製織過程における織物の変形に関する研究*

(第1報) 耳 曲 線

(昭和37年7月11日受理) 会 員 沢 木 汀 二**

堀 江 勤 之 助

→ 摘 要 ←

目 的

製織過程において、たて糸の張力むら、織機の調整不良による織物の不同変形は、織物の品質に悪い影響をおよぼすと考えられる。本報では織物の変形状況を表わす耳曲線について理論的に種々検討しようとする。

成 果

(1) 製織過程における織物の変形状況を表わす耳曲線について、その曲線の解析を行なった結果

i) よこ糸張力を F 、たて糸張力を T としたとき

$$F = \frac{KT}{x^n + 1} \dots\dots\dots (1)$$

の関係が成立し

ii) 耳曲線は

$$\frac{dy}{dx} = -\int \frac{K}{x^n + 1} dx + C_1 \dots\dots\dots (2)$$

と表示することができる。ただし $C_1 = \tan \theta$

(2) 織物の耳曲線は、 K 、 n および θ をパラメータとして、各種織物の耳に適用することが可能である。

(3) テンプルのリングの傾き度に関し理論的資料を提示することができた。

1. 緒 言

製織過程におけるたて糸張力むら、織機調整不良などにもとづき、織物の構造の変形が不同であれば、織物の品質に悪い影響をおよぼすと考えられる。本研究は織物の変形状況を究明するのを目的とし、本報はとくに耳曲線について検討を行なった。もしも、耳曲線が不良のときは、不良変形を意味し、織物の品質を悪くする。また、織物の耳曲線がある方程式にて表わされれば、テンブルのリングの角度が決定されることになり、テンブルのリングの針による織物のきずを減少させることができる。すなわち、テンブルきずの原因は、針の先端損傷、針の長さおよび太さの不同によるもの、テンブルケースとバーレルの位置によるもの、ケースの下端部と布面の摩擦などあげられる。とくに、テンブルの針から布を

安全に離脱させてきずを防ぐことが重要となる。織物の耳曲線のテンブルとなす角度とテンブルのリングの角度が一致していれば、織物がテンブルの針から安全離脱が可能であると考えられる。テンブルきずを減少させる一つ的手段として耳曲線が、どのような形状であるか究明することにより、テンブルのリングの傾き度が決定されることになる。本報ではこれらの見地から耳曲線の究明を行なった。

2. 耳曲線とテンブルのリング傾き度について

製織過程における耳曲線は織物の種類により異なる。すなわち、綿織物、毛織物および合織織物によって異なっている。また、糸の番手、組織などによって異なりとともに、織物の幅、織機の型にも作用されるものと考え

* Deformation of Fabrics During Weaving. Part 1: Selvage Curve.

** T. Sawaki, K. Horie, Member, 名古屋工業大学

られる。第1図および第2図は、製織過程における耳曲線の写真である。第1図は綿織物でたて糸 40s/2、よこ糸 20s の平織物で、44 in 阪本織機における耳曲線を示す。第2図は毛織物で、たて糸 28s/2、よこ糸 33s/2 の変化毛織

(第 1 図)

(第 2 図)

物で、おさ幅 70 in 毛織機の耳曲線を示す。織物の下の区劃線は 10 mm × 10 mm で画かれた紙面を示し縮尺を表わす。テンプルのリングの傾き度の理想角は第3図において α_7 (ただし、第7番目のリング角を示す) は耳曲線のなす角度 θ とすると $\tan \theta = \tan \alpha_7$ すなわち、 $\theta = \alpha_7$ なるときの傾き度 α_7 は織布が変形しながらテンプルより離脱するとき耳曲線のなす角と一致するので針が織物より抜けやすくなる。 $\tan \theta$ は耳曲線により決定されるので、耳曲線の一般方程式化が必要となる。

(第 3 図)

3. 耳曲線の理論的解析

織物の組織、糸の番手、糸の種類、おさ幅など各種の要因によって耳曲線は異なるのは当然である。いま、この耳曲線を一般式で表わすために、つぎのような、よこ糸張力とたて糸張力との間の関係式を設ける。

$$F = \frac{KT}{x^{n+1}} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 F はよこ糸張力、 T はたて糸張力、 K は張力係数、 x は織物構成後のたて方向の変位、 n は $n \geq 1$ の整数とする。いま、 $x=0$ のときは、(1) 式 $F=KT$ となり、よこ糸とたて糸の張力比を表わす式となる。また、 $x=\infty$ のときは $F=0$ となり、よこ糸張力 0 となる。 x が極値をとるときは、たて糸およびよこ糸張力の関係はよく実際の場合に一致する。ほかにも仮定式はたてられるがこの式がもっともよく実際と一致する。

第4図において0を原点として、 y 軸をよこ糸方向とすると

(第 4 図)

$$Fdx + T \frac{dy}{dx} dx + T \frac{d^2y}{dx^2} dx = T \frac{dy}{dx} dx$$

となり

$$\therefore Fdx = -T \frac{d^2y}{dx^2} dx \quad \dots\dots\dots (2)$$

が成立する。

(2) 式に (1) 式を代入すると

$$\frac{KT}{x^n+1} dx = -T \frac{d^2y}{dx^2} dx$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{K}{x^n+1}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = -K \int \frac{dx}{x^n+1} + C_1 \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし, $C_1 = \tan \theta$

(3) 式は耳曲線を表わす方程式である。(3) 式の一般解を求めるとつぎのようになる。ただし, $-K=1$ として解く。

(i) $n=2m-1$ のとき

$$\frac{dy}{dx} = \int \frac{1}{x^n+1} dx + C_1$$

$$= \frac{1}{2m-1} \log(x+1) - \frac{1}{2m-1} \sum_{k=1}^{m-1} \left\{ \cos \frac{2k-1}{2m-1} \pi \cdot \right.$$

$$\log(x^2 - 2x \cos \frac{2k-1}{2m-1} \pi + 1) - 2 \sin \frac{2k-1}{2m-1} \pi \cdot$$

$$\tan^{-1} \left\{ (x - \cos \frac{2k-1}{2m-1} \pi) / \sin \frac{2k-1}{2m-1} \pi \right\} \Bigg\} + C_1$$

$$\therefore y = \frac{1}{2m-1} \underbrace{\int \log(x+1) dx}_{①} - \frac{1}{2m-1} \sum_{k=1}^{m-1} \left\{ \cos \frac{2k-1}{2m-1} \pi \cdot \right.$$

$$\underbrace{\int \log(x^2 - 2x \cos \frac{2k-1}{2m-1} \pi + 1) dx}_{②} - 2 \sin \frac{2k-1}{2m-1} \pi \cdot$$

$$\underbrace{\int \tan^{-1} \frac{x - \cos \frac{2k-1}{2m-1} \pi}{\sin \frac{2k-1}{2m-1} \pi} dx}_{③} \Bigg\} + C_1 x + C_2$$

となる。①, ②, ③ で示した部分を求める

$$①: \int \log(x+1) dx = (x+1) \log(x+1) - x$$

$$②: \int \log(x^2 - 2x \cos \frac{2k-1}{2m-1} \pi + 1) dx$$

$$= x \log(x^2 - 2x \cos \frac{2k-1}{2m-1} \pi + 1) - 2x - \cos \frac{2k-1}{2m-1} \pi$$

$$\log(x^2 - 2x \cos \frac{2k-1}{2m-1} \pi + 1) + 2 \sin \frac{2k-1}{2m-1} \pi \cdot$$

$$\tan^{-1} \frac{x - \cos \frac{2k-1}{2m-1} \pi}{\sin \frac{2k-1}{2m-1} \pi}$$

$$③: \int \tan^{-1} \frac{x - \cos \frac{2k-1}{2m-1} \pi}{\sin \frac{2k-1}{2m-1} \pi} dx$$

$$= x \tan^{-1} \frac{x - \cos \frac{2k-1}{2m-1} \pi}{\sin \frac{2k-1}{2m-1} \pi} - \frac{\sin \frac{2k-1}{2m-1} \pi}{2} \cdot$$

$$\log(x^2 - x \cos \frac{2k-1}{2m-1} \pi + 1) - \cos \frac{2k-1}{2m-1} \pi \cdot$$

$$\tan^{-1} \frac{x - \cos \frac{2k-1}{2m-1} \pi}{\sin \frac{2k-1}{2m-1} \pi}$$

ゆえに

$$y = \frac{1}{2m-1} \left\{ (x+1) \log(x+1) - x \right\} - \frac{1}{2m-1}$$

$$\sum_{k=1}^{m-1} \left\{ \cos \frac{2k-1}{2m-1} \pi \cdot \left\{ x \log(x^2 - 2x \cos \frac{2k-1}{2m-1} \pi \right. \right.$$

$$+ 1) - 2x - \cos \frac{2k-1}{2m-1} \pi \log(x^2 - 2x \cos \frac{2k-1}{2m-1} \pi$$

$$+ 1) + 2 \sin \frac{2k-1}{2m-1} \pi \cdot \tan^{-1} \frac{x - \cos \frac{2k-1}{2m-1} \pi}{\sin \frac{2k-1}{2m-1} \pi} \Bigg\}$$

$$- 2 \sin \frac{2k-1}{2m-1} \pi \cdot \left\{ x \tan^{-1} \frac{x - \cos \frac{2k-1}{2m-1} \pi}{\sin \frac{2k-1}{2m-1} \pi} \right.$$

$$- \frac{\sin \frac{2k-1}{2m-1} \pi}{2} \log(x^2 - x \cos \frac{2k-1}{2m-1} \pi + 1)$$

$$\left. - \cos \frac{2k-1}{2m-1} \pi \cdot \tan^{-1} \frac{x - \cos \frac{2k-1}{2m-1} \pi}{\sin \frac{2k-1}{2m-1} \pi} \right\} + C_1 x + C_2$$

(ii) $n=2m$ のときは

$$y = -\frac{1}{2m} \sum_{k=1}^m \cos \frac{2k-1}{2m} \pi \left\{ x \log(x^2 - 2x \cos \frac{2k-1}{2m} \pi \right.$$

$$+ 1) - 2x - \cos \frac{2k-1}{2m} \pi \log(x^2 - 2x \cos \frac{2k-1}{2m} \pi$$

$$+ 1) + 2 \sin \frac{2k-1}{2m} \pi \cdot \tan^{-1} \frac{x - \cos \frac{2k-1}{2m} \pi}{\sin \frac{2k-1}{2m} \pi} \Bigg\}$$

$$- 2 \sin \frac{2k-1}{2m} \pi \cdot \left\{ x \tan^{-1} \frac{x - \cos \frac{2k-1}{2m} \pi}{\sin \frac{2k-1}{2m} \pi} \right.$$

$$- \frac{\sin \frac{2k-1}{2m} \pi}{2} \log(x^2 - x \cos \frac{2k-1}{2m} \pi + 1)$$

$$\left. - \cos \frac{2k-1}{2m} \pi \cdot \tan^{-1} \frac{x - \cos \frac{2k-1}{2m} \pi}{\sin \frac{2k-1}{2m} \pi} \right\} + C_1 x + C_2$$

となる。以上が一般解である。この計算を一つ一つ行なうのは大変にめんどうであるのでアナコンを用いて解答を求めた。

3.1 アナログ計算機による解答について

アナコンを用いて耳曲線の方程式を解くためには、一般微分方程式をアナコンのマシン方程式におきかえる必要がある。いま、耳曲線の微分方程式は前述より

(i) $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{K}{x^n + 1}$ (4)

初期値 $x=0$ において $y=0$

$\frac{dy}{dx} = C_1 = \tan \theta$

である。

(ii) アナコンのマシン方程式として

$x=5t$

$\dot{x}=5$

$\frac{dy}{dx} = \frac{\dot{y}}{\dot{x}} = \frac{\dot{y}}{5} \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\ddot{y}}{5^2}$

$\therefore \frac{\ddot{y}}{5^2} = -\frac{K}{(5t)^n + 1}$ (5)

初期値 $t=0$ において $y=0$

$\frac{\dot{y}}{5} = \tan \theta$ (6)

となる。

(iii) アナコンのブロック線図を第5図に示す。

(第5図) アナコン ブロック線図 (Time scale×20)

(第6図)

(第7図)

3.2 求根器に表示された解答結果について

アナコンにより計算された結果をプロッタにより示された曲線を以下に示す。第6図および第7図はアナコンの精度を表わす曲線である。第6図の○, ×, □印はハンドリングによる点を示す。第7図において $n=4$ のときわずかに精度が落ちていることを示している。この原因

は電圧が小さいためと乗算器の影響によるものと考えられる。

第8図は $n=1, K=1$ のときの解の曲線

第9図は $n=1, K=0.8$ 〃

第10図は $n=2, K=1$ 〃

第11図は $n=2, K=0.8$ 〃

(第 8 図)

(第 10 図)

(第 9 図)

(第 11 図)

第12図は $n=3, K=1$ のときの解の曲線

第13図は $n=3, K=0.8$ "

第14図は $n=4, K=1$ "

第15図は $n=4, K=0.8$ "

第16図は $n=5, K=1$ "

(第 12 図)

第17図は $n=6, K=1$ のときの解の曲線

である。第8図より第17図までの曲線を見ると K の値が $K < 1$ につれて上昇することを示している。また n の値が大きくなるにつれて曲線が上昇している。製織過程の実際の織物の耳曲線は $y > 0$ であるから耳曲線の微分方程式は $K < 1$ で $n \geq 2$ の値が実際の曲線に一致すると考えられる。そこで、試みに K をずっと小さく $K=0.45$,

(第 14 図)

(第 13 図)

(第 15 図)

n は $n=3, n=4$ の場合について解答を求めてみた。
 第 18, 19, 20 図はアナコムの精度曲線を示す。第 21,
 22 図は $K=0.45, n=3$ 。また第 23 図は $K=0.45, n=$
 4 の場合の解答曲線を示す。さて、つぎにこれらの曲線
 と実際の製織過程における耳曲線とはどのように一致す
 るか考察する。

(第 16 図)

(第 17 図)

(第 18 図)

(第 19 図)

(第 20 図)

4. アナコンによる解答と実際の製織過程における耳曲線との関係について

アナコンで求めた耳曲線の方程式の解答ともっともよく一致した一例を第 24 図に示す。ただし実際の耳曲線の写真を貼布して、方程式の解と一致したことを示したが、製版の都合で、図のようになった。綿織物でたて糸 40 s/2, よこ糸 20 s, 平織 44 in の遠州織機における耳曲線である。 $K=0.45$, $n=4$, $\theta=25^\circ$ でよく一致している。この結果から、テンプルのリングの傾き度 α_7 (第 3 図における) が 25° であれば織物の収縮による角度 θ と一致するためテンプルの針から織物が容易に離脱して織物の耳はきずつけられないことになる。(ただし、本文では第 7 リングの傾き度のみ論ずる) すなわち、これはリングの傾き度の理論的裏付けとなる。アナコンを用いて耳曲線の微分方程式を K , n , および θ をパラメータとして解答を求めれば、すべての織物の

(第 21 図)

(第 22 図)

(第 23 図)

(第 24 図)

製織過程の耳曲線はこの方程式に近似させることが可能と考えられる。

5. 結 語

本文にのべたように製織過程における織物の変形について検討するに当たって耳曲線はテンプルのリングの傾き度決定の重要な要因である。耳曲線の一般微分方程式の確立につとめた結果つぎのような成果が得られた。

(1) 製織過程における耳曲線は

$$\frac{dy}{dx} = -\int \frac{K}{x^n+1} dx + C_1$$

なる微分方程式にて表わすことができる。

(2) アナコンを用いて耳曲線の微分方程式の解を求めた結果、一例として、 $K=0.45$, $n=4$, $\theta=25^\circ$ のときの解は、平織、たて糸 40 s/2, よこ糸 20 s, 密度、

たて 60 本/in, よこ 50 本/in, 綿織物（ただし、阪本織機 44 in）の耳曲線によく一致した。

(3) 織物のテンプルの針によるきずを防ぐ1手段として針から布が安全に離脱するためのリングの傾き度を与える1資料を提示することができた。

本研究に当り、アナコンを拝借し、いろいろご指導を賜ったA会社の方々に感謝の意を表します。

参考文献

- 1) B. O. Peirce, R. M. Foster; A short table of integrals, Ginn and Company (1957)
- 2) 野村, 三浦; アナログ電子計算機, コロナ社 (1960-7)
- 3) 生源寺, 吉田, 稲垣; アナログ計算機の使い方, 名工研, アナログ電子計算機研究会 (1961)