Advance Publication by J-STAGE

日本機械学会論文集

Transactions of the JSME (in Japanese)

DOI:10.1299/transjsme.21-00298

Received date : 28 September, 2021

Accepted date : 18 January, 2022

J-STAGE Advance Publication date : 26 January, 2022

© The Japan Society of Mechanical Engineers

この記事はクリエイティブ・コモンズ [表示-非営利-改変禁止 4.0 国際]ライセンスの下に提供されています。
(<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.ja>)

ラティスを充填した角筒の曲げ強度評価

熊谷 拓真^{*1}, 牛島 邦晴^{*2}

Evaluation of bending strength of lattice-filled tubes with rectangular cross section

Takuma KUMAGAI^{*1} and Kuniharu USHIJIMA^{*2}

^{*1} Graduate School of Engineering, Tokyo University of Science, 6-3-1 Nijuku, Katsushika-ku, Tokyo 125-8585, Japan

^{*2} Faculty of Engineering, Tokyo University of Science, 6-3-1 Nijuku, Katsushika-ku, Tokyo 125-8585, Japan

Abstract

In this study, the bending strength of lattice-filled rectangular tubes under three-point loading has been studied using a nonlinear finite element analysis. The failure mechanism of lattice-filled tubes can be classified in four modes: tube wrinkling, tube yielding, core shear and tube denting, which are basically similar modes for the lattice sandwich panels. Based on this fact, the analytical equations for predicting the failure load for lattice tubes are proposed, and their accuracies are discussed by comparing the failure loads yielded by a finite element analysis with their predictions for the tube wrinkling, yielding and core shear modes.

Keywords : Lattice structure, Rectangular tube, Additive manufacturing, Three-point bending, Finite element analysis

1. 緒 言

自動車や航空機, 船舶といった輸送機械において, 薄肉の円筒や角筒といった軽量部材が幅広く用いられており, そうした薄肉構造の剛性や強度に関する研究が, これまで数多く報告されている. 例えば増田らは角筒が純曲げを受けたときの最大曲げモーメント M_{max} について, 有限要素法 (以下 FEM と表記) に基づく数値シミュレーション解析を用いて系統的な検討を行っている (増田, 陳, 2010) (増田, 陳, 2012). 特に, 材料の降伏応力と角筒の幾何形状で決まる座屈応力の値を用いて, FEM による応力結果と比較しながら M_{max} の発生原因を明らかにし, M_{max} を予測するための評価式を提案している.

一方, 最大曲げモーメント M_{max} を上昇させるため, 角筒内部に隔壁やフォーム材, ハニカム構造を充填させた研究も, これまでいくつか報告されている. 例えば Santosa (Santosa and Tomasz, 1999) らは増田らと同様に角筒の純曲げ問題について, 角筒の内部にハニカム構造を模した等価な充填材を挿入し, その曲げ崩壊挙動を FEM による数値解析で求めている. その結果, 形状によってはハニカムを充填した角筒の対重量あたりの吸収エネルギー量が, 充填しない角筒よりも飛躍的に上昇する結果を報告している. また, 著者らの研究グループの一人である小野ら (牛島, 小野, 2018) は角筒に隔壁を入れて純曲げした際の曲げ破損挙動および FEM による応力分布と比較しながら M_{max} の発生原因を明らかにし, M_{max} を予測するための評価式を提案している.

他方, 近年のレーザ加工技術の急速な発展により, 薄肉構造内部に充填できる構造の微細化, 複雑化が可能となり, エネルギー吸収特性のさらなる向上が期待される. 例えば著者らの研究グループの一人である大町ら (Omachi et al., 2020) は, パウダーベッド方式の粉末金属積層造形装置で作製できるマイクロラティスをコアに持つサンドイッチ

チパネルが、3点曲げ荷重を受けるとの曲げ破損挙動について、非線形有限要素法を用いた数値シミュレーション解析に基づき検討を行った。同時に、変形挙動を反映した理論モデルを構築して破損荷重を予測し、曲げ試験結果と比較して理論モデルの有効性を検討した。その結果、ラティスコアの相対密度と面板の厚さにより、曲げ変形モードが複数存在すること、加えてそれぞれのモードにおける最大曲げ荷重を精度よく予測するための評価手法を確立した。

そこで本研究では、先の大町らの研究を角筒の曲げ変形挙動の問題に応用し、内部にラティスを充填した角筒の曲げ破損荷重とコア形状、並びに角筒の寸法との関係を検討した。角筒は車体構造の基本構成部材としても広く使用されており、例えば自動車やトラックの前後部に取り付けたバンパーの曲げ特性は、衝突安全性能に直結するため、多くの研究報告がある（例えば Zheng et al., 2021）。そこで本研究で取り扱うラティスを充填した角筒についても破損荷重を求め、対重量当たりの強度として比較を行うことで、この構造の有効性も検討する。

2. 解 析 方 法

本研究では、汎用 FEM 解析ソフト MSC.Marc 2017 を用い、図 1(a) に示すラティスコアを内部に充填した角筒の中央に曲げ荷重が作用する問題について、解析及び検討を行った。ラティスのユニットセル形状として、図 1(b) に示す一辺の長さが 2.5 mm の立方体内に 8 本の真直な棒を配置した BCC 構造を用いた。棒の長さを $L(=5\sqrt{3}/4\text{mm})$ とし、棒の直径を d とする。このラティスコアの周囲を、厚さ (t_f で表記) 一定の角筒で囲んだ角筒モデルの中央を、圧子 (幅 $a=10\text{ mm}$) で準静的に押し付け、変位 δ と反力 P の関係を求めた。角筒の z 軸方向の寸法は 10 mm とする。また、パネルのスパン長さは $l=80\text{ mm}$ とする (図 1(a) 参照)。ここで、充填するセルの個数として、長手方向 (x 方向) に 40 個、幅方向 (y 方向) と高さ方向 (z 方向) にそれぞれ 2 個と 4 個 (1(c) 参照) の合計 320 個を用いた。 y 軸方向のコアの厚さを $t_c=5\text{ mm}$ とする。上述の境界条件や充填したセルの個数を用いた理由は、先述の大町らのサンドイッチパネルの研究と同一の条件にそろえ、後に比較するためである。

次に FEM 解析で用いた要素タイプならびに要素分割数について説明する。ラティスコア部は 2 節点ビーム要素、角筒部は 4 節点厚肉シェル要素を用いた。梁 1 本のメッシュは 16 分割、シェル部は 1 個の BCC ユニットセルに対し、 4×4 の 16 分割した。

Fig. 1: Analysis model and loading condition for a lattice-filled rectangular tube.

次に材料モデルについて説明する。解析対象は等方・均質な弾塑性体とし、材料の応力 σ -ひずみ ε 関係は以下

の二直線硬化則を用いた.

$$\sigma = \begin{cases} E\varepsilon & (\sigma < \sigma_y) \\ \frac{E-E_h}{E}\sigma_y + E_h\varepsilon & (\sigma > \sigma_y) \end{cases} \quad (1)$$

ここで, E はヤング率, σ_y は降伏応力, E_h は加工硬化係数を表し, 本研究では SUS630 ステンレス鋼で造形した試験片を想定し, $E=191.3$ GPa, $\sigma_y=525$ MPa, $E_h=E/100$ GPa と仮定して解析を行った. 非線形挙動の定式化としてアップデートラグランジュ法を用いて大変形挙動を考慮し, 平衡方程式を満たすための修正計算法としてニュートン・ラプソン法を採用した.

3. 解析結果および検討

3.1 破損荷重 P_f の定義

本節ではまず, 本論文で検討する破損荷重 P_f の定義について説明する. 図 2(a) は角筒部の肉厚 t_f とラティスの直径 d の組み合わせを変更した際の, 曲げ荷重 P と変位 δ との関係性を比較した結果である. 各組み合わせにおいて, 荷重 P は変位 δ の上昇とともに線形的に上昇し, ある変位で最大値あるいは変曲点 (図 2 青丸部) をむかえる. 本研究では, この最大荷重あるいは変曲点を破損荷重 P_f と定義し, P_f が生じる原因の調査と P_f の値の予測を試みた. 図 2(b) は角筒の肉厚 t_f を一定とし, ラティスコアの直径 d のみを変えた場合の破損荷重 P_f の変化を示す. 図中の横軸は以下の式 (2) で表されるラティスコアの相対密度で整理し, 角筒単体の結果も $\bar{\rho}=0$ としてプロットしている.

$$\bar{\rho} = \frac{3\sqrt{3}}{4} \left(\frac{d}{L} \right)^2 \quad (2)$$

この図より, 破損荷重 P_f は相対密度 $\bar{\rho}=0.0196$ を境に変化が大きい領域と緩やかな領域に分かれる. 以下では曲げ破損時の変形モードを見ながら破損荷重の評価について検討する.

(a) Load P versus displacement δ diagram

(b) Failure load P_f versus relative density $\bar{\rho}$ diagram

Fig. 2: Examples of the variation of the compressive load P as a function of the deflection δ are shown in the left figure. The failure load P_f is defined by the maximum of P or the inflation point. The loads P_f for some cases of the strut diameter d are plotted in the right figure.

3.2 FEM 解析結果及び変形モードの分類

3.2.1 角筒のしわ寄りモード

角筒にかかる応力が座屈応力を超えると角筒の圧縮面が弾性座屈する. このモードが生じる時の荷重変位線図を図 3(a) に示す. このモードで破損が起きる場合, 荷重が急激に増加した後に圧縮面にしわ寄りが生じ, ピーク

に達してその後は荷重が下がる．荷重変位線図のピークを面板のしわ寄りモードの破損荷重とみなし，図 3(b) にその時の変形の様子を示す．図 3(b) より圧子付近の圧縮面がラティスとの結合点を支点に座屈していることが確認できる．また，ひずみは圧縮面のしわ寄りが生じた箇所に集中しており，コアや側面部，引張面には生じないことがわかった．ここで，図 3(b) の角筒の側面の板は視認性向上のため不可視とした．

Fig. 3: Variation of the compressive load P as a function of the deflection δ is shown in the left figure for a lattice tube with wall thickness $t_f=0.04\text{mm}$ and strut diameter $d=0.08\text{mm}$. Here, the observed deformation mode is "tube wrinkling". The spread of plastic strain near the punch is shown in the right figure.

3.2.2 角筒の降伏モード

角筒にかかる応力が降伏応力を超えると角筒が降伏し破損する．このモードが生じる時の荷重変位線図を図 4 に示す．この時，荷重変位線図の変曲点である変位 $\delta = 0.7\text{ mm}$ を角筒の降伏モードの破損荷重とみなし，図 5 にそれぞれ，破損時と破損後の相当塑性ひずみを用いた変形の様子を示す．これより，荷重変位曲線図のピーク付近で角筒の圧縮面に塑性ひずみが生じ，ピークを過ぎた後に角筒側面部の面板にも塑性ひずみが生じることがわかった．よって，角筒の降伏が FEM の相当塑性ひずみの結果からも確認できた．

Fig. 4: Bending load P versus displacement δ curve for a lattice-filled tube, here, the deformation mode is "tube yielding".

Fig. 5: Comparisons of the equivalent plastic strain distribution observed in a lattice core and a rectangular tube under different bending displacement δ , here, the deformation mode is "tube yielding".

3.2.3 コアのせん断降伏モード

角筒がコアに対して比較的弱い場合、コアのせん断降伏と圧縮面に塑性ヒンジが生じる。このモードが生じる時の荷重変位線図を図 6(a) に示す。

コアのせん断降伏で破損する場合、荷重がピークに達した後に圧子付近の一部のコアのせん断降伏と圧縮面に塑性ヒンジが生じ角筒が破損する。その後、徐々に荷重が減少し次第に一定の値になる。荷重変位線図のピークである $\delta = 0.9 \text{ mm}$ をコアのせん断降伏モードの破損荷重とみなし、図 6(b) にその後の $\delta = 1.1 \text{ mm}$ 際の変形の様子を示す。図 6(b) より圧子付近の一部のコアにひずみが生じていることが FEM の結果からも確認できた。

Fig. 6: Variation of the compressive load P as a function of the deflection δ is shown in the left figure for a lattice tube with wall thickness $t_f=0.3\text{mm}$ and strut diameter $d=0.06\text{mm}$. Here, the observed deformation mode is "core shear". The spread of plastic strain near the punch is shown in the right figure.

3.2.4 変形モードの分類及びラティスサンドイッチパネルとの比較

角筒の肉厚 t_f とラティスコアの直径 d の組み合わせを多数変えて数値解析を行った結果、ラティスを充填した角筒の曲げ破損を示す原因は角筒の降伏、角筒のしわ寄り（圧縮側の弾性座屈）、ラティスコアのせん断降伏、角筒の凹みの 4 種類に分類できた。ここで、角筒の凹みが発生する部分は p が低い部分で限定的であり、全体設計に与える影響は小さいため、以後の言及は省略する。一方、ラティスサンドイッチパネルの曲げ破損の原因は面板の降伏、面板のしわ寄り、面板とコアの強度による 2 パターンのラティスコアのせん断降伏の計 4 種類に分類できる (Omachi et al., 2020)。図 7(a)(b) にそれぞれの結果を示す。図 7(a) の黒の実線は破損荷重の理論式 (9), (12) を

用いて求めた境界線であり、図 7(b) は大町らが検討したラティスサンドイッチパネルの結果である (Omachi et al., 2020). 理論式 (9), (12) については後ほど説明する. 面板の肉厚 t_f をスパン長さ l で無次元化した $\bar{t}_f$ を横軸に, ラティスコアの相対密度 $\bar{\rho}$ を縦軸に取る. この図から角筒の肉厚 t_f が十分小さい場合は角筒の圧縮面に圧縮応力による座屈が生じやすく, t_f が大きくなると角筒の塑性降伏, さらにラティスコア部のせん断変形により降伏が生じやすくなる. この傾向は大町らによる 2 枚の面板でコアのラティスを挟んだサンドイッチパネルの場合と同様であった. また, 図 8 に同じ面板厚さ t_f , ラティス直径 d , 曲げ変位 δ の時のサンドイッチパネルと角筒での x 軸方向の応力分布の比較をそれぞれ示す. これより, 角筒はサンドイッチパネルと比べて大きな軸方向の応力を受けることで角筒の降伏応力 σ_{yf} や座屈応力 σ_{cr} に達するケースが多くなり, 角筒の降伏やしわ寄りが支配的となるためコアのせん断降伏による破損が起きにくくなったと推察される. 次に同じ面板厚さ t_f , ラティス直径 d において, 角筒とサンドイッチパネルの強度及び変形モードの比較を表 1 で行う. この結果から同一のパラメーターにおいて変形モードが異なり, 強度も角筒の方が大きくなることがわかった. さらに, 各モデルでの質量 M を計算して破損荷重 P_f を質量 M で除し, 対重量当たりの比強度 P_f/M を求め, 表 1 内で比較している. 角筒の曲げ強度については Zheng らも隔壁の入った角筒に対し, 3 点曲げ試験を実施して荷重変位線図を求めている (Zheng et al., 2021). Zheng らの結果において, 破損荷重は 10~15kN/kg 程度であったが, ラティスを充填した角筒の結果は 4 倍 ~10 倍程度の比強度を有しており, その高い優位性が確認される.

Fig. 7: Comparison of the deformation mode map for a lattice filled rectangular tube and a lattice sandwich panel.

Fig. 8: Comparison of axial stress distribution for a lattice filled rectangular tube and a lattice sandwich panel.

Table 1: Comparison of the failure load P_f for a lattice sandwich panel and a lattice-filled rectangular tube.

	Lattice-filled rectangular tube		Lattice sandwich panel	
$(\bar{t}_f, \bar{p})$	$(7.50 \times 10^{-4}, 1.96 \times 10^{-2})$	$(2.50 \times 10^{-3}, 8.71 \times 10^{-3})$	$(7.50 \times 10^{-4}, 1.96 \times 10^{-2})$	$(2.50 \times 10^{-3}, 8.71 \times 10^{-3})$
Mode	Tube wrinkling	Tube yielding	Facesheet yielding	Core shear 1
P_f [N]	67.3	381.1	43.2	76.5
Mass M [kg]	1.02×10^{-3}	2.50×10^{-3}	0.85×10^{-3}	1.73×10^{-3}
P_f/M [kN/kg]	66.0	152.2	51.0	44.2

3.3 破損荷重 P_f の予測について

3.3.1 角筒のしわ寄りモード

図9は角筒のしわよりモードが起きる際のユニットセルの変形の模式図である。角筒のしわ寄りモードではラティスを充填材に用いた場合、他の充填材と比較して面板とコアの接地面積が小さいため角筒がラティス梁との結合点を支点に座屈し波打つように変形する。大町らはサンドイッチパネル構造において、面板の単位幅当たりの座屈応力を以下の式(3)で提案した(Omachi et al., 2020)。式中のパラメータ u は角筒の要素ストリップの断面積 A_f (図9の斜線部) と外力 F による垂直応力 σ を用いて式(4)で求める。ここで、 L_x はユニットセルの一辺の長さ、 E_f は角筒のヤング率、 D_f は角筒の要素ストリップの曲げ剛性である。

$$\sigma_{cr} = \frac{u^2 t_f^2 E_f}{4L^2} \quad (3)$$

$$u = \frac{L_x}{2} \sqrt{\frac{F}{D_f}} = \frac{L_x}{2} \sqrt{\frac{\sigma A_f}{D_f}} \quad (4)$$

ここで、角筒でサンドイッチパネルと同様に式(3)で座屈応力 σ_{cr} が予測可能か確認するため、角筒のしわ寄りモードが起きる $t_f=0.04$ mm、 $d=0.08$ mm で破損が起きる際の変位 $\delta=0.15$ mm、破損前の変位 $\delta=0.1$ mm、破損後の変位 $\delta=0.75$ mm における、角筒の破損断面 ($x=6.25$ mm) での軸応力の分布を図10に示す。

Fig. 9: Schematic of wrinkling deformation due to elastic buckling observed in a lattice-filled tube.

Fig. 10: Axial stress distribution of a lattice-filled tube, where the deformation mode is "tube wrinkling", and the failure load P_f is defined when the displacement $\delta=0.15$ mm.

図 10 より破損時に角筒内で圧縮側の応力が生じる側において、軸応力が式 (3) で求めた座屈応力 σ_{cr} に達していることが確認できた。よって、角筒においてもサンドイッチパネルと同様、式 (3) で座屈応力 σ_{cr} が予測できることが確認できた。

次に破損荷重の予測式を考える。面板に働く単位幅あたりの垂直応力 σ_f が座屈応力 σ_{cr} に等しくなる時、角筒が座屈し、しわ寄り変形が起きる。角筒の中立軸から y だけ離れた面板内に働く垂直応力は

$$\sigma_f = \frac{My}{D} E_f \quad (5)$$

で表される (Allen, 1969)。ここで、角筒の等価曲げ剛性 D は以下の式で表される。

$$D = \frac{E_f(t_c + 2t_f)^3 - t_c^3}{12(1 - \nu_f^2)} + \frac{E_c^* t_c^3}{12(1 - \nu_c^{*2})} \quad (6)$$

ν_f と ν_c^* はそれぞれ角筒とコアの構造のポアソン比を示す。 E_c^* はコアの構造の縦弾性係数で以下の式で表される。

$$E_c^* = \frac{9\sqrt{3}\pi E_s}{16} \left(\frac{d}{L}\right)^4 \quad (7)$$

また、角筒に働く最大曲げモーメント M は式 (8) で表される。

$$M = \frac{P(2l - a)}{8} \quad (8)$$

角筒面板のしわ寄りは $y = t_c/2$ で起きるため、式 (3), (5), (6), (7), (8) より角筒のしわ寄りモードにおける破損荷重 P_f は

$$P_f = \frac{4Du^2 t_f^2}{(2l - a)t_c L^2} \quad (9)$$

で表される。

3.3.2 角筒の降伏モード

図 11 に角筒の降伏モードが起きる $t_f=0.15$ mm, $d=0.2$ mm で破損時の変位 $\delta=0.7$ mm, 破損前の変位 $\delta=0.5$ mm, 破損後の変位 $\delta=1.0$ mm の時の角筒の破損断面 ($x=6.25$ mm) の軸応力 σ_{xx} の分布を示す。これより、破損時に角筒は部材の降伏応力である σ_{yf} に達し、降伏することが確認できる。よって、この結果から外力 P による最大曲げモーメント M が角筒断面の全塑性モーメント M_p に達した時に角筒が破損することがわかる。

角筒断面の全塑性モーメント M_p は式 (10) で表される。なお、式 (10) の最大曲げモーメントは圧子の中央部で生じるものとする。また、破損時に応力分布から角筒、コア共に全塑性状態にあるとして式を算出した (図 9(a), 9(b) 参照)。

$$M_p = \sigma_{yf} b(t_c + t_f)t_f + \frac{\sigma_{yf}}{2} t_f t_c^2 + \frac{1}{4} \sigma_{yc}^* t_c^2 \quad (10)$$

ここで σ_{yf} は角筒の材料の降伏応力、 σ_{yc}^* はコアの構造の降伏応力である。ラティスコアの場合 σ_{yc}^* はラティス材料の降伏応力 σ_{ys} を用いて次の式で表される (Ushijima et al., 2013)。

$$\sigma_{yc}^* = \sqrt{3}\sigma_{ys} \left(\frac{d}{L}\right)^3 \quad (11)$$

$M = M_p$ の時、式 (8)~(11) より、破損荷重 P_f は、

$$P_f = \frac{8}{2l - a} \left\{ \sigma_{yf} b(t_c + t_f)t_f + \frac{\sigma_{yf}}{2} t_f t_c^2 + \frac{1}{4} \sigma_{yc}^* b t_c^2 \right\} \quad (12)$$

で表される。図 7(a) 中に示した実線は、先の式 (9) と式 (12) を用いて P_f を計算し、それらの値の大小関係が逆転する境界を示す。

Fig. 11: Axial stress distribution of a lattice-filled tube, where the deformation mode is "tube yielding", and the failure load P_f is defined when the displacement $\delta=0.7\text{mm}$.

Fig. 12: Schematic of stress distribution for "tube yielding" mode at the initiation of the failure load P_f .

3.3.3 コアのせん断降伏モード

金原らによると、サンドイッチ構造の曲げ変形において、曲げ応力の大半は面板が受け持ち、せん断応力の大半はコアが受け持つことが報告されている(金原, 剣持, 1982). 図 13 はそれぞれ同じ肉厚 t_f , ラティス直径 d , 変位 δ の時のサンドイッチパネルと角筒のコアの変形の比較である. ここで、角筒の側面の板は視認性向上のため不可視とした. 角筒は一部のコアしか変形しないのに対し、サンドイッチパネルは大部分のコアがせん断変形していることがわかる. これより角筒ではサンドイッチパネルと比べて面板の影響が大きくコアのせん断降伏の影響を受けにくいことが推察された. また、図 14 にコアのせん断降伏モードが起きる $t_f=0.3\text{ mm}$, $d=0.06\text{ mm}$ で破損時の変位 $\delta=0.9\text{ mm}$, 破損前の変位 $\delta=0.6\text{ mm}$, 破損後の変位 $\delta=1.2\text{ mm}$ の時の角筒の破損断面 ($x=6.25\text{ mm}$) に分布する軸応力 σ_{xx} の分布を示す. 角筒の圧縮面の軸応力が破損後に大きく減少していることから破損時に角筒の圧縮面において塑性ヒンジが発生することが推察された. 以下ではコアのせん断降伏を考慮せず、角筒に生じる塑性ヒンジのみを考慮して破損荷重の理論式を導く.

角筒がコアに対し比較的弱い場合、崩壊時に図 15 に緑丸で示すように角筒に塑性ヒンジが生じる. この時、外力による仕事(図 15 の ①)が各塑性ヒンジにおけるエネルギー消費(図 15 の ②)の合計と等しいと考え、エネル

ギーのつり合いにより次の破損荷重の予測式を導いた．なお，この式はサンドイッチパネルの場合と同様である (Omachi et al., 2020).

$$P_f = \frac{4}{l-a} \left\{ \sigma_{yf} b (t_c + t_f) t_f + \frac{\sigma_{yf}}{2} t_f t_c^2 \right\} \quad (13)$$

Fig. 13: Comparison of the deformed shape for a lattice filled rectangular tube and a lattice sandwich panel at the onset of the failure load P_f .

Fig. 14: Axial stress distribution of a lattice-filled tube, where the deformation mode is “Core shear”, and the failure load P_f is defined when the displacement $\delta=0.9\text{mm}$.

3.3.4 破損荷重の予測

表2に各モードそれぞれ3つのパラメータに関してFEMで得た破損荷重の解析値を $P_{f,FEM}$ ，式(9)による予測値を P_{fw} ，式(12)での予測値を P_{fy} ，式(13)で得た予測値を P_{fc} として比較を示す．表中の太字で示す数字は，各変形モードに対応する予測値を示す．これより，それぞれのモードにおいて P_{fw} ， P_{fy} ， P_{fc} が P_{fem} と近い値を取るから，各モードにおける破損荷重の予測式の有用性が確認できた．

また，表3に破損荷重についてFEMでの解析結果と角筒のしわ寄りモードは式(9)，角筒の降伏モードは式(12)，コアのせん断降伏モードは式(13)を用いてそれぞれ求めた理論値との比較を示す．これより，FEMによる解析解と理論解は相対密度によって異なるが，角筒のしわ寄りモードについては15%以内の誤差，角筒の降伏モードについては6%以内の誤差，コアのせん断降伏モードについては11%以内の誤差である．よって，ラティスを充填した角筒の曲げ破損に起因する破損荷重 P_f は，10%程度の精度の範囲でそれぞれのモードに対応する式(9),(12),(13)によって予測可能であるといえる．

Fig. 15: Schematic of a deformed shape for “core shear” mode, where the green circles represent the plastic hinge observed in a tube.

Table 2: Comparisons of the failure load P_f for the lattice-filled rectangular tubes obtained by FE analysis with those predicted by Equations (8), (12) and (13).

$(\bar{t}_f, \bar{\rho})$	$P_{f,FEM}$ [N]	P_{fw} [N]	P_{fy} [N]	P_{fc} [N]	Deformation mode
$(5.00 \times 10^{-4}, 7.84 \times 10^{-2})$	42.2	41.1	76.2	75.5	Tube wrinkling
$(7.50 \times 10^{-4}, 3.13 \times 10^{-3})$	57.4	51.0	106.1	113.6	Tube wrinkling
$(7.50 \times 10^{-4}, 8.71 \times 10^{-3})$	60.4	62.3	106.2	113.6	Tube wrinkling
$(1.25 \times 10^{-3}, 3.48 \times 10^{-2})$	173.4	221.5	179.5	190.1	Tube yielding
$(3.75 \times 10^{-3}, 7.84 \times 10^{-2})$	616.2	1913	555.9	589.5	Tube yielding
$(5.00 \times 10^{-3}, 8.71 \times 10^{-3})$	823.0	3935	758.3	798.0	Tube yielding
$(2.50 \times 10^{-3}, 3.13 \times 10^{-3})$	347.2	634.6	361.3	387.0	Core shear
$(3.75 \times 10^{-3}, 3.13 \times 10^{-3})$	600.2	1590	550.2	589.5	Core shear
$(3.75 \times 10^{-3}, 8.71 \times 10^{-3})$	623.5	1595	550.4	589.5	Core shear

Table 3: Prediction of the failure load P_f for lattice-filled rectangular tubes.

$(\bar{t}_f, \bar{\rho})$	Eq.(9), Eq.(12), Eq.(13) [N]	FEM [N]	Error [%]	Deformation mode
$(5.00 \times 10^{-4}, 3.13 \times 10^{-3})$	24.2	27.0	11.6	Tube wrinkling
$(5.00 \times 10^{-4}, 5.57 \times 10^{-3})$	28.5	28.4	0.08	Tube wrinkling
$(5.00 \times 10^{-4}, 8.71 \times 10^{-3})$	32.9	29.6	10.1	Tube wrinkling
$(5.00 \times 10^{-4}, 1.96 \times 10^{-2})$	38.8	33.3	14.1	Tube wrinkling
$(5.00 \times 10^{-4}, 3.48 \times 10^{-2})$	40.4	34.9	13.7	Tube wrinkling
$(5.00 \times 10^{-4}, 7.84 \times 10^{-2})$	41.1	42.2	2.70	Tube wrinkling
$(1.88 \times 10^{-3}, 5.57 \times 10^{-3})$	268.9	256.7	4.54	Tube yielding
$(1.88 \times 10^{-3}, 8.71 \times 10^{-3})$	269.0	261.9	2.64	Tube yielding
$(1.88 \times 10^{-3}, 1.96 \times 10^{-2})$	269.5	277.8	3.07	Tube yielding
$(1.88 \times 10^{-3}, 3.48 \times 10^{-2})$	270.5	285.2	5.44	Tube yielding
$(1.88 \times 10^{-3}, 7.84 \times 10^{-2})$	274.5	286.6	4.41	Tube yielding
$(1.88 \times 10^{-3}, 1.39 \times 10^{-1})$	292.2	292.2	3.50	Tube yielding
$(2.50 \times 10^{-3}, 3.13 \times 10^{-3})$	387.0	347.2	10.3	Core shear
$(3.75 \times 10^{-3}, 3.13 \times 10^{-3})$	589.5	600.5	1.82	Core shear
$(3.75 \times 10^{-3}, 5.57 \times 10^{-3})$	589.5	616.2	4.53	Core shear
$(3.75 \times 10^{-3}, 8.70 \times 10^{-3})$	589.5	623.5	5.77	Core shear

4. 結 言

本研究ではラティス構造をコアとした角筒の3点曲げを受けた際の特性についてFEMを用いた数値解析を行い、ラティス形状および角筒の破損荷重 P_f および変形挙動、荷重性能へ及ぼす影響についての検討を行い、以下の知見が得られた。

1. 曲げ荷重を受けるラティスを充填した角筒について、幾何学的条件(ラティス直径、面板厚さ)が異なる場合において、変形モードは角筒の降伏、角筒のしわ寄り、コアのせん断降伏、角筒の凹みの4つのモードに分類される。
2. 角筒の降伏、角筒のしわ寄り、コアのせん断降伏のモードについて破損荷重は角筒の場合においてもそれぞれラティスサンドイッチパネルと同様に予測可能である。

文 献

- Allen, H.G., Analysis and Design of Structural Sandwich Panels (1969), pp.8-47, Pergamon Press.
- Chen, D.H., Masuda, K., Rectangular hollow section in bending: part I—cross-sectional flattening deformation, Thin-Walled Structures, Vol. 106 (2016), pp.495-507.
- 金原勲, 剣持潔, サンドイッチ構造の性能・設計・評価 (I), 日本複合材料学会誌, Vol. 8, No. 4 (1982), pp.150-158.
- 増田健一, 陳玳コウ, 純曲げを受ける長方形角筒の最大モーメントの予測, 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 76, No. 761 (2010), pp.26-33.
- 増田健一, 陳玳コウ, 純曲げにおける角筒の最大モーメント, 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 78, No. 793 (2012), pp.113-120.
- Omachi, A., Ushijima, K., Chen, D.H., Cantwell, W.J., Prediction of failure modes and peak loads in lattice sandwich panels under three-point loading, Journal of Sandwich Structures and Materials, Vol. 22, No. 5 (2020), pp.1635-1659.
- Paulsen, F., Welo, T., Cross-sectional deformations of rectangular hollow sections in bending: part I-experiments, International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 43, No. 1 (2001), pp.109-129.
- Qin, Q.H., Zhang, J.X., Wang, Z.J., Wang, T.J., Large deflection of geometrically asymmetric metal foam core sandwich beam transversely loaded by a flat punch, International Journal of Aerospace and Lightweight Structures, Vol. 1, No. 1 (2011), pp.23-46.
- Santosa, S., Wierzbicki, T., Effect of an ultralight metal filler on the bending collapse behavior of thin-walled prismatic columns, International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 41 (1999), pp.995-1019.
- Ushijima, K., Cantwell, W.J., Chen, D.H., Prediction of the mechanical properties of micro-lattice structures subjected to multi-axial loading, International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 68 (2013), pp.47-55.
- 牛島邦晴, 陳玳コウ, Cantwell, W.J., 妹尾 正隆, 3次元ラティス構造のせん断変形特性:第1報, ラティス構造全体の幾何形状の影響, 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 76, No. 772 (2010), pp.1557-1564.
- 牛島邦晴, 小野翔, 曲げとねじりを受ける隔壁付き角筒の強度評価, 日本設計工学会, Vol. 53, No. 2 (2018), pp.185-196.
- Xie, L.S., Chan, K.C., The effect of strut geometry on the yielding behaviour of open-cell foams, International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 48, No. 3 (2006), pp.249-255.
- Zhang, J.X., Qin, Q.H., Ai, W.L., Li, H.M., Wang, T.J., The failure behavior of geometrically asymmetric metal foam core sandwich beams under three-point bending, Journal of Applied Mechanics, Vol. 81, No. 7 (2014), pp.1-12.
- Zheng, D., Zhang, J., Lu, B., Zhang T., Energy absorption of fully clamped multi-cell square tubes under transverse loading, Thin-Walled Structures, Vol. 169 (2021), 108334.

References

- Allen, H.G., Analysis and Design of Structural Sandwich Panels (1969), pp.8-47, Pergamon Press.
- Chen, D.H. and Masuda, K., Rectangular hollow section in bending: part I—cross-sectional flattening deformation, Thin-Walled Structures, Vol. 106 (2016), pp.495-507.
- Kimpara, I. and Kemmochi, K., Performance design and evaluation of the sandwich structure 4, Journal of the Japan Society for Composite Materials, Vol. 8, No. 4 (1982), pp.150-158 (in Japanese).
- Masuda, K. and Chen, D., Prediction of maximum moment of rectangular tubes, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol. 76, No. 761 (2010), pp.26-33 (in Japanese).
- Masuda, K. and Chen, D., Prediction of maximum moment of square tubes, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol. 78, No. 793 (2012), pp.113-120 (in Japanese).
- Omachi, A., Ushijima, K., Chen, D.H. and Cantwell, W.J., Prediction of failure modes and peak loads in lattice sandwich panels under three-point loading, Journal of Sandwich Structures and Materials, Vol. 22, No. 5 (2020), pp.1635-1659.
- Paulsen, F. and Welo, T., Cross-sectional deformations of rectangular hollow sections in bending: part I-experiments, International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 43, No. 1 (2001), pp.109-129.
- Qin, Q.H., Zhang, J.X., Wang, Z.J. and Wang, T.J., Large deflection of geometrically asymmetric metal foam core

- sandwich beam transversely loaded by a flat punch, *International Journal of Aerospace and Lightweight Structures*, Vol. 1, No. 1 (2011), pp.23-46.
- Santosa, S. and Wierzbicki, T., Effect of an ultralight metal filler on the bending collapse behavior of thin-walled prismatic columns, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 41 (1999), pp.995-1019.
- Ushijima, K., Cantwell, W.J. and Chen, D.H., Prediction of the mechanical properties of micro-lattice structures subjected to multi-axial loading, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 68 (2013), pp.47-55.
- Ushijima, K., Chen, D., Cantwell, W.J. and Senoo, M., Shear deformation response for three-dimensional lattice structures : 1st Report, Effects of Geometry of Overall Lattice Structure, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 76, No. 772 (2010), pp.1557-1564 (in Japanese).
- Ushijima, K. and Ono, S., Estimation of collapse strength of square tubes with partition plate under bending and torsional loadings, *Japan Society for Design Engineering*, Vol. 53, No. 2 (2018), pp.185-196 (in Japanese).
- Xie, L.S. and Chan, K.C., The effect of strut geometry on the yielding behaviour of open-cell foams, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 48, No. 3 (2006), pp.249-255.
- Zhang, J.X., Qin, Q.H., Ai, W.L., Li, H.M. and Wang, T.J., The failure behavior of geometrically asymmetric metal foam core sandwich beams under three-point bending, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 81, No. 7 (2014), pp.1-12.
- Zheng, D., Zhang, J., Lu, B., Zhang T., Energy absorption of fully clamped multi-cell square tubes under transverse loading, *Thin-Walled Structures*, Vol. 169 (2021), 108334.