織物の吸音について*

(第2報) 音響インピーダンスについて

(昭和36年11月8日受理) 会 員 浅 生 貞 夫**

” 木 下 陸 肥 路

——→ 摘 要 ←——

目 的

織物の音響インピーダンス密度を測定し、その一般的傾向を明らかにして、その結果を用いて吸音率との関係を考察し、複雑な音響インピーダンス測定算出法に代えて、吸音率から簡単に算出する方法をみいださんとする。

成 果

〔I〕 織物の 320～1600 c/s に対する音響インピーダンス密度の一般的傾向としてつぎのことが判明した。

(a) リアクタンス (x_0) について

(1) 振動数の増加とともに x_0 は負の値から正の値に増加する。(2) 背後の空気層が厚いほど $x_0=0$ となる振動数は小さい。(3) 組織点の少ない軟い織物の方が $x_0=0$ となる振動数が多い。

(b) 抵抗 (r_0) について

(1) 組織点の多い剛い織物ほど r_0 は大きい。(2) 空気層が 6～10 cm 間では r_0 の値はほとんど一定である。(3) 組織点の少ない軟い織物(完全粘性抵抗型)は振動数によらず r_0 は一定である。組織点が多い剛い織物では、振動数とともに r_0 は増加する。

〔II〕 音響インピーダンス密度と垂直入射吸音率の関係を考察して、つぎの結果をえた。

(1) 吸音機構にかかわらず空気層を持った織物にも Paris の式が適用できる。(2) 完全粘性抵抗型の織物では複雑な計算式によらず、垂直入射吸音率を測定して簡単に音響インピーダンス密度を算出できることをみいだした。

1. ま え が き

1) 前報では織物の垂直入射吸音率を測定し、織物の吸音機構について考察した。今回は織物の音響インピーダンスについて報告する。

音響インピーダンスは物質の音響的性質を規定する基本的な量であり、音響インピーダンスがわかれば、任意の条件にある材料の吸音性質を知ることができる。また音響インピーダンスを考えることから、電気的等価回路を使って組合わせ構造などの総合特性をそれぞれの値から予測できる。⁴⁾ しかるに普通織物については、音響インピーダンスはほとんど測定されていない。そこで吸音機構が異なると予想されるマット織を製織してこれを試料として測定を行なった。

さて音響インピーダンスは電気工学におけるインピー

ダンスの概念を拡張させたものであり、電気系と対応させて音圧 (P) と媒質の体積速度の比で表わされる。しかし一般に使用されている音響インピーダンス (Z) は体積速度 (cm^3/sec) の代りに粒子速度 (U) (cm/sec) が使われ、これを音響インピーダンス密度と呼んでいる。そして実数部分 R (抵抗) と虚数部分 X (リアクタンス) に分けて表わす。すなわち

$$Z = P/U = R + iX \quad (\mu \text{ bar} \cdot \text{cm}/\text{sec}) \quad \dots\dots\dots (1)$$

この音響インピーダンス密度を平面音波に対する空気抵抗を単位として表わし、これを比音響インピーダンス密度⁵⁾ という。すなわち空気の音響インピーダンス密度⁵⁾ $Z = \rho c$ ($\mu \text{ bar} \cdot \text{cm}/\text{sec}$) (ρ = 空気密度, c = 音速) で (1) 式を割り

$$z = R/\rho c + iX/\rho c \\ = r_0 + i x_0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

* Sound Wave Absorption by Fabrics. Part 2: Acoustic Impedance Density. (第1報 14 巻 4 号所載)

** S. Aso, R. Kinoshita, Member. 東京農工大学

このように表わせば無名数となり、都合よいので本報では比音響インピーダンス密度を単に音響インピーダンス密度と呼ぶことにする。

2. 音響インピーダンス密度の測定法

音響インピーダンス密度の測定法は種々考えられるが、われわれは吸音測定装置をそのまま用いる定常波法^{6,7,8)}によった。本章で用いる記号をつぎのように定める。

- P_i : 入射波の音圧
- P_r : 反射波の音圧
- p_i : 入射波の音圧振幅
- p_r : 反射波の音圧振幅
- P : 定常波の音圧
- r : 反射率
- ω : 角振動数
- k : 波長定数
- t : 時間
- x : 試料面からの距離
- U : 粒子速度
- a_0 : 反射率の音圧に関する定数
- b_0 : 反射率の位相に関する定数
- Z : 音響インピーダンス密度
- $P_{\max}$: 定常波の極大音圧
- $P_{\min}$: 定常波の極小音圧
- n : 定常波の極小音圧と極大音圧の比
- λ : 波長
- l : 試料面から最初の極小音圧までの距離

2.1 測定理論

肉厚で内面が平滑な剛体の管の一方に試料をつめ、剛壁でおおい、他方から純音を投入すると、入射波と反射波が干渉して管内に定常波が生じる。今試料面を $x = 0$ として反射波の進む方向に+をとると、入射波および反射波の音圧は

$$P_i = p_i e^{i(\omega t + kx)}$$

$$P_r = p_r e^{i(\omega t - kx)}$$

(p_r は反射波の位相の変化を考えてある) となり、定常波の音圧は

$$P = P_i + P_r \dots\dots\dots (3)$$

試料面での反射率は

$$r = p_r/p_i \equiv e^{-2(a_0 + ib_0)} \dots\dots\dots (4)$$

とおけば (3) 式は

$$\begin{aligned} P &= p_i (e^{ikx} + p_r/p_i \cdot e^{-ikx}) e^{i\omega t} \\ &= p_i e^{-(a_0 + ib_0)} \cdot 2 \cos h \{a_0 + i(b_0 + kx)\} e^{i\omega t} \end{aligned}$$

定常波の粒子速度は

$$\begin{aligned} U &= 1/i \omega \rho \cdot \partial P / \partial x \\ &= k/\omega \rho \cdot p_i e^{-(a_0 + ib_0)} \cdot 2 \sin h \{a_0 + i(b_0 + kx)\} e^{i\omega t} \end{aligned}$$

音響インピーダンス密度は

$$Z = \rho c \cot h \{a_0 + i(b_0 + kx)\}$$

試料面での音響インピーダンス密度は

$$Z_{x=0} = \rho c \cot h (a_0 + ib_0)$$

上式を実数部と虚数部に分けるために、Euler の式で置換して順次整理すると

$$\begin{aligned} Z_{x=0} &= \rho c \left(\frac{\sin h 2 a_0}{\cos h 2 a_0 - \cos 2 b_0} - i \frac{\sin 2 b_0}{\cos h 2 a_0 - \cos 2 b_0} \right) \\ &\dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

管内の音圧の極小値と極大値の比を測定すれば

$$\begin{aligned} n = P_{\min}/P_{\max} &= (|p_i| - |p_r|) / (|p_i| + |p_r|) \\ &\dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

(4) 式より

$$|p_i|/|p_r| = e^{2a_0}$$

これを (6) 式に代入して整理すれば

$$n = \tan h a_0 \dots\dots\dots (7)$$

試料面から最初の音圧極小値を示す位置までの距離を測定すれば、位相の変化は (4) 式より

$$2 b_0 = 2 k (\lambda/4 - l) \dots\dots\dots (8)$$

したがって (7), (8) 式より a_0, b_0 を求めて (5) 式に代入すれば

$$Z_{x=0} = \rho c (R - i X)$$

となり、試料面での音響インピーダンス密度は (2) 式で表わされる。

2.2 測定方法と試料

測定装置は第1報の垂直入射吸音率測定装置を使用し、測定振動数 (F_k) は 320 c/s から $1/3$ オクターブ間隔に 1600 c/s ($k = 1 \sim 8$) までとした。(7) 式の n はプローブ管を移動して試料面からみて第1番目の音圧極大値の電圧を定め、つぎに第1番目の音圧極小値の電圧を示す位置を求めて、抵抗減衰器によって電圧の比として算出した。(8) 式の l は試料面から第1番目の音圧極小値の電圧を示す位置までのプローブ管の移動長として求めた。かくして (7), (8) 式より a_0, b_0 を算出し、(5) 式に代入して音響インピーダンス密度の抵抗部分とリアクタンス部分を算出した。

試料の織物 (M_i) は第1報の使用糸 (たて 40 s 双糸、よこ 20 s 単糸) と同一で、剛い織物と軟い織物をうるために、組織は第1表に示すようにマット織3種 ($i = 1 \sim 3$) とした。試料の取付け方法は第1報とまったく同様であり、背後の空気層 (D_j) は 4, 6, 8, 10 cm ($j = 1 \sim 4$) について測定した。インピーダンス密度

(第1表) 織物の諸元表

織物	組 マツト	織 密度 (p/in)	よこ 密度 (p/in)	重 量 (g/m ²)	厚 さ (mm) (5 g/cm ²)	開孔度 (%)
M ₁	1-and-1	90	55	185	0.60	29.6
M ₂	2-and-2	90	70	205	0.77	25.5
M ₃	4-and-4	90	64	193	0.86	27.2

* 開孔度 = (表面の空気面積) / (表面積) × 100

の算出には長さの測定を用いるので、結果を統計的に処理するため実験順序をつぎのようにした。織物 M_i と空気層 D_j の組合わせをランダムにし、その一つの組合わせ $M_i D_j$ に対して F_k をランダムにとって測定した。

3. 測定結果と考察

音響インピーダンス密度の測定結果として、第1～3

(第2図) M_2 の音響インピーダンス密度 (リアクタンス)

(第1図) M_1 の音響インピーダンス密度 (リアクタンス)

(第3図) M_3 の音響インピーダンス密度 (リアクタンス)

(第2表) 織物の音響インピーダンスの抵抗 r_0

織 物 空気層 (cm) 振動数 (c/s)		M_1 (1-and-1)				M_2 (2-and-2)				M_3 (4-and-4)			
		D_1	D_2	D_3	D_4	D_1	D_2	D_3	D_4	D_1	D_2	D_3	D_4
		4	6	8	10	4	6	8	10	4	6	8	10
F_1	320	0.67	0.58	0.55	0.53	0.59	0.50	0.43	0.54	0.49	0.47	0.45	0.35
F_2	400	0.80	0.59	0.62	0.56	0.82	0.83	0.82	0.69	0.48	0.47	0.45	0.42
F_3	500	1.16	0.80	0.83	0.80	0.63	0.74	0.78	0.75	0.50	0.47	0.49	0.43
F_4	640	0.87	0.83	0.80	0.80	1.05	0.85	0.95	0.85	0.62	0.53	0.45	0.47
F_5	800	1.41	1.40	1.31	1.34	0.99	1.06	1.04	0.83	0.50	0.51	0.48	0.49
F_6	1000	1.34	1.34	1.28	1.16	1.13	1.10	1.07	1.11	0.55	0.52	0.48	0.47
F_7	1280	1.53	1.31	1.40	1.31	1.34	1.20	1.12	1.26	0.59	0.50	0.47	0.48
F_8	1600	1.57	1.49	1.50	2.06	1.25	1.17	1.08	0.81	0.53	0.48	0.60	0.46
平 均 値		1.17	1.04	1.04	1.03	0.98	0.93	0.91	0.86	0.53	0.49	0.48	0.46
回帰分析の F_0		20.5 [※]	21.3 [※]	35.4 [※]	49.2 [※]	21.3 [※]	20.3 [※]	12.9 [※]	4.05	1.31	0.41	8.30 [※]	3.54

図にリアクタンス (x_0), 第2表に抵抗 (r_0) を示す. 音響リアクタンスは明らかに振動数に關係し, 測定範囲の 320 ~ 1600 c/s では低音で負の値をとり 高音で正の値をとる. 背後空氣層が厚くなるにつれてリアクタンスが 0 となる振動数は, 軟い織物の M_3 では大きく, 剛い織物の M_1 では小さい. リアクタンスが 0 であれば音響インピーダンスは実数部のみとなり, その系には位相の変化がないことを意味している. 音響抵抗は織物 M_1 と M_2 間, 空氣層 D_j 間が判然としないので, 分散分析を行なった. その結果は第3表のごとくであり, 第1次誤

(第3表) 音響インピーダンスの抵抗 r_0 の分散分析表

要 因		S	S	ϕ	V	F_0
織 物	M	58	903	2	29	452
空 氣 層	D	1	332	3		444
第1次誤差	E_1		392	6		65
振 動 数	F	36	971	7	5	282
交 互 作 用	$F \times M$	22	755	14	1	625
交 互 作 用	$F \times D$		668	21		32
第2次誤差	E_2	3	807	42		91
誤 差	E	4	199	48		87

変数変換 $y = (x_{ijk} - 0.80) \times 100$

差が第2次誤差に対して有意でないから, 両方をまとめて誤差として検定した. M_i 間, D_j 間, F_k 間と交互作用 $F \times M$ が高度に有意となった. M_1 と M_2 は振動数とともに抵抗が増加しているのに, M_3 はほとんど増加していない. M_3 が M_1 と M_2 に比して特異な抵抗値を示しているために, $F \times M$ が有意となった. では M_1 , M_2 間では振動数に対する抵抗の性質が似ているようであるが, その差があるかどうかを知るため, 第3表の誤差分散を用いて平均値の差の検定を行なった. M_1 と M_2 の平均値はそれぞれ $\bar{r}_{m1} = 1.08$, $\bar{r}_{m2} = 0.92$ であり, この差は高度に有意であることになる. すなわち M_1 は M_2 より大きい抵抗を有するといえる. 背後空氣層に対する平均値は第2表に示すように, どの織物も空氣層が広がるにつれて抵抗が減少する傾向にあるが, 各織物について D_j 間に有意な平均値の差があるかを検定した. M_1 では空氣層の短い D_1 が他の D_{2-4} に対して高度に有意であり, M_2 では $D_1 \cdot D_4$ のみが有意であり, M_3 ではすべて有意でない. すなわち M_3 では背後の空氣層による抵抗の差異は認められない. この結果織物 M_3 では背後の空氣層は位相の変化にだけ大きく作用している. M_1 では空氣層が 4 cm のときの抵抗は 6 ~ 10 cm のときより大きい, 6 ~ 10 cm 間では差があ

るとはいえない. M_2 では空氣層が 4 cm と 10 cm では 4 cm のときの方が抵抗が大きいといえるが, 空氣層が 6 cm 以内の差では抵抗は変らない. 以上により背後空氣層が 6 ~ 10 cm の間では, 空氣層は織物の音響抵抗にほとんど影響しないといえる. 空氣層が 4 cm より短い場合についても測定する必要があるが, この状態では振動数の小さい範囲で吸音率が低くてインピーダンス密度の測定が困難である.

振動数と抵抗との関係には第2表の測定結果からみて一次関係が予想されるので, $M_i D_j$ について抵抗値 r_0 と振動数 f との回帰分析を行なった. 最終結果だけを第2表に示す. これより M_1 では振動数の増加とともに音響抵抗 r_0 が増加する. M_2 では背後空氣層が短い (4 ~ 6 cm) と M_1 と同様であるが, 10 cm ではこの関係があるとはいえない. M_3 では背後空氣層が 8 cm のとき 5% 有意水準で有意であるが, これは 1600 c/s のときの $r_0 = 0.60$ が大きく効いているためと思われる. M_3 全体としては振動数によらず音響抵抗はほとんど一定しているといえる.

音響抵抗を総合的にみると組織点の多い剛い織物 M_1 と組織点の少ない軟い織物 M_3 とはまったくその傾向が異なり, M_2 がその中間にある. 織物の性質から当然吸音機構も異なるので, M_i の吸音機構を考察する. 第1報に準じて吸音特性を第4 ~ 6 図に求めた. 最大吸音率を示す振動数 f_0 と背後の空氣層 d との関係 $f_0 = k_1 d^{-1/2}$ および $f_0 = K_1 d^{-1}$ の係数を調べると, 第4表のようになる. M_3 は $f_0 = K_1 d^{-1}$ にしたがっており, 完全粘性抵抗型である. M_1 は $d = 5$ cm を, M_2 は $d = 6$ cm

(第4図) M_1 の吸音特性

(第5図) M_2 の吸音特性

(第6図) M_3 の吸音特性

(第4表) $f_0 = ki d^{-1/2}$ および $f_0 = Kid^{-1}$ の関係

d (cm)	M_1			M_2			M_3	
	f_0 (%)	k_1	K_1	f_0 (%)	k_2	K_2	f_0 (%)	K_3
10	530	1 670		600	1 900		700	7 000
8	600	1 700		675	1 910	5 400	875	7 000
6	700	1 715	4 200	775	1 900	4 650	1 150	6 900
5	750	1 685	3 750	950	2 120	4 750		
4	950	1 900	3 790	1 150		4 600	1 750	7 000
3	1 250		3 750	1 600		4 800		

d (cm) : 背後空気層の厚さ

f_0 (%) : 最大吸音率を示す振動数

数に依存しているとはいえない。この点は矛盾しており説明できない。 M_1 , M_2 のような織物と空気層の共振系の吸音機構の解明と合わせて今後の研究にまちたい。

つぎに音響インピーダンス密度と吸音率との関係を考察する。すでに Paris^{9,10,11)} によって、特性インピーダンス W の媒質中に音響インピーダンス密度 Z の均質な試料があり、これに入射角 θ で音波が入射したときの指向性吸音率 α_θ が次式であたえられる。

$$\alpha_\theta = 1 - |(Z \cos \theta - W) / (Z \cos \theta + W)|^2$$

本実験では垂直入射吸音率で、媒質が空気であるから、 $W = \rho c$, $\theta = 0$ とおき Z の代りに測定値の音響抵抗 r_0 と音響リアクタンス x_0 を代入すれば

$$\alpha_0 = 4 r_0 / (r_0 + 1)^2 + x_0^2 \dots\dots\dots (9)$$

となる。そこで M_1 , M_2 の共鳴型吸音機構をとる $d = 8$ cm のときと、完全粘性抵抗型 M_3 の $d = 8$ cm の場合につき、さきに測定した r_0 , x_0 を (9) 式に代入して計算上の吸音率を求めた。第5表に実測吸音率と比較してあるが、よく一致している。これより r_0 , x_0 が既知ならば、吸音機構にかかわらず任意の吸音率が計算される。つぎに r_0 が一定であれば $x_0 = 0$ のとき (9) 式では α_0 が最大値となる。完全粘性抵抗型の織物では r_0 が空気層、振動数によらずほとんど一定しているから、この吸音機構をとる織物の実測最大吸音率と (9)

(第5表) 実測吸音率と音響インピーダンスによって算出した吸音率

振動数 (%)	M_1		M_2		M_3	
	実測	算出	実測	算出	実測	算出
320	0.67	0.67	0.49	0.49	0.39	0.39
400	0.80	0.80	0.85	0.85	0.54	0.53
500	0.99	0.98	0.94	0.94	0.65	0.65
640	0.99	0.98	1.00	1.00	0.81	0.81
800	0.93	0.93	0.97	0.97	0.88	0.87
1 000	0.82	0.82	0.93	0.94	0.85	0.86
1 280	0.72	0.72	0.80	0.80	0.74	0.75
1 600	0.62	0.62	0.66	0.66	0.45	0.45

(背後空気層 $d = 8$ cm)

を境にして粘性抵抗型から共鳴型に移行している。 M_3 の完全粘性抵抗型の織物では、織物を構成する糸の表面と空気の摩擦によってエネルギーが消費されるので、吸音は粒子速度だけに依存しており、振動数によらない。そのために音響抵抗も振動数に無関係になっている。しかし M_1 と M_2 では粘性抵抗型の吸音機構をとっていると考えられる範囲でさえ、抵抗値は振動数とともに増加しており、 M_2 では共鳴型の機構をとっている範囲で振動

式から求めた最大吸音率とを検討する。第1報の杉綾組織の完全粘性抵抗型 T_{1-3} の織物につき、背後空気層を M_3 と同様に变化させて 1000 c/s で音響抵抗を測定した。この平均値を (9) 式に代入して $x_0=0$ とおき最大吸音率を算出し、一方それぞれの織物の吸音特性 (第1報) から最大吸音率を求め、これらの値を第6表に示す。最大吸音率を示す振動数は背後空気層の長さによ

(第6表) 粘性抵抗型織物の音響抵抗と最大吸音率

織物	T_1	T_2	M_3	T_3
空気層 (cm)	音 響 抵 抗			
4	0.26	0.39	0.55	0.67
6	0.21	0.39	0.52	0.67
8	0.20	0.38	0.48	0.65
10	0.19	0.37	0.47	0.64
平均値	0.22	0.38	0.51	0.66
最 大 吸 音 率				
計 算	0.59	0.80	0.91	0.96
実 測	0.55	0.79	0.90	0.95

て異なっているのに、1000 c/s で測定された音響抵抗 r_0 による計算値と実測値の最大吸音率は一致している。これより完全粘性抵抗型の織物では適当に背後空気層をとり、測定しやすい振動数で音響抵抗 r_0 を求めれば

$$\alpha_0 = 4r_0 / (r_0 + 1)^2 \dots\dots\dots (10)$$

によってその織物の最大吸音率を知ることができる。

粘性抵抗型の織物で音響インピーダンス密度を求める簡単な方法は、垂直入射吸音率による吸音特性を求め、その最大吸音率から (10) 式により音響抵抗 r_0 を算出し、各振動数に対する吸音率 α_0 と r_0 を (9) 式に代入して音響リアクタンス x_0 を算出する。このとき r_0 の算出された二つの値のうち、 $0 < r_0 \leq 1$ をとる。そして振動数が最大吸音率を示す振動数 f_0 より小さければ $x_0 < 0$ 、大きければ $x_0 > 0$ とすればよい。いま M_3 , $d = 6$ cm について計算してみると、第6図の吸音特性か

(第7表) 実測および算出音響リアクタンス

振動数 (%)	実 測	算 出
320	-2.41	-2.91
400	-1.70	-1.75
500	-1.32	-1.44
640	-0.81	-0.85
800	-0.52	-0.53
1000	-0.17	-0.21
1280	+0.17	+0.26
1600	+0.54	+0.61

(M_3 , $d = 6$ cm, $r_0 = 0.52$)

ら最大吸音率=0.90 であるから $r_0 = 0.52$ となる。これを (9) 式に代入して x_0 を求め、実測 x_0 と比較すると、第7表のごとくよく一致している。

4. む す び

マット織 (1-and-1), (2-and-2), (4-and-4) の3種の綿織物を製織し、これを試料として 320 ~ 1600 c/s で音響インピーダンス密度を測定した。その結果からつぎのような一般的傾向を見出した。

リアクタンス (x_0) について

(1) 振動数の増加とともに x_0 は負の値から正の値に増加する。

(2) 背後の空気層が厚いほど $x_0 = 0$ となる振動数は小さい。

(3) 組織点の少ない軟い織物の方が $x_0 = 0$ となる振動数が多い。

抵抗 (r_0) について

(1) 組織点の多い剛い織物ほど r_0 は大きい。

(2) 空気層が 6 ~ 10 cm では、 r_0 はほとんど一定である。

(3) 組織点の少ない軟い織物 (完全粘性抵抗型) では振動数によらず r_0 は一定である。組織点が多い剛い織物では振動数とともに r_0 は増加する。

音響インピーダンス密度と垂直入射吸音率の関係を考察してつぎの結果をえた。

(1) 吸音機構にかかわらず背後に空気層をもった織物にも Paris の式が適用できる。

(2) 完全粘性抵抗型の織物では複雑な計算によらずに、垂直入射吸音率を測定して簡単に音響インピーダンス密度を算出できる。

本実験は小林理学研究所で行なったものであり、直接ご指導いただいた建築音響室研究員 子安勝先生に深く感謝する。

文 献

1) 浅生貞夫, 木下陸肥路; 本誌, 14, 285 (1961)
2) P. M. Morse, R. H. Bolt; Rew. Mod. Phys., 16, 87 (1944)
3) L. L. Beranek; J. Acoust. Soc. Am., 13, 248 (1942)
4) 五十嵐寿一, 子安 勝; 日本音響学会誌, 10, 218 (1954)
5) 実吉純一; 電気音響工学, p. 16
6) L. L. Beranek; Acoustic Measurements, p. 302
7) 久我新一; 音響入門 2, p. 27, p. 38
8) C. Zwikker, C. W. Kosten; Sound Absorbing Materials, p. 86
9) E. T. Paris; Proc. Roy. Soc. London, A11 S, 407 (1927)
10) 松井昌幸; 音響材料 (上), p. 36
11) 五十嵐寿一, 子安 勝; 東大理工研究所報告, 7, 219 (1953)