紡績糸の外観むらに関する研究*

(第3報) 糸条板上の外観むらの理論

(昭和38年6月12日受理) 会 員 風 間

健**

摘 要

目 的

糸むらと、糸条板上の外観むらとの関係を理論的に考察する。外観むらは、外観むらの幅別の合計長と、幅別の長さ分布とにより表わす。

成 果

1. 無限に長いM本の平行糸帯中に、m本以上の太さむら部分が存在する確率は、つぎの通りである。

$$p(\geq m, M) = 1 - \sum_{i=0}^{m-1} \binom{M}{i} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^i \left\{1 + \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)\right\}^M$$

ここに α , β は、それぞれ1本の糸の入力密度および出力密度である。

2. 幅N本、1周の長さLの糸条板に生ずる外観むら長さTは、つぎの通りである。

$$T = L(N - M + 1) \left\{ p(\geq m, M) - \sum_{j=1}^{M-1} p(\geq m, M-j) - \{ p(\geq m', M+1) - \sum_{j=1}^M p(\geq m', M+1-j) \} \right\}$$

ここにmは外観むら幅Mのときの弁別閾、m'は外観むら幅M+1のときの弁別閾である。

3. 上式を用いて、理想糸と実際の1号糸と3号糸について、外観むら長さTを求めた。
4. 外観むらの長さ分布が、マルコフ連鎖の高次の推移確率であることを示し、計算例により分布の形を見出した。

1. はじめに

理想糸の太さむら部分について、すでにその性質を明らかにした。本報では与えられた性質を持つ糸が平行にならべられた場合、生ずる外観むらの量と分布とを理論的に導く。この理論は、糸が平行にならんでさえいれば、織物、リボン、すだれなどにも応用できるが、本報では最も単純な場合として糸条板を対象にする。糸条板上の外観むらは、幅と長さとして表わせる。そこで本報では、まず幅別の総長さを求め、ついで長さ分布を求める。またそれぞれの結果について、二、三の応用例を示す。

以降、本報において用いる用語は、第1報(2.定義)において定義したものである。

2. 糸条板上の外観むらモデル

糸条板上に、糸の太さむら部分が特定の比率以上に集

まる領域が生じた場合、この領域は他の領域と肉眼に弁別され、外観むら部分として知覚されると仮定する。この仮定の妥当性は統報において実験的に確かめられる。

外観むら部分は、集まる太さむら部分が、太糸部分であるか細糸部分であるかにより、それぞれ外観太むら部分または外観細むら部分となる。

以上の仮定を、第1報で導いたレベル超過率曲線の考え方を用いて述べるとつぎの通りである。よこ軸にレベル、たて軸にレベル超過率をとり、各レベルにおける超過率を結んだ曲線をレベル超過率曲線と呼ぼう。糸の十分に長い区間にわたっ

(第1図)

* Unevenness of Appearance of Spun Yarns. Part 3: The Theory About the Apparent Unevenness on the Black Board.

** K. Kazama, Member. 日本化学繊維検査協会中央検査所

てレベル超過率を測定し、レベル超過率曲線を描くと、曲線は糸の平均レベルを中心にして、ほぼ滑かになる。これを第1図(a)に示す。ところが糸条板上の外観むら部分に含まれる糸についてレベル超過率を求めると、第1図(b)または(c)のように、平均レベルにおいて不連続な曲線が得られる。平均レベルの右側が大きい場合(図b)は外観太むらが生じ、左側が大きい場合(図c)は外観細むらが生ずる。

外観むらの度合(顕著さ)は、左右の面積の差の大きさまたは糸の平均レベルにおける不連続量の大きさにより評価できる。これらの量がゼロに近ければ外観均斉部分であり、ある値を越えると外観むら部分となる。肉眼に外観むらが知覚できるこのような限界値を“弁別閾”と呼び、その数値を閾値と呼ぶ。閾値は実験により求められる。実際の糸条板の部分が外観むら部分かどうかを判定するには任意のレベルのレベル超過率を求めればよく、この値が閾値を越えていれば外観むら部分と判定される。

本報においては、外観むら部分として外観太むら部分を例にとって議論を進める。外観細むら部分も、まったく同様に扱う。

3. 無限長平行糸帯における外観むら率

糸条板中に所定の幅の外観むらが占める総長さを求める理論を導くために、まず本節では糸を平行にならべた帯(平行糸帯と呼ぶ)を考え、帯の長さは無限とする。糸の太さむら部分に対し、仮定を2項目設ける。第1は、太さむら部分(本報では太糸部分)の先端が糸中にランダムに配列していることである。これは本研究が周期むらを取扱わないこと、および前報までの結果により妥当な仮定である。第2は、太糸部分の長さ分布を指数形と仮定する。これは前報のランダムヤーンの長さ分布の理論式において、むら長さが大きくなると指数形からはずれることが知られたので、厳密には正しくない。しかしその差は小さく、第5報に述べる実際の糸についての実験においても指数形で近似できることが示される。

M 本の平行糸帯を考え、左から右へ進

(第2図)

む方向を正として糸軸に平行な位置座標 t を設け、これと直角の座標を糸の本数番号 i とする。すなわち $i = 1, 2, \dots, M$ である。これを模形的に第2図に示す。位置 t において M 本中 m 本に太糸部分がある確率を $p_m(t)$ と書く。 t が十分に大きければ、平行糸帯の初めの位置 ($t = 0$) における太さむら部分の本数には影響されない確率が得られる。これを p_m と書き、定常状態式と呼んで $t \rightarrow \infty$ のときの $p_m(t)$ の極限値を表わす。本節の第1の目的は、 p_m を求めることである。

1本の糸の中の太糸部分の先端密度を α 、太糸部分の平均長を $1/\beta$ とする。先の仮定2により太糸部分の分布は $e^{-\beta t}$ と表わせ、この場合、 β は1本の糸における太糸部分の出力密度となる。

位置 $t + \Delta t$ において糸帯中の太糸部分本数が m であるためには、つぎの3通りの場合のいずれかが起ればよい。ただし微小区間 Δt に、太糸部分の先端または後端がそれぞれ2個以上入る確率は、 Δt に対して高次の無限小 (Δt) とする。

(1) 位置 t においてすでに m 個あり、区間 $[t, t + \Delta t]$ において先端も後端もこない。

(2) 位置 t において $(m+1)$ 個であり、 Δt 中で太糸部分が1個終った(後端が入った)。

(3) 位置 t において $(m-1)$ 個であり、 Δt 中に太糸部分が1個入った(先端がきた)。

Δt に太糸部分が入る可能性のある糸は、位置 t において太糸部分がない糸のみである。一方、終る可能性があるのは、位置 t において太糸部分がある糸のみである。したがって上記(1)~(3)項に対応する確率は、それぞれつぎの通りとなる。

$$(1) \quad p_m(t) \{1 - (M-m)\alpha \Delta t - m\beta \Delta t\} + o(\Delta t)$$

$$(2) \quad p_{m+1}(t) \{(m+1)\beta \Delta t\} + o(\Delta t)$$

$$(3) \quad p_{m-1}(t) \{(M-m+1)\alpha \Delta t\} + o(\Delta t)$$

これら3通りの事象は排反であるから、加え合せれば位置 $t + \Delta t$ において、糸帯 M 本中に太さむら部分が m 本ある確率 $p_m(t + \Delta t)$ が得られる。これは出生死滅過程と呼ばれる確率過程にはかならないから、その計算方法をつぎのように利用できる。上記(1)~(3)の和は、第1項を移項し、両辺を Δt で除し、 $\Delta t \rightarrow 0$ とすれば

$$\begin{aligned} p'_m(t) = & -\{(M-m)\alpha + m\beta\} p_m(t) + \{(m+1)\beta\} \\ & p_{m+1}(t) + \{(M-m+1)\alpha\} p_{m-1}(t) \\ & \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

となる。求める定常状態の確率 p_m は、 $p'_m(t) = 0$ と置

けばよい。すると直ちに p_m は、 m の値に応じてつぎの3通りの形になる。

$$\begin{aligned} m=0 & : M\alpha p_0 = \beta p_1 \\ 0 < m < M & : [(M-m)\alpha + m\beta] p_m = (M-m+1) \\ & \quad \alpha p_{m-1} + (m+1)\beta p_{m+1} \\ m=M & : M\beta p_M = \alpha p_{M-1} \dots\dots\dots(2) \end{aligned}$$

これを漸化的に解く。まず $m=1$ では

$$[(M-1)\alpha + \beta] p_1 = M\alpha p_0 + 2\beta p_2.$$

(2) 式の $m=0$ の式を p_1 に代入して整理すると、つぎの結果を得る。

$$p_2 = \frac{M(M-1)}{2} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2 p_0$$

つぎに $m=2$ では、 $m=1$ の結果を p_2 に代入して整理し、つぎの結果を得る。

$$p_3 = \frac{M(M-1)(M-2)}{2 \cdot 3} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^3 p_0$$

同様に $m=i$ の場合には

$$\begin{aligned} p_i &= \frac{M(M-1)\dots(M-i+1)}{i!} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^i p_0 \\ &= \binom{M}{i} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^i p_0 \dots\dots\dots(3) \end{aligned}$$

となる。モデルの構造から

$$\sum_{i=0}^M p_i = 1$$

が満足される。したがって

$$\sum_{i=0}^M p_i = p_0 \sum_{i=0}^M \binom{M}{i} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^i = 1$$

$$\therefore p_0 = 1 / \sum_{i=0}^M \binom{M}{i} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^i$$

である。これを(3)式に代入すると、求める $i=m$ の場合の定常式はつぎの通りである。

$$p_m = \binom{M}{m} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^m / \sum_{i=0}^M \binom{M}{i} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^i \dots\dots\dots(4)$$

さて先に述べたモデルにおいて、 M 本の糸帯中に m 本以上の太糸部分がある場合に、外観太むら部分として均斉部分と弁別できるとしよう。すなわち m が閾値である。 M 本の糸帯中に m 本以上の太糸部分がある確率を $p(\geq m, M)$ と書けば、 $p(\geq m, M)$ は外観太むら部分の生ずる確率である。異なる i の場合の p_i は排反であるから

$$\begin{aligned} p(\geq m, M) &= \sum_{i=m}^M p_i = 1 - \sum_{i=0}^{m-1} p_i = 1 - \frac{\sum_{i=0}^{m-1} \binom{M}{i} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^i}{\sum_{i=0}^M \binom{M}{i} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^i} \\ &\dots\dots\dots(5) \end{aligned}$$

が得られる。なお最終項の分母は2項定理の展開項なので $(1+\alpha/\beta)^M$ に等しく、(5)式は最終的につぎの通

りとなる。

$$p(\geq m, M) = 1 - \sum_{i=0}^{m-1} \binom{M}{i} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^i / \left(1 + \frac{\alpha}{\beta}\right)^M$$

4. 糸条板上の外観むら率

糸条板を有限上糸帯の重なり合いと考え、前節の結果を糸条板に適合するように展開する。

外観むら部分は、糸条板の特定部分に現われたもののみが採点の対象になるのではなく、糸条板上のどこに現われてもよい。したがって幅方向を考えると、幅 M 本の外観むらが生ずる位置の数は、 M 本の帯が幅方向に存在する数だけある。糸条板上の糸本数を N とすれば、 N 本中にある M 本の帯の数は、並んだ M 本を1本ずつずらした数だけあり、これは

$$N - M + 1 \dots\dots\dots(6)$$

個である。ところがたとえば

j 本ずらした場合、 M 本の糸帯には、 $j < M$ の範囲ならば $M-j$ 本はずらす以前と同一の糸が含まれているために、(第3図)同一太糸部分を二

(第3図) $j=n$ の場合

重に外観むら部分として数え上げてしまう可能性がある。

この可能性の確率は、 $(M-j)$ 本中に m 本以上のむら部分がある確率で

$$p(\geq m, M-j) = \sum_{i=m}^M p_i$$

である。 $j=0$ がずらさないものとの状態、 $j=M$ が全部ずらしてもとの糸と同一の部分まったくなくなる状態を表わす。したがってずらす場合は、 $j=1, 2, \dots, M-1$ 、であり、 j 本ずらすごとにそれに対応した $p(\geq m, M-j)$ を $p(\geq m, M)$ から引いて行くことになる。そのすべての場合の確立を加算したものが、同じ太糸部分を重ねて数え上げる確率で

$$\sum_{j=1}^{M-1} p(\geq m, M-j) \dots\dots\dots(7)$$

と表わせる。実際には $M-j < m$ の場合には $p(\geq m, M-j)$ はゼロになるから、 j の加算範囲は $M-m$ より小さい。

これまで幅 M の帯のみに注目してきた。しかし糸条板上では幅 M の帯の外観むら部分が、それより広い巾の帯の部分になっている場合があり、この場合には外観むらはより広い方の幅として肉眼に知覚される。幅の広い帯には、必ずそれよりも幅の狭い帯が含まれる。した

がってちょうど M 本の帯の生ずる確率を求めるには、 M 本の帯の生ずる確率のうちから $M+1$ 本以上の帯に含まれる場合の確率を除いてやればよい。それには $M+1$ 本の帯さえ考えればよく、それ以上の場合はすべてこの中に含まれる。 $M+1$ 本の帯が生ずる確率は、 M 本の場合と同じく重なり合いの確率 (7) 式を、(5) 式から引けば得られる。すなわち $M+1$ 本中の太糸部分の弁別閾本数を m' とすれば $M+1$ 本の外観むらが生ずる確率はつぎの通りである。

$$p(\geq m', M+1) - \sum_{j=1}^M p(\geq m', M+1-j) \dots (8)$$

したがって幅 M 本の外観むらのうち、 M 本を越える外観むらに含まれないものの確率 $P(M)$ は

$$P(M) = p(\geq m, M) - \sum_{j=1}^{M-1} p(\geq m, M-j) \\ - \{p(\geq m', M+1) - \sum_{j=1}^M p(\geq m', M+1-j)\} \dots (9)$$

である。しかし M が小さい場合には、それぞれの M に対応する弁別閾 m が、 M に対して同一の比率にないので、必ずしも (9) 式の右辺において、中かっこの項がその前の 2 項の差より小さくならない。すなわち $M=4$ で $m=3$ 、 $M=5$ でも $m=3$ となり、 m/M が前者は 0.75、後者は 0.6 であり、 m 以上のむらができる確率はむしろ $M=5$ の場合の方が大きくなる。(第 1 表および第 2 表参照) したがって M が小さいときは (9) 式の計算は機械的に行なえない。このように M が小さいときには、(9) 式の右辺第 2 項まで計算し、それより大きいむらに含まれる確率も合せて求める。中かっこの値が、その前の 2 項の差より大きいことは、幅 $M+1$ の外観むらの方が、幅 M の外観むらより多いことを示す。

糸条板 1 枚中の外観むら部分の総長 T は、(8) 式に

糸条板の長さ L と糸条板中の幅 M 本の帯数 (6) 式とを乗ずればよい。

$$T = L(N-M+1)P(M) \dots (10)$$

ここに $P(M)$ は (9) 式および (5) 式から算出でき、 T は、 N, M, m, α, β の関数であることがわかる。

5. 応 用 例

糸条板上の外観むら総長さ T を、与えられた条件のもとで、種々の幅について計算してみよう。

i) 理想糸の場合

計算条件はつぎのように与えられ、^{1,2)} 前報と同一である。

名 称	糸 番 手 s	繊維織度 d	平均繊維長 mm	平均繊維 本 数
R B	30	1.5	44	118
C D	30	2	51	87

むらレベルは +12% とし、すでに求めた結果 (前報²⁾ 5 節 iii 項) から 8 mm 以上の太糸部分につき、つぎの条件が得られる。

太糸部分の平均長 ($1/\beta$)

$$RB : 2.084 \text{ cm}, \quad CD : 2.281 \text{ cm}$$

太糸部分の個数 (α)

$$RB : 0.02698/\text{cm}, \quad CD : 0.03085/\text{cm}$$

α/β

$$RB : 0.05623, \quad CD : 0.07037$$

糸条板の条件は

$$L : 30 \text{ in}, \quad N : 165 \text{ 本}$$

である。弁別本数 m は、 M の半分を越えた値と仮定し、第 1 表に示す。この場合の計算は、 M が小さいので (9) 式の説明に述べた通り、幅 M より大きい幅のむらに含まれる場合も含めて T を求めた。総長さ T を第 4 図に示す

(第 1 表) 理 想 糸 の 外 観 む ら 長 さ

外 観 むら幅 M (本)	弁別閾 m (本)	$p(\geq m, M)$		$P(M)$		$N-M+1$	$T \text{ (cm)}$	
		R B	C D	R B	C D		R B	C D
2	2	0.002815	0.004329	0.002815	0.004329	164	35.1785	54.0986
3	2	0.008160	0.012387	0.005345	0.008058	163	66.3881	100.0852
4	3	0.0005865	0.001059	0.0004356	0.0007748	162	5.3772	9.5644
5	3	0.001392	0.002584	0.0006617	0.0012191	161	8.1179	14.9562
6	4	0.000104	0.000219	0.0000575	0.0001118	160	0.7010	1.3631
7	4	0.000249	0.000511	0.0000971	0.0001524	159	1.1764	1.8460
8	5	0.000043	0.000082	0.0000321	0.0001216	158	0.3865	1.4639
9	5	0.000064	0.000128	0.0000321	0.0000391	157	0.3840	0.4678
10	6	0.000019	0.000035	0.0000151	0.0000298	156	0.1795	0.3542

(第2表) 実際の糸の外観むら長さ

外観むら幅 M (本)	弁別閾 m (本)	$p (\geq m, M)$		$P (M)$		$N-M+1$	$T \text{ (cm)}$	
		$R \ B$	$C \ D$	$R \ B$	$C \ D$		$R \ B$	$C \ D$
2	2	0.008264	0.041521	0.008264	0.041521	164	103.2736	518.8846
3	2	0.022557	0.107612	0.014293	0.066091	163	177.2764	820.8899
4	3	0.002900	0.025629	0.002148	0.017161	162	26.5158	211.8422
5	3	0.006520	0.060895	0.002692	0.023645	161	33.0260	290.0816
6	4	0.000847	0.018167	0.000462	0.009213	160	5.6327	112.3249
7	4	0.001848	0.035582	0.000058	0.008466	159	0.7056	102.5724
8	5	0.000233	0.011308	0.000081	0.004122	158	0.9740	49.6260
9	5	0.000509	0.021220	0.000083	0.002723	157	0.9905	32.5763
10	6	0.000069	0.007044	0.000014	0.001795	156	0.1679	21.3328

(第 4 図)

が、この曲線が滑らかでないのは、上記の説明のように、 m/M の比が M ごとに異なるためである。

ii) 実際の糸の場合

続報に述べる実験の結果によれば、実測した糸の α/β は、0.100～0.256 の範囲にあったので、この範囲を示す両者につき、糸条板上の外観むらを算出してみる。0.100 の糸を A、0.256 の糸を B と呼ぶ。A は外観判定 1 号、B は 3 号に相当する。結果を第 2 表に示し、また第 4 図に合せ描く。この計算例により、現実にもわれわれの手にする糸の外観むら長さ範囲が得られたわけである。

6. 平行糸帯における外観むらの長さ分布

外観むらの性質は、幅別の総長さとして、長さ分布とにより表現できる。前者についてはすでに前項で述べたので、本項では長さ分布を考察する。長さ分布は幅ごとに求める必要があり各むら長さごとに外観むら発生確率として求められることが望ましい。外観むら部分の長さ分布が、第 2 報で求めた太さむら部分の長さ分布と異なる点は、つぎの 2 項である。

(1) 糸帯中の糸本数が、糸中の繊維本数に比べて非

常に小さい。したがって出力密度を一定値と仮定して扱うことは、誤差が大き過ぎて不可能となる。

(2) 入力密度も一定値ではない。すなわち任意の位置 t における太さむら部分の入力密度は、 t において太さむらのない糸の本数に比例する。

たとえば M 本の糸帯中に太さむら部分が m 本ある場合、そこから距離 y だけ離れた位置まで常に太さむら部分が m 本以上ある確率は、太さむら部分の先端と後端が現われる順序によって変ることになる。

さて 1 個のむら長さを y としよう。これを N 等分し、1 区間を長さ $\Delta t = y/N$ とする。 N を十分に大きくとり、微小区間 Δt に 2 個以上の先端や後端が入る確率を Δt に対して高次の無限小と仮定する。第 5 図はこのモデルを模形的に示したものである。太さむら部分の先端を白丸、後端を黒丸で表わす。A 図は先端と後端の相対位置

(第 5 図)

を示す。B図はこれを太さむら部分の本数に関して表示したもので、太さむら部分が入ると m は1個だけ上昇し、後端が入ると1個だけ減少する。C図は理論模形として、フェルミ=ディラック形の配列を示す。

糸帯中の任意の位置 t に i 本の太さむら部分があるとき、位置 t における入力密度 α_i と出力密度 β_i とはつぎのように書ける。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_i &= \{M - (i-1)\} \alpha \\ \beta_i &= i \beta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

ここに α , β は、1本の糸における入力密度と出力密度である。各微小区間 dt には、太さむら部分の先端が入るか、後端が入るか、先端も後端も入らないかのいずれかであり、これらの確率はそれぞれ次式の通りである。

$$(\alpha_i dt), (\beta_i dt), (1 - \alpha_i dt - \beta_i dt) \dots\dots\dots (12)$$

ここに $i = m, m+1, \dots, M-1, M$, である。長さ y の外観むらが生ずるためには、つぎの諸条件を満たす必要がある(第5図参照)。

(a) 外観むら部分の両端は $i = m$ である。ここに m は弁別閾である。

(b) i は太さむら部分(ここでは太糸部分)の先端がくると1だけ増え、後端がくると1だけ減る。

(c) 区間 y の任意の点 t に関して、 t の左側にある区間中の太さむら部分先端数の合計 k_f と、後端数の合計 k_b との関係は、 $k_f \geq k_b$ である。

(d) 区間 y において点 t を左から右へ移動して k_f と k_b とを数えていくとき、いったん $k_f = k_b$ となつてのち $k_f = k_b$ となれば、区間 y 内では最後まで $k_f = k_b$ である。

(e) 区間 y における先端と後端の1通りの並べ方は、(12)式の各項の積として表わされる。このとき項の数は N である。

こうして得られる確率 Q は、長さ y 以上の外観むらが生ずる値である。 Q において、先端と後端の異なる順列ごとに i が異なる。すなわち、 m から始まってそこから距離 y をへだてた位置でふたたび m にある場合、条件(c), (d)を満たす道はいろいろあって、道ごとに Q の値は異なる。これはマルコフ連鎖の N 次の推移確率にはかならない。したがって最初の微小区間における繊維本数を m , k 番目の微小区間における繊維本数を i , $k+1$ 番目(= N 番目)の微小区間における繊維本数を m とし、 k 個の微小区間の間に繊維本数が m から i まで変化する確率を $p_{mi}^{(k)}$ と書くことにすれば

$$p_{mm}^{(n)} = \sum_i p_{mi}^{(k)} \cdot p_{im}^{(l)} \dots\dots\dots (13)$$

となる。(13)式を利用すれば、高次の推移確率の計算がそれより低次の推移確率の積の組合せになるから、計算が簡略化できる。

7. 長さ分布の応用

推移確率の計算は非常に困難である。(13)式を利用したとしても、 N を十分に大きくすれば、非常に多くの積と和を作らねばならない。この節ではごく模形的に、つぎの条件の下に長さ分布の計算例を示す。この場合、 T は dt に対する相対的な数値であり、 α , β も dt の定め方に依存するので、この結果は実数に意味がなく、長さ分布 Q の関数形の誘導が目的である。

計算条件

外観むら長さ (T): 3 cm, 5 cm, 7 cm, 9 cm

外観むら幅 (M): 7 本

弁別閾本数 (m): 5 本

微小区間 (dt): 0.5 cm

入力密度 (α): 0.1 cm

出力密度 (β): 0.2 cm

前記の条件(a)を満たすためには、各外観むらの最初と最後の区間は自動的に決まる。他の区間は条件(b)~(e)を満たす形で変化する。この計算の順序は、つぎの3段階が必要である。

(1) 先端と後端のならび方が、条件(a)~(e)を満たすすべての場合を書きあげる。

(2) その各場合が起る確率を計算する。

(3) 各場合の起る確率を、すべて加え合せる。

段階(1)のすべての場合を書きあげる作業は、 T が 2 cm (4 区間) 刻みであるから、4 区間ごとの確率を求めておいて(13)式を利用する方針とし、4 区間の間に i が 5~7 の数値範囲で変化する場合を書きあげる。たとえば4区間に i が 5~7 に推移し、この推移が条件(b)~(d)を満足する場合の組合せとその確率とを、計算例として第3表に示す。このような計算を各推移につき求め、第4表を得た。これを(12)式に代入して Q を求める。たとえば $N = 8$ 個 ($y = 4$ cm) の区間で、 $m = 5$ から $m = 5$ への条件(a)~(e)にしたがって移項して1個のむらを形成したとすれば、前記の4個ずつの推移の組合せとしてつぎの場合が考えられる。

5 → 5 → 5 → 5 (0.0080)

5 → 6 → 6 → 5 (0.0104)

5 → 7 → 7 → 5 (0.0218)

(第3表) 長さ分布の計算例

推移 5 → 7 の場合

○ 先端

 α_i : レベル i に先端がくる確率

● 後端

 β_i : レベル i に後端がくる確率

× 先端も後端もなし

 γ_i : レベル i に先端も後端もこない確率

組 合 せ

確 率

○ ○ × ×

 $(\alpha_5 Dt) (\alpha_6 Dt) (\gamma_7 Dt)^2$

○ × ○ ×

 $(\alpha_5 Dt) (\alpha_6 Dt) (\gamma_6 Dt) (\gamma_7 Dt)$

○ × × ○

 $(\alpha_5 Dt) (\alpha_6 Dt) (\gamma_6 Dt)^2$

× ○ ○ ×

 $(\alpha_5 Dt) (\alpha_6 Dt) (\gamma_5 Dt) (\gamma_7 Dt)$

× ○ × ○

 $(\alpha_5 Dt) (\alpha_6 Dt) (\gamma_5 Dt) (\gamma_6 Dt)$

× × ○ ○

 $(\alpha_5 Dt) (\alpha_6 Dt) (\gamma_5 Dt)^2$

○ ○ ● ○

 $(\alpha_5 Dt) (\alpha_6 Dt)^2 (\beta_7 Dt)$

○ ● ○ ○

 $(\alpha_5 Dt)^2 (\alpha_6 Dt) (\beta_8 Dt)$ 糸1本あたりの $\alpha: 0.1$, $\beta: 0.2$, $M: 7$, $Dt: 0.5$ であるから, (11) 式から

$$\alpha_5 Dt = \{7 - (5-1)\} \times 0.1 \times 0.5 = 0.15$$

$$\alpha_6 Dt = \{7 - (6-1)\} \times 0.1 \times 0.5 = 0.1$$

$$\alpha_7 Dt = \{7 - (7-1)\} \times 0.1 \times 0.5 = 0.15$$

$$\beta_5 Dt = 5 \times 0.2 \times 0.5 = 0.5$$

$$\beta_6 Dt = 6 \times 0.2 \times 0.5 = 0.6$$

$$\beta_7 Dt = 7 \times 0.2 \times 0.5 = 0.7$$

$$\gamma_5 Dt = 1 - 0.15 - 0.5 = 0.35$$

$$\gamma_6 Dt = 1 - 0.1 - 0.6 = 0.30$$

$$\gamma_7 Dt = 1 - 0.05 - 0.7 = 0.25$$

上記各組合せは排反なので, 全組合せのいずれかが生ずる確率は各確率の和となり, 上記の結果を代入して合計し, 0.0738 を得る.

(第4表) 各推移確率

推移	確 率	推移	確 率	推移	確 率
5→5	0.0895	6→5	0.2035	7→5	0.2951
5→6	0.0509	6→6	0.1073	7→6	0.1882
5→7	0.0738	6→7	0.0269	7→7	0.0362

$$p_{65}^{(8)} = 0.0402$$

を得る. こうして得られた結果を第6図に示す. 第6図の左図は, たて軸に $Q (= p_{65}^{(N)})$ をそのままプロットしたもの, 右図は Q を対数目盛にプロットしたもので, これらの図から外観むらの長さ分布がほぼ対数形にしたがうことが知られた.

8. あ と が き

太さむら部分の性格が既知の糸を糸条板に巻いた場合, 糸条板上に生ずる外観むらの総長さを幅ごとに求める式を誘導し, ついで外観むらの長さ分布を理論的に考察した. それぞれ計算例を示した. 次報において, これまでの理論的考察に対する実験的検討を行なう.

本研究の内容は, 昭和38年3月, 本会むら研究会(2次元むらについて)において講演したものである.

引用文献

- 1) 風間; 本誌, 16, 503 (1963-7)
- 2) 風間; 本誌, 16, 603 (1963-8)
- 3) W. Feller, 河田龍夫監訳; 確率論とその応用, 下巻, p. 56, 紀伊国屋書店 (1961-3)
- 4) 同上, p. 481

(第6図)

これらは積事象なので, 第4表の確率が掛け合わされ, かっこ内の数値が得られた. (13) 式にしたがってこれらは加算され