Advance Publication by J-STAGE

日本機械学会論文集

Transactions of the JSME (in Japanese)

DOI:10.1299/transjsme.21-00326

Received date : 10 October, 2021

Accepted date : 10 January, 2022

J-STAGE Advance Publication date : 18 January, 2022

© The Japan Society of Mechanical Engineers

この記事はクリエイティブ・コモンズ [表示-非営利-改変禁止 4.0 国際]ライセンスの下に提供されています。
(<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.ja>)

分子気体潤滑方程式の壁面粗さに対する適用限界について (せん断流れにおける潤滑膜断面方向流れの特性とその影響)

市原 順一^{*1}

Application limits of molecular gas film lubrication equation against surface roughness (The characteristics and the effect of transverse flow for shear flow)

Jun-ichi ICHIHARA^{*1}

^{*1} Kanagawa, Japan

Abstract

The effects of surface roughness on the molecular gas lubrication characteristics have been studied for defining the application limits of Molecular gas film lubrication (MGL) equation against the roughness. The applicability has been evaluated by comparing the difference of characteristics calculated by MGL equation and direct simulation Monte Carlo (DSMC) method. In this paper, the evaluation for the two kinds of surface roughness was performed to check the influence of roughness shape. The one of roughness has the sinusoidal shape and the other has the triangular shape. It comes evident that the magnitude of transverse flow velocity in the gas film has close relationship with the slope of surface roughness, by comparing the flow pattern for two roughness shapes. The transverse flow, which is not included in MGL equation, causes the difference between the calculated results obtained by MGL equation and DSMC method and, thus, the slope of surface roughness can be the index of applicability of MGL equation. It is clarified that the applicability declines in the case of large roughness slope. The roughness slope, which gives the limit of application, is large for smaller Knudsen number.

Keywords : Lubrication theory, Surface roughness, Roughness slope, Molecular gas film lubrication, Direct simulation Monte Carlo method, Stokes roughness, Reynolds roughness

1. 緒 言

潤滑膜のすき間が小さくなるに従い、その潤滑特性における壁面の粗さの影響が大きくなる。例えば、磁気ディスク装置では、記録密度向上のため浮上ヘッドスライダと記録媒体間の最小すき間は2 nm 以下であり、一方、記録媒体の表面は、頂上点 (peak) 高さの最頻値が0.5nm 程度、最近接頂上点間距離の最頻値が10nm 程度の粗面であって(小野, 2016), 最小すき間と比較して無視できないレベルである。この潤滑膜はKnudsen 数 $Kn (= \lambda/h_0$, λ :分子の平均自由行程, h_0 : すき間の代表長さ)が10 以上となって、分子気体潤滑の代表的応用例である。このような分子気体潤滑領域にも対応できる解析手法として、分子気体潤滑方程式が導出された(MGL 方程式, Fukui and Kaneko, 1988)。この方程式は広い範囲のKnudsen 数に対して適用され、有用な解析手段となっている。一方、この方程式は、潤滑膜壁面は滑らかで、その曲率半径は潤滑膜すき間と比較して十分大きい、という古典的Reynolds 方程式と同様な仮定のもとに導かれており、壁面粗さをもつ潤滑膜ではその粗さによっては適用が制限される。すき間の小さい分子気体潤滑領域で粗さの影響がより大きくなると考えられるので、MGL 方程式の潤滑膜壁面粗さに対する適用限界を評価することが望まれる。

このような観点から著者はMGL 方程式による解析結果と、直接シミュレーション・モンテカルロ (DSMC : Direct simulation Monte Carlo) 法を用いた解析結果の比較を行うことにより、MGL 方程式の粗さに対する適用限

界を探ることを試みた（市原, 2020）．DSMC 法は壁面形状の影響を受けず，分子気体潤滑領域でもより正確な結果を与える規範として用いている．この結果，粗面の粗さ傾斜が大きくなると，各種特性で二つの計算法による差が拡大し，MGL 方程式の妥当性が低下することが明らかになった．特に両者の差は潤滑膜を流れる流量特性において明確であり，差が拡大する要因として MGL 方程式では無視されている潤滑膜断面方向流れの影響が大きいことが示された．

本報告では，このような知見をもとに，改めて DSMC 法を用いて MGL 方程式の適用限界について調査した．特に潤滑膜断面方向流れに注目し，その発生要因や特徴を明らかにすること，粗さ形状との関係を明らかにすること，に主眼を置いて解析を行った．また，二つの計算法による流量特性の差異から，MGL 方程式の適用限界について考察した．適用限界の確度を高める観点から，圧力流れなど種々の条件での検討が望まれるが，現象が理解しやすいように，前報と同じく単純なせん断流れを対象として解析を行っている．

2. 解析対象及び解析手法

標準状態としてのせん断流れに対して，壁面粗さが付加された場合の特性の変化について解析するが，粗さの効果による圧力が発生するので，純粋なせん断流れとは異なり，広義のせん断流れと称するべきものとなる．本報告では三角波及び，正弦波形状を持つ粗面について解析を行った．図1(a)(b)に二つの粗面形状を持つ潤滑膜を示す．静止平板スライダとこれと平行な移動平滑面から構成され，潤滑膜の流入・流出端間に圧力差がなく，スライダの表面にだけ粗さがある二次元定常潤滑膜である．平滑面流入端を原点とし平滑面移動方向を x ，潤滑膜断面方向を y とする座標系を設定し， x 軸及び y 軸方向流速をそれぞれ $u_x(x,y)$ ， $u_y(x,y)$ ，潤滑膜内の圧力を $p(x,y)$ とする．潤滑膜長さ l ，平滑面移動速度を U ，潤滑膜周囲圧力 p_0 を代表圧力とする．潤滑膜すき間を $h(x)$ ，粗さ平均面と平滑移動面の間隔を代表すき間 h_0 とし，粗さの振幅を a ，粗さ波長を b とする．潤滑膜の平均粗さ傾斜 γ を，

$$\gamma = \int_0^b \left| \frac{\partial h(x)}{\partial x} \right| dx / b \quad (1)$$

と定義すると，三角波状粗さでは平均粗さ傾斜は $\gamma = 4a/b$ である．さらに，正弦波状粗さでは

$$\gamma = \int_0^{b/4} \frac{\partial \{h_0 + a \sin(2\pi x/b)\}}{\partial x} dx / (b/4) = \frac{8\pi a}{b^2} \int_0^{b/4} \cos(2\pi x/b) dx = 4a/b \quad (2)$$

となり，二つの粗さ波形の平均粗さ傾斜は等しくなる．

図1に示す二次元定常潤滑膜に対して，MGL方程式は以下ようになる．

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(Q_p \bar{p} \bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} \right) = \Lambda \frac{\partial \bar{p} \bar{h}}{\partial \bar{x}} \quad (3)$$

ここで $\bar{p} (=p(x)/p_0)$ ， $\bar{h} (=h(x)/h_0)$ ， $\bar{x} (=x/l)$ はそれぞれ無次元の圧力，すき間，座標である． Λ はベアリング数で， μ を粘性係数として $\Lambda = 6\mu U l / p_0 h_0^2$ と与えられる． Q_p は流量係数と呼ばれ逆Knudsen数 $(= \sqrt{\pi} \bar{h}(x) / 2 \lambda)$ ， λ ：分子の平均自由行程)の関数である（Fukui and Kaneko, 1990）．式(3)から明らかなように，MGL方程式は潤滑膜断面方向の圧力勾配，気体の流れを無視している．これが壁面粗さが大きくなったときの誤差の一因となる．

DSMC法では気体分子間の衝突，あるいは分子と壁面との衝突に関し，種々のモデルが提案されている（山根, 福井, 松岡, 2015）．しかし，ここでは簡単のため，またMGL方程式との比較という観点から，分子間衝突には剛

Fig.1 Model of lubrication film for investigation. The lubrication film consists of the smooth moving plate and the stationary slider with the surface roughness. Two kinds of roughness shape are provided for the investigation. The one is sinusoidal (a) and the other is triangular (b).

体球モデルを採用し、壁面で分子は拡散反射するとしている。

潤滑膜内のセル分割については、 x 軸方向には一つの粗さ波長の中に20点以上の分割点が含まれるよう等分割し、 y 軸方向には粗さ谷部とその近傍でより精細な分割となるよう不等分割とした。 y 軸方向分割数は粗さ振幅等に依存するが、最大80程度である。また潤滑膜のアスペクト比 l/h_0 が8以上、潤滑膜内の波の数 l/b が7以上になるように潤滑膜長さ l を設定しているが、特に断らない限り $l=0.5\ \mu\text{m}$ としている。時間刻みについては、代表すき間 h_0 と最確速度 V_s から定義される時間 h_0/V_s の1/10以下に設定した。

潤滑膜の作動気体の物理特性は、単原子分子であるアルゴンに依拠したものとし (Huang and Boggy, 1998)，分子径 0.369nm ，気体定数 $R=0.2079\times 10^3\text{J/kg}\cdot\text{K}$ である。また代表圧力 $p_0=101.3\text{kPa}$ ，代表温度 (潤滑膜周囲温度) $T_A=298.2\text{K}$ とし、これに対して粘性係数 $\mu=2.099\times 10^{-5}\text{Pa}\cdot\text{s}$ ，分子の平均自由行程 $\lambda=64.68\text{nm}$ ，最確速度 $V_s=352.1\text{m/s}$ である。また潤滑膜の主要なパラメータとしてKnudsen数 $Kn=\lambda/h_0$ を導入する。Knudsen数は代表すき間 h_0 を変化させて設定し、これに対してベアリング数は平滑面の移動速度 U を変えることで設定している。

3. 流速分布の計算結果

本章では第2章で示したモデルにより、潤滑膜内の流速分布を詳細に解析し、分子気体潤滑における壁面粗さの影響を調査する。

3・1 粗さ傾斜と粗面近傍流れ

図2, 3はDSMC法で計算した流速分布である。図2は正弦波状粗さの場合、図3は三角波の場合で、各図(a)は x 軸方向無次元流速 u_x/U ，(b)は y 軸方向無次元流速 u_y/U を、無次元 y 軸方向位置 y/h_0 に対して示している。ともにKnudsen数 $Kn=10$ ($h_0=64.68\text{nm}$)，ベアリング数 $A=800$ ($U=53.8\text{m/s}$)，平均粗さ傾斜 $\gamma=0.1$ ，粗さ波長比 $b/l=0.06$ である。なお以降の計算では、流速関連の諸量はすべて平滑面の移動速度 U で無次元化して示している。各図(a)の x 軸方向流速に関しては、MGL方程式で計算した結果も示している。本報告では、流速分布は粗さ波形と特定の位置関係を持つ断面A, B, C, D, E, Fにおける結果を示し、この断面の配置を図4に示す。図で k は対象とする

Fig. 2 Dimensionless velocity distribution along the specific cross-section of the lubrication film with the sinusoidal roughness. The calculated results by DSMC method and MGL equation are displayed under the condition of bearing number $A=800$, Knudsen number $Kn=10$, roughness wave length ratio $b/l=0.06$ and average roughness slope $\gamma=0.1$.

Fig. 3 Dimensionless velocity distribution along the specific cross-section for the triangular roughness. The other conditions other than the roughness shape are same as those in Figure 2 ($A=800$, $Kn=10$, $b/l=0.06$, $\gamma=0.1$). The velocity distribution in the x -direction is much the same as that in the case of sinusoidal roughness. However, it is notable that the velocity distribution in the y -direction differs greatly from that in the case of sinusoidal roughness.

波の位置を示し、波が潤滑膜のほぼ中央に位置するよう、 $(l/b)/2$ の整数部としている。x軸方向流速では壁面で大きなすべりが発生している。潤滑膜すき間の小さい断面で流速がより大きく、ここでは圧力流れの影響が少し表れている（粗さの影響による圧力変化は周囲圧の1.5%程度である）。MGL方程式によって計算した流速が、DSMC法による結果より若干大きくなる傾向があるが、これはy軸方向流れを考慮していないからである。またDSMC法では、粗面谷部（ $y \geq h_0 - a = 0.884h_0$ ）での流速の減少の度合いが若干大きくなる。MGL方程式、DSMC法とも粗さ波形によるx軸方向流速分布の差は小さい。y軸方向流速は、最大値と比較してx軸方向流速の10%弱となる。いずれの粗さ波形でも平滑面で流速はゼロであり、粗面に向かって徐々に増加する。粗さ傾斜が正の範囲では流速は正（y軸の正の方向）、負の範囲では負となり、粗面に沿った流れがあることがわかる。y軸方向流れの様子は粗さ形状によって大きく異なる。正弦波状粗さの場合（図2(b)）は断面位置A、Dで特に流速が大きく、他の断面B、C、E、Fでは流速が小さく、断面位置による流速の差が顕著である。三角波状粗さの場合（図3(b)）、粗面近傍の流速は断面位置によってそれほど大きく変わることはないが、潤滑膜の狭い部分で大きく広い部分で小さい。このようなy軸方向流れの特徴は、分子気体流での壁面でのすべり（流速 u_{slip} ）に起因している。つまり図5に示すように粗面に沿ったすべりは、粗さ傾斜とその方向が一致し以下の関係がある。

$$u_y/u_x|_{y=h(x)} = dh(x)/dx \quad (u_{slip} = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}|_{y=h(x)}) \quad (4)$$

したがって粗面でのy軸方向流速は、粗さ傾斜 $dh(x)/dx$ とx軸方向流速に比例する。図6は図2と同じ条件で、粗面に沿った位置（ $y = 0.97 \times h(x) \cong h(x)$ ）での流れの様子を、DSMC法で計算した結果である。図6(a)では流れの方向 $u_y/u_x|_{y=h(x)}$ 、粗さ傾斜 $dh(x)/dx$ を、図6(b)では無次元流速 $u_x/U|_{y=h(x)}$ 、 $u_y/U|_{y=h(x)}$ 、さらに粗さ傾斜、粗さ波形 $h(x)/h_0 - 1$ を、それぞれx軸方向位置に対して示す。x軸方向位置は潤滑膜中央部の一波長分で、粗さ波長 b で無次元化している。図6(a)では粗さ傾斜と粗面での流れの方向が一致しており、式(4)が成立していることがわかる。図6(b)に示す粗面でのx軸方向流速は粗さ波形と逆位相で変化し、流速が大きくなる位置では、粗さ傾斜がゼロを含む小さな値となる。このため両者の積で表される粗面でのy軸方向流速では、x軸方向流速の変化の影響は小さい。したがって、y軸方向流速は近似的にx軸方向の平均流速と粗さ傾斜の積で表される。このため図6(b)

Fig. 4 Arrangement of cross-section. The velocity distribution are calculated along the specific cross-section of the lubrication film, A, B, C, D, E and F.

Fig. 5 Slip flow on the rough surface. Flow direction coincides with the slope of rough surface.

Fig. 6 Flow velocity, flow direction, roughness wave form and roughness slope versus lengthwise position (sinusoidal roughness, $A=800$, $Kn=10$, $b/l=0.06$, $\gamma=0.1$). The velocity direction coincides with the roughness slope, proving the validity of equation (4). The distribution of velocity in the y-direction on the rough surface has the similar figure as the roughness slope.

Fig. 7 Velocity distribution along the specific cross-section for large average roughness slope (triangular roughness, $A=800$, $Kn=10$, $b/l=0.02$, $\gamma=1.0$). It is distinctive that the velocity in the both direction decreases largely in the valley part of surface roughness. The results by MGL equation at the cross-section of A, B and F are also shown, which correspond to the upper scale. The flow patterns are far different each other.

での y 軸方向流速は粗さ傾斜と略相似形で、 x 軸方向流速の変化の影響は小さい。

図2(b)に見られるように、正弦波状粗面に対して断面B, C, E, Fでの y 軸方向流速が小さいのは、これらの位置で粗さ傾斜が小さいからで、逆に傾斜の大きな断面A, Dでは流速も大きい。三角波状粗面の場合、粗さ傾斜の絶対値は一定なので、粗面での y 軸方向流速は x 軸方向流速に比例して変化する。しかし壁面での x 軸方向流速は断面位置による差が小さいので、 y 軸方向流速でもそれほど大きな差とはならない。また図3(b)で断面B, C, E, Fでの流速は粗面から離れると急激に減少するが、これは断面BとC及びEとFの間で、 y 軸方向流速が反転することが影響している。潤滑膜内の y 軸方向流れは、粗さ傾斜及びそれに伴う粗面での y 軸方向流れに大きく影響される。

3・2 粗さ傾斜に対する流速特性

図7は三角波状粗さに対して、平均粗さ傾斜を $\gamma = 1.0$ と大きくした場合の、無次元流速の分布をDSMC法によって計算した結果を示す。 $A=800$, $Kn=10$, 波長比 $b/l=0.02$ である。図7(a)が x 軸方向、図7(b)が y 軸方向の分布を示す。 x 軸方向流速は、どの断面位置でも粗さの谷部 ($y \geq h_0 - a = 0.613h_0$) で急激に減少している。粗さ傾斜の小さい場合でも流速が減少する傾向は見られたが、ここではより顕著になっており、断面B, Cでは粗面近傍で殆どゼロとなっている。流れの様子はあたかも粗さ頂点 ($y = h_0 - a$) を結ぶ自由境界があり、流路がこの境界と移動平滑面の間に狭められたような形となっている。このような流れの形態に加えて、流速も粗さ傾斜の小さい場合より小さいので、潤滑膜内を通過する流量も減少する。MGL方程式で計算した断面A, B, Fでの x 軸方向流速も示しており（上側のスケールに対応する）、流速はDSMC法による場合の殆ど2倍近くなる。また粗さの谷部での流速の減少も見られず、流れパターンも大きく異なっている。二つの計算結果には定量的・定性的に大きな差が生じている。図7(b)に示す y 軸方向流速分布では、流速は x 軸方向と最大値で比較して30%程度になり、平均粗さ傾斜の小さな場合より相対的に増加している。特に断面E, Fで粗面の y 軸方向流速が大きい、これは x 軸方向流速が大きくなっているためである。断面A, D, E, Fでは流速は、平滑面から粗面に向けて増加するが、粗さ谷部で減少に転じるという共通の特徴がある。この現象は大小の差はあれ、いずれの断面位置でも表れる。平均粗さ傾斜の大きさにかかわらず式(4)は成立し、粗面での x 軸方向流速は殆どゼロに近いので、 y 軸方向流速も小さくなる。平均粗さ傾斜の小さい場合は、粗面でのスリップ流れに起因して y 軸方向流れが生成されたが、ここでは別な要因で y 軸方向流れが生成される。

図8, 9は三角波状粗面に対して無次元断面平均流速 $\hat{u}_x(x)/U$, $\hat{u}_y(x)/U$ を x 軸方向位置に対して計算した結果である。断面平均流速は

$$\hat{u}_{x,y}(x) = \int_0^{h(x)} u_{x,y}(x, y) dy / h(x) \quad (5)$$

と定義され、位置 x における流速を y 軸方向（断面方向）に平均化した値で、位置 x での流速の大きさを代表する。両壁面とも平滑な平滑潤滑膜では $\hat{u}_x(x)/U = 0.5$, $\hat{u}_y(x)/U = 0$ である。図8は図3と同じ条件で平均粗さ傾斜の小さい場合 ($\gamma = 0.1$)、図9は図7と同じ条件で平均粗さ傾斜の大きい場合 ($\gamma = 1.0$) である。粗さ波形

Fig. 8 The distribution of cross-sectional average of velocity : $\hat{u}_{x,y}(x)$ (triangular roughness, $A=800$, $Kn=10$, $\gamma=0.1$, $b/l=0.06$). The cross-sectional average in the x direction is proportional to the reciprocal of film thickness : $h(x)$, and that in the y direction is proportional to the slope of rough surface : $\partial h(x)/\partial x$.

Fig. 9 Distribution of cross-sectional average of velocity for the case of large average roughness slope (triangular roughness, $A=800$, $Kn=10$, $\gamma=1.0$, $b/l=0.02$). The distribution of cross-sectional average in the y direction is far different from the one in the case of small average roughness slope.

$h(x)/h_0 - 1$ も同時に示す。また特に図9では粗さ頂点 ($y = h_0 - a$) に沿った y 軸方向流速 $u_y|_{y=h_0-a}$ (正確にはこの直線に最も近い計算点での流速) の計算結果も示す。 x 軸方向位置は波長 b で無次元化している。図8では x 軸方向断面平均流速は、粗さ波形と逆位相で変化している。計算した条件では粗さの影響による潤滑膜内の密度変化は小さいので、 x 軸方向断面平均流速は質量保存則に従って断面でのすき間との積が一定になるように変化する。一方、 y 軸方向断面平均流速は矩形波状に変化しており、粗さ傾斜に比例した変化をしている。つまり潤滑膜断面全域に式(4)で定められた粗面での流速の影響が及んでおり、潤滑膜内の y 軸方向流れにおいて粗面の傾斜の影響が支配的になっている。図9では x 軸方向断面平均流速は図8と同様、ほぼすき間の逆数に比例した変化をしている。しかし y 軸方向断面平均流速は全く異なり、粗面傾斜との関連性は見られない。図7で示されたように x 軸方向流速が粗さ谷部で大きく減少することから、式(4)に従った粗面での大きな y 軸方向流れの生成は期待できない。しかし、粗さ頂点位置 (最小すき間位置) 近傍では x 軸方向流速は十分大きくこの位置で大きな y 軸方向流れが発生している。この位置での y 軸方向流れの影響が他の領域に及ぶことにより $u_y|_{y=h_0-a}$ のような分布が生じている。 y 軸方向断面平均流速 $\hat{u}_y(x)$ と $u_y|_{y=h_0-a}$ が相似形であることは、この潤滑膜の y 軸方向流速において、 $u_y|_{y=h_0-a}$ の影響が大きいことを示している。 y 軸方向流速は平滑面から増加し、 $y = h_0 - a$ を稜線として粗面に向かって減少する、という形になっている。図7で示されたように粗さ頂点前後 (断面 E, F) で特に大きな y 軸方向流速が得られ、しかもここで流れの方向が反転している。さらに、粗さ傾斜が大きいことにより、 x 軸方向流れの粗面への衝突による動圧から静圧への変化も大きい。圧力は頂点前で急上昇し、頂点後では急下降するという大きな変化を行う。したがって、この位置では大きな運動量が消費されており、この影響で粗さ谷部への気体の流入が減少している。このような現象は粗さ波形が正弦波状の場合でも同様に発生する。粗さ傾斜の大小によって潤滑膜での y 軸方向流れの様子が大きく異なることがわかる。

図10は正弦波状粗さに対してKnudsen数 $Kn=10$ 、ベアリング数 $A=800$ 、粗さ波長比 $b/l=0.06$ の条件で平均粗さ傾斜 γ を変化させて潤滑膜断面Aに沿った流速分布を計算した結果である。図10(a)が断面方向位置 y/h_0 に対する無次元 x 軸方向流速 u_x/U 、(b)が y 軸方向無次元流速 u_y/U を示す。 x 軸方向流速では平均粗さ傾斜が0.1以下と小さい範囲では、粗さ傾斜の変化に対して流速分布は大きく変化しない。平滑潤滑膜では x 軸方向流速分布は $u_x/U=0.5$ 、 $y/h_0=0.5$ を中心とした回転対称形の分布となるが、平均粗さ傾斜が0.1以下の場合にはこれに近い分布となり、粗さ傾斜による差異も小さい。平均粗さ傾斜が大きくなると流速は全体的に低下し、特に粗さ谷部での低下が顕著である。また平滑面でのすべりも大きくなっているが、これは粗面で谷部での流速の低下の影響が大きいと考えられる。粗面での y 軸方向流速は、平均粗さ傾斜が小さい範囲では粗さ傾斜と共に増加し、断面に沿った流速は粗面から平滑面に向けて単調に減少する。この範囲では、 y 軸方向流速において粗面での粗さ傾斜の影響が支配的になるので、 y 軸方向断面平均流速 $\hat{u}_y(x)$ の分布は図8に示したように粗さ傾斜波形と相似になる。一方、平均粗さ傾斜が0.5以上になると、粗面での y 軸方向流速は粗さ傾斜に対して減少に転じる。断面に沿った流速の変化も単調

Fig. 10 Velocity distribution along the cross-section A for different average roughness slope (triangular roughness, $A=800$, $Kn=10$, $b/l=0.06$). The velocity in the x direction decreases as the average roughness slope increases. The velocity in the y direction at the rough surface increase as the roughness slope increases, though, it decreases for the roughness slope larger than 0.5.

Fig. 11 Dimensionless velocity distribution along the specific cross-section for low Knudsen number ($A=100$, $Kn=1$, $b=30\text{nm}$, $a=0.75\text{nm}$, $l=1.35\mu\text{m}$, $U=249.3\text{ m/s}$, sinusoidal roughness). The flow in the y -direction appears in the neighbor of rough surface and it diminishes immediately toward the smooth surface.

ではなくなり、複雑に変化するようになる。より複雑な流速パターンに移行する境界が、 $\gamma=0.3\sim0.5$ の間に存在することがわかる。A以外のいずれの断面でも、平均粗さ傾斜が小さい範囲では断面に沿った y 軸方向流速分布は単調なものとなるが、粗さ傾斜が大きな場合は、断面によって流速分布の傾向も異なる。粗面での y 軸方向流速も図10(b)のように粗さ傾斜と共に減少するだけでなく、図7(b)に示す断面E、Fの場合のように増加することもある。

3・3 Knudsen数に対する流れの変化

図11はKnudsen数をこれまでの計算結果より小さくした場合の、DSMC法による無次元流速分布の計算結果である。正弦波状粗面で $Kn=1$ ($h_0=64.68\text{ nm}$)、粗さ波長 $b=30\text{ nm}$ 、粗さ振幅 $a=0.75\text{ nm}$ ($\gamma=0.1$) である。図11(a)が x 軸方向、(b)が y 軸方向の流速を示す。なお本節以降の計算では、潤滑膜のアスペクト比を2章で示したような適正な値に保つため、Knudsen数に応じて潤滑膜長さを $l=0.5\sim2.8\mu\text{m}$ の範囲で調整している。それに伴いベアリング数も $A=20\sim800$ の範囲で変えている。このように潤滑膜長さやベアリング数をかえても、平滑面の移動速度 U で無次元化された無次元流速や、さらにそれから求められる流量関連の諸量にその影響が表れることはない(付録参照)。 x 軸方向流速の計算結果では、壁面でのすべりがこれまでの計算例より減少しており、断面位置による流速の差は粗面近傍でのみ現れている。すべりの減少で粗面での x 軸方向流速が低下した分、粗面での y 軸方向流速も小さくなる。また、粗面から離れると y 軸方向流速は急激に減少する。これはKnudsen数が小さくなって、振幅比 a/h_0 が小さくなり、流れの変化が粗面近傍に限られ、平滑面側に及ばなくなったからである。

図12は正弦波状粗面に対して、粗さ振幅を $a=0.75\text{ nm}$ 、波長を $b=30\text{ nm}$ ($\gamma=0.1$) と固定して、Knudsen数を0.2から20まで変えて、断面位置Aに沿った無次元流速分布をDSMC法で計算した結果である。図12(a)が x 軸方向流速 u_x/U を示す。Knudsen数が大きくなると、壁面でのすべりが大きくなるが、Knudsen数10以上ではすべりの大きさはほぼ飽和し、 x 軸方向流速分布も殆ど変化しなくなる。ただ僅かではあるが、全体的に流速が低下する傾向がある。 y 軸方向流速(図12(b))はKnudsen数が小さくなると、図11と同様に粗面から離れた位置で流速の減衰が大きく、 y 軸方向流れが粗面近傍に限定されるようになる。粗面での流速は粗さ傾斜が一定なので、 x 軸方向流速に比例する。したがってKnudsen数が大きくなると、粗面での y 軸方向流速も飽和し、変化しなくなる。Knudsen数

Fig. 12 Dimensionless velocity distribution along the cross-section A for different Knudsen number under the condition of common roughness parameters (sinusoidal roughness, $b=30\text{nm}$, $a=0.75\text{nm}$, $\gamma=0.1$). The slip of the x -direction velocity at the surface increases for the larger Knudsen number. The y -direction velocity drops immediately at the remote location from the rough surface in the case of small Knudsen number.

が大きな場合は、粗面で規定された流速の影響が平滑面側に及び、潤滑膜全域で y 軸方向流れが存在する。特に Knudsen 数が 5 以上の範囲では y 軸方向流速は粗面から平滑面に向けて直線的に減少する。粗面での y 軸方向流速も変化しないので、結局この範囲での流速分布はほぼ一定になる。流速分布は Knudsen 数によって様子が大きく異なるが、粗面での流速は式(4)に従う。図 12 に示す結果では断面位置 A での粗さ傾斜 $dh(x)/dx = 0.155$ に対して、粗面における流れの方向 u_y/u_x の平均値は 0.150 (標準偏差 0.0026) で、概ね式(4)の関係が成立する。

4. 平均流速及び質量流量の計算結果

ここでは潤滑膜内の流れの、よりマクロな特性を表す諸量について計算して粗さの影響を評価し、さらに MGL 方程式による結果との差異についても考察する。

4・1 潤滑膜内平均流速

図 13, 14 は平均粗さ傾斜 γ に対して、潤滑膜内の無次元平均流速 $\bar{u}_x/U$, $\bar{u}_y/U$ を、DSMC 法で計算した結果である。平均流速 $\bar{u}_x$, $\bar{u}_y$ は潤滑膜全域の流速について平均化したものである。ただし y 軸方向流速については、これが正になるセルについてだけ平均化している (y 軸方向流速は潤滑膜内で正負で相殺される)。粗さ傾斜がそれ程大きくない範囲では、この平均流速で潤滑膜内の流れの特性を表すことができる。図 13 が正弦波、図 14 が三角波状粗さの場合であり、粗さ波長を $b=10, 20, 30, 50, 70\text{nm}$ と変えて計算している。図 13(a), (b), (c), (d) はそれぞれ Knudsen 数が $Kn=0.2, 1, 5, 20$ の場合、図 14(a), (b), (c) は $Kn=0.5, 2, 10$ の場合に対応している。いずれの方向の流れについても、粗さ形状による平均流速特性の差は殆ど無い。Knudsen 数、粗さ波長にかかわらず、平均粗さ傾斜の小さい範囲では x 軸方向平均流速は $\bar{u}_x/U = 0.5$ であり、平均粗さ傾斜の増加と共に徐々に減少する。Knudsen 数が大きいほど、平均粗さ傾斜に対する x 軸方向平均流速の減少の度合いが大きく、より小さな平均粗さ傾斜から減少が始まる。これは Knudsen 数が大きいほど、同じ平均粗さ傾斜に対して振幅比 a/h_0 が大きくなることによる。Knudsen 数が小さい場合は、平均粗さ傾斜が大きくなっても x 軸方向平均流速はそれほど減少しない。平均粗さ傾斜の大きい範囲で、粗さ波長 b が大きいほど、 x 軸方向平均流速の減少が大きくなる。これは同じ平均粗さ傾斜に対して、波長が大きいほど粗さ振幅 a が大きくなることの影響している。これが特に大きな Knudsen 数に対して顕著となるのは、Knudsen 数が大きいほど振幅比 a/h_0 が大きくなるからである。これまでの議論で潤滑膜内の流れに対する平均粗さ傾斜の影響は確認されており、平均流速に対しても例外ではない。しかし当然ながら粗さ振幅や波長などの影響も無視することはできない。

y 軸方向平均流速は平滑潤滑膜ではゼロであり、粗さ傾斜と共に徐々に増加するが、 $\gamma \geq 0.5$ の範囲で減少に転じる。 y 軸方向流れにおいて粗面傾斜の影響が支配的な領域では平均流速は増加し、粗さ傾斜の影響が低下し、両方向の流れの形態が変化することに伴って、平均流速は減少するようになる。図 10 でも粗面での y 軸方向流速は $\gamma=0.5$ で減少に転じている (図 7(b)の断面 E, F の場合では、大きな平均粗さ傾斜 ($\gamma=1.0$) に対して y 軸方向流速が増加するが、これは局所的な現象で平均的には減少する)。 y 軸方向平均流速は Knudsen 数とともに一様に増加するが、Knudsen 数が 5 以上ではその特性は大きく変化しなくなる。図 12 でも示されたように、Knudsen

Fig. 13 Average velocity : $\bar{u}_{x,y}$ versus average roughness slope for different roughness wave length (sinusoidal roughness). Figure (a), (b), (c) and (d) correspond to the case of Knudsen number 0.2, 1, 5 and 20, respectively. The average velocity in the x direction decreases for the roughness slope larger than 0.1. The average velocity in the y direction increases for the roughness slope up to 0.5, though, it turns to decrease for the larger roughness slope.

Fig. 14 Average velocity : $\bar{u}_{x,y}$ versus average roughness slope for different roughness wave length (triangular roughness). Figure (a), (b) and (c) correspond to the case of Knudsen number 0.5, 2 and 10, respectively. In the case of small Knudsen number, the degree of decrease of the average velocity in the x direction is small compared with that in the case of large Knudsen number. The average velocity in the y direction decrease as the Knudsen number is reduced.

数がある程度大きくなると、 x 、 y 軸方向流速とも分布形が Knudsen 数に対して変化しなくなる傾向があり、これが平均流速にも影響している。

本節で示した平均粗さ傾斜の増加に伴う x 軸方向流れの減少は、MGL 方程式による解析でも同様に発生する（市原，2020）。解析法に共通の要因として、等価的なすき間の減少、動圧が静圧へ転化することによる運動量の低下等、があげられる。DSMC 法でも y 軸方向流れの増加だけが x 軸方向平均流速の減少をもたらすものではないが、 y 軸方向流れは DSMC 法だけに表れ、流速分布にも大きく係るので、二つの解析法による差を考える場合その影響は大きい。

4・2 質量流量比差

図 15, 16 は平均粗さ傾斜 γ に対して、粗さ波長を変えて、潤滑膜内を流れる質量流量比差 $\overline{\Delta M}$ を計算した結果である。質量流量比差は DSMC 法で計算した潤滑膜内を通過する質量流量 M_D と、MGL 方程式で計算した質量流量 M_M の差を、MGL 方程式で計算した平滑潤滑膜での質量流量 M_0 (DSMC 法で計算した結果とほぼ等しい) で無次元化したものである。つまり $\overline{\Delta M} = (M_D - M_M)/M_0$ と表され、この値が大きくなると二つの計算結果の差が大きくなり、MGL 方程式の妥当性が低下すると判断できる。図 15 は正弦波状粗さの場合で、図 15(a), (b), (c), (d) はそれぞれ Knudsen 数が $Kn = 0.2, 1, 5, 20$ の場合に対応している。図 16 は三角波状粗さの場合で、図 16(a), (b), (c) では $Kn = 0.5, 2, 10$ と設定している。平均流速の場合と同様、流量比差においても粗さ形状の影響は殆ど無視でき

る．いずれの Knudsen 数，粗さ波長に対しても，平均粗さ傾斜の小さい範囲では流量比差は 0 となり，二つの方式による計算結果は等しい．MGL 方程式では y 軸方向の流れを無視しているために，平均粗さ傾斜が増えると流量計算結果は DSMC 法の結果を上回るようになり，流量比差は負の値となって拡大する．Knudsen 数が大きいほど，小さい平均粗さ傾斜から流量比差は大きくなる．ただし Knudsen 数が 5 以上の範囲では，両者の差が拡大し始める粗さ傾斜は 0.1 程度で大きく変化しなくなる．Knudsen 数が小さい場合は，より大きい粗さ傾斜まで計算法の差は拡大せず，拡大の度合いも穏やかである．Knudsen 数が 0.2 の場合，平均粗さ傾斜 $\gamma = 1$ に対して流量比差は 5% 程度と小さいが，Knudsen 数が 20 の場合， $\gamma = 1$ で両者の差は 40% 程度とはるかに大きくなる．Knudsen 数が 0.2 と 2 の場合を比較すると，Knudsen 数が $1/10$ となると，MGL 方程式の適用限界が平均粗さ傾斜にして 10 倍以上に拡大されることになる．なお流量比差では，平均流速で見られたような粗さ波長の影響が顕著ではなくなっている．これは MGL 方程式による結果との差をとることによって，このような影響が一部相殺されたためと考えられる．MGL 方程式は y 軸方向流れを無視している点など，DSMC 法との差異は大きい，粗さの影響はある程度その結果に含まれているからである（市原，2020）．

5. 結 論

分子気体潤滑（MGL）方程式の粗さに対する適用限界を調査する目的で，直接シミュレーション・モンテカルロ（DSMC）法および分子気体潤滑（MGL）方程式を用いて，粗さを持った静止面とこれと平行な平滑な移動面

Fig. 15 Mass flow difference ratio : $\Delta \bar{M}$ versus average roughness slope for different roughness wave length (sinusoidal roughness). Figure (a), (b), (c) and (d) correspond to the case of Knudsen number 0.2, 1, 5 and 20, respectively. The mass flow difference indicates the difference between the mass flow resulted from DSMC method and that from MGL equation. Namely, the applicability of MGL equation can be examined by checking the magnitude of mass flow difference ratio.

Fig. 16 Mass flow difference ratio versus average roughness slope for different roughness wave length (triangular roughness). Figure (a), (b) and (c) correspond to the case of Knudsen number 0.5, 2 and 10, respectively. It is clear that the validity of MGL equation decreases for large roughness slope. Though, MGL equation is applicable for wider range of roughness slope in the case of small Knudsen number.

の組み合わせによる二次元潤滑膜の分子気体流れを解析した．特に潤滑膜の流入流出端間に圧力差のないせん断流れについて壁面粗さの影響を調査し以下のような知見を得た．

1. 潤滑膜内では粗さの効果によって潤滑膜横断方向 (y 軸方向) の流れが発生し、この流れが潤滑膜内での粗さの影響を特徴づける因子の一つとなる．MGL 方程式ではこの y 軸方向流れを無視しており、MGL 方程式による解析結果と DSMC 法による結果との差異を生み、MGL 方程式の妥当性を損なう原因となる．
2. 粗面の粗さ傾斜が小さい範囲では、潤滑膜内の y 軸方向流れは粗面でのスリップ流れの y 軸方向成分を源として発生する．この粗面での y 軸方向流速は、粗面での潤滑膜長手方向 (x 軸方向) 流速と粗さ傾斜に比例するが、 x 軸方向流速の特性から粗さ傾斜の影響の方がより支配的である．この粗さ傾斜は y 軸方向流れを介して潤滑膜内の流量特性等に影響を与える．
3. 粗さ傾斜が大きくなるにつれ、粗さの谷部への気体の流れ込みが減少し、谷部の流速は大きく低下する．このような状態では、 y 軸方向流れの生成は粗さ傾斜が小さい場合とは全く異なったものとなり、粗さ傾斜の y 軸方向流れに対する影響は低下し、限定的なものとなる．
4. 潤滑膜内での x 軸方向平均流速は、粗さ傾斜の小さい範囲では粗さのない場合と等しいが、粗さ傾斜の増加と共に減少する．一方、 y 軸方向の平均流速は平均粗さ傾斜と共に増加するが、一定以上の粗さ傾斜では流れの形態変化により減少に転じる． x 軸方向平均流速は Knudsen 数が大きいほど小さな粗さ傾斜から減少が始まり、その減少の度合いも大きい． y 軸方向平均流速は Knudsen 数が小さくなると一様に減少する．
5. MGL 方程式と DSMC 法で計算した潤滑膜内を流れる質量流量は、粗さ傾斜が小さい範囲では等しいが、粗さ傾斜が大きくなるにつれて両者の差は拡大し、MGL 方程式の妥当性・適用性が低下する．このような傾向は Knudsen 数に依存する．Knudsen 数が小さい場合は、大きな場合と比較してより大きな粗さ傾斜まで両者の差は増加せず、粗さ傾斜の大きな範囲まで MGL 方程式が適用可能となる．質量流量差と粗さ傾斜の関係は MGL 方程式の適用限界を定めるうえで大きな指針を与える．
6. MGL 方程式の適用限界の精度を高める見地から、圧力流れについても、本報告と同様な解析を行うことが今後の課題となる．

文 献

- Fukui, S. and Kaneko, R., A database for interpolation of Poiseuille flow rates for high Knudsen number lubrication problems, Transaction of the ASME, Journal of Tribology, Vol.112 (1990), pp.78-83
- Huang, W. and Bogy, D. B., An investigation of a slider air bearing with an asperity contact by a three-dimensional direct simulation Monte Carlo method, IEEE Transaction on Magnetics, Vol.34, No.4(1988), PP.1810-1812
- 市原順一, 分子気体潤滑特性に及ぼす面粗さの影響 (直接シミュレーション・モンテカルロ法を用いたせん断流れの解析), 日本機械学会論文集, Vol.86, No.887(2020), DOI:10.1299/transjsme.20-00057
- 南部健一 (保原充, 大宮司明編), ボルツマン方程式の確率解法, 数値流体力学 (1992), 東大出版会
- 小野京右, “垂直記録磁気ディスクの表面形状の測定・分析結果”, 日本機械学会論文集, Vol.82, No.836(2016), DOI:10.1299/transjsme.15-00633
- 山根清美, 福井茂寿, 分子気体潤滑問題への直接シミュレーションモンテカルロ法の適用 (逆ステップ形動圧気体軸受を対象とした諸特性の詳細検証), 日本機械学会論文集 C 編, Vol.67, No.653 (2001), pp.246-253
- 山根晴美, 福井茂寿, 松岡広成, ファンデルワールス力を考慮した分子気体潤滑解析 (クエット流の速度分布と速度スリップへの影響), 日本機械学会 2015 年度年次大会講演論文集, S1620104

References

- Fukui, S. and Kaneko, R., A database for interpolation of Poiseuille flow rates for high Knudsen number lubrication problems, Transaction of the ASME, Journal of Tribology, Vol.112 (1990), pp.78-83
- Huang, W. and Bogy, D. B., An investigation of a slider air bearing with an asperity contact by a three-dimensional direct simulation Monte Carlo method, IEEE Transaction on Magnetics, Vol.34, No.4(1988), PP.1810-1812

- Ichihara, J., Effects of surface roughness on molecular gas lubrication (Direct simulation Monte-Carlo analysis for shear flow), Transaction of the JSME (in Japanese), Vol.86, No.887(2020), DOI:10.1299/transjsme.20-00057.
- Nanbu K., (edited by Yasubara, M and Omiya S.), Probability solution of Boltzman equation, Numerical fluid dynamics (1992), University of Tokyo press (in Japanese).
- Ono K., Surface texture parameters of perpendicular recording magnetic disks, Transaction of the JSME (in Japanese), Vol.82, No.836(2016), DOI:10.1299/transjsme.15-00633.
- Yamane, H. and Fukui, S., Application of direct simulation Monte Carlo (DSMC) method to molecular gas film lubrication problems, (Rigorous comparisons for inverse step type bearings with nanometer spacings), Transactions of the Japanese Society of Mechanical Engineers, Series C, Vol.67, No.653 (2001), pp.246-253 (in Japanese).
- Yamane H., Fukui S. and Matsuoka H., MGL analyses considering van der Waals force (Effects of van der Waals potential on velocity profile and velocity slip of Couette flow), Proceedings of Mechanical Engineering Congress, 2015 Japan (2015), S1620104 (in Japanese).

付 録

図A1は正弦波状粗面に対してKnudsen数や粗さの条件は固定して、平滑面速度 U と潤滑膜長さ l を変えることで、ベアリング数を $A = 400, 800, 1200$ と変化させた場合の、DSMC法による無次元流速分布 u_x/U (図12(a)), u_y/U (同(b)) を断面方向位置 y/h_0 に対して計算した結果である。断面位置A, C, Eに沿った分布を示している。ベアリング数が異なってもいずれの方向の無次元流速に殆ど差が無い。この潤滑膜では粗さの影響による圧力変動が発生し、ベアリング数が大きいほどこの変動振幅も大きくなる。この計算例ではベアリング数 $A = 1200$ の場合、圧力の変動振幅は潤滑膜周囲圧力の5 %程度ある。しかし流れはせん断流れとしての作用が支配的であり、種々の特性が殆ど平滑面移動速度 U に比例している。この結果、逆に流速を U で無次元化した場合には、ベアリング数が異なることによる差が表れなくなる。無次元流速のこのような特徴は、図A1の場合と異なる粗さ波形、平均粗さ傾斜、あるいはKnudsen数に対しても同様である。また流速分布に限らず、流速から求められる断面平均流速等の諸量についても同じことが言える。

Fig. A1 Dimensionless velocity distribution along the cross-section A, C and F for different bearing number under the condition of common roughness parameters and Knudsen number (sinusoidal roughness, $Kn=10$, $b/l = 0.06$, $\gamma = 0.1$).