ドラフトに関する問題の解析法*

(第 1 報) 基 礎 理 論

(昭和36年 7 月24日受理) 会 員 藤 野 清 久**

〃 川 端 季 雄

——→ 摘 要 ←——

目 的

従来のドラフト理論の基盤となってきた幾何学的な概念に基く解析方法はドラフトの基本作用の解析に有効に用いられて、ドラフト理論の今日の発展をもたらしてきた。しかし反面においてこの紡績独特の概念なり方法なりが紡績理論や紡績技術を一般の工学分野から孤立させ、特殊な工学分野を形成させてしまう原因になることを恐れるものである。

ともあれ従来から発展してきた統計理論をドラフト理論に導入したり、あるいは現実の複雑なドラフト過程を解析するためには従来の解析方法にはおのずから限界が生じてきている。

これを打開し、また最近の一般工学分野における理論的、技術的發展に紡績工学を結びつけるために新しい解析手法を確立させようと思う。

成 果

ドラフトに関する諸作用、諸現象はすべて繊維配置の移動というかたちで行なわれるので、まず繊維先端配置の数学的な規定法を検討した結果、その規定法として繊維先端密度 $n_d(x)$ 、繊維先端間隔分布関数 $P(\varepsilon)$ 、繊維先端密度関数 $n(x)$ の3種を定義し、解析目的に応じてこれらを使いわけたり、組み合わせたりして使用することにした。次にこれらによって定義される繊維配置とスライバ太さとの間に数学的な対応をつけ、幾何学的方法に代る解析的方法の基礎を設けた。

1. 緒 言

紡績におけるドラフト工程が繊維群にどのような作用をし、それらにどのような変化を与えるかという問題ははやくから議論の対象になり多くのドラフト理論を生んできたのであるが、まだ現実に観測される糸やスライバの太さむらを説明できるまでに至っていないことは周知のとおりである。

ドラフト工程というものを単に細長い連続体をさらに細くするだけの工程としてのみ考えると、これはあまりにもぼう大に過ぎる研究量といわなければならない。いま、ドラフト関係の諸問題をこのように複雑にしている原因はなにかという点を考えてみると、その根本的な原因はスライバが巨視的な長さ太さを有する単繊維の有限個数で構成される集合体であるという点で、このために流体のような連続体としての扱い方ができない点にあ

るといえる。

従来のドラフト理論では、このような繊維集合体における繊維群の挙動を解析するのに幾何学的な概念に基く手法をとってきたのが多い。すなわち基本的には単繊維を1本の横線として紙上に描き、これらを集合したスライバモデルを紙上で、あるいは頭の中で構成してドラフト作用を解析しようとする方法である。この方法はドラフト作用の基本的な動作原理を説明するのに非常に有効であり、スライバという特殊な構造体を端的に表現でき、ドラフト作用の理解を容易にできるので、従来のドラフト理論の土台となつて、ドラフト理論の今日の発展をもたらしてきたのである。しかしこうした単純で便利な解析手段は反面において紡績理論というものを一般の工学分野から孤立させ、特殊な工学分野を形成させてしまう原因となる恐れがじゆうぶん考えられる。

現実のドラフト過程は決して単純ではない。たとえ

* Analytical Method of Drafting. Part 1.

** K. Fujino, T. Kawabata, Member. 京都大学工学部

ば、スライバを構成する繊維群の配置は本質的には統計的であり、これらの繊維群がドラフトによって配置状態を変化せしめられる場合の変動過程もまた、これがスライバの構造的な性格と密接な関係を有する以上、やはり統計的な性質のものである。

問題をいたずらに複雑化することはもちろん避けるべきであるが、ドラフト過程を含む紡績工程全般については統計的な性質のものであるという立場に立つことがより現実的であろう。ところが具体的にこうした問題を従来の古典的な方法によって解析することは不可能に近いし、現実の複雑な時間的変動過程であるドラフト作用の研究を進めていくためにも従来の方法にはおのずから限界が生じてくる。

そこで、こうした解析手法の限界を打ち破り、さらに紡績理論の研究を一般の工学分野におけるそれとの共通の場に持ち出すために、従来の幾何学的概念に基く方法に代わる新しい解析的な方法を確立させようと思う。

そして後報においてその応用例としてたとえばスライバの構造の統計的な性格に基礎を置いた新しいドラフト理論を組み立て、現実にもみられるような複雑な糸むらの性格の理論的説明、あるいは予測を行なったり、あるいは自動制御理論のドラフト過程への導入法などを記述する予定であるが、本報ではまず基礎的な解析手法の研究を報告する。

2. スライバ内における繊維配置の定義

単繊維群から構成されるスライバを理論的に扱うにはまず第1にスライバ内における単繊維の配置をなんらかの方法で解析的に表現しなければならない。もちろんこの表現に関しては従来から種々の定義が行なわれているが厳密性を欠いたり、意味が不明確であったりするので以下でこれをあらためて明確にし、スライバの解析的な取り扱いのために厳密な基礎を固めておこうと思う。この問題は一見非実用的な細なことのようであるが、実はこれを明確に定義しないとこれらを基礎とするすべての解析が非常にあいまいな意味しか持たなくなるのである。

現実にはスライバを扱う工程はドラフト工程であるが、スライバを細くするドラフト作用とは第1図でバックローラから送り出されてくるスライバ、すなわち換言すればスライバを構成する単繊維群をバックローラよりも早い表面速度で回転するフロントローラではじし、

(第1図) ドラフト作用

急激に加速させてフロントローラから送り出す作用であるが、ここで繊維が最初にフロントローラにつかまれるのはその先端であるから、ドラフト過程を解析する際には繊維先端がかなり重要な意味を持っている。

スライバ内の繊維配置を示す場合、各繊維は長さを有するので繊維の位置を示すには各繊維の任意の点に基準点を設けなければならないが上述の理由からここでは繊維先端を基準点とし、その位置で繊維の位置を定める。またその位置はスライバ軸上に繊維先端を投影した点の座標で決めるが、ここでスライバ軸を座標軸としなくても第2図のようにスライバ軸に平行な軸をとってももちろんさしつかえがない。いまこれを x 軸とする。

(第2図) 繊維先端位置

x 軸の原点であるが、ドラフト工程でドラフト装置への供給スライバも、また細められて送り出されるスライバも普通は見掛け上非常に長い連続体であって、ドラフト過程やスライバむらの問題にする場合はスライバの長さを無限大と考えてさしつかえがない。したがって x 軸の原点をスライバの一端にとること、すなわちスライバの端からどれだけの距離に単繊維が存在するかということを規定するのは全く無意味であって、 x 軸上の任意の点にその原点をとってさしつかえがないのである。

スライバを構成する単繊維はいずれも有限の長さで太さを有するので繊維先端数もまた有限値をとる。すなわち x 軸への繊維先端の投影点は第3図のように不連続な点の集合になる。したがって各単繊維の位置は数列

(第3図) 繊維先端配置

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_r, \dots$$

で表わされる。さてこれらの点の配置状態の表示としてここでは次の3種の定義を行なうことにする。

繊維先端密度: $n_d(x)$

繊維先端間隔分布関数: $P(\varepsilon)$

繊維先端密度関数: $n(x)$

そしてこれら3種の定義を解析の目的に応じて使い分けることにより、解析に際しての無意味なはん雑さを避けることができる。またこれらを適当に組み合わせることによって一般的な場合を見通しよく解析することも可能になる。こうした解析への応用例は後述するが、まずこれらの定義の数学的な意味について述べることにする。

(a) 繊維先端密度: $n_d(x)$

従来は繊維先端の位置 $x_1, x_2, \dots, x_r, \dots$ の密集離散の状態がわかればじゅうぶんであることが多かったため、 x 軸上の微小区間 Δx に存在する繊維先端数を Δn として

$$\frac{\Delta n}{\Delta x} \dots \dots \dots (1)$$

を繊維先端密度と定義されている。しかしこの定義で Δx をきわめて小さくしていくと前述のように繊維先端数は有限個しかないので Δx の区間に繊維先端がまったく存在しないか、またはただ1個のみ存在するという状態になってしまつて、先端の存在しない微小区間では繊維先端密度は0、存在する区間では

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} = \infty \dots \dots \dots (2)$$

となるので本来の意味である繊維先端の集合密度を表現する定義としては適さなくなってくる。(第4図参照) これに対して Δx に適当な大きさの値を設定し、こうした不都合を解消しようという方法も考えられるが、この方法はかえって数学的な取扱いにははん雑さを増すため、本研究では繊維先端密度 $n_d(x)$ として従来の定義を厳密化し

$$n_d(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta n}{\Delta x} \dots \dots \dots (3)$$

(第4図) 繊維先端密度

と定義する。したがって x 軸上の点 x_1 と x_2 の間の区間に存在する繊維先端数 n_{x_1, x_2} は

$$n_{x_1, x_2} = \int_{x_1}^{x_2} n_d(x) dx \dots \dots \dots (4)$$

で与えられる。この繊維先端密度 $n_d(x)$ は繊維先端の存在する点では $+\infty$ の値をとりその他の点では0の値を有する関数で前述のむじゅんをそのまま含んでいる。しかしその反面、この関数は繊維先端の位置を確実に与える関数でもあるからこの性質を利用するため、名称はそのままにして使用する。

いま $x = x_r$ において繊維先端が1個存在し、このため $n_d(x_r) = \infty$ となり、また x_r の近傍 $\pm \Delta x$ 内では繊維先端が存在せず $n_d(x) = 0$ とすると(4)式から

$$1 = \int_{x_r - \Delta x}^{x_r + \Delta x} n_d(x) dx \dots \dots \dots (5)$$

となるから、この場合 $x_r - \Delta x < x < x_r + \Delta x$ の区間で $n_d(x)$ は Dirac の delta 関数になることがわかる。

ここで delta 関数とは次の性質を有する関数である。

第5図(a)に示したように

(第5図a) delta 関数

$$\delta(x) = \begin{cases} \infty & x=0 \text{ のとき} \\ 0 & x \neq 0 \text{ のとき} \end{cases}$$

また

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1 \dots \dots \dots (6)$$

したがって $n_d(x_r)$ は

$$n_d(x_r) = \delta(x - x_r)$$

とできる。第3図に示した繊維先端配置を繊維先端密度 $n_d(x)$ で表わすと

$$\begin{aligned} n_d(x) &= \delta(x - x_1) + \delta(x - x_2) + \dots \\ &= \sum_{r=1,2,\dots} \delta(x - x_r) \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

となる。(7)式をスライバ内の繊維と対応させて図示したのが第5図(b)である。

以上が本研究における繊維先端密度 $n_d(x)$ の定義であるが、この定義はスライバ内の繊維先端位置を明確に決めることができるので以下の解析にも使用するが、始めにも述べたようにこの関数は繊維先端の密集離散の状態を表現するものとしては適当でない。したがって以上

(第5図b) 繊維先端密度

の定義とは別に繊維先端の配置状態を表わす新しい表現として次の (b), (c) の2種類の関数を定義する。

(b) 繊維先端間隔分布関数: $P(\epsilon)$

緒言において述べたように実際のスライバにおいてはそれを構成する単繊維の位置は統計的な配置をしている。その統計的な性質がスライバの長さに沿ったどの部分においても等しいとき、すなわち繊維配置が定常確率過程に従うと考えられる場合には繊維の配置状態を表わすのにその定常な統計的性質を決定すればよい。このためには繊維先端間隔の分布を統計的に規定するのが最も確実な方法であると考えられるので、ここで繊維先端間隔分布関数を定義し、これによって繊維配置の統計的性質を決めるとともにこれをスライバむらの統計的性質を誘導するのに用いるが、これに関しては既報の研究¹⁾においてすでに実行しており、具体的な使用法を示しているのでここでは簡単に定義を示しておくだけにする。

(第6図) 繊維先端間隔 ϵ

繊維先端間隔とは第6図に示したように x 軸上の繊維先端位置 $x_1, x_2, \dots$ の隣り合う2個の先端間の距離であり、これを ϵ とすると

$$\epsilon_1 = x_2 - x_1, \epsilon_2 = x_3 - x_2, \dots, \epsilon_r = x_{r+1} - x_r$$

として表わされる。繊維先端間隔分布関数とはこの ϵ_r の生起確率を与える関数でこれを $P(\epsilon)$ とすると

$$\int_0^{\infty} P(\epsilon) d\epsilon = 1 \quad \dots\dots\dots (8)$$

となり、また平均繊維先端間隔 $\bar{\epsilon}$ は

$$\bar{\epsilon} = \int_0^{\infty} \epsilon P(\epsilon) d\epsilon \quad \dots\dots\dots (9)$$

によって求めることができる。

(c) 繊維先端密度関数: $n(x)$

各単繊維が一定の統計的な性質に従って配置している (b) の場合は、スライバの長さに沿うどの部分においても統計的な性質は不変であるから、たとえば単位長のスライバ片中に存在する繊維先端数の期待値はスライバのどの部分をとっても等しい。しかし現実のスライバではこうした定常確率過程とみなされる性質のほか人為的な変動要素が混じっており、このため定常な統計的性質が乱されているのが普通である。たとえばドラフトローラに偏心等があって周期的にドラフト比が変化し、スライバにその周期の太さむらを与えているような場合は、ドラフト後のスライバの繊維先端配置も周期的に変化を受けているはずである。したがってスライバの部分によって、スライバ単位長内に存在する繊維先端数の期待値は違ったものになり、外的作用あるいは人為的作用による変動要因に従って定まる関数になるはずである。

そこでいま、各繊維先端の確実な位置は不明であるが、スライバ軸上 x_1 と x_2 の間の区間に存在する繊維先端数の期待値 $E\{n_{x_1, x_2}\}$ が

$$E\{n_{x_1, x_2}\} = \int_{x_1}^{x_2} n(x) dx \quad \dots\dots\dots (10)$$

で与えられるような関数 $n(x)$ を繊維先端密度関数と定義する。前項 (b) の場合のように繊維先端が定常的な確率過程とみなされる配置をとる場合は $n(x)$ は一定値をとり、その値はスライバ単位長あたりの平均繊維先端数になる。

このように、 $n(x)$ は繊維先端配置の統計的なばらつきの状態を示す情報は含んでいない。統計的な変動が含まれる場合は $n(x)$ はその期待値を与えるわけである。また $n(x)$ の単位はスライバ単位長あたりの繊維先端数であるが、これは期待値を示すものであるから必ずしも整数値をとるとは限らない。

繊維先端密度関数 $n(x)$ の例を図示したのが第7図 (a), (b) で、同 (a) 図は繊維先端配置が定常確率過程に従う場合であって $n(x)$ は一定値をとる。これに人為的な正弦波状の変動要因が入った場合を同 (b) 図に示している。たとえば図示したように x_1 と $x_1 + dx$ の間の斜線の面積はスライバ軸上 x_1 と $x_1 + dx$ 内に存在する繊維先端数の期待値を与える。

以上を要約すると、まず (a) の繊維先端密度とは織

繊維先端配置

(第7図 a)

定常確率過程の場合の
繊維先端密度関数
(一定値をとる)

(第7図 b)

一般の繊維先端密度関
数の例

繊維先端の位置を各繊維について明確に与える関数であるが、(b)、(c)の各場合は繊維先端の確定した位置は与えない。そして(b)の繊維先端間隔分布関数とは繊維先端配置の定常的な統計的性質のみを規定する関数、また(c)の繊維先端密度関数とはこの統計的な変動要因を除外した人為的な外的要因に基く変動、いわば(b)で定義した雑音的成分を示す関数に対し信号成分を示す関数である。

スライバむらの研究をはじめ、スライバの構造を論じたり、あるいはドラフト中の繊維の挙動を理論的に推定するドラフト理論を組み立てたりするためには少なくとも以上3種の基本的な繊維配置の規定が必要である。従来の繊維先端密度の定義は本研究で使用する3種の定義のうち(c)の定義に近いもので、(a)、(b)の定義に相当するものは行なわれていない。特に(b)の統計的なばらつきを与える関数は、従来までのドラフト理論においてはまったく無視されていた。しかしこの無視はきわめて危険で、現実のドラフト過程、特に精紡工程のそれを説明するうえに(b)で定義されるところのいわば雑音的成分の果たす役割は非常に重要で、これがむらの性格を決定する骨組みとなることは本研究シリーズの後半で扱うドラフト理論において明らかにするとおりである。

定義(a)、(b)、(c)の相互関係をいっそう具体的かつ明確にするため、以下で例を挙げて説明を補足しておく。

いま単繊維の先端をピンセットでつかんで第8図aのようになるべく等間隔に注意深く配列したとする。そしてスライバ軸上(x軸)にこの先端位置をマークしたのが同図bである。われわれが非常に注意深く繊維を配列したとしても実際には必ず間隔の誤差が伴うので先端位置 $x_1, x_2, \dots$ の各点は必ずしも等間隔ではない。こうして並べられた第8図bについて各単繊維の先端位置は精密には繊維先端密度 $n_d(x)$ で表現できる。すな

(第8図) 等間隔配置の誤差

わち先端が存在する位置 $x_r (r=1, 2, 3, \dots)$ で $n_d(x)$ は ∞ の値をとる delta 関数群で表わされるから

$$n_d(x) = \sum_{r=1, 2, \dots} \delta(x - x_r) \quad \dots\dots\dots (11)$$

したがってスライバ軸上 x_A と x_B 間の繊維先端数 n_{x_A, x_B} は次式で与えられる。

$$n_{x_A, x_B} = \int_{x_A}^{x_B} n_d(x) dx \quad \dots\dots\dots (12)$$

第9図においては

(第9図) 繊維先端密度

$$\begin{aligned} n_{x_A, x_B} &= \int_{x_A}^{x_B} \{ \delta(x - x_3) + \delta(x - x_4) + \delta(x - x_5) \\ &\quad + \delta(x - x_6) \} dx \\ &= 1 + 1 + 1 + 1 = 4 \end{aligned}$$

次にふたたび第8図にもどって、この繊維先端配置は人間の操作誤差に基づくばらつきのため統計的な変動を含んでいるが、この配列を1人の人間が同じ条件で配列したものとすると、繊維先端間隔 ϵ の分布は一定の統計的性質に従うであろう。このような分布を $P(\epsilon)$ として規定したのが繊維先端間隔分布関数である。このように $P(\epsilon)$ によって繊維の統計的な配置状態を明確にすることができる。この場合はx軸の任意の一定区間長に存在する繊維先端数の期待値は常に一定である。これは各繊維が一定の統計的性質に従って一様に配置しているからで、一定区間長内の繊維先端数の期待値は区間長に比例する。そして単位長区間内の繊維先端数の期待値 n がこ

の場合の繊維先端密度関数になる。

次にこの繊維配置を行なう人が、初めの r 本を間隔 ε_A のつもりで、また次の r 本を間隔 ε_B のつもりで配列したとしよう。しかし実際はやはり操作誤差のため初めの r 本の繊維先端間隔の平均値は $\bar{\varepsilon}_A$ 、後の r 本については $\bar{\varepsilon}_B$ で、それぞれの ε の値はばらついていたとする。この場合も初めの r 本の区間内についてはその区間内の任意の小区間をとっても単位長あたりの繊維先端数の期待値は等しく ($=n_A$ とする) また後の r 本の区間内についても等しい ($=n_B$ とする)。つまり区間 $x_1 \sim x_r$ については繊維先端密度関数は n_A 、次の $x_r \sim x_{2r}$ の区間については n_B となり、次のように全体の繊維先端密度関数は

$$n(x) = \begin{cases} n_A & x_1 < x < x_r \\ n_B & x_r < x < x_{2r} \end{cases} \quad \dots\dots\dots (13)$$

また

$$n_A = \frac{1}{\varepsilon_A}, \quad n_B = \frac{1}{\varepsilon_B}$$

となり、これを図示したのが第 10 図である。

(第 10 図) 繊維先端密度関数

このように $x_1 \sim x_r$ 、および $x_r \sim x_{2r}$ のそれぞれの区間において繊維先端は配置操作の誤差に基くばらつきを示すがこれはいずれも前記 (b) の定義によって規定される雑音的な成分と考え、これを切り離して配置者の意志によって生じた n_A 、 n_B を信号成分と考えると、この信号成分が繊維先端密度関数によって明瞭に表現されるのである。

いま n_A 、 n_B を配置者の意志によるものとしたが、これは機械的な原因、たとえばドラフトローラの偏心によるニップ点振動等であってもさしかえない。また繊維先端密度関数 $n(x)$ は任意の関数形をとることができる。ただし、たとえば $x_1 \sim x_{2r}$ の区間内にとった x_A 、 x_B 2 点間に存在する繊維先端数の確実な数は繊維先端密度関数からは求めることはできず、これを求めるには (a) で定義した繊維先端密度が必要である。しかしそ

(第 11 図) 繊維先端数の期待値

の期待値 $E\{n_{x_A, x_B}\}$ は

$$E\{n_{x_A, x_B}\} = \int_{x_A}^{x_B} n(x) dx \quad \dots\dots\dots (14)$$

として求め、これは第 11 図の斜線の面積に等しい。

3. 繊維先端配置とスライバ太さとの関係

本研究ではスライバを構成する単繊維は一直線に伸びており、スライバ軸に平行に配置されているものとし、また単繊維はその先端から後端まで一様な太さを有するものと仮定する。理論的な解析にはこれらの仮定は必ずしも必要でなく、たとえば単繊維がどのように曲っていても、またその太さが繊維の先端付近と後端付近とで異なってもさしかえないのであるが、スライバの基本的な性格をつかむうえに上記の仮定を設ける方がむしろ適当と思われるし、また現実のスライバにおいてもこの仮定がほとんど満足される場合が多いので理論解析をいたずらにはん雑化することを避ける意味からも以下ではこの仮定に基づくことにする。

(a) スライバの太さ

ここでは、平行な短繊維群で構成された長い繊維束をスライバとよぶことにする。スライバの太さは普通一定重量の長さで定義されているが、この定義は本来、長いスライバ長にわたる平均値を示す定義法であり、スライバむらやドラフトの研究にはスライバの任意の点の断面太さを規定する必要がある。そこでまずスライバの太さをその単位長あたりの重量で定義することにし、いままっすぐなスライバの軸にとった x 軸上の x の位置におけるスライバ太さ $S(x)$ は、 x と $x + dx$ の区間のスライバ重量を ΔM とすると次式で与えられるものと定義する。

$$S(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta M}{\Delta x} \quad \dots\dots\dots (15)$$

たとえばスライバ軸上 x_1 から x_2 までの区間のスライバ重量 M_{x_1, x_2} は

$$M_{x_1, x_2} = \int_{x_1}^{x_2} S(x) dx \quad \dots\dots\dots (16)$$

として与えられる。また横軸に x 、縦軸に $S(x)$ をとると、いわゆるスライバむら曲線が得られる。 $S(x)$ の単位としては d 単位等の実用単位をとることもできるが、太さの平均値のみを実用単位で呼称し、太さの変動分を平均値からの%偏差によって表示する場合が多い。

(b) 単繊維を表現する等価関数、およびこの等価関数を用いたスライバの等価関数

(第12図) スライバ内の単繊維とその等価関数

第12図(a)においてスライバ内部の1本の単繊維を考える。この単繊維の太さを a_i 、長さを l_i とし、その先端が x 軸上 x_i の位置にあるとき、この単繊維がスライバ太さ $S(x)$ に影響するのは x 軸上 x_i から $x_i + l_i$ までの区間である。そしてこの区間で a_i (＝単繊維の太さ) だけスライバ太さを増加させる。この関係を図示したのが第12図(b)で、図のようにこの単繊維の存在がスライバの太さに与える影響を高さ a_i 、持続長 l_i の矩形インパルスで等価的に置き換えることができる。すなわちこの矩形インパルスによってスライバ内の1本の単繊維の位置、太さ、長さが決定されるわけで、いまこの矩形インパルス表現する関数を $f(x)$ とすると、 $f(x)$ は次のように表わされる。

$$f(x) = a_i u_i(x) \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここで a_i は単繊維の太さで、 $u_i(x)$ は次式で定義される高さ1の矩形インパルスである。

$$u_i(x) = \begin{cases} 0 & x_i > x, x_i + l_i < x \text{ のとき} \\ 1 & x_i < x < x_i + l_i \text{ のとき} \end{cases} \quad \dots\dots\dots (18)$$

$x_i = 0$ の場合、すなわち $x = 0$ に立ち上がり点を持つ単位矩形インパルスを特に $u(x)$ とすると

$$u_i(x) = u(x - x_i) \quad \dots\dots\dots (19)$$

になる。

スライバを理論的かつ解析的に扱うためにはまず単繊維で構成されたスライバを数学的に組み立てて、その断面太さを x の関数で表示する必要がある。(17)式

で単繊維の等価関数を設定したが、スライバは単繊維の集合体であるから、スライバの太さは単繊維の等価関数

(17)式の集合関数として与えることができる。これらに関しては別報で記述したので詳細は省略するが、第13図のようにスライバの太さは

$$S(x) = \sum_{i=-m}^m a_i u_i(x) \quad \dots\dots\dots (20)$$

m : 正の整数

として表わされ、 $S(x)$ をこのように数学的等価モデルで表現した場合、特にこの $S(x)$ をスライバ関数と称することにする。

(第13図) スライバの等価的構成

(c) 繊維先端密度とスライバ太さの関係

まず、さきに定義した繊維先端密度 $n_d(x)$ とスライバ関数 $S(x)$ との関係を求める。

いま線形の伝達要素を考え、その要素の伝達関数を $W(s)$ としよう。よく知られているように、この伝達系に対する入力 $f_I(x)$ と出力 $f_O(x)$ の間にはそれぞれの関数のラプラス変換を

$$\left. \begin{aligned} f_I(s) &\subset f_I(x) \\ f_O(s) &\subset f_O(x) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (21)$$

とすると

$$f_O(s) = f_I(s) \cdot W(s) \quad \dots\dots\dots (22)$$

の関係がある。いま1本の単繊維(太さ a 、長さ l)を考え、その先端は x_i にあってこの先端にのみ関しては繊維先端密度 $n_d(x)$ は $a\delta(x - x_i)$ となり第14図(b)の左図のようになるが、この関数を入力 $f_I(0)$ としたとき、出力 $f_O(x)$ が同図右のようにその単繊維の等価関数である矩形インパルスになるような伝達要素 $W(s)$ を求めると繊維先端密度とスライバ太さが(22)式の関係で対応がつけられる。すなわち第14図(c)のように delta 関数列の繊維先端密度が $W(s)$ を通過後それぞれの delta 関数に対応する矩形インパルス群の和となつて数学的にスライバを構成し、スライバ太さ $S(x)$ を与え

(第14図) 繊維先端密度からスライバ太さへの変換

るからである。

この要素の伝達関数 $W(s)$ は、入力が次のように $x=0$ に対し x_i だけ遅れた delta 関数

$$f_I(x) = \delta(x - x_i) \quad \dots\dots\dots (23)$$

である場合、出力も x_i だけ遅れた矩形インパルスであるべきだから $W(s)$ は $x=0$ から始まる矩形インパルスのラプラス像関数になる。

すなわち

$$f_I(s) = L[\delta(x - x_i)] = e^{-s x_i} \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$f_0(s) = L[u(x - x_i)] = \frac{a}{s} (1 - e^{-s l}) \cdot e^{-s x_i} \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$\therefore W(s) = \frac{f_0(s)}{f_I(s)} = \frac{a}{s} (1 - e^{-s l}) \quad \dots\dots\dots (26)$$

単繊維の太さがその繊維の先端から後端に至る間で一様でなく、一般に任意の形状をとっても、その場合は矩形インパルスに代ってその形状を表わす関数をラプラス変換すれば $W(s)$ が得られるのであるが、始めに述べた理由によって本研究では単繊維を矩形インパルスに等置換して解析を進める。

ここで (26) 式からわかるように伝達関数 $W(s)$ は単繊維の太さ a 、長さ l をパラメータに含んでいる。したがって a 、 l とも各単繊維について等しい場合はもちろん問題はないが、それらが各単繊維によって異なった値をとるとき、それぞれの先端を与える delta 関数形入力がこの伝達要素に入るたびにその繊維の太さと長さに応じてパラメータを変えなければならない。したがってこのような場合は繊維先端密度をスライバ太さ $S(x)$ に変換する伝達関数として $W(s)$ は非線型の性質を有することになる。しかし、こうした変換を必要とするような実際例では入力として繊維先端密度よりも、後述するよう

に線型の取扱いができる繊維先端密度関数を使用する場合が多いので解析上困難を生ずることはない。

(d) 繊維先端間隔分布関数とスライバ太さとの関係

繊維配置が繊維先端間隔分布関数 $P(\varepsilon)$ によって統計的に規定されている場合、この配置に対応するスライバ太さも当然、統計的にしかつかむことはできない。これについてはすでに別報で扱っている¹⁾ので、ここでは省略するが、結果のみを示すと次のとおりである。

スライバむらのスペクトラム $X(p)$ は

$$X(p) = \frac{a^2}{\varepsilon \pi^2} \left\{ 1 - \operatorname{Re} \cdot z \left(\frac{2\pi}{p} \right) + \left(1 - z \left(\frac{2\pi}{p} \right) \right) \left(1 - z^* \left(\frac{2\pi}{p} \right) \right)^{\frac{\phi \left(\frac{2\pi}{p} \right) - \phi^2 \left(\frac{2\pi}{p} \right) - \psi^2 \left(\frac{2\pi}{p} \right)}{\left(1 - \phi \left(\frac{2\pi}{p} \right) \right)^2 + \psi^2 \left(\frac{2\pi}{p} \right)}} \right\} \quad \dots\dots\dots (27)$$

ただし $p = \text{波長}$, $\frac{2\pi}{p} = \omega$ として

$$z(\omega) = \int_0^\infty P(l) e^{-j\omega l} dl \quad \dots\dots\dots (28)$$

$$K(\omega) = \phi(\omega) + j \psi(\omega)$$

$$= \int_0^\infty P(\varepsilon) e^{-j\omega \varepsilon} d\varepsilon \quad \dots\dots\dots (29)$$

であり、ここで

$P(l)$: 繊維長分布関数

$P(\varepsilon)$: 繊維先端間隔分布関数

$\bar{\varepsilon}$: 平均繊維先端間隔

a : 平均繊維太さ

記号 $*$: complex conjugate を示す。

記号 Re : real part を示す。

(e) 繊維先端密度関数とスライバ太さの関係

定義により繊維先端密度関数は単繊維の1本ずつの確定した位置を決めるものでなく、繊維先端配置の期待値を与える関数であるから、これに対応するスライバ太さも期待値で与えられる。すなわちこの場合のスライバ関数 $S(x)$ は期待値 $E\{S(x)\}$ になるが、以下でこれと繊維先端密度関数 $n(x)$ との関係を検討する。

いま、太さ a 、長さ l の単繊維群から構成されたスライバについて、まず a 、 l は各繊維について一定値をとる場合を考える。このスライバの繊維先端密度関数 $n(x)$ が第15図(a)のように与えられているものとし、 x を微小間隔 Δx で等間隔に分割して左から x_i 、 x_{i+1} 、…とし、また $x > 0$ とする。

x_i 、 $x_{i+\Delta x}$ の区間に存在する繊維先端数の期待値は定義により $n(x_i) \Delta x$ になる。いまこの Δx 区間の入力

(第15図) 繊維先端密度関数からスライバ太さへの誘導

に対応する出力として第15図(b)に示したように x_i に始まり、 $n(x_i) \Delta x$ 本分に等しい太さを有する単繊維の等価関数

$$a \cdot n(x_i) \cdot \Delta x \cdot u(x - x_i) \quad \dots\dots\dots (30)$$

(第16図) $u(x)$

で置き換える。ここで $u(x)$ とは第16図に示したように $x=0$ に始まる長さ l 、高さ1の単位矩形インパルスを与える関数で(18)式で示されている。同様に $x_{i+1} + \Delta x$ の区間についても

$$a \cdot n(x_{i+1}) \cdot \Delta x \cdot u(x - x_{i+1}) \quad \dots\dots\dots (31)$$

の矩形波で置き換える。以下同様である。(第15図b)このとき繊維先端密度関数 $n(x)$ の入力に対し、出力のスライバ太さの期待値 $E\{S(x_i)\}$ は次のように矩形インパルスの和になる。

$$E\{S(x_i)\} = \sum_{i=1}^{\infty} a n(x_i) \Delta x u(x - x_i) \quad \dots\dots\dots (32)$$

いま(32)式で $\Delta x \rightarrow 0$ とすると

$$E\{S(x)\} = a \int_0^l u(x - \xi) n(\xi) d(\xi) \quad \dots\dots\dots (33)$$

この式は $u(x)$ を重み関数とし、入力 $n(x)$ に対する出力 $E\{S(x)\}$ を与える線型方程式である。いま $au(x)$ 、 $n(x)$ 、 $E\{S(x)\}$ の各ラプラス像関数を

$$\left. \begin{aligned} au(x) &\supset W(s) \\ n(x) &\supset n(s) \\ E\{S(x)\} &\supset E\{S(s)\} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (34)$$

とすると、ジュアメル定理から

$$E\{S(s)\} = W(s) \cdot n(s)$$

となり、 $u(x)$ は矩形インパルスであるから

$$W(s) = \frac{a}{s} (1 - e^{-sl}) \quad \dots\dots\dots (35)$$

したがってスライバ太さの期待値 $E\{S(x)\}$ と繊維先端密度関数 $n(x)$ との間にはそれぞれのラプラス像関数において

$$E\{S(s)\} = \frac{a}{s} (1 - e^{-sl}) \cdot n(s) \quad \dots\dots\dots (36)$$

の対応がつく。

次に異なった太さや長さの単繊維が太さや長さに関係にまじってスライバを構成している場合は、単繊維の太さ a の分布関数を $P(a)$ 、繊維長分布関数を $P(l)$ とすると(36)式から

$$\begin{aligned} E\{S(s)\} &= \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} P(a) P(l) \frac{a}{s} (1 - e^{-sl}) n(s) dl da \\ &= \frac{\bar{a}}{s} (1 - Z(s)) n(s) \quad \dots\dots\dots (37) \end{aligned}$$

ただし $\bar{a}$: a の平均値、また

$$Z(s) = \int_0^{\infty} P(l) e^{-sl} dl \quad \dots\dots\dots (38)$$

すなわち繊維先端密度関数 $n(x)$ とスライバ太さ $S(x)$ との間の関係は第17図のように

(第17図) 繊維先端密度関数からスライバ太さへの変換

$$W(s) = \frac{\bar{a}}{s} (1 - Z(s)) \quad \dots\dots\dots (39)$$

の伝達関数を有する伝達要素を隔てて入力と出力との関係におくことができる。

繊維先端数が非常に多く、また各繊維が繊維長や太さとは無関係にまじっていると仮定すると、スライバ太さ $S(x)$ とその期待値 $E\{S(x)\}$ は近似的に等しいと考え

(第1表)

ステークダイヤグラム	繊維長分布関数 $P(l)$	$Z(s)$	$W(s)$ $G(s)$
		e^{-sL}	$\frac{a}{s} (1 - e^{-sL})$, $\frac{1}{sL} (1 - e^{-sL})$
		$\frac{1}{sL_m} (1 - e^{-sL_m})$	$\frac{a}{s} \left\{ \frac{1}{sL_m} (1 - e^{-sL_m}) \right\}$, $\frac{1}{sL} \left\{ \frac{1}{sL_m} (1 - e^{-sL_m}) \right\}$
		$\frac{1}{(\frac{L}{2}s + 1)^2}$	$\frac{aL(\frac{L}{2}s + 1)}{(\frac{L}{2}s + 1)^2}$, $\frac{(\frac{L}{2}s + 1)}{(\frac{L}{2}s + 1)^2}$

ただし a : 平均繊維太さ L : 平均繊維長

られる。(37) 式の関係は応用上重要であるから、2、3 のステーブルダイアグラムの $P(l)$, $Z(s)$, $W(s)$ を計算して第1表に掲げた。ただし表で a は平均繊維太さとする。

4. 計 算 例

繊維先端密度や繊維先端密度関数などがスライバ太さと数学的にどのような対応がつくかを明らかにしてきた。そしてこうした解析手法が実際のドラフト問題の解析にどのように役立つかという点については順次明らかにする予定であるが、ここではまず繊維先端密度や繊維先端密度関数の使用法を簡単な例について示すことにする。

(a) 繊維先端密度の使用例

従来から使用されてきた“繊維先端密度”を数学的に厳密に定義すると、従来の定義に含まれていた意味とはかなり異なるものになり、従来の意味は繊維先端密度関数に包括されていることはすでに記述したとおりである。そして実際のドラフトに関する問題の解析には繊維先端密度関数を使用する場合が非常に多く、本研究で定義した繊維先端密度 $n_d(x)$ はほとんど使用されないのであるが、前述のように $n_d(x)$ は繊維の確実な位置を与える関数でありスライバの構造に関する研究などにも応用することができる。一例としてランダムスライバのむらのスペクトル密度関数の誘導に使用してみる。

よく知られるように伝達関数 $W(s)$ で表わされる伝達系に $Y_I(\omega)$ なるスペクトル密度を有する定常不規則入力に加わったとき、出力のスペクトル密度 $Y_0(\omega)$ は $s=j\omega$ として

$$Y_0(\omega) = Y_I(\omega) |W(j\omega)|^2 \quad \dots\dots\dots (40)$$

で求まる。さて繊維先端密度 $n_d(x)$ をスライバ太さ $S(x)$ に変換する伝達関数はすでに (26) 式で導いたように

$$W(s) = \frac{a}{s} (1 - e^{-sL}) \quad \dots\dots\dots (41)$$

である。ただし a は一定、繊維長 l も一定値 L を有すると仮定する。

いま $W(s)$ の伝達系への入力信号としてランダムスライバの繊維先端密度 $n_d(x)$ を与えると、これに対する出力としてランダムスライバのスライバ関数 $S(x)$ が得られる。そこで繊維先端密度 $n_d(x)$ のスペクトル密度関数を $Y_I(\omega)$ 、ランダムスライバむらのそれを $Y_0(\omega)$ とすると (40) 式の関数が成立する。したがっ

てランダムスライバむらのスペクトル密度関数を知るには同じくその繊維先端密度 $n_d(x)$ のスペクトル密度関数がわかればよいことになる。繊維先端密度 $n_d(x)$ は (7) 式で導いたように delta 関数の集合関数として表わされ

$$n_d(x) = \sum \delta(x - x_i) \quad \dots\dots\dots (42)$$

とする。いま、繊維先端配置が統計的であり、繊維先端間隔分布関数 $P(\varepsilon)$ で規定されているスライバにおいての繊維先端密度 $n_d(x)$ のスペクトル密度 $Y(\omega)$ をまず求める。

(42) 式で $i = -m \sim m$ にとり、定義に従い $n_d(x)$ のフーリエ変換 $A(\omega)$ は

$$\begin{aligned} A(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=-m}^m \delta(x - x_i) e^{-j\omega x} dx \\ &= \sum_{i=-m}^m e^{-j\omega x_i} \end{aligned}$$

スペクトル密度関数は

$$\begin{aligned} Y(\omega) &= \lim_{X \rightarrow \infty} \frac{1}{X} |A(\omega)|^2 \\ &= \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{\varepsilon m} \sum_{i=-m+1}^m \sum_{k=-m+1}^m e^{-j\omega x_i} e^{-j\omega x_k} \\ &\quad (i, k = 0, 1, 2, \dots) \\ &= \frac{2}{\varepsilon} \left[\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{2m} \sum e^{-j\omega(x_i - x_k)} \right] \quad \dots (43) \end{aligned}$$

いま

$$K(\omega) = \int_0^\infty P(\varepsilon) e^{-j\omega \varepsilon} d\varepsilon$$

とすると (43) 式は

$$Y(\omega) = \frac{2}{\varepsilon} \left\{ 1 + 2 \operatorname{Re} \cdot \sum_{\ell=1}^{\infty} (K(\omega))^\ell \right\} \quad \dots\dots\dots (44)$$

となるが、ランダムスライバにおいてはすでに別報¹⁾で解析したように (44) 式右辺 $\{ \}$ 内は 1 になり

$$Y(\omega) = \frac{2}{\varepsilon} \quad \dots\dots\dots (45)$$

となる。これを $Y_I(\omega)$ として (40) 式に代入すると

$$\begin{aligned} Y_0(\omega) &= \frac{2}{\varepsilon} |W(j\omega)|^2 \\ &= \frac{4a^2}{\varepsilon \omega^2} (1 - \cos L\omega) \quad \dots\dots\dots (46) \end{aligned}$$

として求まる。

なお、このように統計的な繊維配置に対応するスライバむらの性格についてはさらに一般的な場合を繊維先端間隔分布関数から誘導することができることは既報¹⁾のとおりである。

(b) 繊維先端密度関数の使用例

等長繊維の場合を例にして繊維先端密度関数 $n(x)$ の簡単な例について、 $n(x)$ に対応する $E\{S(x)\}$ を求める。

いま単繊維の太さの平均値を a 、繊維長を L とし、 $n(x)$ として

$$n(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases} \dots\dots\dots (47)$$

の階段状関数を考える。すなわち $x=0$ において $n(x)$ は急に 0 から 1 へ階段状に変化をする場合である。これを第 18 図 (a) に示した。また

(第 18 図) (a) 繊維先端密度関数
(b) (a) 図の入力に対するスライバ太さの過渡応答 (等長繊維の場合)
(c) 同上 (3 角形ステープル ダイアグラムの場合)

$$n(x) \rightarrow \frac{1}{s}$$

であり、第 1 表から

$$W(s) = \frac{a}{s} (1 - e^{-sL})$$

であるから

$$E\{S(s)\} = \frac{1}{s} \cdot \frac{a}{s} (1 - e^{-sL}) \dots\dots\dots (48)$$

$E\{S(x)\}$ は (48) 式をラプラス逆変換して得られるがこれを第 18 図 (b) に示した。すなわち $x=0$ から $x=L$ までは直線的に上昇し、 $x=L$ において $E\{S(x)\} = aL$ になり以後その値を持続する。

以上は等長繊維の場合であるが、繊維長分布が異なると $S(x)$ はもちろん異なった応答を示す。たとえば 3 角形ステープルダイアグラムについて検討すると、最大繊維長 L_m 、平均繊維長を L として第 1 表を利用し

$$E\{S(x)\} = L^{-1} \left[\frac{1}{s} \left\{ \frac{a}{s} \left(1 - \frac{1}{SL_m} (1 - e^{-Lms}) \right) \right\} \right] \dots\dots\dots (49)$$

これを第 18 図 (c) に図示した。

以上の関係は $n(x)$ がきわめて簡単な関数形の場合であるから幾何学的にも容易に導くことができ、従来からもドラフト曲線などによばれて誘導されている。理想ドラフトではフロントニップ点において第 18 図 (a) のように急に繊維先端密度関数が変化するので上例の関係があてはまるわけである。

次に、たとえばドラフトローラに偏心などがあって繊維先端密度関数 $n(x)$ が正弦波状に変化する場合、スライバ太さにはどのようにその影響が現われるのか計算してみる。

一例として繊維長 L の等長繊維において繊維先端密度関数 $n(x)$ が次式で与えられる場合を検討する。

$$n(x) = C + B \sin \omega x \dots\dots\dots (50)$$

ただし $\omega = 2\pi/p$ (p : 波長)、また $C > B$ でいずれも定数とする。

定常状態において式右辺第 1 項に対応するスライバ太さは前例によって CaL となり、また同第 2 項については伝達関数 $W(s)$ の周波数特性を検討すればよく、すなわち $s \rightarrow j\omega$ として

$$W(j\omega) = \frac{a}{j\omega} (1 - e^{-j\omega L})$$

から

$$|W(j\omega)| = \frac{2a}{\omega} \left| \sin \frac{L\omega}{2} \right| \dots\dots\dots (51)$$

$$\angle W(j\omega) = \tan^{-1} \frac{\cos L\omega - 1}{\sin L\omega}$$

であるから

$$E\{S(x)\} = CaL + B \frac{2a}{\omega} \left| \sin \frac{L\omega}{2} \right| \sin(\omega x + \alpha)$$

ただし

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{\cos L\omega - 1}{\sin L\omega}$$

または $\omega = 2\pi/p$ を代入すると

$$E\{S(x)\} = AaL + B \frac{pa}{\pi} \left| \sin \frac{L\pi}{p} \right| \sin \left(\frac{2\pi}{p} x + \alpha \right) \dots\dots\dots (52)$$

すなわち繊維先端密度関数 $n'(x)$ が正弦波状変化をする場合、スライバ太さに現われる影響は正弦波状変化の波長 p によって異なることがわかる。 p が小さくなると太さむらへの影響は全くなってしまうことになる。いま $n(x)$ 、 $S(x)$ の単位をいずれもそれぞれの平均値に対する偏差率 (%) でとったとき、 $n(x)$ の振幅に対する $S(x)$ の振幅減衰比を波長 p についてプロットしたのが第 19 図である。

同様に三角形ステープルダイアグラムの場合を計算すると

(第19図) 正弦波入力に対する出力の振幅減衰比

$$|W(j\omega)| = \frac{ap^2}{4\pi^2 L_m} \times \sqrt{\left(1 - \cos \frac{2\pi L_m}{p}\right)^2 + \left(\sin \frac{2\pi L_m}{p} - \frac{2\pi L_m}{p}\right)^2}$$

$$\angle W(j\omega) = \tan^{-1} \frac{\sin L_m \omega - L_m \omega}{1 - \cos L_m \omega} \quad \dots\dots\dots (53)$$

この場合の $S(x)$ の振幅減衰比を第19図の点線で示した。

以上述べてきた例はいずれもきわめて簡単な場合であって、他の方法、たとえば幾何学的方法によっても容易に導くことができるのであるが、ここで用いている方法は直接的にも間接的にも幾何学的なモデルを全く必要としないし、またこのために後報で述べるように従来の幾何学的な概念に基いていた方法では解析不能であったような現実の複雑なドラフト過程の理論的な解析がきわめて容易になるのである。

5. 繊維先端密度関数の単位および特殊な場合の例

定義のように繊維先端密度関数 $n(x)$ は繊維先端の配置密度、すなわち繊維先端の存在確率を示すもので、一般に全スライバ長にわたって値を有する関数である。その単位の「繊維先端数/スライバ単位長」の意味は、たとえば時刻 t における瞬間速度 $v(t)$ を km/hr で表示するのと同意味である。このような繊維先端密度関数の基本的な性質をさらに明確にするため、次のような場合を検討してみる。

繊維長 L 、太さ a の繊維からなる太さ A のスライバにおいて、各単繊維が均等に、もしくはランダムに配置されている場合を考える。

この場合は明らかに

$$n(x) = k \quad (k: \text{一定値})$$

いま $x=0$ において $n(x)=k$ の入力が要素 $W(s)$ に加えられたとして、その出力 $E\{S(x)\}$ すなわちスライバ太さは (48) 式から、等長繊維の場合

$$E\{S(x)\} = L^{-1} \left[k \frac{a}{s^2} (1 - e^{-sL}) \right] \quad \dots\dots\dots (54)$$

が得られる。第18図(b)に示したように過渡状態を過ぎると $S(x)$ の期待値は一定値をとるがその値は

$$\lim_{x \rightarrow \infty} E\{S(x)\} = \lim_{s \rightarrow 0} S \cdot \frac{ak}{s^2} (1 - e^{-sL})$$

$$= k a L \quad \dots\dots\dots (55)$$

になる。このスライバの太さは A で与えられているから

$$A = k a L$$

$$\therefore k = \frac{A}{aL} \quad \dots\dots\dots (56)$$

となり、スライバの平均断面繊維本数を N とすると

$$N = \frac{A}{a}$$

であるから

$$k = \frac{N}{L}$$

すなわちスライバが一定の太さ A (期待値において) をとる場合、そのスライバの繊維先端密度関数 $n(x)$ も一定値をとり

$$n(x) = \frac{N}{L} = \frac{A}{aL} \quad \dots\dots\dots (56)$$

である。等長繊維でない場合や、単繊維の太さが異なる場合は L 、 a をそれぞれ平均繊維長および単繊維太さの平均値にとればよい。

なお、 $n(x)$ の単位について $n(x)$ の変化分のみを問題にする場合、またスライバ太さの変化分のみを問題にする場合は $n(x)$ の単位として平均値 $\overline{n(x)}$ に対する偏差率 (%) を単位にとると便利なが多い。もちろんこの場合はスライバ太さもその平均値に対する偏差率を単位にとるのが便利である。これによって $n(x)$ も $S(x)$ も無次元化されて取扱いが便利になる場合が多いが、この場合は前述した $n(x)$ を $S(x)$ に変換する伝達関数 $W(s)$ も少し異なった形になり、これを $G(s)$ とし、 $W(s)$ と区別して第1表に掲げてある。

6. 結 言

紡績工程は単繊維の集合体からなるスライバという特殊な構造体を扱うので理論的な解析にも種々の困難が生じていたが、この難点を解消し、紡績理論の新しい発展を可能にするための解析的な手法を検討してみた。

まず繊維の配置を数学的に厳密に規定する必要があるので、繊維先端密度 $n_a(x)$ 、繊維先端間隔分布関数 $P(\varepsilon)$ 、繊維先端密度関数 $n(x)$ の3種を定義し、次にこれらの定義によって規定される繊維配置から、その配置

に対応するスライバ太さを簡単に導くことができる数学的な関係をみつけることができた。

この結果，たとえばドラフト作用はすなわち繊維配置を変化させる作用であるが，配置変化によってスライバ太さはどのように変化するかという問題がまったく解析的に導けるわけで，このために従来のような古典的な幾何学的概念は少しも必要としないので解析可能の範囲が非常に広がり，後報で述べるように，たとえば従来から発展してきたスライバの構造に関する統計理論を具体的にドラフト理論へ導入できるし，また過渡現象理論の導

入も可能になって，ドラフトに関する問題の解析がより一層現実的になる可能性が考えられる。

本研究は昭和 35 年 5 月，本会第 13 回年次大会において第 1 報，第 2 報にわたって発表したものである。なお内容の一部は昭和 34 年 9 月本会主催の“繊維工業におけるオートメーション シンポジウム”において発表した。

文 献

- 1) 藤野，川端；本誌，11，p. 11，11，p. 156，11，p. 373 (1958-1，3，6)