Advance Publication by J-STAGE

日本機械学会論文集

Transactions of the JSME (in Japanese)

DOI:10.1299/transjsme.21-00280

Received date : 8 September, 2021

Accepted date : 14 November, 2021

J-STAGE Advance Publication date : 24 November, 2021

© The Japan Society of Mechanical Engineers

この記事はクリエイティブ・コモンズ [表示-非営利-改変禁止 4.0 国際]ライセンスの下に提供されています。
(<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.ja>)

高レイノルズ数乱流境界層における平均速度分布の普遍性に関する実験的研究

辻 義之^{*1}, 井門 敦志², 西岡 通男^{*3}

Universality of mean velocity profile in high Re-number turbulent boundary layer

Yoshiyuki TSUJI^{*1}, Atsushi IDO^{*2} and Michio NISHIOKA^{*3}

^{*1} Nagoya University, Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya-shi, Aichi 464-8603, Japan

^{*2} RTRI wind tunnel center, 2460 Umegahara Maibara-shi, Shiga 521-0013, Japan

^{*3} Osaka Prefecture University, Gakuen-cho, Naka-ku, Sakai-shi, Osaka 599-8531, Japan

Abstract

To better understand high Reynolds number zero-pressure-gradient turbulent boundary layers detailed hot-wire measurements of the mean and fluctuating streamwise velocity are made in RTRI's low-noise wind tunnel in Maibara Japan. The momentum thickness Reynolds number is up to approximately 8×10^4 . Using the friction velocity measured by oil film interferometry, mean velocity profile shows a clear log-law region. The turbulent intensity profile also shows the log-law scaling predicted by attached eddy model. However, the log-regions of mean and turbulent intensity do not match with each other. Kármán constant κ , additive constant B , and wake parameter Π are evaluated as $\langle \kappa \rangle = 0.385 \pm 0.003$, $\langle B \rangle = 4.26 \pm 0.15$, $\langle B_1 \rangle = -1.077 \pm 0.089$, $\langle \Pi \rangle = 0.455 \pm 0.025$, and they relate closely with each other by simple equation.

Keywords : Turbulent boundary layer, Mean velocity profile, High Reynolds-number universality

1. 緒 言

圧力勾配の無い平板上に発達する高レイノルズ数乱流境界層は、基礎研究はもとより広く工学的応用に関して、長く重要な研究対象でありつづけている。壁乱流の平均速度分布が対数則に従うかベキ則に従うかの議論は約 20 年前の論文(Barenblatt, 1993)が発端となり、その後、膨大な研究成果が報告され、レビューもいくつか出版されている(Marusic et al., 2010, Smits et al., 2011)。レビュー報告には、レイノルズ数の低い ($R_\theta \leq 5000$, R_θ は運動量厚さに基づくレイノルズ数) 乱流境界層に関しては、豊富な室内実験のデータが存在しており、それらは直接数値計算(DNS)の結果とよく整合している。一方、高レイノルズ数流れの実験は限られた施設でのみ実施され、それらのデータに関する信頼性の検証は十分になされていない。例えば、円管乱流の実験は、Princeton 大学(米国)のスーパーパイプのデータが長く使用されている。平板乱流境界層に関しては、王立工科大学(スウェーデン)、Illinois 工科大学(米国)、DNW(ドイツ)などのデータが解析されている(Buschmann and Gad-el-Hak, 2007)。

平均速度分布に関しては、カルマン定数、後流関数、バッファ層からオーバーラップ層へ続く領域の形状が調査されている。乱れ強度に関しては、壁近くでの最大値のレイノルズ数依存性、大規模構造の寄与による外層ピークの有無、attached eddy model の検証、摩擦係数の評価などがおこなわれている(Marusic et al., 2010)。しかし、高レイノルズ数の乱流境界層データに限れば、各研究機関の計測結果は必ずしも整合性が取れているわけではない。言い換えれば、高レイノルズ数乱流の普遍性を議論するだけの十分な実験データベースは構築されていない。近年、円管乱流実験では、スーパーパイプとは異なる実験結果が報告されており(Furuichi et al., 2015, 和田他, 2015)、直接数値計算による、チャンネル乱流の高レイノルズ数の成果が報告されている(Yamamoto and Tsuji, 2018)。

乱流境界層実験に限ると、日本の研究機関からは低レイノルズ数データの提示はあるが、高レイノルズ数に関しては貢献が認められない。国内では多くの研究者が壁乱流に関連する研究に携わっており、高い測定技術を有

No.21-00280 [DOI: 10.1299/transjsme.21-00280]

^{*1} 正員, 名古屋大学 (〒464-8603 愛知県名古屋市中区千種区不老町)

^{*2} 正員, 鉄道総合技術研究所 風洞技術センター (〒521-0013 滋賀県米原市梅ヶ原 2460)

^{*3} 正員, 大阪府立大学 (〒599-8531 大阪府堺市中央区学園町)

E-mail of corresponding author: c42406a@nucc.cc.nagoya-u.ac.jp

しているが、大型風洞施設は企業の所有することから基礎研究に結びつかないのが現状である。このような背景のもと、本研究では、国内を代表する風洞施設である公益財団法人鉄道総合技術研究所米原風洞(井門, 2012)において、乱流境界層の速度分布と壁面せん断応力を計測し、平均速度分布型と乱流統計量のレイノルズ数依存性を考察した結果を報告する。特に、速度分布の算出に関しては、計測に含まれる不確かさを見積もるために種々の補正を実施した。

2. 実験施設及び実験条件

鉄道総合技術研究所の大型低騒音風洞は、1996年に滋賀県米原市に建設された(以後、米原風洞もしくはRTRIと略記)。米原風洞の特徴は、以下のようにまとめられる(井門, 2012)。(a)空力音の実験をおこなうため暗騒音が十分に低い、(b)測定部が十分に長く、複数編成の鉄道車両模型実験が可能、(c)測定部上流域にスパイアやブロック等を設置し自然風を模擬した風洞実験が可能、(d)地面付近の流れを模擬するために、境界層吸い込み装置及びムービングベルトが装備されている。ゲッチング型水平単帰還方式であり、ノズル縮流比は8:1、風速分布は $\pm 0.4\%$ 以下(288 km/h (80 m/s) 時)、乱れ度は0.2%以下(198 km/h (55 m/s) 時)である。図1に風洞の平面図および寸法を示した。測定部は密閉型測定部と開放型測定部を設置することができ、密閉型の測定流路は幅5 m×高さ3 m×長さ20 mである。空気冷却装置を有し、長時間の運転送風に対して気流温度を安定に保つことができるのも本施設の特徴である。最高風速は300 km/h (83 m/s) であり、本計測では密閉型測定部を使用した。

乱流境界層の平均速度分布型を調べるため、欧米では多くの研究がなされてきた。国内外には著名な大型風洞施設が多数あるが、平均速度分布を詳細に調べるためには、気流温度の調整ができ長時間安定に運転できる風洞が必要となる。乱流境界層の基礎研究で使用される諸外国の風洞施設と米原風洞施設を比べ、速度統計量の相对比较をする必要がある。本論文では、まず米原風洞の計測結果について詳細を報告する。

Fig.1 Plain view of wind tunnel facility at RTRI wind tunnel technical center (<http://www.rtri.or.jp/rd/maibara-wt/INDEX.HTML>).

2・1 設置平板

測定部下面にはH鋼を固定して、その上にアルミフレームを配置した。アルミフレームの高さは微調整ができるようになっており、レーザーレベル計を用いて高さを一定に調整した。アルミフレームの上に化粧板(板厚22mm)を密閉型測定部一面に敷きつめ、その表面に乱流境界層を発達させた。風洞床面から平板表面までの高さは約23cmである。平板と先端楔の詳細を図2に示す。H鋼は流れに垂直方向、アルミフレームは流れ方向に設置され、化粧板はアルミフレームに固定される。

平板先端は剥離を抑えるために楔形(長さ1342 mm, 先端角 10° と 5° の二段変化)の前縁部を設置して、風洞ノズルの絞り部から平板へ接続した。楔先端は微小な丸みをもち、縮流ノズル壁面に沿って発達した境界層はノズル内で乱流に遷移していると考えられる。平板上にはトリッピングワイヤは設置していない。楔台と平板の設置位置にタフトを貼り付け目視で観察した限り、剥離は確認できなかった。流速測定位置は楔先端から6.0 m, 14.4 m,

18.7 m の 3 か所であり、本論文では、計測位置を上流位置(upstream)、中流位置(middle)、下流位置(downstream)と呼ぶことにする。図 2(b)には□印でその位置が示してある。

Fig.2 Flat plate; (a) side view, (b) top view, (c) leading edge.

Fig.4 I-probe shape, (a) straight-type, (b) bent-type.

Fig.3 Test section for probe setting at calibration. ②Pitot tube, ③hot-wire, ④⑤thermistor, ⑥thermocouple, ⑦thermometer.

2・2 主流速度および温度計測

風洞内の主流平均流速は標準ピトー管を用い、流速変動は定温度型熱線風速計と熱線プローブ（後述）を使用した。ピトー管①は風洞側壁の平板前縁から 12 m、測定平板から 1.3 m の高さの位置に設置され、側壁上に発達した境界層の影響を受けないように、壁面から 0.4m の離れた位置に設置された。熱線プローブは、壁垂直方向に移動可能なステッピングモータにブレードを固定して、壁から 600 mm の範囲でトラバースできるようにした。また、プローブはホルダーを作成して固定し、破損時の取り換えが容易にできるようにした（図 3 参照）。熱線風速計のキャリブレーションは、平板から 400 mm の位置にピトー管を設置して、同じ高さにプローブを隣接しておこなった。マノメータ(Furness, FCO510, 校正済み)で測定するピトー管②の動圧、大気圧、気温から風速を算出する。ピトー管①と②で計測される主流速度は、1%以下の精度で一致することより、風洞断面内において一様な流動場が形成されている。また、風洞側壁には静圧孔が設けてあり、圧力係数 C_p を算出した結果、下流方向への変化が ± 0.02 であった（付録 1）。

2・3 熱線風速計とキャリブレーション

定温度型風速計は公開されている回路(西岡, 1983)を参考に自作した。直線化機器（リニアライザ）は備えていないが、適切なキャリブレーションをおこなえば、市販されている風速計(KANOMAX : Model-7000 Ser, DANTEC : DISA 55M01, 55D26)と極めて良い一致を示すことを確認している。熱線プローブは、直径 2.5 μm のタングステン線に銅メッキを施し、ブロング（先端をとがらせた直径 0.3 mm のステンレス線）にはんだ付けして I 型プローブ

を用いた。受感部長さは約 0.5 mm, アスペクト比を 200 として, 熱線の加熱比は 0.5 とした。計測データに電気ノイズが重畳することを極力避けるために, 安定化電源を介して計測器を接続し, 機器の接続と接地(アース)の試行錯誤を繰り返しおこなった。プロングは, 直線形状の I 型と壁近くで乱流構造との干渉を低減させるために壁に沿って曲げた境界型の二種類を用いた(図 4 参照, 前者を直線プローブ, 後者を境界層プローブと呼ぶことにする)。熱線風速計からの出力は 16 bit の AD コンバータで離散化した。キャリブレーションは, 熱線を主流に設置して, 同一高さにピトー管を配置して, 主流風速を変えながら 20 kHz で 1 分間の計測をおこなった。

キャリブレーションは速度計測の基礎となる重要な手順である。その方法と考慮すべき事項の詳細を付録 2 にまとめた。本論文中では, 計測結果の不確かさを見積もるための参考にする。キャリブレーションで使用するピトー管②とマノメータは, 校正済みの機器(Furness, FCO510)を使用している。風速測定の精度は, 全てこのピトー管を用いたキャリブレーションを基準としている。熱線風速計を用いた計測では, 気流の温度変化(特にキャリブレーション時と計測時の温度差)と熱線プローブの抵抗変化, 電気回路のドリフトなどの影響を適宜補正することが望まれる。以下に熱線出力の補正について概要をまとめる。

米原風洞には空気冷却装置が設置されており, 定常運転時には気流温度を一定に管理できる。しかし, キャリブレーション時には異なる流速を短時間で変化させるため, 本番計測時の気流温度とは一致しない。そこで, 本番計測時後半の安定した気流温度を基準にして, キャリブレーション時の風速計電圧を補正する(補正(A)と略記)。補正(A)は前後のキャリブレーション毎におこなう。本計測前後のキャリブレーションでは, 熱線風速計電気回路の増幅器の温度依存性, 熱線プローブ受感部の抵抗変化による電圧出力変化が観察される。高速領域では, 電圧変化に対する風速変化が大きいので, わずか数十 mV のドリフトが数十 cm/s の風速変化に相当する。本計測時の主流速度がピトー管出力に一致すること, また, 前後のキャリブレーションの電圧出力が経過時間に対して線形で変化すると仮定して出力補正をおこなった(補正(B)と略記)。ピトー管で計測される流速と風速計からの電圧出力は, 近似式を用いて内挿され電圧出力から風速への変換がなされる。近似式としては, 簡便な多項式を用いる方法と熱線受感部からの熱損失に基づく King の式が利用される場合がある。キャリブレーション時の風速を変化させる点数が十分に多い場合には, 二つの近似式は良く一致するであろう。しかし, 計測には時間的な制約から 10 数点の離散点でしか風速を変化させることができない。その場合には, 計測値の内挿が用いる関数型に影響を受けると考えられる。そこで 2 つの関数型を用いた場合の相違について考察する(補正(C)と略記)。以上をまとめると, 速度計測に影響を与える要因は主に以下になる。

(A) キャリブレーション時と本計測時の気流温度の相違が速度計測に与える影響

(B) 本計測前後のキャリブレーションにおける出力電圧のドリフトが速度計測に与える影響

(C) キャリブレーション式(多項式, King 式)が速度計測に与える影響

補正方法の詳細は付録 2 にまとめた。補正法にはいくつかの仮定が用いられているため, それらが常に良い結果を与えるとは限らない。従って, 補正(A), (B)をおこなわない場合も解析の対象とした。

2・4 セン断応力の計測

平均速度分布は乱流境界層中の代表スケール(長さと速度)で無次元化され, その普遍型が議論される。壁近くの内層変数は, 摩擦速度 u_τ と動粘度 ν である。摩擦速度は壁面せん断応力 τ_w から算出されるため, 正確なせん断応力の計測が求められる。本研究では, オイルフィルム干渉法(Oil Film Interferometry, OFI 法と略記)を用いる(Naughton and Sheplak, 2002)。

壁面上に粘度の高いオイルを一滴おいて, 風を吹かせた際にオイルが変形する度合いからせん断応力を算出する。オイルの厚さは数 μm であることから, オイル液膜の変形は干渉縞をつくりその移動速度からせん断応力を見積もる。OFI 測定における実験体系は図 5 に示すようにカメラ, カメラ固定台, 外部トリガー, 光源, 計測用 PC である。画像は小型 USB カメラ(アルゴ社 DMK23UP1300)により連続画像を取得した。連続画像はファンクションジェネレーター(GW Instek 製 AFG-2005)から 1Hz の矩形波を正確に発生させ, カメラの外部トリガーとした。壁面化粧版と風洞床との距離は 230mm しかないため, 小型カメラとレンズを固定台に取り付け, 光源との相対位置を微妙に調整する必要がある。設置したカメラ角度 α は 79.2° であり, 光源は低圧ナトリウムランプの単色光を利用している。光の波長は 589.6nm (D1)及び 589.0nm (D2)であるが, D1 に比べ D2 の方が大きい輝度で

あるため、ほぼ単色光と扱える．そのため、本実験では光源の波長 λ はD2の589.0nmとした．OFI計測に与える不確かさの要因と測定精度は付録3にまとめた．

オイル干渉縞の画像例とその断面の模式図を図6に示す．OFI計測では、干渉縞の移動速度を正確に算出することで壁面せん断応力が計測できる．

Fig.5 Camera setting for OFI measurement.

Fig.6 Fringe pattern of oil. (a) leading part, (b) schematic view of cross section.

オイル先端の暗部の縞番号をゼロとして、 k 番目の干渉縞の移動速度を u_k とすると u_k は以下のように表される．

$$u_k = \frac{dx}{dt} = \frac{\tau_w h_k}{\mu} \quad (1)$$

ここで h_k はオイルの先端から数えた k 番目の暗縞模様でのオイルの高さを表している．したがって、縞速度 u_k は縞番号 k に依存している． h_k は図6(b)に示すように k の関数として求まるので、壁面せん断応力 τ_w は次式で与えられる．なお、粘度 μ は動粘度 ν と密度 ρ の積で表記した．

$$\tau_w = \rho \nu u_k \frac{2(n^2 - \sin^2 \alpha)^2}{\lambda(k + h_0/\Delta h)} \quad (2)$$

ここで h_0 はオイル先端ゼロ番目の暗の縞の高さ、 Δh は二つの縞の間の高さを表し、光源の波長 λ 、オイルの屈折率 n 、カメラの仰角 α から容易に計算できる．縞速度 u_k を流れ方向(x 方向)への時間変化(dx/dt)から移動速度として求めるので、式(2)はXT法と呼ばれる．ただし、式(2)の成り立つ時間帯 $[t_1, t_2]$ を適切に判断する必要がある． t_1 は解析始まりの時間、 t_2 は解析終わりの時間である．一方で、干渉縞の明暗を波と近似して波長を λ_k とすると、 k 番目の波長の時間変化は次式となる．

$$\frac{d\lambda_k}{dt} = u_k - u_{k-1} = \frac{\tau_w}{\mu} (h_k - h_{k-1}) = \frac{\tau_w}{\mu} \Delta h \quad (3)$$

式(3)よりせん断応力は

$$\tau_w = \frac{\mu}{\Delta h} \frac{d\lambda_k}{dt} = \rho \nu \frac{d\lambda_k}{dt} \frac{2(n^2 - \sin^2 \alpha)^{1/2}}{\lambda} \quad (4)$$

この方法では、干渉縞の輝度変化を三角関数で近似することで、 k 番目の波の山（もしくは谷）位置を算出して、波長を求めることができる．この方法をLambda(λ)法と名付ける．図6(b)に示すようにオイルが単一の傾きをもって発達する場合には、両方法は同一のせん断応力を算出できる．

2・5 実験条件および解析条件

速度計測は平板先端から3つの位置（上流：6.0 m，中流：14.4 m，下流：18.7 m）において、主流の風速を約20, 30, 40, 50 m/sに設定した．熱線風速計からの電圧出力は16 bitのADコンバータで離散化し、壁から64点の位置において、60 kHzで90秒間の計測をおこなった．また、同一条件においてOFI法によって壁面せん断応力の計測をおこなった．実験は各測定位置で再現性を確認するため、異なる日時に2回おこなった（付録5参照）．

熱線風速計からの電圧出力は、キャリブレーションをすることで、速度変動に変換される．この過程で内在される計測の不確かさについて、補正の有無の比較をおこなった．つまり、電圧出力からの速度変動の算出には、2.3節で述べた(A)キャリブレーション時の温度補正の有無、(B)ドリフト補正の有無、(C)2つのキャリブレーション近似式（多項式、King式）を使用した場合の結果が得られる．(A)と(C)は前後のキャリブレーションデータに各々適用され（各2回）、(B)は前後のキャリブレーションの比較から適用される（各1回）、したがって、1条件の

実験から計 12 通りの速度データが算出される。付録 2 の表 R1 に 12 通りの組み合わせを①～⑫で示した。また、補正を全く行わない場合には、前後のキャリブレーションの各々に対して(C)を適用すると、4 通りの速度データが得られる（付録 2 の表 R1 の⑬～⑯）。つまり、1 条件の計測に対して 16 通りの速度が算出され、その結果がどれくらい相違するのかを比較した。補正法にはいくつかの仮定が含まれるため、最善の補正方法を決めることは難しい。さらに、温度変化の影響と電圧ドリフトの効果が互いにキャンセルして、整合性のある結果となっている場合も考えられるので、各補正の効果を個別に調べた。いずれの補正の影響も平均流速の数%程度であるが、極端に値が異なるデータに関しては解析の対象から除外した（詳細は 3.4 節で述べる）。また、キャリブレーションによっては King 式が用いれない場合もあるので、その際には多項式近似のみを用いた。

3. 結果および考察

本章ではオイルフィルム法から算出されるせん断応力と熱線風速計から計測される速度変動を内層パラメータ（摩擦速度、動粘度）および外層パラメータ（主流速度、境界層厚さなど）で無次元化することで、速度分布の普遍性について考察する。計測条件および境界層統計量について本計測結果の一例を表 1 にまとめた。

3・1 摩擦抵抗係数

オイルフィルム法で計測した壁面せん断応力 τ から摩擦速度 u_τ を算出し、主流速度との比として、摩擦抵抗係数 c_f を表示する。主流速度 U_0 は外層の計測位置（ $360\text{mm} \leq y \leq 400\text{mm}$ ）における平均値とした。この領域は境界層厚さの約 2 倍の位置に相当する。

$$\sqrt{\frac{c_f}{2}} = \frac{u_\tau}{U_0}, \quad \tau_w = \rho u_\tau^2 \quad (5)$$

摩擦抵抗係数のレイノルズ数依存性を表す経験式が提案されている。一例として、Fernholz らが提案した次式がある(Fernholz and Finley, 1996)。

$$\frac{c_f}{2} = \left[\frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{u_\tau \Delta}{\nu} \right) + C \right]^{-2} \quad (6)$$

式(6)は内層の速度分布と外層の速度欠損則が対数則に従うとして、両式が壁からの位置 y_p において交差することから導かれる。速度欠損則は、壁からの距離を Rotta-Clausner 境界層厚さ $\Delta(\equiv \delta_* \cdot U_0/u_\tau)$ で無次元化することで、レイノルズ数依存性を持たなくなることが論文(Fernholz and Finley, 1996)で報告されている（ただし、 δ_* は排除厚さ(式(8)で定義)、 U_0 は主流速度）。式中の κ は対数速度分布の傾きから決まり、 C は速度欠損則と y_p/Δ の関数となる。Fernholz らは 1996 年までの膨大な実験データを整理して、 $\kappa = 0.40$ 、 $C = 4.3$ を提案している。排除厚さ δ_* と主流速度 U_0 に基づき定義されるレイノルズ数を R_{δ_*} とすると、 $u_\tau \Delta/\nu = R_{\delta_*}$ となる。運動量厚さに基づくレイノルズ数 $R_\theta(\equiv U_0 \theta/\nu)$ と R_{δ_*} の関係がわかっている場合には、式(6)を R_θ の関数として表記することもできる。

$$\frac{c_f}{2} = \left[\frac{1}{\kappa} \ln(R_\theta) + C' \right]^{-2} \quad (7)$$

Fernholz らは、 $\ln(R_{\delta_*}) \approx 0.30 + \ln(R_\theta)$ を実験データの整理から見出して、 $C' = 5.1$ を提案している。式(6)および式(7)は半理論的な関係式であり、 κ は一定値としても、 C はレイノルズ数依存性を持つと考えられる。

図 7 にオイルフィルム法の測定結果を示す。XT 法から求めた c_f は λ 法の c_f よりも大きな値を示すが、不確かさの範囲内でよく一致している（付録 3 参照）。図中には式(6)を用いて、 $\kappa = 0.384$ （詳しくは 3・4 節で述べる）、 $C = 3.10$ として黒実線で示してある。破線は $\pm 1\%$ の不確かさを表し、オイルフィルム計測とよく一致している。Fernholz らの経験式を一点破線(赤色)で示す。係数 κ と C が異なるにも関わらず、高レイノルズ数では本計測結果とよく一致している。内層変数で無次元化した平均速度分布が $\kappa = 0.40$ とした対数則で近似できるとしているが、実験データのばらつきは大きい。従って、式(6)と計測データとの比較には、Fernholz らの係数の導出過程も理解する必要がある。Österlund(1999)はオイルフィルム法による計測から式(7)を提案している（ $\kappa = 0.38$ 、 $C' = 4.08$ ）。式中の κ は平均速度分布を対数関数で近似した際の傾きから決まるが、 C' は計測された C_f を最もよく近似する値として算出している。Nagib ら(2007)も自らの計測データを加えて、 $\kappa = 0.384$ 、 $C' = 4.127$ を提案している。本計測では、 λ 法による結果を最もよく近似する場合は、 $\kappa = 0.384$ 、 $C' = 3.68$ であった。なお、表 1 に示した摩擦速度は式(6)に $\kappa = 0.384$ 、 $C = 3.1$ を代入し、3・4 節で述べる対数領域の決定の際に指標関数が一定となる摩擦速度を $\pm 1\%$ の精度で算出した。

Fig.7 Skin friction coefficient measured by OFI. $\triangle$: $x = 6.0$ m(λ -method), $\square$: $x = 14.4$ m(λ -method), $\circ$: $x = 18.7$ m(λ -method), $\blacktriangle$: $x = 6.0$ m(XT-method), $\blacksquare$: $x = 14.4$ m(XT-method), $\bullet$: $x = 18.7$ m(XT-method). Solid line is Eq.(6) with $\kappa = 0.384$ and $C = 3.1$. Dashed lines are $\pm 1\%$ variation. Red dashed-and-dotted line is Eq.(6) with $\kappa = 0.40$ and $C = 4.3$ (Fernholz and Finley, 1996).

3・2 平均統計量

境界層の平均量特性として、排除厚さ δ_* 、運動量厚さ θ 、および形状係数 H の Re 数依存性を調べておく。壁からの距離 y における流れ方向の平均速度を $U(y)$ 、主流平均速度を U_0 とする。排除厚さ、運動量厚さの定義は次式で与えられ、形状係数は両者の比として与えられる。

$$\delta_* = \int_0^\infty \left(1 - \frac{U(y)}{U_0}\right) dy, \quad \theta = \int_0^\infty \frac{U(y)}{U_0} \left(1 - \frac{U(y)}{U_0}\right) dy, \quad H = \frac{\delta_*}{\theta} \quad (8)$$

図 8 は形状係数を排除厚さに基づくレイノルズ数($R_{\delta^*} = U_0 \delta_*/\nu$)に対してプロットした結果である。記号の違いは、測定位置の違いをあらわす。中流および下流位置では、測定値のばらつきは少なく境界層が十分に発達していると理解できる。レイノルズ数 R_{δ^*} は約 1.02×10^5 となり、室内実験で観測された中でも最も大きなレイノルズ数範囲に属する。

Fig.8 (a) Shape factor as a function of Reynolds number. Solid line is Eq.(10) with $C'' = 6.85$. (b) integrated value C'' in Eq.(10). Solid line is $C'' = 6.85$ and dashed line shows $\pm 1\%$ variation. Different symbols show the location of measurement, $\triangle$: $x = 6.0$ m, $\square$: $x = 14.4$ m, $\circ$: $x = 18.7$ m.

乱流境界層厚さ δ を計測データのみから算出することは難しく、便宜的には境界層厚さ δ_{95} 、 δ_{99} が用いられる。 δ_{95} 、 δ_{99} は局所平均速度が主流速度 U_0 の95%、99%に等しくなる壁からの高さとして定義される。また、Rotta-Clauser 境界層厚さ Δ は以下に定義される(Clauser,1956, Rotta,1953)。

$$\Delta = \frac{1}{u_\tau} \int_0^\infty (U_0 - U(y)) dy = \delta_* \frac{U_0}{u_\tau} \quad (9)$$

壁からの距離 y を Δ で無次元化数すると ($\eta = y/\Delta$)、形状係数を以下のようにあらわすことができる。

$$H^{-1} = 1 - \frac{C''}{U_0/u_\tau}, \quad C'' = \int_0^\infty \left(\frac{U_0 - U(y)}{u_\tau} \right)^2 d\eta \quad (10)$$

積分値 C'' をレイノルズ数に対してプロットすると、弱いレイノルズ数依存性が確認できるが、実験データの不確かさの範囲内で $6 \times 10^4 < R_{\delta^*}$ において $C'' = 6.85 \pm 0.1$ と見積もられる。式(6)を式(10)に代入することで、 H を R_{δ^*} の関数として表記できる。

排除厚さ、運動量厚さの定義に基づき、式(10)は厳密に導かれる結果であり、いかなる近似も含まれていない。 U_0/u_τ と C'' の値を決めることで、形状係数の分布を決めることができる。これまでに、形状係数のレイノルズ数依存性をあらわす近似式が提案されており、計測値との比較がなされている。形状係数のレイノルズ数依存性は、式(10)より摩擦抵抗係数 c_f の分布と密接に関係していることがわかる。しかし、 c_f の分布を定めることは、 H の分布を定めるための必要条件にすぎない。

3・3 平衡境界層

平板乱流境界層は、下流方向に発達して境界層厚さ δ が増加していく。代表速度 U_1 と代表長さ L_1 で平均速度分布を無次元化すると、その分布が下流位置によらず一意に決まるとき ($U(y)/U_1 = F(y/L_1)$, F は下流位置によらない関数)、境界層は自己相似的(self-similar)に発達すると考えられる。例えば、層流境界層の場合には、Blasius が導いた代表長さ $\zeta = y\sqrt{U_0/\nu x}$ と主流速度 U_0 をとることで速度分布は自己相似となる。このような場合には、境界層は自己保存(self-preserving)とも呼ばれる。また、平衡境界層(equilibrium boundary layer)とも呼ばれる。

乱流境界層の場合には、平均速度場が自己保存となる条件については古くから議論がされてきた。壁の状態が流体力学的に滑らかで、主流の圧力勾配が無視できる場合（ゼロ圧力勾配下）には、平衡境界層は実現できないことが報告されている（Clauser 1954, 1956, Townsend, 1956, 1976, Rotta, 1962）。平衡境界層の実現を阻む要因としては、内層と外層で2つの速度スケールが必要となるためである。内層での速度スケール（摩擦速度）の影響が外層でゼロの場合には、外層において平均速度場が自己保存となることが可能である。従来の研究から明らかのように、有限 Re 数においては平衡境界層が実現できないため、Re 数が無限大の極限における漸近解析が 1990 年代に報告されている。運動量積分方程式において、オーダー評価から、Re 数が無限大で無視できる項を省略することで、相似解について議論がなされている。George ら(1997)は、粘性項と乱流拡散項を省略することで、境界層外層では主流速度 U_0 が代表速度となること、また相似性が成り立つことを報告している。彼らの方法は、AIP(Asymptotic Invariance Principle)と呼ばれる。一方、Jones ら(2008)は、外層における代表速度は摩擦速度 u_τ であるとの仮定から漸近解析によって外層の相似性を導いている。両者とも外層の分布には相似性： $U(y)/U_1 = F(y/L_1)$ を確認できるが、関数型 F は前者ではべき関数、後者是对数関数となる。漸近解析は Re 数無限大の極限を対象としており、その結果は有限 Re 数と必ずしも一致する必要はない。速度分布の相似性は Clauser(1954, 1956)の時代から、運動量積分方程式に基づいてなされてきた。しかし、Barenblatt ら(1993, 1996)は、次元解析と新たな仮定(Incomplete similarity)を用いることで、壁乱流の速度分布について相似性を報告している。本実験では極めて高いレイノルズ数を実現できているが、有限であることには変わりはない。従って、下流方向に境界層は発達しており、平衡境界層になることはない。すなわち、内層と外層では2つの異なる長さパラメータを用いた速度分布の表記をする必要があり、次節にその詳細をまとめる。

3・4 平均速度分布の普遍性

壁近くの内層において、代表速度を摩擦速度 u_τ 、代表長さを ν/u_τ として、壁からの距離と平均速度を摩擦速度と動粘度で無次元化して、 $U^+ \equiv U/u_\tau$ 、 $y^+ \equiv u_\tau y/\nu$ とあらわす。壁近くの粘性が支配する領域では、速度分布は $U^+ = y^+$ と近似され、よりレイノルズ応力が卓越する壁から離れた領域では、壁からの距離の対数関数として近似される（以降、対数法則と呼ぶ）。

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + B \quad (11)$$

対数法則は Prandtl の混合距離理論(Prandtl, 1925)によって最初に提案され、後に Kármán(1931)は主流速度からの速度欠損分布として導出している。Izakson(1937)と Millikan(1938)は、オーバーラップ層の考えに基づく導出をお

こなっている．Coles(1956)は，対数領域から外側の平均速度分布が後流関数 $W(y/y_L)$ で近似できることを提案している． y_L は外層の長さ尺度である．後流関数は，その定義から $W(1) = 2$ を満たす必要があるが，具体的な関数型は決まっていない． y_L は境界層厚さ δ や δ_{99} を用いることが多いが，本研究では外層の計測点（離散）を多項式で内挿することで，後流関数が最大となる壁からの位置を δ_c として算出する．後流関数は壁からの代表長さを δ_c として， $W(y/\delta_c)$ と表記する．なお， δ_c はColesの境界層厚さと呼ばれる．

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + B + \frac{\Pi}{\kappa} W\left(\frac{y}{\delta_c}\right) \quad (12)$$

対数速度分布は主流速度 U_0 からの欠損としても表記できる．Kármán(1931)は，壁からの距離を境界層厚さ δ で無次元化しているが，本研究では壁からの代表長さは，Rotta(1953)が用いた境界層厚さ Δ を用いる．

$$\frac{U_0 - U}{u_\tau} = -\frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{y}{\Delta}\right) + B_1 \quad (13)$$

左辺の速度の無次元化に摩擦速度 u_τ を用いる理由は，有限のレイノルズ数において，壁面せん断応力と境界層の下流方向への発達度合いが独立にはなりえないためである．図9には中流位置($x=14.4\text{m}$)で計測された平均速度分布を示す．対応する統計量は表1(b)に示してある．レイノルズ数によらず，式(11)および式(13)が良く成り立っていることがわかる．

Fig.9 Mean velocity profiles measured at $x=14.4\text{m}$ with $U_0 = 20.1, 30.2, 39.8, 49.1$ m/sec. (a) mean velocity normalized by inner variables. Solid line is Eq.(11) with $\kappa = 0.385$ and $B = 4.26$. (b) velocity defect law. Solid line is Eq.(13) with $\kappa = 0.385$ and $B_1 = -1.08$.

平均速度分布の対数領域を定めることができれば，式(11)をフィッティングすることで， κ と B を算出することができる．対数領域を定めるためには，指標関数として

$$\Psi(y^+) = y^+ \frac{dU^+}{dy^+}, \quad \Xi(y^+) = U^+ - \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) \quad (14)$$

が用いられる． $\Psi(y^+)$ を壁からの距離 y^+ に対してプロットした際に値が一定になる範囲が対数領域と定義され， $\Psi(y^+) = 1/\kappa$ の関係から， κ が定まる．再度，式(11)を対数領域でフィットすることで B を定めることができる．一方， κ の値を変化させながら， $\Xi(y^+)$ を壁からの距離 y^+ に対してプロットした場合，その値が一定となる領域が対数領域となる．このとき， $\Xi(y^+) = B$ となるので， κ と B を同時に定めることができる． $\Psi(y^+)$ の計算には，速度勾配を離散点から計算する必要があるため，ばらつきが大きく，本研究では， $\Xi(y^+)$ が一定となる範囲の下限を y_s^+ ，上限を y_e^+ とした(和田 他, 2015)．以降，対数領域を $[y_s^+, y_e^+]$ と表記する． κ と B が定まった後は，式(12)から Π が定まり，速度欠損則に関しては，対数領域 $[y_s^+, y_e^+]$ において式(13)をフィットさせることで B_1 を算出した．

図10には， κ, B, B_1, Π のレイノルズ数に対する分布を示した．いずれの係数もレイノルズ数に関して単調な変化を示すことはない．このような場合には，全データの平均値と標準偏差 σ が各係数の代表値とされる．図中の実線が平均値，破線が $\pm\sigma$ をあらわす．なお，本研究では $\pm 2\sigma$ に収まるデータを解析対象とし， $\langle \kappa \rangle = 0.385 \pm 0.003$ ， $\langle B \rangle = 4.26 \pm 0.15$ ， $\langle B_1 \rangle = -1.077 \pm 0.089$ ， $\langle \Pi \rangle = 0.455 \pm 0.025$ と見積もられる．各係数は平均値まわりでバラツキを持っているが，その不確かさは一見すると無相関であり，計測およびデータ解析方法に起因すると考えられる．しかし，以下では各係数の相互の関連について考えてみる．

対数領域 $[y_s^+, y_e^+]$ を定めて式(11)をフィットすると、 κ と B を同時に定めることができる。計測される対数領域は離散点であるので、離散点の位置が多少ずれるだけで、 κ と B の値も変化してしまう。このとき、両者の関係は、式(11)から $B \propto 1/\kappa$ となることが予想されるので、図 11(a)にその関係を示した。確かに係数 B と $1/\kappa$ は明確な直線関係が確認できる。図 10 では、 κ も B も単なる不確かさを持つ分布にすぎないが、そのバラツキは対数領域が離散点でしか指定できないために生じていると考えられる。 κ の正確な値を定める試みは重要であるが、便宜的に定めた対数領域に起因する不確かさを解釈するためには、 κ を係数 B との相対関係として理解することが必要である。図 10 に示したエラーバーは、摩擦抵抗係数を計測値の不確かさに基づき $\pm 1\%$ で変化させたことに起因するが、 κ と B の相対変化に対して十分に小さいことがわかる。本計測では、 κ と B の関係は以下で近似できる。

$$B = b_1 \times \left(\frac{1}{\kappa}\right) + b_2 \quad (15)$$

ここで、係数は図 10(a)に示した上下の破線($0.382 \leq \kappa \leq 0.388$)に含まれるデータの最小二乗近似から $b_1 = -6.9$ 、 $b_2 = 22.15$ と見積もられる。 κ がある範囲にわたって分布するのは、主に対数領域 $[y_s^+, y_e^+]$ を計測値から決定する際の不確かさに起因している。 κ の値が対数領域に依存して異なることは周知の事実であり(Österlund, 1999, Örlü et al., 2010)、 κ と係数 B の組み合わせから代表値としての κ を定める試みもある(Segalini et al., 2013)。また、計測の不確かさとフィッティングに含まれる不確かさを確率的に取り扱う報告もある(Oliver and Moser, 2012)。対数速度分布の普遍定数を平均値 $\langle \kappa \rangle$ 、 $\langle B \rangle$ として解釈することに加え、式(15)として解釈することを提案する。

Fig.10 Characteristics parameters in mean velocity profile Eqs.(12),(13) are plotted against the Reynolds number $R_{\delta_*} (\equiv U_0 \delta_* / \nu)$. Solid line is mean value and dashed lines shows standard deviations. Different symbols show the location of measurement, $\triangle$: $x = 6.0$ m, $\square$: $x = 14.4$ m, $\circ$: $x = 18.7$ m.

次に後流域のパラメータ (Π , B_1) について考える。 Π および B_1 も対数領域が定まると一意に算出されるが、その値は図 10 に示す通り、明確なレイノルズ数依存性を持つものではない。しかし、両者の間には相対的な関係が期待できるため、その詳細を調べてみる。

式(12)に $y = \delta_c$ を代入して、両辺から式(11)を差し引くと対数領域においては以下の式が成り立つ。

$$U^+(\delta_c) - U^+(y^+) = -\frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{y}{\delta_c}\right) + \frac{2\Pi}{\kappa} \quad (16)$$

本計測では、全ての計測データを解析の結果、 $\delta_c \cong \delta_{99}$ と見積もられることがわかった (付録 4)。そこで Rotta-Clauser 境界層厚さとの比を $\Delta/\delta_c = a$ とおき、 $U^+(y = \delta_c) \cong 0.99U_0^+$ の関係を用いると、式(16)は以下のように変形できる。本計測データにおいては、 $a \cong 4.2$ と見積もられる (付録 4)。

$$U_0^+ - U^+ = -\frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{y}{\Delta}\right) + \frac{2\Pi}{\kappa} - \frac{\ln(a)}{\kappa} + 0.01U_0^+ \quad (17)$$

式(13)と式(17)を比較すると、以下の関係が導かれる。

$$B_1 = \frac{2\Pi}{\kappa} - \frac{\ln(a)}{\kappa} + 0.01U_0^+ \quad (18)$$

図 11(b)には、 κB_1 と Π の関係を示した。図中の実線は、 $\kappa = 0.384$ 、 $a = 4.0$ とした場合である。後流パラメータ Π は図 10 では大きくばらつきがあるが、それらは κB_1 との関係として整理すると、レイノルズ数に関係なく、一つの曲線としてまとめられる。なお、式(15)、式(18)は図 10 において、 κ と Π の値が上下の破線の内側にある場合に成り立つ。平均速度分布を表記する内層および外層の主パラメータ(κ, B, B_1, Π)は、対数領域 $[y_s^+, y_e^+]$ を定めて算出した場合には、レイノルズ数に対して有意な関係は認められず、ある範囲内に分布する（図 10 参照）。しかし、この分布（もしくは、不確かさ）は、離散的な計測位置によって便宜的に定められた対数領域の範囲に起因すると考えられる。主パラメータの平均値($\langle\kappa\rangle, \langle B\rangle, \langle B_1\rangle, \langle\Pi\rangle$)を算出することは有意な情報であるが、各パラメータが無相関ではなく有機的につながっていることは、平均速度の普遍性を解釈する新たな知見である。

Fig.11 Relation between characteristics parameters in mean velocity profile Eqs.(12) and (13). (a) B v.s. $1/\kappa$, solid line indicates Eq.(15), (b) κB_1 v.s. Π , solid line indicates Eq.(18) with $\kappa = 0.384$, $a = 4.0$ and neglecting $0.01U_0^+$. Different symbols show the location of measurement, $\triangle: x = 6.0$ m, $\square: x = 14.4$ m, $\circ: x = 18.7$ m.

3・5 平均速度分布の対数領域

指標関数 $\Xi(y^+)$ から定まる対数領域 $[y_s^+, y_e^+]$ は、その範囲が $150 \leq y_s^+, y_e^+ \leq 0.2\delta_{99}^+$ と見積もられる。始まりの位置 y_s^+ は、壁からの原点補正、熱線プローブのプローブ形状（図 4 参照）、さらに高レイノルズ数では空間分解能の影響から正確に決めることが困難になる。レイノルズ数が大きいほど、 $\Xi(y^+)$ から定まる y_s^+ は大きな値を示すが、対数領域が変化しているのではなく、熱線プローブと壁面との干渉の影響と考えられる。一方、対数領域の終わり y_e^+ の見積もりには、外層での計測位置の間隔が大きくなるため、不確かさが増大することを理解しておく必要がある。たとえば、下流位置における $U_0 = 50$ [m/s]では、境界層厚さは $\delta_{99} \cong 260$ [mm]であり、対数領域外縁での離散点の間隔は $\Delta y = 5.6$ [mm]である。従って、 $\Delta y / \delta_{99} \cong 0.022$ となり、仮に対数領域の外縁が $y_e / \delta_{99} \cong 0.2$ とすると、約 10%の不確かさが含まれることになる。つまり、対数領域を指標関数から判断する際に、離散点の前後で 1 点が移動すると、外縁は $0.18 \leq y_e / \delta_{99} \leq 0.22$ で変化することになる。

図 12 には、指標関数から定まる対数領域の外縁を示した。Rotta-Clauser 境界層厚さで無次元化した場合であるが、 Re 数依存性を示すことなくほぼ一定値を示す。その値は $\langle y_e / \Delta \rangle = 0.05 \pm 0.007$ であった。一方、対数領域の始まりは、ばらつきが大きく一意に定めることがむづかしいが、平均値としては $\langle y_s^+ \rangle = 160 \pm 35$ と見積もられた。従来の解析では、事前に対数領域を $[y_s^+, y_e^+] = [150, 0.15\delta_{95}^+]$ と定めて、 κ や B を算出することがあるが(Österlund, 1999)、ばらつきは大きくなるであろう。つまり、離散点で計測された実験データから、対数領域 $[y_s^+, y_e^+]$ を一意に定めることは、それほど容易なことではない。同様のことは、境界層厚さ δ_{99} や δ_{95} についても当てはまる。外層では測定間隔が決して狭くないので、局所平均速度が $0.99U_0$ に等しくなる壁からの位置は、離散点の間での内挿として算出される。多くは数点を用いる多項式補間が用いられるが、このようにして算出される δ_{99} は、離散点の測定精度が大きく影響する。

Fig.12 Outer end point of log-law region plotted as a function of Reynolds number based on displacement thickness. Different symbols show the location of measurement, Δ : $x = 6.0$ m, $\square$: $x = 14.4$ m, $\circ$: $x = 18.7$ m.

3・6 乱流強度分布の対数則

流れ方向変動速度の標準偏差を u_r と表記して、乱流強度と呼ぶことにする。乱流強度の境界層内の分布は、Townsend(1956,1976)の提案した Attached eddy model により以下の式が提案されている。また、その物理モデルは Perry ら(1986)によって報告されている。

$$(u_r^+)^2 = A_u \ln(y/\delta_{99}) + B_u \quad (19)$$

式(19)の対数分布が確認できるのは極めて高い Re 数においてであり、従来の研究によれば、チャネル乱流の直接数値計算(DNS)では $8000 < R_\tau$ (Yamamoto and Tsuji, 2018), 直円管実験では $10000 < R_\tau$ (Furuichi et al., 2015, 和田他,2015), 乱流境界層実験では $2000 < R_\tau$ である(Marusic et al., 2013). 本研究においても十分に高い Re 数が達成されており、式(19)の成立を検証できる。また、対数則が成り立つ領域は壁からどれくらいの範囲であり、平均速度分布の対数領域と一致するのか、係数 A_u, B_u は普遍定数となるのか。など、興味深い疑問が残されている。

Fig.13 Mean velocity and turbulent intensity profile across the boundary layer. Solid circles indicate the log-region defined by Eqs.(11) and (19). Velocity was measured at $x = 18.7$ m with $R_{\delta^*} = 77870$.

図 13 には乱流強度分布の一例を示した。変動速度は受感部長さにわたり空間平均されるので、壁近くの乱流強度は過小評価される。本研究では、熱線の空間分解能の影響が顕著となる $y^+ \leq 100$ については解析対象としない。乱流強度分布には対数則で近似できる領域（●印で示した領域）を確認できる。対数領域は、式(14)の指標関数と同様に $\Xi(y/\delta_{99}) = (u_r^+)^2 - A_u \ln(y/\delta_{99})$ と定義して、指標関数が一定になる領域を対数領域とした。以降は乱流強度の対数領域を $[y_{rs}^+, y_{re}^+]$ と表記する。平均速度分布の対数領域と比べると、両者は大半が重なっているが、乱流強度の対数領域は平均速度対数領域よりも外層側に存在する。この傾向は円管内乱流でも確認されている(和田他, 2015)。

Fig.14 Reynolds number dependence of coefficients A_u and B_u in Eq. (19) are plotted in (a) and (b). Solid line is mean value and dashed lines shows standard deviations. Logarithmic region $[y_{rs}, y_{re}]$ of turbulent intensity profile defined in Eq. (19) are normalized by Δ and plotted in (c) and (d). Different symbols show the location of measurement, $\square$: $x = 14.4$ m, $\circ$: $x = 18.7$ m.

Fig.15 Relation between coefficients A_u and B_u calculated in logarithmic region $[y_{rs}, y_{re}]$ of turbulent intensity profile defined in Eq.(19). Different symbols show the location of measurement, $\square$: $x = 14.4$ m, $\circ$: $x = 18.7$ m.

高レイノルズ数において式(19)の成立が期待できるため、中流および下流の位置において、係数 A_u, B_u のレイノルズ数依存性を図 14(a,b)に示した。50000 $< R_{\delta^*}$ において $\langle A_u \rangle = -1.38 \pm 0.05$, $\langle B_u \rangle = 1.8 \pm 0.1$ と見積もられる。円管乱流において、 A_u はレイノルズ数とともに増加する傾向があり、20000 $< R_{\tau}$ において $\langle A_u \rangle \cong 1.4$ となる(和田他, 2015)。図 14(c,d)には、乱流強度分布を対数則で近似できる範囲 $[y_{rs}, y_{re}]$ を境界層厚さで無次元化した結果を示した。前述の係数 A_u, B_u が一定値を示す高レイノルズ数(50000 $< R_{\delta^*}$)においては、対数則で近似できる範囲は $y_{rs}/\Delta = 0.0099 \pm 0.0010$, $y_{re}/\Delta = 0.09 \pm 0.001$ ($y_{rs}/\delta_{99} = 0.04 \pm 0.004$, $y_{re}/\delta_{99} = 0.38 \pm 0.04$)となる。円管乱流における y_{re} は δ_{99} に比例することが確認され、 $y_{re} \cong 0.3\delta_{99}$ となる(和田他, 2015)。係数 A_u, B_u のばらつきは大きい、その主要要因は計測点が離散点であるため、傾きを計算する際のデータ点数が係数に影響を与える。そこで、平均速度分布の傾き κ と切片 B との関係を調べた図 11(a)と同様の考えに従い、係数 A_u と B_u の関係を図 15 に示した。各係数はレイノルズ数に対して無相関に分布するが、両者の間には有意な関係を認めることができ、係数 A_u の減少は B_u の増加に対応している。両係数の値を個別に定めることも重要であるが、両者は対数領域において独立に変化するわけではなく、互いに関連を持っている。このような関係性として、係数の性質を理解することが必要である。今後は、変動速度の統計的性質をより詳しく調べることで、対数領域内の普遍性が明らかになると考えられる。

4. 結 言

高レイノルズ数乱流境界層の統計的性質を解明するため、公益財団法人鉄道総合技術研究所米原風洞において実験をおこなった。レイノルズ数は世界最大規模を実現することができ、乱流境界層の平均速度および乱流強度の分布の普遍性について調査した。得られた知見を以下にまとめる。

(1) 壁面せん断応力をオイルフィルム法で計測した。摩擦抵抗係数のレイノルズ数に対する変化は、 $\kappa = 0.384$, $C = 3.10$ として式(6)でよく近似される。

(2) 排除厚さと運動量厚さの比として定義される形状係数 ($H \equiv \delta_*/\theta$) のレイノルズ数に対する変化は、 $6 \times 10^4 < R_{\delta_*}$ において式(10)を用いてよく近似される。このとき、本計測から定まる摩擦抵抗係数(式(6))を用いると、 $C'' = 6.85 \pm 0.1$ と見積もられる。

(3) 流れ方向平均速度分布は、内層変数の無次元化として式(11), 速度欠損則として式(13)が計測結果をよく近似する。各係数はアンサンブル平均として、 $\langle \kappa \rangle = 0.385 \pm 0.003$, $\langle B \rangle = 4.26 \pm 0.15$, $\langle B_1 \rangle = -1.077 \pm 0.089$, $\langle \Pi \rangle = 0.455 \pm 0.025$ と見積もられる。各係数には有意なレイノルズ数依存性は認められず、平均値まわりに不確かさの範囲で分布する。しかし、各係数の間には有機的な関係が認められ、 κ と B の間には式(15)が κB_1 と Π の間には式(18)が成り立つ。

(4) 指標関数 $\Xi(y^+)$ から平均速度の対数領域 $[y_s^+, y_e^+]$ を定義したとき、 $20000 < R_{\delta_*}$ において対数領域の外縁は、 $\langle y_e/\Delta \rangle = 0.05 \pm 0.007$ であった。対数領域の始まりは熱線プロングと壁との干渉の影響を受けるため不確かさが大きくなるが、平均値としては $\langle y_s^+ \rangle = 160 \pm 35$ と見積もられた。

(5) 乱流強度分布は摩擦速度と境界層厚さ δ_{99} で無次元化した場合に、式(19)で近似できる対数領域を確認できる。その傾きと切片は、 $50000 < R_{\delta_*}$ において $\langle A_u \rangle = -1.38 \pm 0.05$, $\langle B_u \rangle = 1.8 \pm 0.1$ と見積もられる。両者の間には有意な相関を見出すことができる。レイノルズ数 $50000 < R_{\delta_*}$ において、対数則で近似できる領域は $y_{rs}/\Delta = 0.0099 \pm 0.0010$, $y_{re}/\Delta = 0.09 \pm 0.001$ であった。平均速度分布の対数領域と比べると両者は大半が重なっているが、乱流強度の対数領域は平均速度対数領域よりも外層側に存在する。

Table 1 Statistical properties of boundary layers shown in Fig.9. (a) $x = 6.0$ m, (b) $x = 14.4$ m, (c) $x = 18.7$ m.

(a)	δ_* [mm]	θ [mm]	u_τ [m/s]	U_0 [m/s]	δ_{99} [mm]	Δ [mm]	R_θ	procedure
	1.61E+01	1.22E+01	6.85E-01	1.99E+01	1.11E+02	4.68E+02	1.578E+04	⑬
	1.54E+01	1.19E+01	9.81E-01	2.93E+01	1.09E+02	4.61E+02	2.258E+04	⑬
	1.44E+01	1.12E+01	1.29E+00	3.87E+01	1.09E+02	4.34E+02	2.787E+04	⑬
	1.39E+01	1.09E+01	1.56E+00	4.79E+01	1.04E+02	4.27E+02	3.346E+04	⑬
(b)	δ_* [mm]	θ [mm]	u_τ [m/s]	U_0 [m/s]	δ_{99} [mm]	Δ [mm]	R_θ	procedure
	2.87E+01	2.22E+01	6.60E-01	2.01E+01	2.06E+02	8.72E+02	2.850E+04	⑭
	2.76E+01	2.16E+01	9.63E-01	3.02E+01	2.07E+02	8.66E+02	4.192E+04	⑭
	2.66E+01	2.09E+01	1.25E+00	3.98E+01	1.98E+02	8.50E+02	5.253E+04	⑭
	2.64E+01	2.08E+01	1.51E+00	4.91E+01	1.98E+02	8.61E+02	6.372E+04	⑭
(c)	δ_* [mm]	θ [mm]	u_τ [m/s]	U_0 [m/s]	δ_{99} [mm]	Δ [mm]	R_θ	procedure
	3.06E+01	2.39E+01	6.61E-01	2.02E+01	2.29E+02	9.36E+02	3.192E+04	③
	3.05E+01	2.40E+01	9.56E-01	3.02E+01	2.31E+02	9.65E+02	4.697E+04	⑭
	2.94E+01	2.32E+01	1.23E+00	4.00E+01	2.24E+02	9.58E+02	6.127E+04	③
	2.89E+01	2.29E+01	1.52E+00	4.99E+01	2.27E+02	9.50E+02	7.297E+04	③

謝辞

実験をおこなうにあたり、平板の設置作業ならびに風洞の運転にご協力いただきました米原風洞職員、技術者、事務の方々に感謝いたします。実験計測にあたり、名古屋大学大学院生 和田裕貴君、坂本一希君、草野英祐君の協力を賜りました。本研究は JSPS 科研費 JP19H00747, JP15H03917, JP15H03923 の助成を受けたものです。

文 献

- Barenblatt, G. I., Scaling laws for fully developed turbulent shear flows. Part 1. Basic hypotheses and analysis, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.248 (1993), pp. 513-520.
- Barenblatt, G. I., *Scaling, self-similarity, and intermediate asymptotics*, Cambridge University Press (1996).
- Buschmann, M. H., and Gad-el-Hak, M., Recent developments in scaling of wall-bounded flows, *Progress in Aerospace Science*, Vol.42 (2007), pp.419-467.
- Clauser, F. H., Turbulent boundary layers in adverse pressure gradients, *J. Aeronautical Sci.*, Vol.21 (1954), pp.91-108.
- Clauser, F. H., The turbulent boundary layers, *Advances in Applied Mechanics*, Vol.4 (1956), pp.1-51.
- Coles, D., The law of the wake in the turbulent boundary layer, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.1 (1956), pp.191-226.
- Dijk, A. van and Nieuwstadt, F. T. M., The calibration of (multi-) hot-wire probes. 1. Temperature calibration, *Experiments in Fluids*, Vol.36 (2004), pp. 540-549.
- Fernholz, H. H. and Finley, P. J., The incompressible zero-pressure-gradient turbulent boundary layer: An assessment of the data, *Progress in Aerospace Sciences*, Vol.32 (1996), pp.245-311.
- Furuichi, N., Terao, Y., Wada, Y. and Tsuji, Y., Friction factor and mean velocity profile for pipe flow at high Reynolds numbers, *Physics of Fluids*, Vol.27 (2015), 095108.
- George, W. K. and Castillo, L., Zero-pressure-gradient turbulent boundary layer, *Appl. Mech. Rev.*, Vol.50 (1997), pp.689-729.
- Izakson, A. A., Formula for the velocity distribution near a wall, *Z. Eksp Teoret Fiz*, Vol.7 (1937), pp.919-924.
- 井門 敦志, 鉄道総研大型低騒音風洞, 可視化情報学会誌, Vol.32 (2012), pp.26-31.
- Jones, M. B., Nickels, T. B. and Marusic, I., On the asymptotic similarity of the zero-pressure-gradient turbulent boundary layer, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.616 (2008), pp.195-203.
- Kármán Thv., *Mechanische Ähnlichkeit und Turbulenz*, *Nachr Ges Wiss Göttingen, Math Phys Klasse* (1930), pp.58-76 (NACA-TM-611,1931).
- Marusic, I., McKeon, B. J., Monkewitz, P. A., Nagib, H. M., Smits, A. J. and Sreenivasan, K. R., Wall-bounded turbulent flows at high Reynolds numbers: Recent advances and key issues, *Physics of Fluids*, Vol.22 (2010), 065103.
- Marusic, I., Monty, J. P., Hultmark, M., and Smits, A. J., On the logarithmic region in wall turbulence, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.716 (2013), R3.
- Millikan, C. B. A., A critical discussion of turbulent flows in channels and circular tubes, *Proc. of the Fifth International Congress of Applied Mechanics* (1938), pp.386-392.
- Nagib, H. M., Chauhan, K. A. and Monkewitz, P. A., Approach to an asymptotic state for zero pressure gradient turbulent boundary layers, *Phil. Trans. R. Soc. A*, Vol.365 (2007), pp.755-770.
- Naughton, J. W., and Sheplak, M., Modern developments in shear-stress measurement, *progress in Aerospace Sciences*, Vol.38 (2002), pp.515-570.
- 西岡通男, 連載 熱線流速計(1)-(12), 流れの計測, 1 巻 (1983), pp.37-42.
- Örlü, R., Fransson Jens H. M. and Alfredsson P. Henrik, On near wall measurements of wall bounded flows — The necessity of an accurate determination of the wall position, *Progress in Aerospace Sciences*, Vol.46 (2010), pp.353-387.
- Österlund, J. M., Experimental studies of zero pressure-gradient turbulent boundary layer flow, PhD thesis, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden (1999).
- Oliver, T. A. and Moser, R. D., Accounting for uncertainty in the analysis of overlap layer mean velocity models, *Physics of Fluids*, Vol.24 (2012), 075108.
- Perry, A. E., Henbest, S. and Chong, M. S., A theoretical and experimental study of wall turbulence, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.165 (1986), pp.163-199.
- Prandtl, L., Über die ausgebildete Turbulenz, *ZAMM*, Vol.5 (1925), 136-139.
- Rotta, J. C., On the theory of the turbulent boundary layer, *NACA TM1344* (1953).

- Rotta, J. C., Turbulent boundary layers in incompressible flow, Prog. in Aero. Sci., 2, Pergamon Press (1962), pp.5-219.
- Segalini, A., Örlü, R. and Alfredsson, P. Henrik, Uncertainty analysis of the von Kármán constant, Experiments in Fluids, Vol.54 (2013), 1460.
- Smits, A. J., McKeon, B. J. and Marusic, I., High-Reynolds Number Wall Turbulence, Ann. Rev. Fluid Mechanics, Vol.43 (2011), pp.353-375.
- Townsend, A. A., The Structure of Turbulent Shear Flow, Cambridge University Press (1956).
- Townsend, A. A., The Structure of Turbulent Shear Flow, Cambridge University Press 2nd edition (1976).
- 和田 裕貴, 古市紀之, 寺尾吉哉, 辻 義之: 高レイノルズ数円管流における外層領域乱流統計量に関する実験的考察, 日本機械学会論文集, Vol. 81, No. 830 (2015), DOI: 10.1299/transjsme.15-00362.
- Yamamoto, Y. and Tsuji, Y., Numerical evidence of logarithmic regions in channel flow at $Re_\tau = 8000$, Physical Review Fluids, Vol.3 (2018), 012602(R).

References

- Barenblatt, G. I., Scaling laws for fully developed turbulent shear flows. Part 1. Basic hypotheses and analysis, Journal of Fluid Mechanics, Vol.248 (1993), pp. 513-520.
- Barenblatt, G. I., Scaling, self-similarity, and intermediate asymptotics, Cambridge University Press (1996).
- Buschmann, M. H., and Gad-el-Hak, M., Recent developments in scaling of wall-bounded flows, Progress in Aerospace Science, Vol.42 (2007), pp.419-467.
- Clauser, F. H., Turbulent boundary layers in adverse pressure gradients, J. Aeronautical Sci., Vol.21 (1954), pp.91-108.
- Clauser, F. H., The turbulent boundary layers, Advances in Applied Mechanics, Vol.4 (1956), pp.1-51.
- Coles, D., The law of the wake in the turbulent boundary layer, Journal of Fluid Mechanics, Vol.1 (1956), pp.191-226.
- Dijk, A. van and Nieuwstadt, F. T. M., The calibration of (multi-) hot-wire probes. 1. Temperature calibration, Experiments in Fluids, Vol.36 (2004), pp. 540-549.
- Fernholz, H. H. and Finley, P. J., The incompressible zero-pressure-gradient turbulent boundary layer: An assessment of the data, Progress in Aerospace Sciences, Vol.32 (1996), pp.245-311.
- Furuichi, N., Terao, Y., Wada, Y. and Tsuji, Y., Friction factor and mean velocity profile for pipe flow at high Reynolds numbers, Physics of Fluids, Vol.27 (2015), 095108.
- George, W. K. and Castillo, L., Zero-pressure-gradient turbulent boundary layer, Appl. Mech. Rev., Vol.50 (1997), pp.689-729.
- Izakson, A. A., Formula for the velocity distribution near a wall, Z. Eksp Teoret Fiz, Vol.7 (1937), pp.919-924.
- Ido, A., RTRI's Large-Scale Low-Noise Wind Tunnel, Vol.32 (2012), pp.26-31 (in Japanese).
- Jones, M. B., Nickels, T. B. and Marusic, I., On the asymptotic similarity of the zero-pressure-gradient turbulent boundary layer, Journal of Fluid Mech, Vol.616 (2008), pp.195-203.
- Kármán Thv., Mechanische Ähnlichkeit und Turbulenz, Nachr Ges Wiss Göttingen, Math Phys Klasse (1930), pp.58-76 (NACA-TM-611,1931).
- Marusic, I., McKeon, B. J., Monkewitz, P. A., Nagib, H. M., Smits, A. J. and Sreenivasan, K. R., Wall-bounded turbulent flows at high Reynolds numbers: Recent advances and key issues, Physics of Fluids, Vol.22 (2010), 065103.
- Marusic, I., Monty, J. P., Hultmark, M., and Smits, A. J., On the logarithmic region in wall turbulence, Journal of Fluid Mechanics, Vol.716 (2013), R3.
- Millikan, C. B. A., A critical discussion of turbulent flows in channels and circular tubes, Proc. of the Fifth International Congress of Applied Mechanics (1938), pp.386-392.
- Nagib, H. M., Chauhan, K. A. and Monkewitz, P. A., Approach to an asymptotic state for zero pressure gradient turbulent boundary layers, Phil. Trans. R. Soc. A, Vol.365 (2007), pp.755-770.
- Naughton, J. W., and Sheplak, M., Modern developments in shear-stress measurement, progress in Aerospace Sciences, Vol.38 (2002), pp.515-570.
- Nishioka, M., Hot - wire anemometer, Nagareno-keisoku, 1 (1983), pp.37-42 (in Japanese).
- Örlü, R., Fransson Jens H. M. and Alfredsson P. Henrik, On near wall measurements of wall bounded flows — The necessity of an accurate determination of the wall position, Progress in Aerospace Sciences, Vol.46 (2010), pp.353-387.

- Österlund, J. M., Experimental studies of zero pressure-gradient turbulent boundary layer flow, PhD thesis, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden (1999).
- Oliver, T. A. and Moser, R. D., Accounting for uncertainty in the analysis of overlap layer mean velocity models, Physics of Fluids, Vol.24 (2012), 075108.
- Perry, A. E., Henbest, S. and Chong, M. S., A theoretical and experimental study of wall turbulence, Journal of Fluid Mechanics, Vol.165 (1986), pp.163-199.
- Prandtl, L., Über die ausgebildete Turbulenz, ZAMM, Vol.5 (1925), 136-139.
- Rotta, J. C., On the theory of the turbulent boundary layer, NACA TM1344 (1953).
- Rotta, J. C., Turbulent boundary layers in incompressible flow, Prog. in Aero. Sci., 2, Pergamon Press (1962), pp.5-219.
- Segalini, A., Örlü, R. and Alfredsson, P. Henrik, Uncertainty analysis of the von Kármán constant, Experiments in Fluids, Vol.54 (2013), 1460.
- Smits, A. J., McKeon, B. J. and Marusic, I., High-Reynolds Number Wall Turbulence, Ann. Rev. Fluid Mechanics, Vol.43 (2011), pp.353-375.
- Townsend, A. A., The Structure of Turbulent Shear Flow, Cambridge University Press (1956).
- Townsend, A. A., The Structure of Turbulent Shear Flow, Cambridge University Press 2nd edition (1976).
- Wada, Y., Furuichi, N., Terao, Y., and Tsuji, Y., The experimental study on the turbulent statistics in the outer layer in high Reynolds number turbulent pipe flow, Transactions of the JSME (in Japanese), Vol. 81, No. 830 (2015), DOI: 10.1299/transjsme.15-00362.
- Yamamoto, Y. and Tsuji, Y., Numerical evidence of logarithmic regions in channel flow at $Re_\tau = 8000$, Physical Review Fluids, Vol.3 (2018), 012602(R).

付録1 主流速度と圧力勾配

風洞下流への主流速度の変化と圧力係数 C_p を調べた。風洞側壁には、壁面静圧測定用の静圧孔が10ヶ所に設置されている。圧力係数の定義は式(R1-1)に示した。流れ方向の位置 x における壁面静圧の平均値を $P_w(x)$ として、基準位置は $x_r = 13.0$ [m]とした。また、風洞中央部（平板先端から12m、高さ1.3m）の側壁には、ピトー管①が設置されており、ピトー管の先端は側壁から400 mm 離れている。したがって、側壁に発達する境界層の影響は受けない。主流速度 U_0 はピトー管①における計測値を用いた。圧力係数を図 R1-1(a)に示す。上流測定部から中流測定部にかけて損失係数は徐々に減少するが、 $15.0 < x$ において、ほぼ一定になる。流路全体における圧力係数の変化は ± 0.02 である。風洞内の側壁には観測窓、天井にはガイドレールが設置されており、壁の状態は必ずしも滑らかではないので、それらが壁面静圧には含まれることとなる。

$$C_p = [P_w(x) - P_w(x_r)] / (\rho U_0^2 / 2) \quad \text{R1-1}$$

Fig. R1-1(a) Pressure coefficient along the distance from the tip of plate. Different symbols show different free-stream velocity $U_0 = 20(\circ)$, $30(\triangle)$, $35(\square)$, $40(\times)$, $45(\diamond)$ m/s. (b) relative difference between mean velocity U_R measured by RTRI pitot tube ① at $x = 12.0$ m and the velocity U_F measured by calibration pitot tube ② at $x = 14.4$ m.

測定部には図3に示すように化粧板から上部400 mmの位置にキャリブレーション用のピトー管②が設置されている。風洞ピトー管①により計測される平均速度を U_R 、キャリブレーション用ピトー管②の出力を U_F とする。両者の相違は図 R1-1(b)に示すように0.5%以下である。つまり、主流速度が一定に保たれていることがわかる。また、二次元性を仮定したカルマンの運動量積分方程式において、圧力勾配が関与する項の摩擦抵抗係数に対する割合は $O(10^{-2})$ と見積もられる。

付録2 熱線出力の補正法について

2.3.1 節で説明した熱線風速計の出力について、2つの補正法(A), (B)とキャリブレーション式の影響(C)について考察をおこなう。

(A) 温度補正：キャリブレーション時と本計測時の温度変化を補正

(B) ドリフト補正：熱線プローブ及び電気回路のドリフトに起因する電圧変化を補正

(C) キャリブレーション式(多項式, King 式)の速度計測に与える影響

(A) 温度補正

キャリブレーションには、風速ゼロから設定速度 (20, 30, 40, 50 m/s) までの範囲で 10~17 点の計測をおこない、時間にして約 30 分を必要とする。キャリブレーションを行う前には、気流速度一定で温度が安定するまで暖機運転をおこなう。キャリブレーションは風速ゼロから順次速度を上げていくが、30 分間に風洞内の温度が下がる。また、風速が高くなることによる温度の上昇と相まって複雑な変化をする。RTRI 風洞には温度管理の冷却水循環装置が設置され、風洞内の温度を一定に保つ調整がおこなわれている。ただし、任意の気流温度に設定できるのではなく、空気冷却装置の熱交換能力にあわせて外気温よりも低い一定温度に設定が可能である。図 R2-1(a)には、7 月におこなったキャリブレーション時（本番計測前後）の温度変化を示す。前後のキャリブレーションでは異なった温度変化を示すこと、また、キャリブレーション中に約 2°C の温度変化が認められる。

本計測では境界層内の 64 点において、各 90 秒の計測をおこなう。データ保存とプローブの移動時間を含めると 1 セットの計測では約 4 時間を必要とする。図 R2-1(b)には本計測時間中の温度変化を示す。横軸は全計測時間で規格化してある。キャリブレーション終了後に本計測に入るの、風洞内の温度はほぼ一定と考えられるが、前半部での微妙な温度の変化が認められる。本計測は壁から順に主流に向かっておこなうため、壁近くバッファ層あたり（計測点にして 15 点、計測時間では全計測時間の約 20%）までは温度変化の影響が含まれるが、対数層と外層においては温度変化の影響は無視できる。図 R2-1(a)中の●印は本計測後のキャリブレーションを示した。計測の始まり（速度ゼロ）は、約 27°C を示している。風速を順次上げていくと、風洞内の温度は複雑に変化する。キャリブレーション時の温度と本計測時の温度は約 2°C だけ変化している。この温度差が風速変動にどれだけの影響を与えるのかを見積もる必要がある。

Fig. R2-1 (a)Temperature variation during calibration. Open circles are before measurement and solid circles are after measurement. (b)Temperature variation during measurement. Horizontal axis is normalized by total measurement time.

計測データの温度補正として考慮しないといけない項目をもう一度整理すると、下記になる。

- ・キャリブレーション中の温度変化および本計測前後のキャリブレーションの温度変化
- ・本計測中の温度変化
- ・キャリブレーション中の代表温度と本計測中の代表温度の相違

本計測と前後のキャリブレーションを 1 セットと考えると、ピトー管の取り換え時間を含めて、約 4 時間の計測時間の温度変化を補正する必要がある。温度補正の基本的な考え方は、基準となる温度を定めて、そこからの気流の温度変化が熱線風速計の出力に与える影響を取り除くことになる。基準温度は図 R2-1(b)に示す本計測後半の安定した気流温度として、その温度を T_M と表示する。データ計測時の温度 T における熱線風速計からの電圧出

力を $E(T)$ とする．この電圧出力を温度 T_M における電圧に変換するために次式を用いる(van Dijk and Nieuwstadt, 2004).

$$E(T_M) = \sqrt{\frac{(T_W - T_M)}{(T_W - T)}} E(T) \quad (R2-1)$$

ここで、 T_W は熱線受感部の表面温度であり、次式で与えられる．

$$T_W = \frac{\beta}{\alpha} + T_M \quad (R2-2)$$

係数 β は加熱比、 α は熱線素線の体積抵抗率に対する温度係数である．本計測では、加熱比は $\beta = 0.5$ 、熱線素線にはタングステン線を使用しており、 $\alpha = 5.3 \times 10^{-3}$ とした(Nishioka, 1983)．式(R2-1)から基準温度 $T_M = 20^\circ\text{C}$ とした場合、熱線素線の表面温度は $T_M = 97.1^\circ\text{C}$ となる．従って、同式に基づけば、計測中の温度が 5°C 変化した場合には熱線からの電圧出力は約3%変化、 2°C 変化した場合には約2%変化することとなる．素線の温度係数は実測が難しく文献値のみであり、素材のばらつきなどの誤差が大きくなる(van Dijk and Nieuwstadt, 2004)．

図 R2-2 には、図 R2-1 に示したキャリブレーション時における温度変化(サーミスタ出力)を式(R2-1), (R2-2)を介して電圧出力に変換し、温度補正をしない場合との相対変化を示した．最大 1.5%の不確かさが含まれる．

$$\Delta E/E = [E(\text{温度補正有}) - E(\text{温度補正無し})] / E(\text{温度補正無し}) \quad (R2-3)$$

Fig. R2-2 (a) Temperature effect on voltage output from constant temperature anemometer during the calibration process. Voltages are corrected according to temperature variation in Fig.R2-1 (a) by Eqs. (R2-1), (R2-2), and (R2-3). (b) Temperature effect on calibration curve. Green line is corrected result and blue one is without correction.

Fig. R2-3 Temperature effect on velocity during the calibration process calculated by Eq. (R2-1) and Eq. (R2-4). Open circles are before measurement and solid circles are after measurement.

次に電圧を速度に変換した際の温度補正の効果について考察する．図 R2-2(a)に示すように、温度補正の電圧値に与える影響は約 1.5%である．電圧と速度の関係を多項式で内挿した結果を図 R2-2(b)に示す．温度補正をした場合の電圧の変化は、50 m/s においてわずか 60 mV であるが、風速の変化は約 1 m/s となる．電圧と流速の関係

は線形ではなく、大きな電圧ほど、より急激な局所の速度勾配を示している。つまり、電圧のわずかな相違がより大きな速度変化をもたらすことがわかる。いま、温度変化による平均速度の変化を

$$\Delta U/U = [U(\text{温度補正有}) - U(\text{温度補正無し})] / U(\text{温度補正無し}) \quad (\text{R2-4})$$

と定義して、多項式を用いて補間した結果を図 R2-3 に示す。速度 10 m/s 以下の場合には、キャリブレーション曲線（図 R2-2(b)）に差異を視覚的に認めることができないが、式(R2-4)による相対的な割合は約 4%に達する。速度 50 m/s の場合には、温度補正の差異を視覚的にも確認できるが（図 R2-2(b) 挿入図参照）、図 R2-3 に示すように相対的割合は約 2%である。

以上をまとめると、キャリブレーション時の約 2℃の温度変化（図 R2-1 参照）が、熱線からの電圧出力を約 1.5%変化させる（図 R2-2(a)参照）。風速に換算すると（図 R2-2(b)参照）、風速 10 m/s において約 4%にその影響は拡大されることとなる。

(B) 速度補正

キャリブレーション時の速度計測は、壁から 400 mm の位置、熱線プローブと同じ高さに設定したピトー管②（図 3 参照）でおこなう。ピトー管②はマノメータ（Furness, FCO510）につながれており、温度および大気圧の計測から空気密度を算出して速度を計算する。FCO510 では気流温度を熱電対（図 3 中の⑥）から、大気圧は専用の圧力計から計測して流体物性値が算出され、風速校正がなされている。米原風洞では気流速度計測をピトー管①でおこなっており、両者を比較した結果を図 R2-4(a)に示す。両者は極めてよい一致を示している。

Fig. R2-4 (a) Comparison of mean velocity measured by pitot tube of RTRI ① and present one ② (FCO510). (b) Drift effect on calibration curve. Open circle (blue) is before measurement and cross symbol (cyan) is after measurement.

図 R2-4(b)には、前キャリブレーションと後キャリブレーション（挿入図は拡大図）を多項式で補間した結果を示す（ただし、温度補正はしていない）。両者を比較すると、同一速度において電圧降下が確認できる。そのため、前後のキャリブレーション曲線を用いて電圧データを速度データに変換しても、両者は一致しない。また、その際に算出される主流の流速は、ピトー管での計測結果とも一致しない。このような熱線風速計の出力電圧の変化は、受感部（タングステン線）やプロング部との接合（はんだ付け、銅メッキ素線）の組成変化、気流中のごみの付着、電気回路の温度依存性などの要因が関連している。温度補正をしない場合、前後のキャリブレーションでの電圧出力の差異を便宜的に「ドリフト」と呼ぶこととする。

熱線の電圧出力が E から E' に変化した際に、係数 $a_i (i = 1, 2)$ により、 $E = a_i E'$ となるように補正をする。この補正は、熱線出力から計算される主流速度がピトー管の計測値に一致するように決定する。主流速度は壁から $300 \text{ mm} \leq y \leq 400 \text{ mm}$ の範囲において、等間隔に 5 点の平均値として算出した。乱流境界層の厚さは、およそ 200 mm である。前キャリブレーション曲線を用いて本計測電圧を風速に変換し、主流速度がピトー管計測に一致する係数 a_1 を数値的に決定する。同様に後キャリブレーション曲線を用いた本計測電圧においても係数 a_2 を決めることができる。理想的な計測では $a_1 = a_2$ であるが、通常では両者は一致しない。 a_1 から a_2 への変化が時間

に比例して起こると仮定することで、時間経過を含めた補正が可能となる。そこで速度補正の方法として、以下の3種類をおこなった。

(速度補正1) 前キャリブレーション曲線を用いて本計測電圧を速度に変換し、係数 a_1 を決める。

(速度補正2) 後キャリブレーション曲線を用いて本計測電圧を速度に変換し、係数 a_2 を決める。

(ドリフト補正) 前キャリブレーション曲線から後キャリブレーション曲線まで時間経過とともに、係数 a_1 から a_2 までを線形補間する。計測時刻におけるキャリブレーション曲線を算出して、電圧を速度データに変換する。

(C) 出力電圧の近似式の妥当性

定温度型熱線風速計からの電圧出力と風速の関係は、King の式で近似される。その一般的な説明は、受感部で発生するジュール熱が気流により強制対流で冷却される際の熱収支の関係に基づいている。気流温度が一定で物性値が変わらない場合には、以下の式であらわされる。

$$E^2 = A + BU^n \quad (\text{R2-5})$$

ここで、 A, B は計測条件によって決まる定数で n は半理論的には $1/2$ と導かれる。図 R2-5(a)には式(R2-5)を用いてフィッティングした一例を示す。King の式で近似できるのは、気流による強制対流が成り立つ範囲であり、自然対流が支配的となる低流速では成り立たない。指数 n は $1/2$ からわずかにずれるので、より正確にフィットしてドリフト補正を容易にするために式(R2-6)を用いることとする。

$$U = C \times E^m \quad (\text{R2-6})$$

図 R2-5(b)には式(R2-6)を用いたフィッティングの結果を示す。 $4.0 \leq U$ でよい近似となっていることがわかる。本研究では、式(R2-6)を用いたフィッティングを便宜的に King 式と呼ぶことにする。一方、より簡便な補法として、以下の多項式近似が用いられる。

$$U = c_0 + c_1 E + c_2 E^2 + \dots + c_n E^n \quad (\text{R2-7})$$

多項式の次数は、計測点数にもよるが4から6が妥当であろう。図 R2-2(b), 図 R2-4(b)の曲線は5次多項式の近似である。キャリブレーション時の速度計測点が多く設定できれば、式(2-6)と式(2-7)の近似曲線は類似の結果となるが、計測点が少ない場合や、低流速域では必ずしも一致した結果とはならない。

Fig. R2-5 Calibration fitting ;(a) interpolation with Eq.(R2-5), (b) interpolation with Eq.(R2-6).

キャリブレーションの速度と電圧の関係を近似する曲線として、多項式を用いた場合の速度 U_{pol} と King 式を用いた場合の速度 U_{king} との相違を調べた結果を図 R2-6 に示す。King 式での近似は電圧が4 V 以上でよく近似できるので、その電圧範囲で考えると両者の差は温度補正をしない場合には $\pm 1\%$ 程度となる(図 R2-6(a))。一方、前述の温度補正をおこなった場合には、 $\pm 0.5\%$ 程度に収まり、より小さな差異となる。

以上、定温度型熱線風速計と熱線プローブを用いた速度計測の不確かさに与える要因を考察した。これらの不確かさが乱流境界層の速度分布型及び乱流統計量に与える影響を本論文中で議論した。1条件の計測に対して、前後のキャリブレーション(2回)×温度補正の有無(2回)×多項式とKing式の使用(2回)の8個の速度データが算出される。ドリフト補正は、前後のキャリブレーションで1セットになるので、温度補正の有無(2回)×多項式とKing式の使用(2回)の計4個の速度データが算出される(ただし、キャリブレーションによってはKing式が用いれない場合もあるので、その際には多項式近似のみを用いた)。よって、何らかの補正をおこなった場合の速度データは、合計で12個となる。表R1に12通りの組み合わせを①～⑫で示した。一方で、補正を全くおこなわない場合には、前後のキャリブレーション(2回)×多項式とKing式の使用(2回)の計4個の速度データが算出できる(表R1の⑬～⑯)。つまり、1条件の測定に対して補正の有無の組み合わせから、上記の下線を引いた16個のデータが算出できる。理想的には16個の速度データは同一の値を示すことが期待されるが、補正法に含まれる仮説の妥当性などから各データには相違が確認できる。補正の影響は平均流速の数%程度であるが、本解析では図10に示した平均速度から算出される主パラメータ(κ, B, B_1, Π)が、その平均値から $\pm 2\sigma$ より大きくずれるデータは解析対象から除外した。速度計測は同一条件で異なる日時に2回実施しており、その全てのデータを使用して統計量の算出をした。

Fig. R2-6 Effect of calibration fitting on mean velocity. (a) Difference between polynomial fitting and king's equation without temperature correction, (b) difference between polynomial fitting and king's equation with temperature correction. Open circles are calibration before measurement, and solid circles are calibration after measurement.

Table R1 Summary of correction of hot-wire signal

No.	procedure	U_θ correction	polynomial fit	King's fit	before calib	after calib	temp correction	drift correction
①	before calib, U_θ correction, polynomial fit	○	○		○			
②	after calib, U_θ correction, polynomial fit	○	○			○		
③	before calib, U_θ correction, polynomial fit, temp correction	○	○		○		○	
④	after calib, U_θ correction, polynomial fit, temp correction	○	○			○	○	
⑤	before calib, U_θ correction, king's fit	○		○	○			
⑥	after calib, U_θ correction, king's fit	○		○		○		
⑦	before calib, U_θ correction, king's fit, temp correction	○		○	○		○	
⑧	after calib, U_θ correction, king's fit, temp correction	○		○		○	○	
⑨	polynomial fit, U_θ correction, drft correction	○	○			○		○
⑩	polynomial fit, U_θ correction, temp and drft corrections	○	○			○	○	○
⑪	king's fit, U_θ correction, drft correction	○		○		○		○
⑫	king's fit, U_θ correction, temp and drft correction	○		○		○	○	○
⑬	before calib, polynomial fit		○		○			
⑭	after calib, polynomial fit		○			○		
⑮	before calib, king's fit			○	○			
⑯	after calib, king's fit			○		○		

付録3 オイルフィルム干渉法の測定精度の与える要因と補正法

壁面せん断応力を計測するためにオイルフィルム干渉法(OFI 法)を用いた。その計測に関する不確かさの要因として、以下の(1)-(4)の項目が考えられる。

(1)オイル粘度の温度較正

オイルは SH200 シリコンオイル(東レ・ダウコーニング製)を用いた。このオイルは熱に対して安定であり、酸化に強く表面張力が小さい特色がある。特に表面張力が小さいことは、本測定を行う上で有益である。主流速度の変化に合わせ、動粘度が50cSt, 100cSt, 200cSt を用意した。式(2)から明らかなように、オイルの密度と動粘度は、せん断応力計測に直結している。オイル密度は温度依存性をほとんど持たないが、動粘度は高い温度依存性を有する。そのため、オイル粘度の温度依存性を事前に正確に較正しておく必要がある。本研究では、ウベローテ粘度計を恒温槽に設置してオイル温度を一定に保ちながら粘度を計測している。温度の計測は 1/100°Cのメモリがついた水銀温度計で読み取った。図 R3-1(a)は公証 100cSt のシリコンオイル粘度の温度依存性を調べた結果である。記号の違いは、異なる実験日での計測に相当する。製造元が提案している温度依存性の式を改良した式(R3-1)を用いている。実線は関数での近似を表し、破線は±1%の不確かさ範囲に相当する。

$$\nu = \frac{d_1}{(T - d_2)} + d_3 \quad (\text{R3-1})$$

ここで、 $d_1 = 301.5$, $d_2 = 110.0$, $d_3 = 0.3925$ である。つまり、オイル温度が 0.5°C変化すると動粘度は約 1%変化することになる。オイル粘度を正確に見積もること、つまり、気流温度を正確に計測することが不可欠である。そのため、本計測ではガラス窓に小型サーミスタを設置してオイル近傍の温度を計測している。

(2)測定中の気流温度変化と塵の混入

気流中には小さな塵が浮遊しており、計測中にオイル表面に付着することがある。オイルの厚さは数 μm であるから、同程度の塵が付着するだけで、干渉縞は大きく歪められる。この場合には、正確な縞速度を見積もることができない。塵の付着は頻繁に起こるので、根気強く計測を繰り返す必要がある。

(3)画像解析条件 (縞番号範囲・解析時間範囲)

オイルを壁面に垂らしたのちに送風をすると、オイルが変形してやがて干渉縞が形成される。干渉縞が形成される時間とその縞番号 k は、オイル粘度と風速、初期の液滴大きさに依存している。縞番号が小さな($1 \leq k \leq 5$)オイル先端の縞には早い時間でせん断応力が一定となる時間帯が現れ、それよりも大きな縞番号($6 \leq k \leq 10$)では、より時間が経過したのちにせん断応力一定の時間帯が現れる。縞番号を固定して、せん断応力が一定となる時間を見極めて、せん断応力を算出する。理想的な干渉縞ができた場合には、XT 法、 λ 法ともに同じせん断応力を算出するはずである。そのため、2つの方法での値を比較することで、計測の不確かさを判断する基準とした。つまり、塵などが混入していなくても、両方法で算出した値が大きな違いを示すデータは解析の対象としない。図 R3-1(b)に二つの方法で算出したせん断応力を摩擦速度に変換した結果を示す。横軸は単位レイノルズ数である。せん断応力は各条件で 10 回程度の計測をおこない、その平均値を用いた。縞番号はオイル先端($\square: 1 \leq k \leq 5$)とその後方($\triangle: 6 \leq k \leq 10$)と平均値($\circ: 1 \leq k \leq 10$)を示した。XT 法は λ 法よりも大きな値を算出する傾向にある。また、オイル先端の縞番号は後方よりも大きな値を示す。以上を踏まえ、本手法におけるせん断応力計測の不確かさは 1.5%と判断される。

Fig. R3-1 (a)Dependence of oil viscosity on temperature (nominal value is 100cSt). Different symbols indicate independent measurement. (b)Averaged friction velocity computed by XT-method (Eq.(2)) and λ -method (Eq.(4)). Different symbols show different fringe numbers. $\circ(1 \leq k \leq 10)$, $\triangle(1 \leq k \leq 5)$, $\square(6 \leq k \leq 10)$.

(4)カメラキャリブレーション

実寸法 (mm 単位) でカメラの撮影範囲を知るために測定前に壁面上にキャリブレーションシート(顕微鏡用スケールシートゲージ NHW-01)を置き、それを撮影することで撮影範囲を決定した。撮影範囲は $8.6\text{ mm} \times 7.2\text{ mm}$ 、解像度は $1280 \times 1024\text{ pix}$ であり、ホワイトバランス、露光を調整し、画像の輝度分布を確認しながら撮影した。このキャリブレーションシートの最小スケール幅は 0.1 mm であり、精度は $\pm 0.004\text{ mm}$ である。撮像範囲のキャリブレーション方法は、まず、ガラスプレート上にキャリブレーションシートを置き、シートが目盛の傾きと画像の傾きとを合わせた後に撮影する。撮影後、キャリブレーション画像を拡大して画像の幅の有効画素数 1024 pixel で何ミリメートルを撮影しているのかを読み取る。カメラはオイル表面に対して傾けて設置されている。従って、被写界深度内に干渉縞が含まれるようにレンズの焦点と干渉縞の位置を事前に調整しておく。この操作をおこなうことで、干渉縞の焦点がぼやけることを防ぐことができる。

本計測時には熱線計測と同位置に小窓を設け、オイルフィルム法によるせん断応力計測ができるようにした。気流温度は、小型サーミスタを壁近くに設置すること、また熱電対を風洞内に設置して常時モニターをしている。計測は主流速度を約 $20, 30, 40, 50\text{ m/s}$ に固定しておこなった。計測中の温度変化は $\pm 0.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ におさまリ、気流物性値の変化はほとんどない。

付録4 Coles 境界層厚さと Rotta-Clauser 境界層厚さの関係

後流関数に含まれる壁からの距離 y は、境界層厚さ δ や δ_{99} で無次元化されるが、本研究では外層の計測点(離散)を多項式で内挿することで、後流関数が最大となる壁からの位置を δ_c として算出する。後流関数は壁からの代表長さを δ_c として、 $W(y/\delta_c)$ と表記した。後流関数は、その定義から $W(1) = 2$ を満たす必要があり、 δ_c は Coles の境界層厚さと呼ばれる。図 R4-1(a)には、Coles 境界層厚さと δ_{99} の関係をプロットした。記号の違いは測定位置の違いに対応する。上流、中流、下流位置の計測データを解析の結果、 $\delta_c \cong \delta_{99}$ と見積もられることがわかった。 δ_{99} は局所の平均速度が主流速度の 99% になる位置と便宜的に定義されてきたが、後流関数が最大となる位置と関係することは興味深い。次に Rotta-Clauser 境界層厚さ Δ について、図 R4-1(b)に示す。本計測結果からは、 $\Delta = a\delta_c$ として近似でき、ばらつきが大きい $a \cong 4.2$ と見積もられる。

Fig. R4-1 (a) Relation between Coles boundary layer thickness and δ_{99} . (b) Relation between Rotta-Clauser boundary layer thickness and δ_{99} . Different symbols show the location of measurement, $\triangle$: $x = 6.0\text{ m}$, $\square$: $x = 14.4\text{ m}$, $\circ$: $x = 18.7\text{ m}$. Solid lines are least square fitting, and the relation $\Delta = a\delta_c$ with $a \cong 4.2$ is evaluated.

付録5 計測値の再現性

実験は同一条件で異なる日時に2回おこなった。平板は細心の注意を払って設定したが、先端の二段くさびは風洞縮流部との接合高さと相対位置がずれることがあった。そのため、境界層の発達には排除厚さに基づくレイノルズ数 R_{δ^*} に換算すると最大で 10% の相違となった。図10、図14には条件を満たす計測データは全て表示してある。本論文で見出した乱流境界層の普遍性は図11、図15にまとめられ、境界層の発達の相違によらず再現実験全てのデータで確認される。また、仮想原点を補正することで、2回の再現実験は良い一致を示す。