手動式メリヤス針の破壊とその工作に就いて⁽¹⁾

(昭和24年3月25日受理)

奥

田

薫⁽²⁾

緒 言

メリヤス針100本を試験片としてその破壊状態を求めて見るに、針のバットに於ける損傷が76個、ラッチに於ける破損が30個で、前者は移動カムと針との衝撃に依るもので後者は糸の張力に依る曲げ作用と思考される。依つて力学的にその作用を考えその工作に対する意見を述べるのが目的である。

1 バットに於ける衝撃

溝中に
在る針が
手動に依
つて左右
に動き、
重量Gを

有するカムの衝撃に依つて破壊するとする。バットを一種の梁と考え溝中にて固定されていると仮定する。

針のバットの重量は荷重に比較して極めて小であるから振動中の梁の撓み曲線は静力学的撓み曲線と同一と考える。振動中荷重 G に依る任意の位置を x とすると、一端が固定されている場合支点より x 離れた梁の任意の微小重量 $q \cdot dx$ の変位は Lord Rayleigh の "Theory of Sound" に依つて $w \frac{3x^2l - x^3}{2l^3}$ であるから、平等断面の片持梁の運動のエネルギーは

$$\int_0^l \frac{q}{2g} \left(w \frac{3x^2l - x^3}{2l^3} \right)^2 dx = 0.236ql \frac{w^2}{2g} \quad \dots\dots\dots(1)$$

茲に w は撓みで q は単位長さの重量である。

カムの重量を G としているからその質量は $\frac{G}{g}$ となる。カムの速度を v とし之が針を打ち共通速度 v_c を得たとすると

$$\frac{G}{g} v = \frac{G}{g} v_c + \frac{G_1}{g} v_c$$

$$\therefore v_c = v \frac{G}{G + G_1} \quad \dots\dots\dots(2)$$

茲に G_1 はバットの重量である。しかし式(1)を採用すると

$$v_c = v \frac{G}{G + 0.236G_1} \quad \dots\dots\dots(3)$$

となる。衝突中撓み曲線が、静力学的撓み曲線と仮定しているから、かかる撓みを生ずる力は

$$P = w \frac{3EI}{l^3} \quad \dots\dots\dots(4)$$

梁に於いて貯蔵される全エネルギー U は力 P に依る仕事に等しい。

$$U = \frac{P \cdot w}{2} = \frac{3}{2} \frac{w^2 EI}{l^3} \quad \dots\dots\dots(5)$$

茲に E は縦弾性係数で I は慣性モーメントである。

カム G が距離 S 通過した後バットに衝突するとすると

$$G(S + w) = \frac{3}{2} w^2 \frac{EI}{l^3} \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$\therefore w = 0.33 \sqrt{\frac{Gl^3}{EI}} + \sqrt{0.1089 \frac{G^2 l^6}{E^2 I^2} + \frac{0.33 Gl^3 v^2}{g EI}} \quad \dots\dots\dots(7)$$

距離 S が $0.33 \sqrt{\frac{Gl^3}{EI}} = w_0$ に比較して大なる時は

$$w = vl \sqrt{\frac{0.33}{g} \frac{Gl}{EI}} \quad \dots\dots\dots(8)$$

故に動的撓みは(7)式より求められ、之に相当する應力は荷重 G の静力学的に適用して得られる應力を $\frac{w}{w_0}$ 倍すれば良い。最大曲げモーメントは

$$M_{\max} = P \cdot l = \frac{3wEI}{l^2} \quad \dots\dots\dots(9)$$

その應力は

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{Z} = \frac{3wEI}{l^2} \times \frac{6}{ah^2}$$

$$= \frac{3wEh}{2l^2} \quad \dots\dots\dots(10)$$

茲に a はバット断面の幅、 h は従の長さである。

(1) Breaking and manufacturing of hand knitting needles.

(2) Kaoru OKUDA. 福井工業専門学校

或は

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{Z} = \frac{3wEI}{l^2 Z} = 3 \sqrt{\frac{Gv^2 E}{glah}} \dots \dots \dots (11)$$

最大撓みに於ける梁の質量の効果を決定するに、衝撃中の撓みの曲線は静力学的撓みに於けると同一の形状を有する片持梁の場合、重量 G が梁を端で打つ時梁の換算重量は $0.236ql$ であるから、打撃の最初の瞬間に於いて生ずる共通速度 v_c は $v_c(G+0.236ql)=G \cdot v$ より得られるから、共通速度を生じた後の全運動のエネルギーは

$$\frac{v_c}{2q} \{G+0.236ql\} = \frac{Gv_c^2}{2g} \frac{1}{1+0.236 \frac{ql}{G}} \dots \dots \dots (12)$$

$$\frac{Gv^2}{2g} = G \cdot S \text{ を用いて}$$

$$w = 0.33 \frac{Gl^3}{EI} + \sqrt{0.1089 \frac{G^2 l^6}{E^2 I^2} + \frac{0.33 G l^3 v^3}{gEI(1+0.236 \frac{ql}{G})}} \dots \dots \dots (13)$$

2 ラツチに於ける糸の張力に依る曲げ

正常に針が上下運動をしている時はラツチには何等力の作用を受けないが、糸の張力が或方向に急激に作用する時ラツチは曲げに依り損傷される。ラツチの断面は矩形であるが上面より見て底辺 a_1 なる三角形でその長さは (l_1+l_2) 、頂点より l_2 なる点に張力が作用するとする。しかして糸の引張力は xy 面に角 θ をなし、 yz 面に a をなす方向に作用するものとする。

荷重 $P \cos \alpha$ を断面の二主軸に対して $P \cos \theta \cos \alpha$, $P \cos \theta \sin \alpha$ の二分子に分解する。ラツチを片持梁と仮定すると片持梁の任意の断面に於ける曲げモーメントの二成分の値は y 軸に対しては $M_y = P \cos \theta \cdot \sin \alpha \cdot (l_1 - x)$, z 軸に対しては $M_z = P \cos \theta \cdot \cos \alpha \cdot (l_1 - x)$ でモーメントの M_y は z が正なる点に圧縮を M_z は y が正なる点に圧縮を生ずる。

断面 yz の任意の点に於ける直應力 σ_x は M_y に依り生ずる應力を相加えて得られる。

$$\sigma_x = - \left\{ \frac{P \cos \theta \cdot \cos \alpha (l_1 - x) y}{I_z} + \frac{P \cos \theta \sin \alpha (l_1 - x) z}{I_y} \right\} \\ = -P(l_1 - x) \left\{ \frac{\cos \theta \cdot \cos \alpha \cdot y}{I_z} + \frac{\cos \theta \sin \alpha \cdot z}{I_y} \right\} \dots \dots \dots (14)$$

中立軸を求めるには $\sigma_x = 0$ と置けば良い。従つて括弧中は零となる。故に

$$\tan \beta = - \frac{y}{z} = \tan \alpha \frac{I_z}{I_y} \dots \dots \dots (15)$$

茲に β は断面の中心が z 軸となす角である。しかるに

$$\frac{a}{(l_1 - x) + l_2} = \frac{a_1}{l_1 + l_2} \dots \dots \dots (16)$$

$$\therefore I_z = \frac{a_1(l_1 - x + l_2)h^3}{12(l_1 + l_2)}$$

$$I_y = \frac{h}{12} \left\{ \frac{a_1(l_1 - x + l_2)}{l_1 + l_2} \right\}^3$$

従つて

$$\tan \beta = \tan \alpha \left\{ \frac{h(l_1 + l_2)}{a_1(l_1 - x + l_2)} \right\}^2 \dots \dots \dots (17)$$

中立軸の方向が決定されると直應力の最大なる点はそれより最も離れた点である。

最大の引張力は点 R に起り最大の圧縮力は W 点に於いて起り $x=0$, $y=-\frac{h}{2}$, $z=-\frac{a_1}{2}$ を代入して得られる。

$$\sigma_x = -12P \cos \theta (l_1 - x) \left\{ \frac{(l_1 + l_2) \cos \alpha \cdot y}{a_1(l_1 - x + l_2)h^3} + \frac{(l_1 + l_2)^3 \sin \alpha \cdot z}{(l_1 - x + l_2)^3 h a_1^3} \right\} \dots \dots \dots (18)$$

$$(\sigma_x)_{\max} = -6P \cos \theta \cdot l_1 \left(\frac{\cos \alpha}{a_1 h^2} + \frac{\sin \alpha}{h a_1^2} \right) \dots \dots \dots (19)$$

最大剪断應力は断面の長い方の中点 L に於いて起

る。このために次の実験式を利用して計算する。

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{h a_1^2} \left(3 + 1.8 \frac{a_1}{h} \right) \dots \dots \dots (20)$$

最大主應力を決定する簡単な場合は $M_z = 0$ で、曲げは xz 面中に起る。最大應力は点 L に於いて起り、その値は式(20)に依る最大剪断應力と曲げに依る最大直應力とは合算したものである。

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$(\sigma_x)_{\max} = \frac{6M_y}{h a_1^2}$$

$$\therefore \sigma_{\max} = \frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$= \frac{3}{h a_1^2} \left\{ M_y + \sqrt{M_y^2 + \left(1 + 0.6 \frac{a_1}{h} \right)^2 M_t^2} \right\} \dots \dots \dots (21)$$

$$\tau_{\max} = \frac{3}{h a_1^2} \sqrt{M_y^2 + \left(1 + 0.6 \frac{a_1}{h} \right)^2 M_t^2} \dots \dots \dots (22)$$

又 K 点に於ける主應力及び最大剪断應力は

$$\sigma_{\max} = \frac{3}{a_1 h^2} \left\{ M_z + \sqrt{M_z^2 + \left(0.33 \frac{h}{a_1 a_1} M_t \right)^2} \right\} \dots \dots \dots (23)$$

$$\tau_{\max} = \frac{3}{a_1 h^2} \sqrt{M_z^2 + \left(0.33 \frac{h}{a_1 a_1} M_t \right)^2} \dots \dots \dots (24)$$

茲に a_1 の値は

$\frac{h}{a_1}$	0.25	0.5	0.8	1	1.5	2	3
a_1	0.104	0.135	0.180	0.208	0.270	0.309	0.354

$$M_z = P \cos \theta \cdot \cos \alpha (l_1 - x) y,$$

$$M_y = P \cos \theta \cdot \sin \alpha (l_1 - x) z$$

$$M_t = P \cos \theta \cdot \frac{a}{2} = \frac{1}{2} P \cos \theta \cdot \frac{a_1 (l_1 - x + l_2)}{(l_1 + l_2)}$$

之等の式に $x=0$ と置いた値を使用して K 点に於ける主應力及び最大剪断應力を求めることが出来る。

$$\sigma_{\max} = \frac{3}{a_1 h^2} \left\{ P \cos \theta \cdot \cos \alpha \cdot \frac{h l_1}{2} + \sqrt{\left(P \cos \theta \cdot \cos \alpha \cdot \frac{h l_1}{2} \right)^2 + \left(0.33 \frac{h}{a_1} \frac{P \cos \theta}{2} \right)^2} \right\} \dots \dots \dots (25)$$

$$\tau_{\max} = \frac{3}{a_1 h^2} \sqrt{\left(P \cos \theta \cos \alpha \frac{h l_1}{2} \right)^2 + \left(0.33 \frac{h}{a_1} \frac{P \cos \theta}{2} \right)^2} \dots \dots \dots (26)$$

$$(M_t)_{\max} = \frac{1}{2} P \cos \theta \cdot a_1 \dots \dots \dots (27)$$

結 言

メリヤス針のバットの破損はカムとの衝突に依るものであるから、衝撃を受けない様に針の位置に注意を拂はねばならない。又カム自身の構造にも一考慮を要する。バットの受ける最大モーメントはその撓みの量 w に比例する。(8) 式より明かなる如く手動速度 v に正比例するから可能なる限り、速度を小にしたい。 w は亦 $G^{\frac{1}{2}}$ に比例するからバットの衝撃に依る損傷を小にするにはカムの重量は軽くしなくてはならない。特に此の式では $E I$ の二乗根に逆比例するもので縦弾性係数 E の値は極めて大なる値をとるから、之を大にして w を小にするには、材料の厳選と共に材料を熱処理せなくてはならぬ。式(12), (13)に於いて見る如く針のバットの重量 q_l は G に比較して極めて小であるから、バットの重量は問題とならず、従つて打撃の時生ずる速度はカムの速度と考えて良く、之に依つて破壊されるとみなして良い。

ラツチの破壊は糸の張力に依るものと考えた。この場合主應力の値は式(25)に依つてみるに引張力 P に比例する。従つて糸の引張力に耐える様にラツチの形状を考えねばならぬ。可能なる限り l_1 を小にし h 及び基部の寸法 a_1 を大にしないてはならぬ。

糸の引張る方向 θ は大なる様にし $\cos \theta$ の値を小にする必要がある。