引張試験の際の把持点の運動*

— 試料が Hookean Bodies の場合について —

(昭和32年1月14日受理)

会 員 鈴 木

恵**

→ 摘 要 ←

研究目的

引張試験の際、下端の把持点(つまみ)を一定速度にて引張ると、上端の把持点は摩擦現象における stick-slip motion のような間欠運動をすることがよく観測される。それゆえ、この現象は荷重-伸び曲線に関係すると考えられるから、理論的に研究しようとしたものである。

研究結果

引張試験の場合であるので、衝撃試験の場合に大きな作用要素となる復元力や空気抵抗が無視される。それゆえ (1) 重力の作用する、すなわち縦方向で引張るときには上端の把持点の変位 u_g および降下速度 v_g はそれぞれ

$$u_g = v_0 \left(t - \frac{1}{\omega} \sin \omega t \right) + \frac{g}{\omega^2} (1 - \cos \omega t)$$

$$v_g = v_0 (1 - \cos \omega t) + \frac{g}{\omega} \sin \omega t$$

であらわされる。ここに $\omega^2 = E/n\rho l^2$ である。

(2) 重力の作用しない、すなわち横方向で引張るときには、尾部の把持点の変位と速度は同様に

$$u = v_0 \left(t - \frac{1}{\omega} \sin \omega t \right)$$

$$v = v_0 (1 - \cos \omega t)$$

(3) 試料の長さが N 倍になったときの効果は ω は ω' となり、角速度が変化してくる。ここに $\omega'^2 = E/(nN + N^2/2)\rho l^2$ であり、強伸度に及ぼす試料長の影響について論ずる場合には、十分その上端の把持点の降下速度を考慮しなければならぬことがわかった。

1. 序 文

強伸度試験機には試料により単糸用、多条用、純用またはかせ用とがあり、荷重方法によって通増式と衝撃式とがあり、通増式には等速度緊張式と等速荷重式とがある。さらに負荷方法にも手動式、動力式または油槽式^{1,2)}があることはよく知られている。これらの試験方法においては静的試験にもかかわらず、応力-ひずみ曲線、または伸長-時間曲線が動的試験に近いのこぎり歯状になることがよく観測される。これらの原因は試料の粘弾性のみに左右されず、試験機自体の性質に支配され、ちようと摩擦現象における stick-slip motion のような運動を試料の上端の把持点(つまみ)が³⁾いい、上端の把持点はある速さで降り、しばらくして止り、また降り、止るというような間欠運動をなすことによると認められている。

この現象は上端の把持点の近辺に Scale を付け、連続撮影することにより把持点の変位、さらに速度が撮影したフィルムから観測されそれから計算される。

この場合、荷重が⁵⁾衝撃的に作用する一般の理論については、S. Timoshenko はその名著に多くの例をあげて説明している。さらに糸についての衝撃の場合については H. F. Schiefer⁴⁾等が同様に波動理論から理論的に厳密解を求め、高速度撮影による実験値と比較している。

それゆえ引張試験の上端の把持点の間欠運動がいかなる運動であるかを解析しようとするものである。

2. 理 論

引張試験の際の試料の長さ l 、その断面積、密度をそれぞれ A 、 ρ とし、 $n\rho Al$ の質量を上端のつまみの下端に

* Studies of the Motion of the Hold Points on the Tensile Test of the Hookean Bodies.

** M. Suzuki, Member. 信州大学繊維学部

有する繊維を考える． $n' = n + f$ で n は繊維の質量に対する上端の把持点の質量の比， f は上端の把持点に集中されている繊維の質量の比で繊維試料の長が上端に，長が下端の把持点にあるように仮想する．上端の位置における復元力の係数 k ，空気抵抗係数 λ ，重力 g ，さらに外力 F とする．時間 0 において，繊維の下端の把持点を一定速度 v_0 で引張るとき， u は上端の把持点の質量の変位であり，外力 F は繊維を通して上端の質量に伝達される加速力である．このような場合の力学系の力関係は

$$n'\rho Al \frac{d^2 u}{dt^2} = -ku + n'\rho Al g - \lambda \frac{du}{dt} + F \quad \cdots (1)$$

であらわされる．さらに試料の伸び率は上端と下端の把持点の変位差を始めの試料の長さで割ったものゆえ，伸び率 ε は時間 t のときに

$$\varepsilon = \frac{v_0 t - u}{l} \quad \cdots (2)$$

さらに，ガラス繊維のような Hookean bodies を考え

$$F = AE\varepsilon \quad \cdots (3)$$

が成立する．この際，問題になるのは粘性の強い繊維では弾性係数すなわち瞬間弾性はともかく遅れ弾性の分布関数は緩和時間の関数であるから引張試験のような長い時間には影響することは確実であるが，微小時間をとると瞬間弾性のみにて十分であり，遅れ弾性の作用の極めて小さい簡単の場合を考えて考察を進める．それゆえ，互換的立場において (3) 式は他の繊維の Hooke's Law にしたがう弾性領域で使用して差しつかえないので (1)，(2)，(3) 式より

$$a = \lambda / n'\rho Al$$

$$b = 1 / n'\rho Al (k + AE/l)$$

$$c = 1 / n'\rho Al \cdot AE v_0 / l$$

とおくと

$$u = e^{-a/2 t} \cdot \{ac - bg/b^2 \cdot \cos \sqrt{4b - a^2}/2 \cdot t + \{a/2 \cdot (ac - bg/b^2) - c/b\} / \sqrt{4b - a^2}/2 \cdot \sin \sqrt{4b - a^2}/2 \cdot t\} + c/b \cdot t - bg - ac/b^2 \cdots (4)$$

が求められる．

衝撃試験の際や，梳綿工程，高速度ミシン，落下傘のような繊維に衝撃的荷重がかかる場合には，復元力や空気抵抗が (4) 式において非常に作用するが，引張試験のような非常に遅く荷重がかかる場合には，復元力や空気抵抗は無視できるから

$$\lambda \approx 0, k \approx 0$$

それゆえ

$$bg - ac/b^2 = n' f c^2 / E \cdot g = g / \omega^2$$

と書きかえられる．したがって (4) 式を簡略すると，重力の作用する重力場での引張試験の上端の把持点の変位 u_g および降下速度 v_g は

$$u_g = v_0 \left(t - \frac{1}{\omega} \sin \omega t \right) + \frac{g}{\omega^2} (1 - \cos \omega t) \cdots (5)$$

$$v_g = v_0 (1 - \cos \omega t) + \frac{g}{\omega} \sin \omega t \quad \cdots (6)$$

とあらわされる．

次に重力の作用しない繊維の引張りを考えた横方向での引張りには重力は無視できるから，尾部の把持点の変位 u と速度 v は同様に

$$u = v_0 \left(t - \frac{1}{\omega} \sin \omega t \right) \quad \cdots (7)$$

$$v = v_0 (1 - \cos \omega t) \quad \cdots (8)$$

とあらわすことができる．

伸び率 ε すなわち伸び $\delta = l\varepsilon$ は時間と共にいかに変化するか吟味してみると，時間が 0 から $2\pi/\omega$ sec まで変化する間に $\sin$ または $\cos$ の項が入っているから $\oplus$ の部分は試料は引張りをうけ， $\ominus$ の部分は圧縮をうけるものであるが，実際問題として試料は引張り，圧縮，引張り，圧縮と交互にうけるけれども，伸びまたは伸び率をあらわす指標は荷重の上部の爪と歯により逆戻りしない機構になっているので，その歯のピッチがちょうど $2\pi/\omega$ sec にあれば，その指標をストップさせられるわけである．

さらに (5)，(6)，(7)，(8) 式から試料の長さが l から Nl に変化した場合の上端の把持点の変位および (降下) 速度などは異なる訳であるから，試料の伸びは前と相違してくる．それゆえ強弾性に及ぼす試料長の影響を論ずる H. J. Godwin⁸⁾，藤野の理論もその速度の項について細密の補正が必要となる．

すなわち試長が N 倍になれば，上端の把持点に対する (降下) 速度は $1/N$ になる．

この際の重力の作用する縦方向で引張られるときの上端の把持点の変位 u_{Ng} ，降下速度 v_{Ng} は (5)，(6) 式と同様に

$$u_{Ng} = v_0 \left(t - \frac{1}{\omega'} \sin \omega' t \right) + \frac{g}{\omega'^2} (1 - \cos \omega' t) \quad \cdots (9)$$

$$v_{Ng} = v_0 (1 - \cos \omega' t) + \frac{g}{\omega'} \sin \omega' t \quad \cdots (10)$$

横方向で引張られるときには，重力は無視できるから (7)，(8) 式と同様に

$$u_N = v_0 \left(t - \frac{1}{\omega'} \sin \omega' t \right) \quad \cdots (11)$$

$$v_N = v_0 (1 - \cos \omega t) \dots\dots\dots (12)$$

である。ここに試料が N 倍になったので、上端の把持部の質量に対する試料の質量の比を考えに入れるから

$$\omega'^2 = \frac{E}{(nN + N^2/2)\rho \cdot l^2}$$

である。

3. 計算例および考察

完全弾性体に近いガラス繊維（第1表参照）の直径 5μ ，伸び2%程度の試料をとり，長さ $l=10\text{ cm}$ ， $\rho=2.5\text{ g/cm}^3$ ，ヤング率は太さにより変化しないので $E=5.0 \times 10^8\text{ kg/mm}^2$ ， $g=9.8 \times 10^3\text{ mm/sec}^2$ ， $v_0=25\text{ mm/sec}$ ，さらに $N=1, 2, n=25, 100$ の各場合について数値計算を行ってみた。

第1図は $N=1, n=25$ の場合の時間と上端の変位お

（第1表） ガラス系の強度および伸びと化学組成との関係（KOCH）

ガラスの質	記号	平均直径 (μ)	裂断長 (km)	伸び (%)
無アルカリ ガラス	1	6.7	39.2	1.7
	2	5.9	48.2	2.0
	3	5.1	50.0	2.1
1%アルカリ ガラス	1	5.5	44.2	1.9
	2	4.4	60.4	2.3
16%アルカリ ガラス	1	4.7	30.8	1.7
	2	4.3	36.2	1.7
	3	3.9	37.4	2.8

（第1図） 変位 (u) と速度 (v) 曲線
 $n=25, v_0=25\text{ mm/sec}, N=1$

および降下速度を示すものである。重力の作用する縦方向で引張られるときと、重力の作用しない横方向で引張られる場合について考察すると，(5)，(6)，(7)，(8)式より上端または尾部の把持点の変位または(降下)速度は 10^{-4} sec 近辺では重力の影響は認められるが， 10^{-3} sec 近辺ではあまりその差異は認められず，一般に縦方向で引張られる場合の(5)，(6)式は第2項の重力の項を無視しても，横方向で引張られる場合となんら変りないことがいえる。

（第2図） 変位 (u) と速度 (v) 曲線
 $n=100, v_0=25\text{ mm/sec}, N=1$

第2図は $N=1, n=100$ の場合の時間と上端の変位および(降下)速度をあらわすもので，第1図と同様のことがいえるが， $n=25$ の場合に比べると(降下)速度は $n=100$ の方がより 10^{-3} sec に近いところに極大値がある。またその変位，速度も大きくあらわれる。これらの理由は， n が試料に対する上端の把持部の質量比であるから大きい程，その変位，(降下)速度に対する効果も大きいのが当然といえる。さらに変位曲線は $2\pi/\omega\text{ sec}$ ごとにいくつかの変曲点を持っている。それゆえ(降下)速度は0から一定値，一定値から0と，ちょうど摩擦現象における stick-slip motion のごとくまた尺取虫が進むような運動をなしていると考えられる。

第3図は試料の長さを2倍すなわち $N=2$ および $n=100$ の場合についての時間に対する上端または尾部の把持点の変位および(降下)速度をあらわすもので，第2図と同様であり，第2，3図における変位はほとんど区別しにくい，(降下)速度は $N=2$ の方が $N=1$ の場合より時間の多い方へずれて，各極大の時間は $\frac{1}{2}$ と

(第3図) 変位 (u) と速度 (v) 曲線
 $n = 100$, $v_0 = 25$ mm/sec, $N = 2$

(第4図) 試料の伸び (δ) と時間 (t) との関係
 $n = 100$, $v_0 = 25$ mm/sec, $N = 1$

(第5図) Maxwell model が順次作用していく場合の強伸度曲線, f_b は一つの Maxwell model を引張る力

なっている。すなわち試料を2倍にすると上端または尾部の把持点の(降下)速度は2倍になるということが承認される。

第4図は $N = 1$, $n = 100$ の場合についての試料の伸び δ と時間との関係をあらわす曲線で, 0 から $2\pi/\omega$ sec までに, 試料の長さ l にて試料は引張りと圧縮をうけ, その間に伸びは $l_1 - l$ となり, 荷重の上部の爪と歯により伸びまたは伸び率をあらわす指標が逆行するのを防ぎストップ(停止)されるので試料の長さは l_1 のままである。さらにそのストップポイント(停止点)を基点として試料の長さ l_1 にて次の伸びが行われるのであるから, 今第4図において, 縦方向にて引張りを行う重力の作用する場合を考えると, 0 から $2\pi/\omega$ sec たったときに爪と歯でストップされると時間に対し指標は $OABCD$ と進むのであるが, もし π/ω sec たったときに爪と歯がかみあった時には $OAB'C'D$ と進み, この点を基点として同様の運動を続行する。それゆえ荷重-伸び曲線は時間に無関係に $O, A, C, \dots$ 点で伸びを示す。このことは篠原のいう第5図のように試料が n 個の Maxwell model からできていて, その試料を引張ると1個の Maxwell model の耐える応力 f_b を時間と共に順次 n 個積み重ねて行く現象と非常に良く類似している。

本報は1956年本会秋季研究発表会で発表したもので, 研究に際し, 慶大工学部千住講師, 本学柳沢教授の御教示, また糸の衝撃の文献を御送付下さった N. B. S. の H. F. Schiefer 博士, 図面の整理をやっていただいた田中節子嬢に厚く紙上からお礼申し上げる。

参考文献

- 1) 新井幸長: 紡織試験の実際(丸善)
- 2) 宮坂和雄: 繊維工業試験法, 上巻(コロナ社)
- 3) S. Timoshenko: 弾性体の力学(井阪, 江崎, 森訳)(コロナ社)
- 4) W. K. Stone, H. F. Schiefer, G. Fox: J. Res. N. B. S., 54, 5 (1955) 269~276; F. L. McCrackin, H. F. Schiefer, J. C. Smith, W. K. Stone: ibid., 54, 5 (1955) 277~280; J. C. Smith, F. L. McCrackin, H. F. Schiefer: ibid., 55, 1 (1955) 19~28
- 5) 久野 清, 宗像元介: ガラス繊維とその応用(オーム社)
- 6) 化繊便覧: p. 268~271
- 7) T. Alfrey, Jr: Mechanical Behavior of High Polymers. (Interscience Publishers, Inc., New York)
- 8) H. J. Godwin: Anu. Math. Statist., 20, 2
- 9) 藤野清久: 糸の機械的性質
- 10) 篠原康夫: 高化, 13, 137 (1956) 369~375