繊維のからみあいの力学*

(第3報) Mason 型試験機のシリンダ表面の粗滑の影響

(昭和39年6月9日受理) 会 員 鈴 木 恵**
江 元 研 一

→ 摘 要 ←

目 的

Mason 型試験機のシリンダの表面を▽▽仕上程度および Grid No. 380 C の研摩紙をはりつけたとき、ナイロンまたは綿スライバの一定量をシリンダ間に入れ、そのシリンダの回転数の変化により繊維がいかに挙動するかを調べることを目的とした。

成 果

シリンダの表面の粗滑により、シリンダ間のスライバはまったく異なる挙動をすることがわかった。

(1) シリンダ表面が▽▽仕上程度のとき、スライバの配列状態は乱され、そのスライバ中では座屈した繊維が非常に多かった。それゆえ、両シリンダ間のスライバを粘性流体と考えたとき、Burgers の近似式により、繊維の座屈とスライバの見掛けの粘度の関係を求めた。繊維長が大きくなると見掛けの粘度が低い、すなわちスライバ量が少なくても座屈することがわかった。

(2) シリンダ表面に研摩紙をはりつけたとき、連続写真によりスライバが座屈し、繊維塊をつくる過程がわかった。また隣り合った2個のつながった繊維塊が容易に1個の繊維塊となることも観測され、この実験によりピリング生成過程が類推された。

1. ま え が き

Mason 型試験機は1種の Couette 型の粘度計である。そこで試験機の2つのシリンダ間に粘性流体を入れて回転すると、回転数のある領域で不安定の渦ができることが知られている。そこでわれわれは粘性流体の代わりに2つのシリンダ間にスライバを入れ、さらにシリンダの表面のあらさを変化させたとき、繊維集団がいかなる挙動をするか調べた。この考えは、流体の粘性によるせん断力をスライバ中の摩擦とスライバとシリンダ表面の間の摩擦力に置きかえたものである。この粘性流体によるせん断力は一様分布の力であるが、スライバに関する摩擦力は一般に一様分布でない。しかしスライバを構成する繊維数が多い場合には、一様分布と考えてもさしつかえないと思われる。

この両シリンダ間で形成される繊維塊は、合成繊維の織物、編物上の繊維塊すなわちピリングとまったく同種のもので、この研究がピリング形成過程の解析の端緒となれば幸甚である。

2. 実 験 方 法

第2報で報告した¹⁾ Mason 型試験機を使用した。内側のシリンダ(外径5.5 in)と外側のシリンダ間隔 d はつぎのごとく求めた。

レイノルズ数 Re 、空気動粘性係数 γ 、シリンダの表面速度 v 、シリンダの直径 D 、シリンダの回転数 n とすると

$$Re = v d / \gamma \dots\dots\dots (1)$$

また

$$v = \pi D n \dots\dots\dots (2)$$

* Mechanics of Fiber Entanglements. Part 3: Influences by Roughness of Cylinder Surfaces of Mason Type Machine. (第1報 17巻 12号, 第2報 18巻 2号に所載)

** M. Suzuki, Member, 信州大学 K. Emoto, 信州大学 (現在那珂製紙株式会社に勤務)

であるから

$$Re = \pi D n d / \gamma \dots\dots\dots (3)$$

初期のカードはシリンダ表面が、研磨紙であったということから、この Mason 型試験機のシリンダの間隔 d とシリンダの回転数 n の関係を、サコ²⁾ ロウエル社の綿用フラット²⁾ カードの諸元を応用する。

すなわち、 $D=40$ in, $n=165$ rpm, $\gamma_{air}=15.61 \times 10^{-5} \text{ ft}^2 \text{ sec}^{-1}$, $d=10/1000$ in である。ここにこの試験機を実用カードと考える場合、“幾何学的に相似させる方法”³⁾と“力学的に相似させる方法”とがある。一般に実物と模型とは形状や流れに対する姿勢が幾何学的に相似でなければならない。しかし同時に力学的相似を満足しなければ、模型実験の結果をそのまま実物に应用することができない。模型と実物との力学的相似関係を満足させるには、現象を支配する因子の種類に応じて、適当な無次元量の値を等しくすればよい。実際問題としてはこのような相似法則の関係を満足させることは、必ずしも可能でない。特に2つ以上の無次元量を同時に等しくすることは、不可能な場合が多い。このような場合は現象を支配する因子として、もっとも重要と思われるものについて相似関係を満足させる。そしてその模型実験の結果を実物に应用する際には、理論または実験的事実に基づいて適当な修正を加えるのが普通である。すなわち幾何学的にカードのシリンダの直径を、Mason 型試験機のシリンダの直径に縮尺することができても、繊維の“ディメンション”をそのまま縮尺することは不可能である。したがって力学的に、両機械の無次元量“レイノルズ数”を相似させることで実験しようとした。そこで実験に使用した Mason 型試験機においては、シリンダの直径 $D=5.5$ in であり、サコ²⁾ ロウエル社の綿用フラット²⁾ カードの諸元を使用すると、両試験機のレイノルズ数は相等しいという条件から

$$40 \times 65 \times 10 / 1000 = 5.5 \times n \times d = 154 \dots\dots\dots (4)$$

(4) 式より、 $n=120$ rpm とすると $d=1/10$ in となる。シリンダの間隔を $1/10$ in として、内側シリンダの回転数は 120 rpm を基準にとった。この実験においては、綿カードスライバ 40 s とナイロンカードスライバ ($1.5 \text{ d} \times 3.8 \text{ cm}$) を用いた。これらのスライバをそれぞれ内側シリンダを展開した長さにして、シリンダ間に上部より均一に入れて実験した。

(1) シリンダ表面が $\nabla \nabla$ 程度の仕上げのときの繊維形態⁴⁾

シリンダ間隔 $1/10$ in, シリンダ表面は $\nabla \nabla$ 程度に仕上げたものを使用し、内側シリンダの回転数を $90, 120,$

150 rpm に変化させ、外側シリンダを 1 rpm に固定した。シリンダ間に入れるスライバは、ナイロン、綿に対しそれぞれ $0.05, 0.10, 0.15 \text{ g}$ とし、長さ $1.0, 1.5, 2.0$ および 2.5 cm の赤く染めたトレーサ繊維 (約 3 D ナイロン) 50 本を带状にして入れたスライバ中に内側シリンダ面に平行に入れる。 1 min 間両シリンダを回転した後、トレーサ繊維がシリンダ間の繊維量、回転速度によって変形され、どのような形状になったかをシリンダ間から取り出し、第1表のごとく分類した。最初はシリ

a		繊維の一部が折れている場合
b		小さなウェーブになっている場合
c		bに比べ大きなウェーブになっている場合
d		繊維の2カ所が折れている場合
e		大きなカーブになっている場合
f		U字形になっている場合
g		繊維がからみあっている場合
h		切断してしまっている場合

(第 1 表)

ンダ中のトレーサ繊維の形態をシリンダ中で分類した。しかし長時間かかりしかも非効率なので、静かにドーナツ状のスライバを外にとり出し、トレーサ繊維の形態を分類するようにした。前者とほとんど変わりなく、しかも短時間で測定できた。

(2) シリンダ⁵⁾表面に研磨紙をはりつけたときの繊維の形態

シリンダ表面に研磨紙 (Grid No. 390 C) をはりつけシリンダ間隔を $1/10$ in とし、外側シリンダは固定し内側シリンダを $20, 70$ rpm と変化させた。ここに 120 rpm とせず回転数をおとした理由は、 120 rpm にすると形成された繊維塊がシリンダの回転により、比較的早く浮き上り、測定しにくいためである。シリンダ間にはナイロンまたは綿スライバ $0.03, 0.05, 0.07 \text{ g}$ をそれぞれ入れ 1 min 間回転し繊維の形状をみた後で、繊維塊の長さ、直径、重さを測定した。つぎに繊維塊の回転半径 r_e は、繊維塊の長さを l , 目掛けの最大直径を d とすると

$$r_e = l/d \dots\dots\dots (5)$$

またせん断比 G を求めると、外側のシリンダは静止しているから

$$G = 2 (R_1^2 \pi n_1) / (R_2^2 - R_1^2) \dots\dots\dots (6)$$

ここに

R_1 : 内側シリンダの半径

(第 2 表) ナイロン繊維形態の分類表

回 転 数	繊維長 (cm) 繊維重量 (g)	1.0			1.5			2.0			2.5		
		0.05	0.10	0.15	0.05	0.10	0.15	0.05	0.10	0.15	0.05	0.10	0.15
90 rpm	a	1	0	0	0	1	3	1	0	4	0	0	0
	b	22	23	21	21	23	16	13	17	12	11	15	17
	c	16	8	15	17	12	18	14	11	6	9	13	9
	d	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	e	9	11	11	9	8	12	12	11	14	14	10	12
	f	2	7	6	2	6	6	9	10	9	15	9	11
	g	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	3	0
	h	0	0	1	1	0	0	0	0	5	0	0	1
120 rpm	a	2	1	0	2	2	0	2	7	0	3	1	0
	b	16	16	19	17	11	13	15	12	9	9	11	4
	c	11	11	11	13	12	18	11	11	15	13	14	20
	d	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0
	e	15	13	15	5	16	12	12	11	14	9	10	9
	f	4	6	5	6	8	4	8	6	11	10	10	12
	g	0	1	0	1	0	0	0	2	1	0	1	1
	h	2	2	0	6	1	0	2	1	0	6	1	4
150 rpm	a	2	0	0	2	0	4	3	2	2	2	0	1
	b	26	25	17	15	23	15	13	12	12	10	16	9
	c	19	11	13	13	22	12	11	12	7	18	20	13
	d	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	e	0	8	12	15	3	10	14	11	11	10	8	11
	f	3	5	6	4	2	9	6	11	8	5	6	12
	g	0	0	0	0	0	0	0	1	5	5	0	2
	h	0	1	2	1	0	0	3	1	5	0	0	2

(第 3 表) 綿 繊 維 形 態 の 分 類 表

回 転 数	繊維長 (cm) 繊維重量 (g)	1.0			1.5			2.0			2.5		
		0.05	0.10	0.15	0.05	0.10	0.15	0.05	0.10	0.15	0.05	0.10	0.15
90 rpm	a	4	1	0	0	3	1	2	6	1	5	4	1
	b	24	21	20	17	11	15	14	10	9	12	10	7
	c	14	12	11	16	18	12	13	11	10	11	15	8
	d	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	e	5	12	11	7	11	14	12	13	15	11	13	17
	f	2	2	7	6	5	6	6	5	12	7	5	14
	g	0	0	0	1	0	1	2	1	2	0	2	3
	h	1	2	1	3	1	1	1	4	1	4	1	0
120 rpm	a	0	0	2	3	1	2	6	0	1	2	1	1
	b	20	30	18	15	27	15	7	25	8	6	18	10
	c	16	11	11	11	13	13	15	16	13	16	9	11
	d	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	e	9	5	14	13	6	7	17	6	12	17	9	11
	f	3	6	4	6	2	9	3	3	13	8	11	12
	g	0	1	0	0	1	0	0	0	2	0	1	3
	h	1	0	1	2	0	4	1	0	2	1	1	2
150 rpm	a	1	0	0	3	0	0	1	0	2	2	0	4
	b	19	28	22	12	31	12	19	24	8	14	21	7
	c	13	14	13	13	10	13	14	12	9	12	10	8
	d	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	e	9	7	13	14	2	12	11	6	16	13	12	13
	f	4	1	2	6	4	12	5	3	10	7	2	11
	g	0	0	0	2	2	1	0	4	1	2	4	2
	h	1	0	0	0	1	0	0	1	4	0	3	5

R_2 : 外側シリンダの半径

n_1 : 内側シリンダの回転数

である。

ここで高分子溶液中の繊維の流動に使用された Jeffery⁷⁾の関係を、スライバの流動に応用すると、回転の周期 T とせん断比 G の間には

$$GT = 2\pi \{r_e + (1/r_e)\} \dots\dots\dots (7)$$

ここに $r_e \gg 1$ のとき

$$GT \div 2\pi r_e \dots\dots\dots (8)$$

したがって (8) 式より繊維塊の回転の周期は

$$T \div 2\pi r_e / G \dots\dots\dots (9)$$

また (6) 式より

$$n_1 = 20 \text{ rpm のとき, } G = 56.65 \text{ sec}^{-1}$$

$$n_1 = 70 \text{ rpm のとき, } G = 198.28 \text{ sec}^{-1}$$

となる。したがって r_e を測定すると、繊維塊の回転の

周期が求められる。

3. 結 果

(1) シリンダの表面が $\nabla\nabla$ 仕上げ程度のときの繊維の形態

ナイロンについては第2表、綿については第3表に測定値を示す。ここでさらに形態の近いものをまとめ

$$A = a + d, \quad B = b + c, \quad C = e + f, \quad D = g, \\ E = h$$

と分類し直し、ナイロン、綿に対し第4、5表に示した。

(2) シリンダ表面に研摩紙をはりつけたときの繊維の形態

測定値については、ナイロンは12回、綿は20回測定して平均をとった。ここにその結果を第6表に示す。

形成された繊維塊の重量をナイロンに対し第1図、綿

(第4表) ナ イ ロ ン 繊 維 形 態 の 分 類 表

繊維長 (cm)	回転数 繊維重量(g)	90 rpm					120 rpm					150 rpm				
		A	B	C	D	E	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E
1.0	0.05	1	38	11	0	0	2	27	19	0	2	2	45	3	0	0
	(%)	2	76	22	0	0	4	54	38	0	4	4	90	6	0	0
	0.10	1	31	18	0	0	1	27	19	0	3	0	36	13	0	1
	(%)	2	62	36	0	0	2	54	38	0	6	0	72	26	0	2
	0.15	0	36	13	0	1	0	30	20	0	0	0	30	18	0	2
	(%)	0	72	26	0	2	0	60	40	0	0	0	60	36	0	4
1.5	0.05	0	38	11	0	1	2	30	11	1	6	2	28	19	0	1
	(%)	0	76	22	0	2	4	60	22	2	12	4	56	38	0	2
	0.10	1	35	14	0	0	2	23	24	0	1	0	45	5	0	0
	(%)	2	70	28	0	0	4	46	48	0	2	0	90	10	0	0
	0.15	2	32	15	0	1	0	31	16	0	3	4	27	19	0	0
	(%)	4	64	30	0	2	0	62	32	0	6	8	54	38	0	0
2.0	0.05	1	27	21	1	0	2	26	20	0	2	3	24	20	0	3
	(%)	2	54	42	2	0	4	52	40	0	4	6	48	40	0	6
	0.10	0	28	21	1	0	7	23	17	2	1	2	24	22	1	1
	(%)	0	56	42	2	0	14	46	34	4	2	4	48	44	2	2
	0.15	4	18	23	0	5	0	24	25	1	0	2	19	19	5	5
	(%)	8	36	46	0	10	0	48	50	2	0	4	38	38	10	10
2.5	0.05	0	20	29	1	0	3	22	19	0	6	2	28	15	5	0
	(%)	0	40	58	2	0	6	44	38	0	12	4	56	30	10	0
	0.10	0	28	19	3	0	3	25	20	1	1	0	36	14	0	0
	(%)	0	56	38	6	0	6	50	40	2	2	0	72	28	0	0
	0.15	0	26	23	0	1	0	24	21	1	4	1	22	23	2	2
	(%)	0	52	46	0	2	0	48	42	2	8	2	44	46	4	4

に対し第2図に示した.

4. 考 察

(1) シリンダ表面が ▽▽ 仕上げ程度のときの繊維形態.

a) 両繊維とも回転数に無関係に, A, B, C, D, E型のうちB型が一番多い.

b) 両繊維とも繊維長が大きくなるとB型は減少し, C型が増加するが, 90 rpm のときは著明であるが, 回転数の増加につれてこの関係は明瞭でない.

c) 両繊維とも, 回転数, 繊維長が同一のとき, 繊維量が多くなるとB型は減少し, C型は増加する. しかし (B+C) 型は回転数に無関係におおよそ一定の割合をしめる.

d) 両繊維とも A, B, C型に比べD, E型はきわめ

て少ない.

e) 両繊維のD, E型を比べるとわずかであるが綿のD, E型はナイロンのそれより多い. この関係は, 弾性係数の大小の問題でなく, D型については断面形状, E型については切断強度が大いに影響することがわかる.

f) 綿繊維について, 繊維長が小さいときは, スライバ量を多くすると (B+C) 型が増加する. さらに回転数を上昇すると (B+C) 型は減少し, (D+E) 型が少し増加する. ナイロンについては綿ほどこの傾向は著しくない.

g) 両シリンダ間のスライバを, 空気と繊維で構成する高分子の流れと考えると, 繊維同志による“見掛け^(註)の粘度⁸⁾”が求められる. Burgersの近似式によると, スライバ中のトレサ繊維が座屈をおこす限界は次式で求められる.

(第5表) 綿 繊 維 形 態 の 分 類 表

繊維長 (cm)	回転数 繊維重量(g)	90 rpm					120 rpm					150 rpm				
		A	B	C	D	E	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E
1.0	0.05 (%)	4 8	33 76	7 14	0 0	1 2	0 0	36 72	12 24	0 0	1 2	4 8	32 64	13 26	0 0	1 2
	0.10 (%)	1 2	33 66	14 28	0 0	2 4	0 0	41 82	8 16	1 2	0 0	0 0	42 84	7 14	1 2	0 0
	0.15 (%)	0 0	31 62	18 36	0 0	1 2	2 4	29 58	18 36	0 0	1 2	0 0	35 70	15 30	0 0	0 0
1.5	0.05 (%)	0 0	33 66	13 26	1 2	3 6	3 6	26 32	19 38	0 0	2 4	3 6	25 50	20 40	2 4	0 0
	0.10 (%)	4 8	29 58	16 32	0 0	1 2	1 2	40 80	8 16	1 2	0 0	0 0	41 82	6 12	2 4	1 2
	0.15 (%)	1 2	27 54	20 40	1 2	1 2	2 4	28 56	16 32	0 0	4 8	0 0	25 50	24 48	1 2	0 0
2.0	0.05 (%)	2 4	27 54	18 36	2 4	1 2	7 14	22 44	20 40	0 0	1 2	1 2	33 66	16 32	0 0	0 0
	0.10 (%)	6 12	21 42	16 32	0 0	1 2	0 0	41 82	9 18	0 0	0 0	0 0	36 72	9 18	4 8	1 2
	0.15 (%)	1 2	19 38	27 54	2 4	1 2	1 2	21 42	25 50	2 4	1 2	2 4	17 34	26 52	1 2	4 8
2.5	0.05 (%)	5 10	23 46	18 36	0 0	4 8	2 4	22 44	25 50	0 0	1 2	2 4	26 52	20 40	2 4	0 0
	0.10 (%)	4 8	25 50	18 36	2 4	1 2	1 2	26 52	20 40	1 2	2 4	0 0	31 62	14 28	4 8	1 2
	0.15 (%)	1 2	15 30	31 62	3 6	1 2	1 2	21 42	23 46	3 6	2 4	4 8	15 30	24 48	2 4	5 10

(第1図) ナイロン繊維玉の重量と供給繊維量の関係

(第2図) 綿繊維玉の重量と供給繊維量の関係

$$(G\eta^*)_{crit} = E_b(\ln 2r - 1.75)/2r^4 \dots\dots\dots (10)$$

ここに

- G : せん断比 (sec^{-1})
- η^* : 見掛けの粘度 (poises)
- E_b : 曲げ弾性係数 (dyne/cm^2)
- r : 軸比 (繊維長/繊維直径)

である。ここにトレサ繊維については、第2報で報告した方法で求め、直径 $d=0.024\text{ mm}$ 、曲げ弾性係数 $E_b=4.7\times 10^{10}\text{ dyne/cm}^2$ の乾燥ナイロンを使用した。また 90, 120, 150 rpm におけるせん断比 G を求めると、それぞれ 254.9, 339.9, 428.8 sec^{-1} となる。それでトレサ繊維の繊維長 1.0, 1.5, 2.0, 2.5 cm のときのスライバの見掛けの粘度を求めると、第7表のごとくである。この結果から繊維長が大きくなると、スライバの見掛け

(第6表) ナイロン、綿スライバの回転半径と回転周期の関係

ナイロン	20 rpm			70 rpm		
織 維 量	0.03 g	0.05 g	0.07 g	0.03 g	0.05 g	0.07 g
重さ (mg)	10.3	18.4	57.7	10.2	18.2	26.5
長さ (cm)	2.3	2.6	2.95	2.55	1.95	1.7
直径 (cm)	0.32	0.31	0.38	0.35	0.35	0.37
r_e	7.19	8.39	7.76	8.27	5.57	4.51
T (sec)	0.87	0.93	0.86	0.28	0.18	0.14

綿	20 rpm			70 rpm		
織 維 量	0.03 g	0.05 g	0.07 g	0.03 g	0.05 g	0.07 g
重さ (mg)	5.5	11.7	19.5	5.7	12.7	16.2
長さ (cm)	1.8	2.1	2.26	1.8	2.4	2.5
直径 (cm)	0.26	0.33	0.37	0.30	0.32	0.39
r_e	6.73	6.39	7.05	6.14	7.50	6.51
T (sec)	0.75	0.71	0.78	0.19	0.24	0.21

(第7表) トレサ繊維が座屈を起こすスライバの見掛けの粘度 (η^*)

回転数	90 rpm (cp)	120 rpm (cp)	150 rpm (cp)
繊維長 (cm)			
1.0	1.40	1.05	0.84
1.5	0.31	0.24	0.19
2.0	0.11	0.03	0.07
2.5	0.05	0.04	0.03

(第8表) 繊維が座屈を起こすスライバの見掛けの動粘度 (η^*/γ)、ここに η^* (cp), γ (g/cc) である

繊維長 (cm)	繊維量 (g)	90 rpm	120 rpm	150 rpm
1.0	0.05	65.6	48.2	38.5
	0.10	32.0	24.3	19.2
	0.15	21.2	16.1	12.9
1.5	0.05	14.2	11.0	8.7
	0.10	7.1	5.5	4.4
	0.15	4.8	3.9	2.9
2.0	0.05	5.1	3.7	3.2
	0.10	2.5	1.8	1.6
	0.15	1.7	1.2	1.1
2.5	0.05	2.3	1.8	1.4
	0.10	1.1	0.9	0.7
	0.15	0.8	0.6	0.5

の粘度が低くても繊維は容易に座屈することがわかる。またこの結果からスライバ量を多くすると、見掛けの動粘度が低くても、座屈することが第8表から考察できる。

(1)

(6)

(2)

(7)

(3)

(8)

(4)

(9)

(5)

(10)

(第3図) ナイロン繊維塊ができるまで (供給繊維量 0.03 g)

(2) シリンダ表面に、研磨紙をはりつけたときの繊維形態

a) 両繊維とも、スライパ量が多くなると、繊維塊1個の重量も増加する。ナイロン、綿の繊維塊の重量を比較すると、ナイロン繊維塊は綿繊維塊より重い。繊維の比重は、ナイロン1.14、綿1.54であるから、繊維塊中の繊維数はナイロンが綿より多いことがわかる。これからナイロンの方が、綿より座屈しやすいことが確かめられた。

b) 繊維塊は両シリンダに接触して回転し、両繊維の繊維塊の回転半径はほとんど同じであった。

c) スライパが座屈して、繊維塊をつくる過程を第3図に示した。このスライパが座屈して、繊維塊を作る過程を分解して考え第4図に示す。第4図(1)では両シリンダに引っかかった繊維は、軸方向の分力により座屈をはじめ。内側シリンダは矢印のごとく回転するので、繊維の座屈は第4図(2)、(3)のごとく進行する。さらに内側シリンダの回転により、繊維は曲げられ、第4図(4)のa部分はシリンダを離れ、第4図(5)のごとくさらに離れてゆく。さらに第4図(6)のごとく、a部分は上部分にひっかけられて丸くなり、ついには第4図(7)のごとく繊維塊の中心となる。

d) 繊維で連なった2個の繊維塊は、第5図に示すごとく、完全に1個の繊維塊となる。この過程の模型を第

(1)

(2)

(3)

(4)

(5)

(第4図) スライパ中の1繊維が小さな繊維玉を作る過程模型

(6)

(11)

(7)

(12)

(8)

(13)

(9)

(14)

(10)

(15)

(16)

(1)~(8) スライバが繊維玉となる過程

(9)~(16) (8)までで形成された2個の繊維玉が1個の繊維玉となる過程

(第5図) ナイロンの2つの繊維塊が1つの繊維塊となるまで

(第6図) 2つの繊維玉が一体となる過程模型

6図に示す。第6図(1)に示すごとく、 b 、 c 2個の繊維塊は繊維で連らなっている、すべりながら回転する。第6図(2)から b は c に引っぱられて接近し、第6図(3)から b と c は接触して一体となって回転する。第6図(4)のごとくこれを繰り返えし、ついに2個の繊維塊は第6図(5)のように完全に一体となって回転する。これに衝突の理論を応用してみると、 b 繊維塊の質量 m_1 、速度 v_1 、 c 繊維塊の質量 m_2 、速度 v_2 、衝突後の速度を V とすると、衝突の前後の運動量の関係は

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) V \quad (11)$$

となり、 $v_1 = v_2$ ならば、衝突前後の繊維塊の回転速度は相等しくなり、質量のみ増加して動くこととなる。それゆえ一定時間の回転により同じくらの大きさの繊維塊

となる。

(3) 繊維の座屈理論

第4図(1)において、繊維の両端は回転端であるから、シリンダ間げきの中心線で繊維を固定したものと考える。

a) 真直ぐな繊維の場合⁹⁾

繊維を細長い真直ぐな棒と考えるとき、座屈荷重 P_{er} は、繊維の曲げ剛さ EI 、 l を繊維の長さとする

$$P_{er} = \pi^2 EI / l^2 \quad (12)$$

で表わせる。しかし荷重 P が座屈荷重 P_{er} よりやや大きくなると、大きいたわみが生じる。第7図のごとく座

(第7図) まっすぐの繊維の曲げられた状態図

標軸をとると、たわみ曲線の微分方程式は

$$EI d\theta/ds = -Py \quad (13)$$

ここに s は曲げられた繊維の、上端 O から測った曲線の長さ、 θ は曲線の切線と鉛直線のなす角である。

(13) 式を s で微分し、 $dy/ds = \sin \theta$ の関係を用いると

$$EI d^2\theta/ds^2 = -P \sin \theta \quad (14)$$

(14) 式の両辺に $d\theta/ds$ をかけ積分すると

$$EI \int d(\theta/ds) d\theta/ds = -P \int \sin \theta d\theta$$

この式を積分し、上端において曲率が 0 、 $\theta = \alpha$ であるから

$$\frac{EI}{2} (d\theta/ds)^2 = P (\cos \theta - \cos \alpha)$$

となり、 $k^2 = P/EI$ とおくと

(第9表) 細長いたわみの大きい棒の座屈荷重と Euler 荷重の比

α	20°	40°	60°	80°	100°	120°	140°	160°	176°
P/P_{cr}	1.015	1.063	1.152	1.293	1.518	1.884	2.541	4.029	9.116
x_a/l	0.970	0.881	0.741	0.560	0.349	0.123	-0.107	-0.340	-0.577
y_a/l	0.220	0.442	0.593	0.719	0.792	0.803	0.750	0.625	0.421

$$ds = -d\theta / k \sqrt{2} \sqrt{\cos \theta - \cos \alpha}$$

これを積分すると全長が求められ

$$l = \int_0^\alpha d\theta / k \sqrt{2} \sqrt{\cos \theta - \cos \alpha}$$

$$= \frac{1}{2k} \int_0^\alpha d\theta / \sqrt{\sin^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\theta}{2}} \quad \dots\dots (15)$$

ここで $P = \sin \frac{\alpha}{2}$ とし

$$\sin \frac{\theta}{2} = P \sin \phi = \sin \frac{\alpha}{2} \sin \phi \quad \dots\dots (16)$$

とおくと, $\theta : 0 \rightarrow \alpha$ のとき $\sin \phi : 0 \rightarrow 1$, $\phi : 0 \rightarrow \pi/2$

また (16) 式から

$$d\theta = 2P \cos \phi d\phi / \sqrt{1 - P^2 \sin^2 \phi}$$

となり, これを (15) 式に代入すると

$$l = \frac{1}{k} \int_0^{\pi/2} d\phi / \sqrt{1 - P^2 \sin^2 \phi} \quad \dots\dots (17)$$

右辺の積分は だ円積分で, P の種々の値に対する数値は

(第8図) α の変化による細長い たわみ の 大きい棒が曲げられたときの状態図

表からわかる¹⁰⁾. この表から角 α の種々の値に対する, 荷重 P の値は求められ, P/P_{cr} の値は第9表に示す. すなわち繊維がわん曲して, その上端の切線が鉛直線と 60° をなすときは, 座屈を初めて起こす Euler 荷重より, 約 15% だけ大きい荷重が作用しているわけである. また たわみ y_a と座標 x_a はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} dy &= ds \sin \theta \\ dx &= ds \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (18)$$

を積分するとえられ第9表に示した. これらの関係を図示したものが第8図で, この曲線の組み合わせにより, 曲げられた繊維の種々の形を表わすことができる.

b) クリンプをもつ繊維の場合¹¹⁾

繊維がすべて細長い真直ぐな棒で表わせれば簡単であるが, ナイロンのごとき合成繊維のクリンプをもつ繊維の場合は複雑となる. 繊維の形状を

$$x = a \sin y \quad \dots\dots (19)$$

のごとき簡単なものに仮定する. もっと複雑な形状でもフーリエ級数で示せるから同様に解析できる. ここに (19) 式の a はクリンプの大きさを示す定数で, 振動における振幅に相当する. いま第9図のごとく, 繊維の長さの $1/2$ の点に原点をとり, 原点で固定されていると考えて, 左半分のみについて考える. 無荷重時の繊維の全

(第9図) クリンプをもつ繊維またはらせん構造をもつ繊維の曲げられた状態図

長を l_0 , 荷重時の全長を l , 荷重時の繊維の変形曲線にそっての OP の長さを s , 無荷重時の相当長さを s_0 とし, 無荷重時の 1 サイクルの長さを h_0 , 荷重時のものを h , 繊維の弾性係数を E , 横断面積を A_a , 繊維の断面 2 次モーメントを I , A_0 , B_0 を無荷重時の繊維の引張りこわさ, 曲げこわさとする¹²⁾

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= A_a E \left(1 - \frac{1}{2} a^2 \cos^2 \theta + \dots\right) \\ B_0 &= EI \left(1 - \frac{1}{8} a^2 + \dots\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots (a)$$

また, A , B を荷重時の A_0 , B_0 に対応するこわさとし T , M を軸方向の力, 曲げモーメントとすると

$$\left. \begin{aligned} T &= -w \cos \theta \\ M &= w \int_s^l \sin \theta \, ds \end{aligned} \right\} \dots\dots (b)$$

$$T/A_0 = (ds - ds_0)/ds_0 = (h - h_0)/h_0$$

それゆえ

$$ds/ds_0 = h/h_0 = 1 + (T/A_0) = 1 - (w \cos \theta / A_0) \dots\dots (c)$$

および

$$\left. \begin{aligned} A &= A_0 h/h_0 = A_0 \{1 - (w \cos \theta / A_0)\} \\ B &= B_0 h/h_0 = B_0 \{1 - (w \cos \theta / A_0)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots (d)$$

繊維の中心線の変形曲線から

$$d\theta/ds = M/B \dots\dots (20)$$

したがって

$$d\theta/ds = w \int_s^l \sin \theta \, ds / B_0 \{1 - (w \cos \theta / A_0)\}$$

この式を解くため, つぎのごとくおく

$$s = l \alpha, \quad w/A_0 = \lambda, \quad l^2 w/B_0 = \mu \dots\dots (e)$$

そのとき

$$(1 - \lambda \cos \theta) d\theta/d\alpha = \mu \int_\alpha^l \sin \theta \, d\alpha \dots\dots (21)$$

$$d/d\alpha \{ (1 - \lambda \cos \theta) d\theta/d\alpha \} = -\mu \sin \theta \cdot$$

$$\begin{aligned} &\{ (1 - \lambda \cos \theta) d\theta/d\alpha \} d/d\alpha \{ (1 \\ &- \lambda \cos \theta) d\theta/d\alpha \} d\alpha \\ &= -\mu (1 - \lambda \cos \theta) \sin \theta d\theta \end{aligned}$$

$$(1 - \lambda \cos \theta)^2 (d\theta/d\alpha)^2 = \mu (2 \cos \theta - \lambda \cos^2 \theta + c) \dots\dots (22)$$

ここに c は積分定数で, a 点においては $\theta = \alpha$ なるから

$$d\theta/d\alpha = (l d\theta/ds) = 0 \dots\dots (f)$$

それゆえ

$$c = -(2 \cos \alpha - \lambda \cos^2 \alpha) = \frac{1}{\lambda} \{ (1 - \lambda \cos \alpha)^2 - 1 \} \dots\dots (23)$$

(22) 式に (23) を代入すると

$$\begin{aligned} (1 - \lambda \cos \theta)^2 \cdot (d\theta/d\alpha)^2 &= \frac{\mu}{\lambda} \{ (1 - \lambda \cos \alpha)^2 \\ &- (1 - \lambda \cos \theta)^2 \} \end{aligned}$$

(e) 式から, $B_0/A_0 = f$ とおくと

$$\sqrt{\lambda/\mu} = \sqrt{(1/A_0)/(l^2/B_0)} = \sqrt{f/l} \dots\dots (g)$$

この問題は, $\lambda \leq 1$ の場合につき論じているが, $\lambda > 1$ の場合も同様に解くことができる. $d\theta/d\alpha \leq 0$ なるから

$$\begin{aligned} d\alpha &= \sqrt{f/l} (1 \\ &- \lambda \cos \theta) d\theta / \sqrt{(1 - \lambda \cos \alpha)^2 - (1 - \lambda \cos \theta)^2} \end{aligned} \dots\dots (24)$$

したがって, これを積分すると

$$\begin{aligned} l/2 &= \sqrt{f} \int_0^\alpha (1 - \lambda \cos \theta) d\theta \\ &/ \sqrt{(1 - \lambda \cos \alpha)^2 - (1 - \lambda \cos \theta)^2} \end{aligned} \dots\dots (25)$$

ここで

$$\sin^2 \frac{\theta}{2} = \sin^2 \frac{\alpha}{2} \sin^2 \varphi \dots\dots (h)$$

とし, 変数を φ に変換すると

$$\theta = 0 \text{ で } \varphi = 0, \quad \theta = \alpha \text{ で } \varphi = \pi/2,$$

$$\cos \theta = 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} = 1 - 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \sin^2 \varphi,$$

$$d\theta = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \varphi d\varphi / \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2} \sin^2 \varphi}$$

$$\begin{aligned} &\sqrt{(1 - \lambda \cos \alpha)^2 - (1 - \lambda \cos \theta)^2} \\ &= 2\sqrt{\lambda} \sin \frac{\varphi}{2} \cos \varphi \sqrt{1 - \lambda + \lambda(1 + \sin^2 \varphi) \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \end{aligned}$$

ゆえに

$$\begin{aligned} \sqrt{\mu} &= 2 \int_0^{\pi/2} (1 - \lambda + 2 \lambda \sin^2 \frac{\alpha}{2} \sin^2 \varphi) d\varphi / \\ &(\sqrt{1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2} \sin^2 \varphi} \sqrt{1 - \lambda + \lambda(1 + \sin^2 \varphi) \sin^2 \frac{\alpha}{2}}) \end{aligned} \dots\dots (26)$$

展開して

$$\begin{aligned} \sqrt{\mu} &= 2 \int_0^{\pi/2} \left\{ (1 - \lambda + 2 \lambda \sin^2 \frac{\alpha}{2} \sin^2 \varphi) \left\{ 1 \right. \right. \right. \\ &+ \frac{1}{2} \sin \varphi \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \frac{3}{8} \sin^4 \varphi \sin^4 \frac{\alpha}{2} + \dots \} \\ &\times (1 - \lambda)^{-1/2} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \frac{\lambda(1 + \sin^2 \varphi)}{1 - \lambda} \sin^2 \frac{\varphi}{2} \right. \\ &+ \frac{3}{8} \frac{\lambda^2(1 + \sin^2 \varphi)^2}{(1 - \lambda)^2} \sin^4 \frac{\alpha}{2} + \dots \} d\varphi \\ &= 2(1 - \lambda)^{-1/2} \int_0^{\pi/2} \left\{ (1 - \lambda) + \frac{1}{2} \left\{ -\lambda \right. \right. \right. \\ &+ (1 + 2\lambda) \sin^2 \varphi \} \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{8} \{ (3 + 5\lambda) \sin^4 \varphi \\ &+ \frac{3\lambda^2 - 2\lambda \sin^2 \varphi - (2\lambda + 3\lambda^2) \sin^4 \varphi \} \sin^4 \frac{\alpha}{2} \\ &+ \dots \} d\varphi \end{aligned}$$

さて

$$\int_0^{\pi/2} \sin^2 \varphi d\varphi = \frac{1}{2} \frac{\pi}{2}, \quad \int_0^{\pi/2} \sin^4 \varphi d\varphi = \frac{3}{8} \frac{\pi}{2} \dots\dots (i)$$

を入れると、結局

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{\mu} &= \pi (1-\lambda)^{-1/2} S_1 \\ \text{ただし} \\ S_1 &= (1-\lambda) + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

$\alpha = 0$ 、すなわち座屈荷重時には

$$S_1 = 1 - \lambda_{cr}$$

したがって

$$\sqrt{\mu_{cr}} = \pi (1 - \lambda_{cr})^{1/2} \dots\dots\dots (28)$$

ゆえに

$$\frac{1}{\mu_{cr}/\pi^2} = \frac{1}{1 - \lambda_{cr}} = \frac{1}{\lambda_{cr}} \left(\frac{1}{1 - \lambda_{cr}} - 1 \right)$$

また (e) 式から

$$\lambda_{cr} = w_{cr}/A_0, \quad \mu_{cr} = w_{cr} l_{cr}^2/B_0$$

であって、かつ座屈荷重時にはまだ中心線は真直ぐで

$$l_{cr} = (1 - \lambda_{cr}) l_0, \quad w_{cr}/A_0 = \lambda_{cr} = (l_0 - l_{cr})/l_0 \dots (j)$$

よって

$$\frac{1}{(l_{cr}^2/\pi^2)(w_{cr}/B_0)} = \frac{A_0}{w_{cr}} \left(\frac{l_0 - l_{cr}}{l_{cr}} \right) \dots\dots\dots (k)$$

ゆえに

$$w_{cr} = A_0 (l_0 - l_{cr})/l_0 = (\pi^2 B_0)/(l_0 l_{cr}) \dots\dots\dots (29)$$

それゆえ (29) 式から、クリンプをもつ繊維の座屈荷重が求められる

(c) らせん構造をもつ繊維の場合¹³⁾

羊毛や綿のごとき天然繊維自身らせん構造をもっている。その座屈を取り扱う場合、理論は非常に複雑となるゆえ、その大要を述べ詳細は文献を参照されたい。第9図において、繊維の無荷重時のピッチを h_0 、荷重時のピッチを h 、らせん角を β 、せん断弾性係数を G 、極断面2次モーメントを J とすると、無荷重時の引張りこわさ A_0 、曲げこわさ B_0 、ねじりこわさ C_0 はらせん半径を r とすると

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= h_0 \cos \beta / 2 \pi r^3 (\sin^2 \beta / EI + \cos^2 \beta / GJ) \\ B_0 &= h_0 \cos \beta / \pi r \{ (1 + \sin^2 \beta) / EI + \cos^2 \beta / GJ \} \\ C_0 &= h_0 \cos \beta / \pi r^3 (\cos^2 \beta / EI + \sin^2 \beta / GJ) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (a')$$

また、荷重時の A_0 、 B_0 、 C_0 に対応するこわさを A 、 B 、 C とし、(b)式にせん断力 Q を加えると

$$T = -w \cos \theta, \quad Q = w \sin \theta, \quad M = w \int_s^l \sin \theta ds \dots\dots\dots (b')$$

(d) 式の代わりに

$$\left. \begin{aligned} A &= A_0 h/h_0 = A_0 \{1 - (w \cos \theta / A_0)\} \\ B &= B_0 h/h_0 = B_0 \{1 - (w \cos \theta / A_0)\} \\ C &= C_0 h/h_0 = C_0 \{1 - (w \cos \theta / A_0)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots (d')$$

したがって、(20)式の代わりに

$$d\theta/ds = M/B + 1/C \cdot dQ/ds \dots\dots\dots (20')$$

したがって

$$d\theta/ds = w \int_s^l \sin \theta ds / B_0 \{1 - (w \cos \theta / A_0)\} + w \cos \theta / C_0 \{1 - (w \cos \theta / A_0)\} \cdot (d\theta/ds)$$

これを解くため、(e)式とさらに

$$w/C_0 = \gamma, \quad \gamma + \lambda = \tau = w (1/A_0 + 1/C_0) \dots\dots\dots (e')$$

を加えると、(21)式から(23)式までは同様に求められ以下 $\lambda \rightarrow \tau$ とおきかえると (g) 式は

$$\sqrt{\tau/\mu} = \sqrt{(1/A_0 + 1/C_0)/(l^2/B_0)} = r/l \cdot \sqrt{f} \dots\dots\dots (g')$$

となる。座屈荷重を求めるには以下 (c) の場合と同様の計算を行ない、(28)式から

$$\sqrt{\mu_{cr}} = \pi (1 - \tau_{cr})^{1/2} \dots\dots\dots (28')$$

ここに

$$\tau_{cr} = \lambda_{cr} + \gamma_{cr}$$

なるから

$$\frac{1}{(\mu_{cr}/\pi^2) + \gamma_{cr}} = \frac{1}{1 - \tau_{cr}} = \frac{1}{\tau_{cr}} \left(\frac{1}{1 - \tau_{cr}} - 1 \right) \\ \lambda_{cr} = w_{cr}/A_0, \quad \mu_{cr} = w_{cr} l_{cr}^2/B_0, \quad \gamma_{cr} = w_{cr}/C_0$$

さらに (j) 式の条件を加えると

$$\frac{1}{(l_{cr}^2 w_{cr} / \pi^2 B_0) + (w_{cr} / C_0)} = \frac{A_0}{w_{cr}} \cdot \frac{l_0 - l_{cr}}{l_{cr}} \dots (k')$$

ゆえに (29) 式と同様に、らせん構造の繊維の座屈荷重は

$$w_{cr} = A_0 (l_0 - l_{cr})/l_0 \\ = (\pi^2 B_0 / l_{cr} l_0) \frac{1}{1 + (\pi^2 l_{cr}^2 / B_0)(B_0 / C_0)} \dots\dots\dots (29')$$

で求められる。しかし厳密には、 l_{cr} 、 B_{cr} 、 C_{cr} は w_{cr} の関数であるから別の方法で解かねばならない。

すなわち、実験に使用したナイロン、綿のようなクリンプをもつ繊維、らせん構造の繊維の場合には座屈理論は非常に複雑となり、繊維を細長い棒と考えた場合の座屈理論で繊維の座屈荷重を十分近似できると思う。

5. む す び

シリンダ表面が▽▽仕上げ程度のときはスライバの配列状態が乱されるのみで、梳綿効果はまったくない。わずかであるが繊維を損傷する場合もあり、このような損傷により繊維の曲げ弾性係数は低下する。したがってカード工程のネップ、または合繊織物、編物の使用中でできるピルの核となる公算は大となることが想像される。また両シリンダ表面に研摩紙をはりつけたときの繊維塊の形成過程の一連の写真観測から、ネップまたピルも織

維集団が座屈して小さな繊維玉となることが判明した。

これは従来の柱の座屈荷重を求める方法より、細長いたわみの大きい棒に使用される方法の方が、より適当であることがわかった。

終わりに実験試料を御送付下さった東洋レーヨン紡編織研究所、富士紡績株式会社および実験を手伝った小林節子氏に心からお礼申し上げる。本研究は繊維のもつれに関するシンポジウム(繊維機械学会, 1964)と、第13回高分子学会年次大会(1964)で発表したものである。

(注) この見掛けの粘度は繊維集合体のせん断弾性係数に近いもので、本来の粘性係数とは異なる。通気粉体の見掛けの粘度を、まったく同じ方法で測定した二、三¹⁵⁾の研究があったので、参考までに紹介しておく。

参考文献

- 1) 鈴木恵, 小林節子, 塚田常夫; 第3回繊維連合要旨 P. 62 (1963); 18, 117 (1965-2)
- 2) 水利清; 梳綿機取扱法, 本会昭和29年

- 3) 小茂鳥和生編; 機械工学実験法, P. 35 (日刊工業新聞社), 昭和38年
- 4) 鈴木恵, 江元研一; 第13回高分子学会前刷(1964)
- 5) 鈴木恵; 繊維のもつれに関するシンポジウム要旨, P. 3 繊維機械学会, (1964)
- 6) B. J. Trevelyan & S. G. Mason; J. Colloid Science, 6, 354 (1951)
- 7) G. B. Jeffery; Proc. Roy. Soc. London, A 102, 161, (1922)
- 8) A. A. Robertson, E. Meindersma and S. G. Mason; Pulp Paper Mag. Canada, 6, T 3 (1961)
- 9) チモシエンコ; 座屈理論 (仲 外訳) P. 45, コロナ社 (昭和29年)
- 10) Jahnke-Emde; Tables of Functions, (1933)
- 11) M. Suzuki; Reports of DSR 8825, M. I. T. (1962)
- 12) 鈴木恵; 未発表
- 13) M. Suzuki; J. The Fac. of Text. Shinshu Univ., B2, 11, (1957)
- 14) 水野正夫; 機械学会誌, 62, 1042, (1959)
- 15) 粉粒体供給委員会編; 粉粒体の貯槽と供給装置, P. 43 (日刊工業新聞社) 昭和38年