石炭酸樹脂歯車の摩耗について* (第1報)

(昭和32年2月4日受理) 会 員 松 本 庄 平**

// 中 条 芳 之 介

——→ 摘 要 ←——

研 究 目 的

騒音防止歯車として、繊維機械および一般機械に用いられる石炭酸樹脂歯車の摩耗は、円周力のみならず歯形特性に関係あることを立証し、もって耐摩性を向上し、あわせて歯強度を増大し、信頼性のある歯車を得んとする。

研 究 結 果

この報文で提示した転位方法による歯車は、耐摩性および強度の増大を獲得する。また石炭酸樹脂歯車の摩耗は円周力のみならず、歯車の噛合特性に関係する。

1. 緒 言

鋼あるいは鋳鉄大歯車と噛合う石炭酸樹脂積層材小歯車の摩耗は、大小歯車の回転速度が一定のとき、主に円周力のみにより左右され、歯車の特性（同時噛合数、すべり率、圧力角）に無関係で考慮する必要のないものであろうか。もしそれが円周力と同様に摩耗に関係があれば、歯形を適当に選定すれば、耐摩性の良好な歯車が得られるであろう。

一般に、インボリュート標準歯車は歯数の少ない場合、その特性は劣り種々の欠点が生ずる。これを避けるため、転位歯車が用いられる。転位歯車の利点は、1) 切下げの防止、2) 噛合性能の改良、3) 歯の強さの増大、4) 標準歯切工具の使用可能である。噛合性能の改良とは耐摩性の改善を意味する。

歯車の摩耗は、1) 歯の強さの低下、2) 速度比の変動増加を起す。この二つが原因となり、ついには歯車の破壊を誘引する。

2. 歯 形 論

使用する工具は、ホブ カッタあるいはラック カッタで、サフィックス1は小歯車、2は大歯車を示す。

M : 工具モジュール

α : 工具圧力角 $14^\circ 30'$

Z_1 : 小歯車の歯数

Z_2 : 大歯車の歯数

x_1 : 小歯車の転位係数

x_2 : 大歯車の転位係数

α' : 噛合の圧力角

とすれば、大小転位歯車に次の公式がある。

$$ME_{nv}\alpha' = \frac{2 \tan \alpha (x_1 M + x_2 M)}{Z_1 + Z_2} + ME_{nv}\alpha \cdots (1)$$

標準歯切する場合次の関係がある。

歯末の丈: $h_a = 6/6 M$

歯本の丈: $h_d = 7/6 M$

また

歯底円直径: d_{r1}, d_{r2}

ピッチ円半径: R_1, R_2

とすれば

$$d_{r1} + d_{r2} = (2R_1 + 2R_2) - 4 \times \frac{7}{6} M$$

$$= \left\{ (Z_1 + Z_2) - \frac{28}{6} \right\} M \cdots \cdots (2)$$

噛合の圧力角が α より α' になるため、工具は半径で、小歯車では $x_1 M$ 、大歯車では $x_2 M$ 、直径で総計 $2x_1 M + 2x_2 M$ 変位せねばならない。故に新しい歯底円直径の総和は (1)、(2) より

$$d_{r1}' + d_{r2}' = (2R_1 + 2R_2) + 2(x_1 M + x_2 M) - 4 \times \frac{7}{6} M$$

$$= \left\{ (Z_1 + Z_2) \left(1 + \frac{E_{nv}\alpha' - E_{nv}\alpha}{\tan \alpha} \right) - \frac{28}{6} \right\} M \cdots \cdots (3)$$

圧力角 α' に対応するピッチ円半径 R_1', R_2' , モジュ

* Wear of Bakelite Pinion Driven by Steel Gear. Part 1.

** S. Matsumoto, Y. Nakajo, Member. 京都工芸繊維大学工芸学部

ール M' とすると、インボリュート基礎円は同一であるから

$$\begin{aligned} 2R_1 \cos \alpha &= db_1 & 2R_2 \cos \alpha &= db_2 \\ 2R'_1 \cos \alpha' &= db_1 & 2R'_2 \cos \alpha' &= db_2 \end{aligned}$$

ただし db : 基礎円直径

$$\frac{R'_1}{R_1} = \frac{R'_2}{R_2} = \frac{2R'_1 + 2R'_2}{2R_1 + 2R_2} = \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} = \frac{M'}{M} \dots\dots(4)$$

よって

$$2R'_1 + 2R'_2 = \frac{M'}{M} (2R_1 + 2R_2) = \frac{M'}{M} (Z_1 + Z_2)M \dots\dots\dots(5)$$

(5)-(3) は歯末の丈の総和である。すなわち

$$\left\{ (Z_1 + Z_2) \left(\frac{M'}{M} - 1 - \frac{E_{nv} \alpha' - E_{nv} \alpha}{\tan \alpha} \right) + \frac{28}{6} \right\} M$$

歯末の丈は歯本の丈の $6/7$ であるから (常に標準歯切の歯高の割合を考慮する), E'_1, E'_2 を歯車の外径とすると

$$E'_1 + E'_2 - (2R'_1 + 2R'_2) = \frac{6}{7} \left\{ (Z_1 + Z_2) \left(\frac{M'}{M} - 1 - \frac{E_{nv} \alpha' - E_{nv} \alpha}{\tan \alpha} \right) + \frac{28}{6} \right\} M \dots\dots\dots(6)$$

(5) と (6) より、噛合の圧力角を α' にした場合の歯車の外径は

$$E'_1 + E'_2 = \left\{ (Z_1 + Z_2) \left\{ \frac{M'}{M} + \frac{6}{7} \left(\frac{M'}{M} - 1 - \frac{E_{nv} \alpha' - E_{nv} \alpha}{\tan \alpha} \right) \right\} + 4 \right\} M \dots\dots\dots(7)$$

噛合半径 R'_1, R'_2 を基準として、標準歯切の歯高および使用工具の M を考慮すれば、その歯車の外径の総和 $E_1 + E_2$ は (4) を参照して

$$E_1 + E_2 = \left\{ \frac{M'}{M} (Z_1 + Z_2) + 4 \right\} M \dots\dots\dots(8)$$

となる。

しかるに、外径の総和は (7) で規定してあるから、歯末の丈の減少量の 4 倍は (7)-(8) である。すなわち

$$\begin{aligned} (E_1 + E_2) - (E'_1 + E'_2) \\ = (Z_1 + Z_2) \left\{ \frac{6}{7} \left(1 + \frac{E_{nv} \alpha' - E_{nv} \alpha}{\tan \alpha} - \frac{M'}{M} \right) \right\} M \end{aligned}$$

これを標準歯切の割合であらわせば

$$(Z_1 + Z_2) \left\{ \frac{6}{7} \left(1 + \frac{E_{nv} \alpha' - E_{nv} \alpha}{\tan \alpha} - \frac{M'}{M} \right) \right\} M \cdot \frac{6}{6}$$

一方、歯本の丈の減少量の 4 倍は、標準歯切の割合を取れば

$$(Z_1 + Z_2) \left\{ \frac{6}{7} \left(1 + \frac{E_{nv} \alpha' - E_{nv} \alpha}{\tan \alpha} - \frac{M'}{M} \right) \right\} M \cdot \frac{7}{6}$$

故に、全歯高の減少量は

$$\frac{1}{4} \left(\frac{6}{6} + \frac{7}{6} \right) (Z_1 + Z_2) \left\{ \frac{6}{7} \right\}$$

$$\times \left(1 + \frac{E_{nv} \alpha' - E_{nv} \alpha}{\tan \alpha} - \frac{M'}{M} \right) \Big\} M$$

これだけ標準歯切の全歯高 $(6/6 + 7/6) M$ より減少したのであるから、噛合の圧力角を α' にした場合の歯高 H は

$$H = \left\{ \frac{13}{6} - \frac{13}{28} (Z_1 + Z_2) \left\{ 1 + \frac{E_{nv} \alpha' - E_{nv} \alpha}{\tan \alpha} - \frac{M'}{M} \right\} \right\} M \dots\dots\dots(9)$$

いま新しい転位係数を x'_1, x'_2 とすると、(7) より

$$\left. \begin{aligned} E'_1 &= (Z_1 + 2 + 2x'_1)M \\ E'_2 &= (Z_2 + 2 + 2x'_2)M \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

の形であらわせる。(10) と (7) より

$$\begin{aligned} 2x'_1 + 2x'_2 &= (Z_1 + Z_2) \left\{ \frac{13}{7} \left(\frac{M'}{M} - 1 \right) - \frac{6}{7} \right. \\ &\quad \times \left. \frac{E_{nv} \alpha' - E_{nv} \alpha}{\tan \alpha} \right\} \dots\dots\dots(11) \end{aligned}$$

頂隙 T_e は、標準歯切の割合では全歯高の $1/13$ であるから

$$T_e = \left\{ \frac{1}{6} - \frac{1}{28} (Z_1 + Z_2) \left\{ 1 + \frac{E_{nv} \alpha' - E_{nv} \alpha}{\tan \alpha} - \frac{M'}{M} \right\} \right\} M \dots\dots\dots(12)$$

(12) 式は次の方法で証明される。すなわち (7) の外径の総和 $E'_1 + E'_2$ の半分より、(9) の歯高の 2 倍を引けば、歯底円半径の和が求まる。(5) より求まる中心間距離より歯底円半径の和を引き、さらにそれより H を引けば、これは頂隙である。

次に (4), (5), (6), (7), (9), (10), (11) で規定した歯車で、摩耗の見地より、転位量すなわち歯形を定める。

インボリュート歯車の摩耗量は次式であらわせる。

$$\begin{aligned} A_1 &= K_1 \frac{dW}{dS_1} W_1 = K_1 \frac{\mu p}{\cos \alpha} (W_1 + W_2) \\ &\quad \times \frac{r}{R_1 \sin \alpha \mp r} = K_1 \frac{\mu p}{\cos \alpha} W_1 \left\{ \left(1 + \frac{Z_1}{Z_2} \right) r \right. \\ &\quad \times \left. \frac{1}{R_1 \sin \alpha \mp r} \right\} \dots\dots\dots(13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_2 &= K_2 \frac{dW}{dS_2} W_2 = K_2 \frac{\mu p}{\cos \alpha} (W_1 + W_2) \\ &\quad \times \frac{r}{R_2 \sin \alpha \mp r} = K_2 \frac{\mu p}{\cos \alpha} W_2 \left\{ \left(1 + \frac{Z_2}{Z_1} \right) r \right. \\ &\quad \times \left. \frac{1}{R_2 \sin \alpha \mp r} \right\} \dots\dots\dots(14) \end{aligned}$$

ただし A_2, A_1 : 大、小歯車の摩耗量

K_2, K_1 : 大、小歯車の材質その他による常数

dW : dt 時間に行われる摩擦仕事

dS_2, dS_1 : dt 時間にかみ合う大、小歯形曲線の長さ

μ : 摩擦係数

p : 歯巾単位長さ当りの円周力

r : ピッチ点よりかみ合点までの距離

(13), (14) の干は, - が歯本部分, + は歯末部分を示す. これにより摩擦量は, μ , p およびすべり率 (〔 〕内はすべり率を示す) に比例する. そして (13), (14) が厳密に成立するのは, 同時噛合数 $n=1$ の場合のみである. μ はかみ合点によって変化するようであるが, 現在それについて十分な実験結果は発表されていない. よって μ は一定と仮定する. また円周力 p も $n>1$ の場合一定ではなく, 後記のごとく仮定する. Winter, 仙波は理想的な歯形系を決定する基準として, すべり率を考慮することは不適当と主張している. 一方, すべり率を重要な因子として, 転位を考える人々は非常に多い. Lindner は最大摩擦仕事が大歯車の歯先, 歯本で等しくすると, 摩擦に関して最大の寿命があるとして, 転位歯車系を定めている. 窪田は回転精度を考慮して, $n>1$ でかみ合の始めと終りの位置で, 相対すべり速度を等しいとし, かつ小歯車の転位係数を干渉の限界点にとった歯車が, 摩擦が最小であるとしている. とにかく理想的なかみ合をする歯車を得るため, 種々の転位形式が発表されている.

松本はすべり率および同時かみ合数を, 摩擦の重要な因子と考えて歯形を決定する.

1) $Z_1 : Z_2 = 1 : 1$ (例えば $Z_1 : Z_2 = 32 : 32$)

このときは $x'_1 = x'_2$, 故に任意の α' に対するすべり率および同時かみ合数を求める.

圧力角を大にとることは, 歯本における工作誤差の起因であるから, できるだけ避けるべきである. 第1図において, $17 \sim 18^\circ$ 近傍がすべり率, 同時かみ合数は良好である. よって圧力角を $17^\circ 20'$ とする.

歯本の最大すべり率を σ'_1 とすると (第2図)

$$\sigma'_1 = \frac{r'_1 \left(1 + \frac{Z_1}{Z_2} \right)}{R_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} \sin \alpha' - r'_1} \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$r'_1 = \left\{ \left(\frac{E_2}{2} \right)^2 - (R_2 \cos \alpha)^2 \right\}^{1/2} - R_2 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} \sin \alpha' \quad \dots\dots\dots (16)$$

$Z_1 = Z_2 = 32, \alpha = 14^\circ 30', \alpha' = 17^\circ 20', R_2 = R_1 = (32/2) \times M, E_1 = E_2$ により (7) 式を用い外径は算出される. よって

$$\left. \begin{aligned} r'_1 &= 2.66532 M \\ \sigma'_1 &= 2.45729 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (17)$$

2) $Z_1 : Z_2 \neq 1 : 1$ (たとえば $Z_1 : Z_2 = 32 : 33$)

(第1図) $Z_1 : Z_2 = 32 : 32$

小歯車の歯本の最大すべり率は (15) であらわされる.

σ'_1 に匹敵するものを σ_1 とし, r'_1 に応ずるものを r_1 とし, 次の条件を導入する.

$$\sigma_1 = \sigma'_1 \quad r_1 = r'_1 \quad \dots\dots\dots (18)$$

この条件は種々の理由により, 非常に良好な歯形を呈示する.

(15), (17), (18) より

$$2.45729 = \frac{2.66532 M \left(1 + \frac{32}{33} \right)}{16M \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} \sin \alpha' - 2.66532 M}$$

ただし $M = 2.5$

$$\therefore \tan \alpha' = 0.30998 \quad \alpha' = 17^\circ 13' 20''$$

よってかみ合圧力角 $\alpha' = 17^\circ 13'$ とし

$$E'_2 = (Z_2 + 2 + 2x'_2) M, R_2 = (33/2) M, \alpha = 14^\circ 30', Z_2 = 33$$

(第2図)

を (16) に代入すると

$$2x'_2 = 0.39356 M$$

(11)より x'_1 , (10)より外径 E'_1 , E'_2 , (9)より歯高 H が求まる. すなわち $M=2.5$ として, $E'_1=34.4176 M$, $E'_2=35.39356 M$, $H=5.32 \text{ mm}$ となる.

かくのごとく, 1), 2) の手順で Z_1 とかみ合う任意の Z_2 の一對の歯車の転位が定まり, 歯形が決定される.

3. かみ合性能の比較

5) 摩耗の表示方法は **Brandenberg** による.

(13), (14) において

$$a_1 = k_1 \frac{r_1}{R_1 \sin \alpha - r_1}$$

$$a_2 = k_2 \frac{r_2}{R_2 \sin \alpha - r_2}$$

同時にかみ合っている他の点のそれを a'_1 , a'_2 とし

$$\tau(a_1 + a_2) = (1 - \tau)(a'_1 + a'_2)$$

より τ を求め, 一つのかみ合点の円周力は τp であり, 他の点では $(1 - \tau)p$ である.

かくして $k_1 = k_2$ とした小歯車の摩耗曲線は第3図であり, $k_2 = 0$ の時は第4図である. 比較に用いた歯車系は, 1) $14^\circ 30'$ 標準歯車, 2) 20° 標準歯車, 3) **Buckingham** 転位歯車⁶⁾ (藤野フルマーク歯車) である.

第3図は同質の歯車がかみ合う場合, たとえば鋼と鋼, 第4図は石炭酸樹脂小歯車と鋼製大歯車とのかみ合である. 石炭酸樹脂と鋼とのすべり摩耗は油膜の切断に際して, 相互の特に鋼の歯面の粗さによる樹脂の被切削摩耗と考えられ⁷⁾, 石炭酸樹脂の分子結合力は, 鋼のそれにはるかに及ばないから, 前者は容易に削り取られる. したがって鋼の摩耗は樹脂に比較して無視できるほど小さいと仮定できる. すなわち $k_2 = 0$ とおける.

このように同質のものがかみ合う場合は, 歯本部分の

(第1表) $M = 2.5$ $Z_1 : Z_2 = 32 : 33$

(第3図) $k_1 = k_2$: 小歯車の摩耗曲線

(第4図) $k_2 = 0$: 小歯車の摩耗曲線

摩耗が著しく, 異質の場合は, 歯本部分と歯先部分がほとんど同量の摩耗を起す. 同時かみ合数 n が小さいと, 歯本部分で1歯のかみ合から2歯のかみ合に移る近傍で, 著しい摩耗を起し歯面に段を生ずる.

次に歯車の諸特性を一括する. (第1表)

以上により, この転位歯車は1) 耐摩性の良好, 2)

歯車の種類	圧力角	中心距離 (mm)	同時か み合数	歯高 (mm)	小歯車基 円におけ る歯厚 (mm)	大歯車基 円におけ る歯厚 (mm)	小歯車歯本 最大すべり 率	小歯車歯末 最大すべり 率	大歯車歯本 最大すべり 率	大歯車歯末 最大すべり 率
$14^\circ 30'$ 標準歯車	$14^\circ 30'$	81.25	1.98	5.42	4.23	4.34	6.00	0.84	5.36	0.86
20° 標準歯車	20°	81.25	1.40	5.42	4.94	4.96	1.62	0.46	1.58	1.40
Buckingham 歯車	$16^\circ 32'$	82.06	1.56	5.45	4.46	4.45	2.87	0.60	1.48	1.56
転位歯車(松本)	$17^\circ 13'$	82.35	1.76	5.32	4.50	4.50	2.46	0.97	2.43	0.36

同時かみ合数の大なるによる運転の静粛性, 3) 大歯厚による強度の向上の諸特性を持っている。

4. 実験装置及び実験結果

第5図は実験装置を示す。小歯車は石炭酸樹脂積層材⁸⁾(機械的性質は他の報文参照)で, 大歯車は鋼製である。

歯数は 32 と 33, ホブ加工した圧力角 $14^\circ 30'$ 標準歯車と, $17^\circ 13'$ 転位歯車を比較実験した。また参考資料として, 鋼製 $14^\circ 30'$ 標準歯車を実験した。円周力はプロニプレキで歯車に荷重を加え, それを記録し換算した結果の平均値である。円周力 7.6 kg のとき回転数 1100 r.p.m. , 9.8 kg のときは 1020 r.p.m. である。歯巾は 16 mm , 遊隙 0.2 mm (歯切の場合, 所定の遊隙を得るため深く切り込む), 機械油点滴給油。摩耗量は, 小歯車歯先より 1 mm , 歯先最大摩耗点, ピッチ点, 歯本最大摩耗点, およびかみ合限界点近傍を, 単歯ずつ歯厚を数個所で測定した, 数個の歯車の平均値である。摩耗測定値は広く散っているが, 非常にかけ離れた値は取り除いた。

第6図は円周力 9.8 kg , 転位小歯車の歯の摩耗進行を示す。第7図は小歯車の 200 万回転後の歯の最終形状を示す。この第7, 8図よりかみ合特性を改良すれば, 耐摩性が増大することがわかる。第6, 7図の石炭酸樹脂小歯車の摩耗の形は, 歯本部分の最大摩耗量と歯先部分の最大摩耗量と大差はなく, 理論摩耗線図(第4図)すなわち $k_2 = 0$, 鋼製大歯車の摩耗をしないと仮定した場合の線図と類似の形をしている。実際 200 万回転後の鋼大歯車の実測摩耗量は, 歯本の最大摩耗位置で 0.04 mm 以下で, 石炭酸樹脂小歯車の摩耗に比べて著しく小さい。鋼の大小歯車のかみ合の場合(第7図), は $k_1 =$

k_2 の第3図に類似している。

ピッチ点が摩耗するのは, 歯本, 歯先部分に摩耗が起れば, 接触のときピッチ点は著しく過負荷となり, 瞬時に押しつぶされてしまうからである。

歯本のかみ合限界点近傍、および歯先は著しい摩耗(第 9 図—日本光学製万能投影器使用)を起し、理論曲線と偏奇している。これは歯面が摩耗を起すと、その摩耗深さに応ずる角度だけ、正規の直線接触軌跡の外に、円の軌跡を持つ稜のかみ合が起り、ますます歯本の限界点近傍および歯先で摩滅が非常に進行する。

5. 結 び

$Z_1:Z_2=32:33$ では、標準歯車はかなり良好な噛み合特性(第 1 表)をもっている。それにもかかわらず、この転位歯車は更にすぐれた性質を持つ。小歯車の歯数により小さい時は、 $14^\circ30'$ 標準歯車は干渉が起り、論外のものとなり、 20° 標準歯車は、歯本すべり率は著増し、かつ同時噛み合数は減少し、噛み合特性は劣悪の一途をたどり、歯数 16 枚で干渉が起る。ここにおいて、この転位方法による歯車は一段と優越性を発揮する。他の転位方法、少なくとも小歯車の干渉点を基準にして、転位係数を決めたり、同時噛み合数を一定にして転位係数を定めるものより、すぐれた方法であると信ずる。さらにこの転位方法は、直歯傘歯車、はすば歯車に展開応用できる。

ここに次の結論を得る。

1) 鋼大歯車とかみ合う石炭酸樹脂小歯車の摩耗は、円周力のみならずかみ合特性(同時噛み合数、特にすべり率)に関係する。

2) (9), (10), (11) で規定し、 $Z_1:Z_2=1:1$ の適当な圧力角、歯本のすべり率を定め(前述注 1) 参照)、かつ (18) の条件のもとに転位した石炭酸樹脂小歯車は、非常に良好な耐摩性を持つ。

3) この転位歯車は、耐摩性のみならず歯本厚さが大きいから、歯強度の向上、また鋼歯車のかみ合の時は、同時噛み合数の大きいことによる運転の静粛性を獲得する。

終りにのぞみ、石炭酸樹脂歯車素材を提供された神戸電機 KK に厚く謝意を表す。

注 1) $Z_1:Z_2=1:1$ (例 32:32) の圧力角選定はやや主観的に決定した。しかし $Z_1:Z_2=5:5$ より 40:40 までの第 1 図を求め、これより歯数に応じて、最も適当な圧力角が定まる。Buckingham は最小歯数を 10 とし、最大歯数を 40 として、その歯底円を規定し、それを等差級数に分配して、10 と 40 との間の歯の歯底円とした。

2) 石炭酸樹脂は鋼に比べて分子結合力は弱いから、速度 (W_1+W_2) 一定の時、主として圧力による切削摩耗が主な役割をし、歯形の性質は摩耗にわずしか影響なきものと予想した。よって理論上、最も摩耗の著しい差のある $14^\circ30'$ 標準歯車と比較実験し、他の歯車の摩耗実験は省略した。もちろん 20° 標準、Buckingham 転位、その他と比較すべきであった。

参考文献

- 1) 仙波正荘：歯車 1,2,3 巻，日刊工業 (昭 31)
- 2) W. Lindner：Zahnräder, Stirn und Kegelmräder mit geraden Zähnen (1954)
- 3) 窪田雅男：機械学会論文集，14 巻，47 号 (昭 23)
- 4) たとえば Kutzbach V-O, V 歯車 (ドイツ規格)，Schiebel, Merritt (イギリス規格)，中田 (K 歯車) Maag 等
- 5) A. Schiebel：Zahnräder Bd I (1930)
- 6) E. Buckingham：Spur gear (1928)
- 7) 松本，中条：静荷重および変動荷重を受ける含油軸受の摩耗，織学誌，8 巻，12 号 (昭 30)
- 8) 会田，寺内：フェノール樹脂歯車の機械的特性，材料試験，2 巻，7 号
- 9) 神戸電機の資料による
- 10) 成瀬正男：歯車 (岩波全書)

その他 H. Trier：Die Zahnformen der Zahnräder (1939)

中田 孝：転位歯車 (誠文堂)