-dimensional theory of elasticity, we first examine the stress singularity at an edge of joining interface, and elucidate the disappearance of stress singularity for the ratio of shear moduli of dissimilar materials G_1/G_2 and the intersection angle θ^* between the joining interface and the surface of scarf jointed plate. The region of the disappearance of stress singularity is represented in the θ^*-G_1/G_2 diagram. After the examination, we formulate the shape optimization problem of joining interface profile for maximizing the tensile load carrying capacity of scarf jointed plate under the constraint that the stress singularities disappear at the both edges of jointed interface. The two-dimensional boundary element method with quadratic isoparametric boundary elements of joining interface is used for the stress analysis of scarf jointed plates of dissimilar materials, and the optimum shapes of jointed interface profile are determined by solving the optimization problem using the method of feasible directions. As the results, it is found that the enhancement of the tensile load carrying capacity of scarf jointed plates of dissimilar materials can be achieved by slight modification of planar joining interface profile.

Keywords : Optimum design, Scarf jointed plate, Dissimilar material, Tensile load carrying capacity, Disappearance of stress singularity, Shape optimization, Joining interface profile

1. 緒 言

近年，機械，構造物部材に対する高機能・高強度・軽量化などの要求が厳しく，かつ多様になり，異種材料を接合して用いることが注目され，幅広い分野で実用化が図られてきている．

異種材料の接合の種類は多岐にわたるが，大別すると，突き合せ接合，重ね合せ接合，スカーフ接合の3種類に分けられる．スカーフ接合は，突き合せ接合に起る接合面積の小ささや重ね合せ接合の荷重の偏心等の欠点を改良して力学的にはより優れており，これまで理論的・数値的研究を中心に様々な研究がなされた．異種材料スカーフ継手に関する初期の理論的研究としては，Lubkin (Lubkin, 1957) の引張荷重を受けるスカーフ接着継手の研究が挙げられる．そこでは，半逆法を用いて応力解析を行い異種材料スカーフ継手の接着層内で均一な応力分布を与

No.21-00114 [DOI: 10.1299/transjsme.21-00114]

^{*1} 正員，名誉員，東北大学（〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-01）

^{*2} 正員，研究ユニット タム仙台（〒980-0871 宮城県仙台市青葉区八幡 1-10-13-502）

E-mail of corresponding author: sekine@plum.mech.tohoku.ac.jp

えるスカーフ角を導出し、さらに同種材料のスカーフ接着継手に対して荷重負担機能の検討がなされている。その後、異種材料スカーフ接着継手の応力分布については、解析解 (Wah, 1976; Chen and Cheng, 1990) や有限要素法解析 (Barker and Hatt, 1973; 松田, 山口, 1979) の研究報告もなされている。更に、異種材料スカーフ接着継手の引張強度の予測についての検討もなされている (京極他, 1987; 竹内他, 1988; He et al., 2009; 中野他, 2013)。

異種材料スカーフ継手の接合面端部では応力特異性を有することがあり、その時には接合面端で応力は無限大となる。通常、引張荷重を受ける異種材料スカーフ継手の破壊はその端部でき裂が接合面に沿って初生し、その後伝播して最終的にスカーフ継手全体が破壊する (Qian and Akisanya, 1998)。したがって、異種材料スカーフ継手の強度設計に際しては、接合面端部での特異性を有する応力場の把握が不可欠となり、応力特異性やその消失、応力特異性を考慮した接合面強さなどの検討がなされた (Qian and Akisanya, 1999; 伊藤他, 2002; Wu et al., 2014)。また、異種材料スカーフ接着継手について、接合面端部での応力特異性を考慮した引張強度の予測の研究もなされている (Afendi et al., 2011)。

異種材料を接合した継手において荷重負担機能の向上のための形状最適化問題は重要な課題であり、これまでにいくつかの研究がなされている。Park ら (Park and Anderson, 1994) や村田ら (村田, 高原, 1997) は異種材料突き合せ継手を対象とし、接合面端部での応力特異性に注目して自由側面の形状最適化問題を検討している。また井岡ら (井岡他, 1994) は接合面端部での応力特異性が消失する場合に、接合面上の応力を低減させる接合面や自由側面の形状についての基礎的検討を行っている。一方、異種材料を接合したスカーフ継手に対する荷重負担機能向上のための形状最適化の研究はほとんど行われていない。Harman ら (Harman and Wang, 2006) は航空機複合材積層板のスカーフ接着補修における接着層の形状最適化問題を異種材料スカーフ接着継手モデルを用いて検討している。しかし、接着面端部の応力特異性は考慮されておらず、さらにスカーフ角は小さく、かつ線型的に変動する場合に接着層内に働くせん断応力のみに着目して形状最適化を行っているため、Harman らの研究は異種材料スカーフ継手の荷重負担機能向上のための形状最適化の研究としては十分とは言えない。

本研究では、引張荷重を受けるスカーフ接合された異種材料平板を対象に、荷重負担機能向上のための最適な接合面形状について検討する。はじめに、二次元弾性論に基づいて接合面端での応力特異性を詳細に調べ、応力特異性の消失条件を明らかにする。次に、スカーフ接合された異種材料平板の接合面両端で応力の特異性が消失するという制約のもとで、引張荷重負担機能を最大とする接合面形状の最適化問題を定式化し、その最適化問題を解いて接合面形状を決定し本研究の有効性を示す。

2. 引張荷重を受けるスカーフ接合された異種材料平板

図 1 に示すような一様引張応力 σ_0 を受けるスカーフ接合された異種材料平板を取り上げる。スカーフ接合された異種材料平板を構成する材料 1 および 2 は共に均質等方弾性体とし、それらは直接接合されているものとする。なお、接合強度を上げるため接合面の粗化等を行うこともあるが、そのような場合でも接合面形状は理想化して微小な凹凸は存在しない滑らかな面とする。異種材料平板の幅を $2L$ 、厚さを W とし、接合面端における接合面と平板表面との交差角度はそれぞれ θ^* および θ^{**} とする。座標系としては、図 1 に示すように一方の接合面端に原点を置く直角座標系 (x, y) を採用する。

3. 接合面端部での応力特異性とその消失

スカーフ接合された異種材料平板の一方の接合面端部近傍の模式図を図 2 に示す。接合面端に原点を有し、材料 1 と 2 の接合面が $\theta = 0$ となる極座標系 (r, θ) を設定すると、温度が一樣で残留応力が発生しない場合には、接合面端部近傍の応力 $\{\sigma\}$ は次式のように特徴付けられる (Bogy, 1971; 結城, 1993)。

$$\sigma \propto \begin{cases} r^{-\lambda} & (\lambda \text{ が実数の場合}) \\ r^{-\text{Re}(\lambda)} [C_1 \cos\{\text{Im}(\lambda) \ln r\} + C_2 \sin\{\text{Im}(\lambda) \ln r\}] & (\lambda \text{ が複素数の場合}) \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 C_1 および C_2 は定数である。 λ が実数のときは、 $0 < \lambda < 1$ であれば接合面端部近傍の応力は特異応力場となり、 $\lambda \leq 0$ であれば特異性は消失する。また、 λ が複素数のときは、 $0 < \text{Re}(\lambda) < 1$ であれば振動特異応力場

Fig. 1 Scarf jointed plate of dissimilar materials subjected to tensile loading. The scarf jointed plate consists of two elastic strips, homogeneous and isotropic, joined together directly. The strips are referred to as materials 1 and 2. The width and thickness of scarf jointed plate are $2L$ and W respectively. The intersection angles between the joining interface and the surfaces of scarf jointed plate are θ^* and θ^{**} .

となり, $\text{Re}(\lambda) \leq 0$ であれば特異性は消失する. λ を $\lambda = 1 - p$ と置くと, p は次式の根として得られる.

$$\begin{aligned} & \{4p^2(p^2 - 1)\sin^2 \theta^* \sin^2(\pi - \theta^*) + K(p, 2\theta^* - \pi)\}\alpha^2 + 4p^2\{\sin \theta^* K(p, \pi - \theta^*) + \sin(\pi - \theta^*)K(p, \theta^*)\}\alpha\beta \\ & + 4K(p, \theta^*)K(p, \pi - \theta^*)\beta^2 + 2[2p^2\{\sin^2 \theta^* \sin^2(p\pi - p\theta^*) - \sin^2(\pi - \theta^*)\sin^2(p\theta^*)\} + K(p, \theta^*) \\ & - K(p, \pi - \theta^*)]\alpha - 4p^2\{\sin^2 \theta^* \sin^2(p\pi - p\theta^*) - \sin^2(\pi - \theta^*)\sin^2(p\theta^*)\}\beta + \sin^2(p\pi) = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

ここで, α および β は Dunders パラメータであり, 材料 1 および 2 のせん断弾性係数を G_1 および G_2 , ポアソン比を ν_1 および ν_2 とすると次式で表される.

$$\alpha = \frac{G_1(\kappa_2 + 1) - G_2(\kappa_1 + 1)}{G_1(\kappa_2 + 1) + G_2(\kappa_1 + 1)}, \quad \beta = \frac{G_1(\kappa_2 - 1) - G_2(\kappa_1 - 1)}{G_1(\kappa_2 + 1) + G_2(\kappa_1 + 1)} \quad (3)$$

ただし, κ_1 および κ_2 は平面ひずみ状態の場合には次式で与えられる.

$$\kappa_i = 3 - 4\nu_i \quad (i = 1, 2) \quad (4)$$

また, 式 (2) において $K(p, \theta)$ は次式で表される関数である.

$$K(p, \theta) = \sin^2(p\theta) - p^2 \sin^2 \theta \quad (5)$$

Fig. 2 Schematic of the scarf jointed plate of dissimilar materials in the neighborhood of an edge of joining interface. Let (x, y) be rectangular Cartesian coordinates and (r, θ) plane polar coordinates having the same origin at the edge of joining interface. The joining interface in the vicinity of the edge is described by $\theta = 0$.

接合面端での応力特異性を詳細に調べ、材料1および2のせん断弾性係数比や接合面端における接合面と平板表面との交差角に関する応力特異性の消失条件を明らかにする目的で、式(2)を数値的に解いた。ただし、材料1および2のポアソン比は $\nu_i = 0.3$ ($i = 1, 2$) とした。角度 θ^* を種々の値に固定したときのせん断弾性係数比 G_1/G_2 と応力特異性のオーダの関係を図3に示す。図において、 λ が実数のときは実線で、 λ が複素数のときは破線で示した。図より角度 θ^* およびせん断弾性係数比 G_1/G_2 の値によって応力特異性のオーダが零以下となり応力特異性が消失する場合があることが分かる。

図4に、応力特異性の消失する場合を $\theta^* - G_1/G_2$ 線図上に薄墨の領域で示す。図では、角度 θ^* について $0^\circ < \theta^* \leq 90^\circ$ の範囲で示した。なお、角度 θ^* が $90^\circ < \theta^* < 180^\circ$ の場合の式(2)の根 p は、角度 θ^* を $180^\circ - \theta^*$ としせん断弾性係数比 G_1/G_2 をその逆数とした場合の根 p と同値となるため、角度 θ^* が $90^\circ < \theta^* < 180^\circ$ の範囲での応力特異性の消失する場合の領域は、 $0^\circ < \theta^* < 90^\circ$ の範囲での薄墨の領域の点 $(\theta^*, G_1/G_2) = (90^\circ, 1)$ を対称の中心とした点対称の領域として得られることには注意を要する。

4. 境界要素法を用いた応力解析法と接合面の形状最適化

4.1 応力解析法

機械・構造物を対象とした応力解析の一手法である境界要素法は境界のみを要素分割するため、本研究で取り扱う接合面の形状最適化問題の最適化過程で起る接合面形状の修正にともなう要素再分割を容易に行うことができることから、本研究ではスカーフ接合された異種材料平板の応力解析に境界要素法を用いる。具体的には、2次3節点アイソパラメトリック要素を用いた二次元境界要素法を採用する。

4.2 形状最適化問題の定式化

図1に示したスカーフ接合された異種材料平板において、応力特異性が消失する状況で引張荷重負担機能を最大とする接合面の形状最適化問題を考える。設計領域である異種材料の接合面を N 個の要素に分割する(図5)。各要素の隣接する要素との境界にある2節点の x 座標値の差を $\Delta x_i (= x_{i+1} - x_i)$ ($i = 1, 2, \dots, N$) としたとき、 Δx_i は接合面端を節点に持つ要素で最小となり、板中央部の要素になるにつれて等差数列的に大きくなるようにする。なお、最適化過程において各 Δx_i の値は変化しないものとする。このとき、図5に示すように、各要素において節点を通るように便宜的に引いた直線が y 座標軸と平行な直線と成す角度を θ_i ($i = 1, 2, \dots, N$) とすると、各 θ_i を

Fig. 3 Order of stress singularity for the ratio of shear moduli G_1/G_2 at the various angles of θ^* which are taken as $\theta^* = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 55^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ$ and 90° . The order of stress singularity in the case of real λ is shown by the solid line and that in the case of complex λ by the broken line. For certain combinations of θ^* and G_1/G_2 , the order of stress singularity becomes $\text{Re}(\lambda) \neq 0$, i.e., the stress singularity disappears.

Fig. 4 Region of the disappearance of stress singularity, which is of gray color in the θ^*-G_1/G_2 diagram. It is noted that for the regions of the disappearance of stress singularity in the domains $0^\circ < \theta^* < 90^\circ$ and $90^\circ < \theta^* < 180^\circ$, there is a point symmetry about the point $(\theta^*, G_1/G_2) = (90^\circ, 1)$.

変化させることによって接合面の形状を変化させることができることになる．以上より，引張荷重負担機能を最大とする本形状最適化問題は次式のように定式化される．

目的関数 $\sigma_0 \rightarrow \text{最大}$

$$\text{制約条件} \quad \left| \frac{\sigma_n}{\sigma_c} \right|^m + \left| \frac{\tau_s}{\tau_c} \right|^m \leq 1, \quad \sum_{i=1}^N \Delta x_i \cot \theta_i = \Delta L, \quad (6)$$

$$|\theta_{i+1} - \theta_i| \leq \Delta \theta \quad (i = 1, 2, \dots, N-1), \quad \theta^*, \theta^{**} \in \Theta$$

設計変数 $\theta_i \quad (i = 1, 2, \dots, N)$

ここで，制約条件の第 1 式は接合面上で接合面に対する強度則（竹下他，1988）を満足することを示している．式中の σ_n および τ_s はそれぞれ接合面に働く垂直応力およびせん断応力， σ_c および τ_c は接合面の垂直応力およびせん断応力による接合強度， m は定数である．制約条件の第 2 式は接合面両端の相対位置に関する条件式であり， ΔL は図 1 に示されるような接合面両端の y 座標値の差である．また，制約条件の第 3 式は接合面を作製する観点から接合面の傾斜角の変動に制限を設ける式であり，第 4 式は接合面両端で応力の特異性が消失する制約条件である． Θ は，異種材料の材料 1 と 2 の組合せが定められたときの，接合面端における接合面と平板表面との交差角度のうち応力の特異性が消失する交差角度の集合である．

式 (6) の最適化問題の解析手法としては許容方向法を，一次元探索には囲い込みと多項式近似をそれぞれ用いる（Vanderplaats and Sugimoto, 1986）．

4.3 最適化結果および考察

図 1 に示したスカーフ接合された異種材料平板で幅と厚さの比を $2L/W = 20$ とし，材料 1 および 2 のせん断弾性係数比を $G_1/G_2 = 5.0$ ，ポアソン比を $\nu_i = 0.3 \quad (i = 1, 2)$ とした場合を一つの代表例として取り上げ，式 (6) について最適化計算を実施した．そのとき，応力特異性が消失する場合の接合面端における接合面と平板表面との

Fig. 5 Quadratic isoparametric boundary elements of joining interface, of which Δx_i increases in arithmetical progression from the edges to the middle of joining interface. The angles θ_i ($i = 1, 2, \dots, N$) are the design variables for shape optimization of joining interface profile.

Table 1 Constraints on the angles θ^* and θ^{**} for disappearance of stress singularity at the edges of joining interface

Case	θ^*	θ^{**}
A	$56.79^\circ \leq \theta^* \leq 61.0^\circ$	$56.79^\circ \leq \theta^{**} \leq 61.0^\circ$
B	$56.79^\circ \leq \theta^* \leq 61.0^\circ$	$123.21^\circ \leq \theta^{**} < 180^\circ$
C	$123.21^\circ \leq \theta^* < 180^\circ$	$56.79^\circ \leq \theta^{**} \leq 61.0^\circ$
D	$123.21^\circ \leq \theta^* < 180^\circ$	$123.21^\circ \leq \theta^{**} < 180^\circ$

交差角 θ^* および θ^{**} は次式のようにになる（図 4 参照）。

$$56.79^\circ \leq \theta^*, \theta^{**} \leq 61.0^\circ, \quad 123.21^\circ \leq \theta^*, \theta^{**} < 180^\circ \quad (7)$$

本最適化問題の解析に用いる許容方向法は、非線形最適化問題に対する有用な手法であるが、最適化計算において初期値依存性の可能性が想定される。そのため、 θ^* および θ^{**} について表 1 のように 4 通りの場合に分けて最適化計算を行い、それらの結果から最終的に本最適化問題の最適解を得た。式 (6) の制約条件第 1 式の接合面に対する強度則に関しては、竹下らの論文（竹下他，1988）を参照して $\sigma_c = 30 \text{ MPa}$ ， $\tau_c = 60 \text{ MPa}$ ， $m = 2$ とした。また、 $\Delta\theta$ はスカーフ接合される材料が難加工性である等の理由で接合面の曲面加工の軽減が要請される場合には小さい値に設定されるべきであるが、ここでは大きい値の場合の 1 例として $\Delta\theta = 15^\circ$ とした。なお、 $\Delta L/W$ が $0 \leq \Delta L/W \leq 2$ 程度の範囲であれば、 $\Delta\theta$ を $0 < \Delta\theta \leq 30^\circ$ に設定することによって、最適化計算過程で θ_i が 0 に近づくことを避け最適化計算が安定に進む便法となることを付記する。 N はスカーフ接合された異種材料平板内の応力値が良好に得られることを確認した上で $N = 100$ とした。このとき、接合面端を節点に持つ要素において最小となる Δx_1 および Δx_{100} は $\Delta x_1/W$ ， $\Delta x_{100}/W = 0.004$ とした。目的関数 σ_0 の収束判定条件としては、数回～数十回程度の繰り返し計算で最適解が得られることを想定して、繰り返し前後の σ_0 の値の差の絶対値をそのときの σ_0 で割った値が 0.001 未満とした。

表 1 の各ケースについて、 $\Delta L/W$ の値に対するスカーフ接合された異種材料平板にかかる最大の引張応力 $\sigma'_{0\max}$ を図 6 に、 $\Delta L/W$ の値が $\Delta L/W = 0, 0.26, 0.57, 1.0, 1.73$ の場合の接合面形状の最適化計算結果を図 7 に示す。なお、図 7 において点線は接合面両端の位置を通る平面を表している。図 6 より、表 1 のケース A, B, C, D の各場合で最大の引張応力 $\sigma'_{0\max}$ の値にかなりの違いがでることもあり、その様相は全く異なることがわかる。また、図 7 よりケース B の場合の接合面形状の最適化結果は他のケースの場合に比してより平面に近いことがわかる。

Fig. 6 Maximum tensile stress $\sigma'_{0\max}$ against $\Delta L/W$ in the cases of A, B, C and D in Table 1. The aspects of $\sigma'_{0\max}$ are quite different in the cases of A, B, C and D.

Fig. 7 Optimum shapes of joining interface profile in the cases of A, B, C and D in Table 1. The dotted line indicates the flat joining interface. The optimum shape in the case of B is more planar than those in the other cases.

式(6)の最適化問題の最適解は図6のケースA, B, C, Dの場合のうち $\sigma'_{0\max}$ が最も大きい値を取る場合となる。そのときの最大の引張応力を $\sigma_{0\max}$ と表し、結果を図8に示す。図8に示されるように、 $\sigma_{0\max}$ は、 $\Delta L/W = 0.145$ を境として、 $\Delta L/W$ の値がこの値より小さいときにはケースAの $\sigma'_{0\max}$ に一致し、この値より大きいときにはケースBの $\sigma'_{0\max}$ に一致する。また、図から $\Delta L/W = 0.745$ のとき $\sigma_{0\max}$ はピーク値41.57 MPaを取ることがわかる。これは $\Delta L/W$ の値を自由に選択できるときには、スカーフ接合された異種材料平板の引張荷重負担機能を $\sigma_{0\max} = 41.57$ MPaまで向上させることができることを意味している。図9に、 $\Delta L/W$ の値が $\Delta L/W = 0, 0.26, 0.57, 0.745, 1.0, 1.73$ の場合の接合面形状に関する式(6)の最適化問題の結果を示す。図より式(6)の最適解

Fig. 8 Maximum tensile stress $\sigma_{0\max}$ for the optimization problem of Eq. (6), which is the largest value of $\sigma'_{0\max}$ in the cases of A, B, C, and D. That is, the maximum tensile stress $\sigma_{0\max}$ is identical to the value of $\sigma'_{0\max}$ in the case A for $0 \leq \Delta L/W \leq 0.145$ and the value of $\sigma'_{0\max}$ in the case B for $\Delta L/W > 0.145$. The maximum tensile stress $\sigma_{0\max}$ attains the peak value of 41.57 MPa when $\Delta L/W = 0.745$.

Fig. 9 Optimum shapes of joining interface profile for the optimization problem of Eq. (6) for the values of $\Delta L/W$, which are taken as $\Delta L/W = 0, 0.26, 0.57, 0.745, 1.0$ and 1.73 . The optimum shape is almost flat for every value of $\Delta L/W$ except $\Delta L/W = 0$.

としての接合面形状は、 $\Delta L/W = 0$ 以外の場合ではほとんど平面に近くなることがわかる。このことより、スカーフ接合された異種材料平板の引張荷重負担機能向上を実現する場合において、接合前における接合面形状の形成に対する困難さはかなり軽減されることが示唆される。

5. 結 言

スカーフ接合された異種材料平板の引張荷重負担機能向上のための最適な接合面形状について検討した。はじめに、二次元弾性論に基づいて接合面端での応力特異性を詳細に調べ、せん断弾性係数比や接合面端における接合面と平板表面との交差角に関する応力特異性の消失条件を明らかにした。次に、スカーフ接合された異種材料平板の接合面両端で応力特異性が消失するという制約のもとで、引張荷重負担機能を最大とする接合面形状の最適化問題を定式化し、その最適化問題を最適化手法として許容方向法を用いて解いて最適な接合面形状を決定した。その結果、スカーフ接合された異種材料平板の引張荷重負担機能向上が、接合面形状を平面からわずかに変更することによって実現可能であるという工業上有益な知見を得た。最後に、本研究の有効性を示すためには、 $\Delta L/W$ の値が同一のスカーフ接合された異種材料平板で、接合面端に応力特異性を有する接合面が平面のときと最適化された接合面形状のときの引張荷重負担機能の差を定量的に明らかにすることも重要となるが、この問題は今後の検討課題としたい。

文 献

- Afendi, M., Teramoto, T. and Bakri, H. B., Strength prediction of epoxy adhesively bonded scarf joints of dissimilar adherends, *International Journal of Adhesion and Adhesives*, Vol.31, No.6 (2011), pp.402–411.
- Barker, R. M. and Hatt, F., Analysis of bonded joints in vehicular structures, *AIAA Journal*, Vol.11, No.12 (1973), pp.1650–1654.
- Bogy, D. B., Two edge-bonded elastic wedges of different materials and wedge angles under surface tractions, *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol.38, No.2 (1971), pp.377–386.
- Chen, D. and Cheng, S., Stress distribution in plane scarf and butt joints, *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol.57, No.1 (1990), pp.78–83.
- Harman, A. B. and Wang, C. H., Improved design methods for scarf repairs to highly strained composite aircraft structure, *Composite Structures*, Vol.75, Nos.1-4 (2006), pp.132–144.
- He, D., Sawa, T. and Karami, A., Stress analysis and strength evaluation of scarf adhesive joints with dissimilar adherends subjected to static tensile loadings, *Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering*, Vol.3, No.8 (2009), pp.1033–1044, DOI:10.1299/jmmp.3.1033.
- 井岡誠司, 久保司郎, 大路清嗣, 岸本純一, 応力特異性消失条件を用いた異種接合材料の形状の選択に関する基礎的検討, *日本機械学会論文集 A 編*, Vol.60, No.577 (1994), pp.1927–1934.
- 伊藤義康, 田中明, 安藤秀泰, 新藤尊彦, 異種金属接合界面端部の応力特異性に注目したスカーフ継手設計, *日本機械学会論文集 A 編*, Vol.68, No.667 (2002), pp.471–476.
- 京極秀樹, 杉林俊雄, 池上皓三, スカーフ接着継手の強度評価 (第 2 報, 被着体が異種金属材料の場合), *日本機械学会論文集 A 編*, Vol.53, No.487 (1987), pp.506–513.
- Lubkin, J. L., A theory of adhesive scarf joints, *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol.24, No.2 (1957), pp.255–260.
- 松田弘, 山口章三郎, 有限要素法によるスカーフ接着継手の応力解析 (第 1 報) 応力分布におよぼすスカーフ角の影響, *日本接着協会誌*, Vol.15, No.8 (1979), pp.305–311.
- 村田雅人, 高原渉, 自由縁特異応力の減少に係わる知的形状設計について, *日本機械学会論文集 A 編*, Vol.63, No.613 (1997), pp.2065–2069.
- 中野博子, 大宮祐也, 関口泰久, 沢俊行, 静的引張り荷重を受ける異種材料被着体によるスカーフ接着継手の三次元有限要素法応力解析と強度について, *日本接着学会誌*, Vol.49, No.7 (2013), pp.249–259.
- Park, J. and Anderson, W. J., Geometric optimization of two bonded wedges involving stress singularities, *Composites Engineering*, Vol.4, No.9 (1994), pp.901–912.
- Qian, Z. and Akisanya, A. R., An experimental investigation of failure initiation in bonded joints, *Acta Materialia*, Vol.46, No.14 (1998), pp.4895–4904.
- Qian, Z. Q and Akisanya, A. R., An investigation of the stress singularity near the free edge of scarf joints, *European Journal of Mechanics - A/Solids*, Vol.18, No.3 (1999), pp.443–463.

- 竹下達郎, 松尾圭造, 杉林俊雄, 池上皓三, GFRP と金属材料の接着スカーフ継手における引張強度, 材料, Vol.37, No.420 (1988), pp.1057–1063.
- Vanderplaats, G. N. and Sugimoto, H., A general-purpose optimization program for engineering design, Computers and Structures, Vol.24, No.1 (1986), pp.13–21.
- Wah, T., Plane stress analysis of a scarf joint, International Journal of Solids and Structures, Vol.12, No.7 (1976), pp.491–500.
- Wu, Z., Tian, S., Hua, Y. and Gu, X., On the interfacial strength of bonded scarf joints, Engineering Fracture Mechanics, Vol.131 (2014), pp.142–149.
- 結城良治, 界面の力学 (1993), p.24, 培風館.

References

- Afendi, M., Teramoto, T. and Bakri, H. B., Strength prediction of epoxy adhesively bonded scarf joints of dissimilar adherends, International Journal of Adhesion and Adhesives, Vol.31, No.6 (2011), pp.402–411.
- Barker, R. M. and Hatt, F., Analysis of bonded joints in vehicular structures, AIAA Journal, Vol.11, No.12 (1973), pp.1650–1654.
- Bogy, D. B., Two edge-bonded elastic wedges of different materials and wedge angles under surface tractions, Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol.38, No.2 (1971), pp.377–386.
- Chen, D. and Cheng, S., Stress distribution in plane scarf and butt joints, Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol.57, No.1 (1990), pp.78–83.
- Harman, A. B. and Wang, C. H., Improved design methods for scarf repairs to highly strained composite aircraft structure, Composite Structures, Vol.75, Nos.1-4 (2006), pp.132–144.
- He, D., Sawa, T. and Karami, A., Stress analysis and strength evaluation of scarf adhesive joints with dissimilar adherends subjected to static tensile loadings, Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering, Vol.3, No.8 (2009), pp.1033–1044, DOI:10.1299/jmmp.3.1033.
- Ioka, S., Kubo, S., Ohji, K. and Kishimoto, J., A basic study on the shape design of bonded dissimilar materials using the condition of no-stress singularity, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.60, No.577 (1994), pp.1927–1934 (in Japanese).
- Itoh, Y., Tanaka, A., Andoh, H. and Shindoh, T., Design for scarf joint by paying attention to stress singularity for free-edge of dissimilar-metal interface, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.68, No.667 (2002), pp.471–476 (in Japanese).
- Kyogoku, H., Sugibayashi, T. and Ikegami, K., Strength evaluation of scarf joint bonded with adhesive resin (2nd report, adherends of dissimilar metals), Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.53, No.487 (1987), pp.506–513 (in Japanese).
- Lubkin, J. L., A theory of adhesive scarf joints, Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol.24, No.2 (1957), pp.255–260.
- Matsuda, H. and Yamaguchi, Y., Stress analysis of adhesive scarf joint by finite element method (1st report) Influence of the scarf angle upon the stress distribution, Journal of the Adhesion Society of Japan: adhesion, Vol.15, No.8 (1979), pp.305–311 (in Japanese).
- Murata, M. and Takahara, W., Intelligent shape design for reduction of free-edge singular stress, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.63, No.613 (1997), pp.2065–2069 (in Japanese).
- Nakano, H., Omiya, Y., Sekiguchi, Y. and Sawa, T., FEM stress analysis and strength prediction of scarf adhesive joints with dissimilar adherends subjected to static tensile loadings, Journal of the Adhesion Society of Japan, Vol.49, No.7 (2013), pp.249–259 (in Japanese).
- Park, J. and Anderson, W. J., Geometric optimization of two bonded wedges involving stress singularities, Composites Engineering, Vol.4, No.9 (1994), pp.901–912.
- Qian, Z. and Akisanya, A. R., An experimental investigation of failure initiation in bonded joints, Acta Materialia, Vol.46, No.14 (1998), pp.4895–4904.

- Qian, Z. Q and Akisanya, A. R., An investigation of the stress singularity near the free edge of scarf joints, *European Journal of Mechanics - A/Solids*, Vol.18, No.3 (1999), pp.443–463.
- Takeshita, T., Matsuo, K., Sugibayashi, T. and Ikegami, K., Tensile strength of adhesive scarf joint between GFRP and metals, *Journal of the Society of Materials Science, Japan*, Vol.37, No.420 (1988), pp.1057–1063 (in Japanese).
- Vanderplaats, G. N. and Sugimoto, H., A general-purpose optimization program for engineering design, *Computers and Structures*, Vol.24, No.1 (1986), pp.13–21.
- Wah, T., Plane stress analysis of a scarf joint, *International Journal of Solids and Structures*, Vol.12, No.7 (1976), pp.491–500.
- Wu, Z., Tian, S., Hua, Y. and Gu, X., On the interfacial strength of bonded scarf joints, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol.131 (2014), pp.142–149.
- Yuuki, R., *Mechanics of Interface* (1993), p.24, Baifukan (in Japanese).