繊維の「応力-ひずみ-時間・曲面」について*

(昭和32年8月6日受理) 会 員 山 口 章 三 郎**

→ 摘 要 ←

研 究 目 的

本研究は繊維の機械的特性のなかで、荷重時間に関連のある「匍匐現象」、種々の引張速度に対する「荷重伸び曲線」、「応力緩和現象」および「引張耐久強さ」などを総合的に説明するのに、応力と伸びひずみと荷重時間をそれぞれ3直交軸とする曲面を用いる方法について考察するものである。

研 究 結 果

ビスコース レーヨンをつきの試料とし、各種引張応力に対する匍匐曲線を求め、これらの曲線を「応力」、「伸び」、「荷重時間」を3直交軸とする座標上に置いて連絡することによって「匍匐曲面」すなわち「応力-ひずみ-時間・曲面」を作った。

この曲面と応力一定の平面との交截線が匍匐曲線であることはいうまでもないが、伸び一定の平面との交截線が、別に行った実験にもとづく応力緩和曲線とよく一致し、また伸び速度一定の面との交截線が実際の各伸び速度に対する「荷重伸び曲線」とも合致し、さらにこの曲面の極限値の線が「引張耐久点」の応力と伸びと耐久時間をあらわすことが実証された。

なおこのことはナイロンについても妥当することを実験的に確めた。

したがって前記の時間に関連のある四つの現象はこの「応力-ひずみ-時間・曲面」によって説明され、これを数量式にあらわす方法として筆者が提案して来た匍匐関係式およびこの関係式から導いた応力緩和関係式が適用できることをも明らかにした。

1. 緒 言

繊維の「匍匐現象」、「応力緩和現象」、「荷重伸び曲線」および「引張耐久強さ」など荷重時間に関連のある機械的特性を総合的に説明する方法として、すでに A. Brown¹⁾氏によって「応力-ひずみ-時間・曲面」(Stress-strain-time curved surface)という考えが提唱されている。

しかし Brown 氏の説は一つの仮説にとどまり、そのような曲面が果して実際の現象を適正にあらわすものであるかどうかということは実証されていない。またこれらの現象を定量的に取扱う方法についても論じられていない。

筆者はビスコース レーヨンおよびナイロンについて匍匐実験を行い、各種の引張応力に対する匍匐曲線から、応力と伸びと荷重時間を3直交軸とする座標として、「匍匐曲面」すなわち「応力-ひずみ-時間・曲面」を作って、この曲面が「応力緩和現象」、「荷重伸び曲線」

および「引張耐久強さ」に対してもあてはまるかどうかを証明しようとするものである。

さらに筆者がこれまで報告している匍匐関係式^{2,3)}から誘導した応力緩和関係式⁴⁾がこの曲面にも妥当することを証するとともに、これらの現象を数式によって数量的にあらわすことができることを明らかにしようとするものである。

2. 「匍匐曲面」または「応力-ひずみ-時間曲面」

一定の引張応力(厳密には一定の引張荷重)で荷重経過時間とともに伸びひずみ ε が増加するいわゆる匍匐現象を、筆者の従来の報告によって数式的にあらわすと、次の式となる。³⁾

降伏点までの応力では

$$\varepsilon = -\frac{\sigma}{E_0} + \frac{\sigma}{E_r} \left(1 - e^{-t/\lambda}\right) + b \cdot \sigma \cdot \log\left(\frac{t}{\alpha} + 1\right) \quad \dots\dots\dots (1)$$

* On "Stress-Strain-Time Curved Surface" of Textile Fibers. 昭和32年5月17日、繊維連合講演会にて発表

** Y. Yamaguchi, Member. 工学院大学

降伏点以上の応力では

$$\varepsilon = \frac{\sigma_y}{E_0} + \frac{\sigma - \sigma_y}{E_2} + \varepsilon_R \left(1 - e^{-t/\lambda} \right) + b \cdot \sigma \cdot \log \left(\frac{t}{\alpha} + 1 \right) \dots \dots \dots (2)$$

ただし、 ε は荷重時間 t までの伸びひずみ、 σ は引張応力、 E_0 は弾性係数、 E_r は緩和弾性係数、 E_2 は第2次弾性係数、 λ は緩和時間、 b は匍匐定数、 α は匍匐開始遅れ時間、 σ_y は降伏点応力、 ε_R は緩和総伸び率とす

(第1図) 繊維の「匍匐曲面」または「応力-ひずみ-時間・曲面」

(第2図) ビスコースレーヨンの各引張応力に対する匍匐曲線 (20°C, 60% R.H.)

る。

(1) または (2) 式は一定状態においては $f(\sigma, \varepsilon, t) = 0$ すなわち応力 σ とひずみ ε と荷重時間 t との3次元の方程式と考えられる。したがってこの関係式を満足する σ, ε および t の種々の値は一つの3次元的な曲面をつくることが予想される。

いま第1図のように σ を y 軸、 ε を z 軸、 t (対数目盛) を x 軸とする3直交軸を考える。

つぎにビスコースレーヨンを一例として、この繊維の一定状態 (20°C, 60% R.H.) における各引張応力に対する匍匐曲線を求めると第2図の各曲線となる。

この第2図の各匍匐曲線を前記の3直交軸を座標とし、 y 軸方向にそれぞれの引張応力に相当する高さにおき、各曲線間をつなぐと第1図および第3図の「 OAB

(第3図) 匍匐曲線から求めた匍匐曲面または「応力-ひずみ-時間・曲面」(白線が匍匐曲線)

P 」のような匍匐曲面が得られる。この曲面は応力、ひずみ、時間を座標軸としているのであるから、「応力-

(第4図) 「応力-ひずみ-時間・曲面」と匍匐曲線 DCE

ひずみ・時間・曲面」ということもできる。

したがってこの曲面と、任意の応力 σ の高さで「 ε - $\log t$ 」平面に平行な平面との交截線は、第1および4図のDGEのようになり、その応力に対する匍匐曲線となるわけである。

3. 「応力-ひずみ-時間・曲面」と応力緩和との関係

筆者はすでに(1)の匍匐関係式から、一定の伸びひずみの下で経過時間とともに引張応力が減少するいわゆる「応力緩和現象」をあらわす関係式を(3)式のように誘導し、この関係式が実験結果とも一致することを報告した⁴⁾。

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{1 + E_0 \cdot b \cdot \log\left(\frac{t}{\alpha} + 1\right)} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし σ は最初引張応力 σ_0 をあたえて時間 t 経過後の応力とし、 E_0 , b および α は匍匐関係式における定数と同じものである。

この「応力-ひずみ-時間・曲面」が応力緩和現象にもあてはまるとすれば、この曲面と任意の初ひずみ ε_0 を一定とし、 σ - $\log t$ 平面に平行なる第1図の T 平面との交截線 FGH は(3)式あるいは実験による応力緩和曲線(σ - $\log t$ 線)に一致するはずである。

(第5図) 「応力-ひずみ-時間・曲面」による応力緩和曲線 FGH

匍匐実験から求めた前記のビスコース レーヨン の匍匐曲面を $\varepsilon = \varepsilon_0$ とする平面 T で切断するとその切断線は第5図の FGH 曲線となる。この曲線は第6図の実験結果による応力緩和曲線と形も絶対値も一致する。

なおこの曲面が応力緩和にもあてはまるかどうかを曲面を作らずに確める方法、あるいはこのことが妥当する

(第6図) ビスコース レーヨンの応力緩和曲線
 —○— 匍匐曲面から求めた応力緩和曲線
 —●— 実験による応力緩和曲線

として匍匐曲線から応力緩和曲線を求めるのには次のようにすればよい。

すなわち、いまビスコース レーヨンの各引張応力に対する匍匐曲線を第2図の各曲線とし、初ひずみ ε_0 に対する初応力を σ_0 とする。 ε_0 を a, b, c, d とする平行線を aa, bb, cc, dd とする。このときの初応力はそれぞれ 0.55, 1.05, 1.49, 2.01 g/den である。いま一例として、 CC 線と各匍匐曲線との交点 1, 2, 3, 4 はそれぞれその荷重時間における応力となる。したがって第6図のように σ - $\log t$ 線図において、これらの交点に相当する応力と荷重時間のところに各点を求めると $c, 1, 2, 3, 4, c$ 点となり、これらを連絡する

(第7図) ナイロンの各荷重に対する匍匐曲線
 (ただし 30°C, 60% R.H.)

と初応力 1.49 g/den (伸び 7%) に対する応力緩和曲線となるべきはずである。

以上のようにして, aa, bb, dd 線についても応力緩和曲線を求めると第6図の各曲線となる。

同様にナイロンの各引張応力に対する匍匐曲線を第7図にあらわす。これらの曲線と ϵ_0 を一定とする直線 aa, bb, cc との交点を求めて応力緩和曲線を作ると第8図の aa, bb, cc 曲線になる。

(第8図) ナイロンの応力緩和曲線

- 匍匐曲線から求めた応力緩和曲線
- x-- 応力緩和実験による応力緩和曲線

また応力緩和実験から求めた応力緩和曲線はビスコースレーヨンでは第6図, ナイロンでは第8図に示す各曲線となり, 匍匐曲線から求めた, すなわち匍匐曲面から得られる応力緩和曲線とよく一致する。

したがって『匍匐曲線から作った「応力-ひずみ-時間曲面」は応力緩和現象にもあてはまる』といえる。

また「応力-ひずみ-時間・曲面」が匍匐現象も応力緩和現象をもあらわすということから, 各伸び率に対する応力緩和曲線が与えられている場合, この曲線群から種々の応力に対する匍匐曲線が次のようにして求められる。

すなわち与えられた各伸び率に対する応力緩和曲線を第9図の各線とする。いま引張応力 1.5 g/den に対する匍匐曲線を求めるには, 第9図において応力 σ を 1.5 g/den とする直線 bb を引き, この直線と各応力緩

(第9図) 応力緩和曲線

(第10図) 応力緩和曲線から求めた匍匐曲線

和曲線との交点 $1, 2, \dots, 5$ を求める。これらの交点の横方向の長さは応力が 1.5 g/den のときのその交っている応力緩和曲線の一定伸び ϵ_0 に達する時間をあらわす。これらの点を第10図の $\epsilon\text{-}\log t$ 座標上に, それに相当する位置におくと bb 曲線となり, これが 1.5 g/den の応力に対する匍匐曲線となり, 同様に 1 g/den に対する匍匐曲線が第10図の aa 曲線のように求められる。

また応力緩和曲線は一定伸びに対して応力の減少する状態を示すとともに, 一定伸びをするために要する時間と応力との関係をあらわす。すなわち第1図において G も F 点も伸び率は同じく ϵ_0 であるから, G 点は σ_0 なる一定応力で t_0 なる時間で ϵ_0 の伸びに達せられ, F 点は σ_0 なる応力で瞬間的に ϵ_0 の伸びに達せられる。換言すると, 応力緩和曲線は一定の伸びに達する所要時間に対する応力の度合をあらわすこととなる。

4. 「応力-ひずみ-時間・曲面」と荷重伸び曲線

一般に「荷重伸び曲線」は引張伸び速度または引張荷重速度によって、その形が少し変化することはすでに幾多の報告がある。^{5,6)} その一例として篠原氏の実験によれば⁵⁾ 第11図のようになる。すなわち引張伸び速度が大きい程荷重伸び曲線は立って上の方に位する。

(第11図) 強伸度曲線の伸長速度依存性
(篠原氏の報告より)

上述の「応力-ひずみ-時間・曲面」がもし匍匐および応力緩和のみならず一般に応力とひずみと時間の関係をあらわすとすれば、第1図においてひずみ速度($\partial \epsilon / \partial t = K$)一定なる直線 OR_1 , OR_2 を含み $\epsilon - \log t$ 面に垂直なる面 (t が対数目盛でなければ平面となる) OPQ_1R_1 , OPQ_2R_2 などこの曲面との交線 OJ_1 , OJ_2 などは、ひずみ速度が k_1 または k_2 に対する「荷重伸び曲線」となるべきはずである。

このような荷重伸び曲線を「応力-ひずみ-時間・曲面」から求める代りに前節における同じように、第2図の匍匐曲線から求める。第2図において $\partial \epsilon / \partial t$ なるひずみ速度が 1.8×10^{-2} , 1.8×10^{-3} および 1.8×10^{-4} /sec なる曲線は、それぞれ OR_1 , OR_2 , OR_3 となる。これらの曲線と各匍匐曲線との交点は、それぞれのひずみ速度における、そのひずみに対する応力をあらわす。

これらの点を、応力と伸びひずみを直交座標とする線図であらわすと第12図の各実線であらわす荷重伸び曲線 OJ_1 , OJ_2 , OJ_3 となる。

また別に行ったひずみ速度 4×10^{-4} /sec の引張試験による荷重伸び曲線は同図の点線 OC 曲線となる。

この図から匍匐曲面すなわち「応力-ひずみ-時間・曲面」は「荷重伸び曲線」とひずみ速度との関係をあらわすことが明らかである。

(注) なお荷重速度一定の場合は $\partial \sigma / \partial t = k$ なる線を

(第12図) ビスコース レーヨンの荷重伸び曲線
(実線は匍匐曲線から求めたもの、点線は実験結果から求めたもの) ただし 20°C, 60% R.H.

含み $\sigma - \log t$ 平面に垂直なる面とこの「応力-ひずみ-時間・曲面」との交線が、その荷重速度に対する「荷重伸び曲線」となる。

5. 「応力-ひずみ-時間・曲面」と引張耐久強さ

繊維に一定引張荷重をかけて放置する場合、破壊するのにどれ程の時間を要するかという耐久強さについては、すでに E. Karrer⁷⁾ 等および B. D. Coleman⁸⁾ の報告があるように(4)式あるいは第13図であらわされ

(第13図) 綿コードの静引張荷重に対する耐久時間 (E. Karrer 氏の実験結果より)

る。

$$\log_{10} t_B = a - b \cdot f \quad \dots\dots\dots (4)$$

ただし t は時間, f は荷重量, a, b は定数とする。

すなわち応力 σ と耐久時間 $\log t$ との関係は直線的となり, 応力が大きくなるほど t は少なくなる。この関係を「応力-ひずみ-時間・曲面」であらわすと, 第1図の AB 線, あるいは第2図の C_1, C_2, C_3 を結ぶ線となる。すなわち第3図の匍匐曲面の極限線 AB となる。

この AB 曲線はほぼ第13図のような関係となり, この線上の点はその各成分の引張応力とその伸びにおいて, その荷重時間で破断することを意味する。

なお破壊伸度はビスコース レーヨンによる実験から見ると, 破断までの荷重時間によってはあまり影響が認められない。

ここに注意すべきことは, 以上のように, この「応力-ひずみ-時間・曲面」は応力とひずみと荷重時間との関係を一般的にあらわすが, 常に時間は逆行できないから t が正の方向のときだけに成立するように, 他の成分 σ_1 や ε も負の方向に減少した場合にはこの曲面は適用できない。

6. 結 論

以上を要約すると次の結論が得られる。

(1) 一定状態において, 繊維の引張応力と伸びひずみと荷重時間との関係をあらわす方法として, これら三つの要素を3直交軸とする「応力-ひずみ-時間・曲面」が成立し, この曲面は各種引張応力による多くの匍匐曲線からも求めることができる。

(2) この曲面と応力を一定とする平面との交截線がその引張応力による匍匐曲線となり, この曲面と伸び一定の平面との交截線が応力緩和曲線となる。これらの曲面は次の式であらわされ, 実験結果ともよく一致する。

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_0} + \frac{\sigma}{E_r} \left(1 - e^{-t/\lambda} \right) + b \cdot \sigma \cdot \log \left(\frac{t}{\alpha} + 1 \right) \quad \dots\dots\dots (a)$$

または

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{1 + E_0 \cdot b \cdot \log \left(\frac{t}{\alpha} + 1 \right)} \quad \dots\dots\dots (b)$$

(3) この曲面とひずみ速度一定 ($\partial \varepsilon / \partial t = K$) なる面との交截線は, そのひずみ速度による「荷重伸び曲線」をあらわす。

(4) この曲面の限界線は「耐久強さ」を示し, この線上の点は, その応力成分の荷重に対する耐久時間と破断のときの伸びをあらわす。

(付記) 本研究にあたり, たびたび御教示いただいた厚木勝基博士, 懇切な御指導をたまわった渡辺茂博士ならびに実験装置, 図面整理に御助力いただいた大柳康, 相良友七両氏にあつく感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) A. Brown: Text. Res. J., 25, 7, 617 (1955)
- 2) 例えば山口; 本誌, 8, 3, p. 187 (昭30-3), 8, 10, p. 711 (昭30-10), 9, 10, p. 675 (昭31-10), 9, 12, p. 818 (昭31-12), 10, 2, p. 116 (昭32-12), 10, 4, p. 348 (昭32-4)
- 3) 山口; 工学院大学研究報告第4号, p. 5~19 (1957-6)
- 4) 山口, 吉田; 高分子化学, 14, 144, p. 184 (1957-4)
- 5) 篠原; 高分子化学, 13, 137, p. 369 (1956-9)
- 6) Nadai; Theory of Flow and Fracture of Solids, p. 311, Mc. Grawhill, B.C. (1950)
- 7) E. Karrer, J. N. Grant, R. Sorr; Text. Res. J., 17, 6, p. 314 (1947)
- 8) B. D. Coleman; Appl. Physics, 27, 8, p. 862 (1956)