綿紡打綿機のビーターブレードの設計 (第2報)*

一打綿機のビーターの屈曲振動について一

(昭和24年12月5日受理)

会 員 眞 後 三 郎**

1 緒 言

ビーターの回轉中における屈曲振動は機械の安定運轉、打綿の効果並びに強度等に大いに影響があると考えられるのでこの振動を取扱つて見た。この振動を考えるには打綿機のビーターの強さ計算の場合と同様な仮定を設ける(第1報参照)。但し打綿力については今の場合考えない事にする。その時には第1図のものが中心Oを通る紙面に

第 1 図

垂直な直線水平軸を軸として一定の角速度 ω を以て回轉した場合と同じである。

2 屈 曲 振 動

屈曲振動の式は

$$\frac{rA}{g} \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial y}{\partial x} \right\} \int_0^x \frac{rA}{g} \omega^2 (l-x) dx = 0 \quad (1)$$

(妹沢; 航究研究所報告より)

第 2 図

但し E = ヤング率

γ = 単位体積の重量

A = 腕の断面積 (一定)

g = 重力による加速度

ω = 角速度

l = 第1図に示した長さ

I = 断面の慣性モーメント

y = 変位

この屈曲振動の時には(1)式の外に双先の重さ W 及びその遠心力を考えなければならぬが、これらを境界条件で置けば次のようになる。

$x=0$ の時には

$$EI \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} = \frac{W}{g} \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} + \frac{\partial y}{\partial x} \frac{W}{g} \omega^2 l + \frac{\partial y}{\partial x} \int_0^x \frac{rA}{g} \omega^2 (l-x) dx \quad (2)$$

$$\text{及び } EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \quad (3)$$

$$x=l-r_1 \text{ の時には } y=0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

但し双先の重量は $x=0$ に掛つているものとする。

厳密には以上の方程式を解いて解を求めるべきであるが、これでは境界条件が余り複雑で振動方程式を出すのに困難なる故に次のような簡易な方法を取ることにする。(第2図参照) 即ち腕の重量を $x=l$ の位置に置き換えれば $\frac{33}{140} w(l-r_1)$

$$\approx \frac{1}{4} w(l-r_1) \text{ であるから}$$

結局 $x=l$ の位置に $\frac{1}{4} w(l-r_1) + W$ の荷が掛つたものを一定の角速度 ω で回轉したことになる。但し w = 腕の単位長の重さ

然る時には第2図のようになるから、次の方程式が成立つ。

* On the Lateral Vibration of the Beater of the Scutcher

** Sabro Manago. 金沢工業専門学校

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = \left[\left\{ \frac{1}{4} w(l-r_1) + W \right\} + \frac{\frac{1}{4} w(l-r_1) + W}{g} \omega^2 l \frac{\delta}{l} \right] \\ \times (l-x) - \frac{\frac{1}{4} w(l-r_1) + W}{g} \omega^2 l (\delta - y) \dots\dots\dots (6)$$

但し遠心力が x 軸となす角は小なりとする。(6)式を解いて撓み δ を求めると

$$y = Ae^{\sqrt{\frac{Z}{EI}}x} + Be^{-\sqrt{\frac{Z}{EI}}x} - \left(\frac{G}{Z} + \frac{\delta}{l} \right) (l-x) + \delta \dots\dots\dots (7)$$

ここにおいて

$$G = \frac{1}{4} w(l-r_1) + W \quad Z = \frac{\frac{1}{4} w(l-r_1) + W}{g} \omega^2 l$$

$x=r_1$ において $y=0$, $\frac{dy}{dx}=0$, であるからこれより積分常数 A, B を求めると、

$$A = \frac{\left(\frac{G}{Z} + \frac{\delta}{l} \right) (\alpha' - \alpha r_1 - 1) - \alpha \delta}{2\alpha e^{\alpha r_1}} \\ B = \frac{e^{\alpha r_1} \left\{ \left(\frac{G}{Z} + \frac{\delta}{l} \right) (\alpha' - \alpha r_1 + 1) - \alpha \delta \right\}}{2\alpha}$$

但し $\alpha = \sqrt{\frac{Z}{EI}}$

以上によつて y は決定したから撓み δ を求めて見るに、 $x=l$ においては $y=\delta$ であるから

$$\delta = Ae^{\alpha l} + Be^{-\alpha l} - \left(\frac{G}{Z} + \frac{\delta}{l} \right) (l-l) + \delta$$

これを解けば

$$\delta = \frac{-\frac{G}{Z} \left\{ (\alpha' - \alpha r_1 - 1)e^{\alpha l} + (\alpha' - \alpha r_1 + 1)e^{2\alpha r_1 - \alpha l} \right\}}{\left\{ \frac{(\alpha' - \alpha r_1 - 1)}{l} - \alpha \right\} e^{\alpha l} + \left\{ \frac{(\alpha' - \alpha r_1 + 1)}{l} - \alpha \right\} e^{2\alpha r_1 - \alpha l}}$$

これに G, Z の値を代入して整理すれば

$$\delta = \frac{g \left\{ (\alpha' - \alpha r_1 - 1)e^{\alpha l} + (\alpha' - \alpha r_1 + 1)e^{2\alpha r_1 - \alpha l} \right\}}{\omega^2 \left\{ (\alpha r_1 + 1)e^{\alpha l} - (1 - \alpha r_1)e^{2\alpha r_1 - \alpha l} \right\}} \dots\dots\dots (8)$$

今週期を τ とすれば、 $\tau = 2\pi \sqrt{\frac{\delta}{g}}$ であるから

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{\left\{ (\alpha' - \alpha r_1 - 1)e^{\alpha l} + (\alpha' - \alpha r_1 + 1)e^{2\alpha r_1 - \alpha l} \right\}}{\omega^2 \left\{ (\alpha r_1 + 1)e^{\alpha l} - (1 - \alpha r_1)e^{2\alpha r_1 - \alpha l} \right\}}}$$

3 数 値 計 算

$w=0.061\text{kg/cm}$, $l=18.3\text{cm}$, $r_1=5.3\text{cm}$, $W=2.82\text{kg}$, $\omega=1500\text{r.p.m}$, $E=2100,000\text{kg/cm}^2$
 $I=7.9\text{cm}^4$ であるから

$$Z = \frac{\frac{1}{4} w(l-r_1) + W}{g} \omega^2 l = 1380\text{kg}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{Z}{EI}} = 0.0051$$

$$\delta = \frac{g \left\{ (\alpha' - \alpha r_1 - 1)e^{\alpha l} + (\alpha' - \alpha r_1 + 1)e^{2\alpha r_1 - \alpha l} \right\}}{\omega^2 \left\{ (\alpha r_1 + 1)e^{\alpha l} - (1 - \alpha r_1)e^{2\alpha r_1 - \alpha l} \right\}} = 0.00012$$

$$\text{従つて } \tau = 2\pi \sqrt{\frac{\delta}{g}} = 2\pi \times 0.00035 \\ = 0.0022\text{sec}$$

以上は近似的な方法であるから 何れ改めて正確な方法で計算してその結果を比較して見たいと思つて
いる。計算は計算尺を使用したから計算上の誤差は多少あるかも知れない。

参考文献・Timoshenko; Vibration problems in engineering P. 57. 58 航空研究所報告
妹津; 振動学