既設任意ダクトの流量調整* (第1報)

(昭和29年7月17日受理) 会 員 新 津 靖**

倉 橋 明 次

要 要

研究目的

紡績工場内の温湿度分布の均一化をはかるためには、まず調和空気分配ダクトの吹出口からの空気量の一様分配を得なければならないことは勿論であるが、従来の簡略設計法による既設ダクトにおいては各吹出口又は吸込口からの流量は必ずしも均一に分配されていない。

よって既に設置されている任意の不完全ダクトの分配特性を合理的に修正し、既設ダクトの形状を変えることなく均一分配または所要量分配を行わせる方法につき検討しようとした。

研究結果

吹出しおよび吸込みダクトの一般関係式を誘導し、両者とも同一形式の特性式で表示されることを示し、この関係から、現在の管路特性を基礎として一様分配の場合にとるべきダクト圧力関係式より要求される未知数を逐次推定して定める第1法を得た。

1. 緒 言

一般に紡績工場のように扁平で広大な面積をもつ建物内部の空気分布を均一化するためのダクト配置は難しい問題であるが、均一吹出しおよび吸込みを行うダクトをできる限り数多く配置すべきことは常識的にいえることであり、これらの精密設計に関する著者の研究は既に発表した^{1,2)}。

しかして現在稼働中の紡績工場には設計素性の不明なダクトが多数にあり、従って分流合流特性もまた怪しい。よって著者は既設の素性不明の分流ダクトおよび合流ダクトをして最も簡単に均一吹出し、均一吸込みを行わせるためには、これをどのように修正すべきかにつき、まず理論的に検討を加えて実験を行い、修正理論の妥当性を確めたので報告する。

2. 吹出しダクトの一般関係式

一般に n 本の支管をもつダクト系において、支管番号をダクト先端より順次 $1, 2, 3, \dots, n$ とし、本文中の符号を次のように定める。

Q, q = 本管, 支管のそれぞれの流量 (kg/s)

W, w = 本管, 支管のそれぞれの管内平均流速 (m/s)

P, P_0 = 管路内静圧および管路外圧力 (kg/m²)

L, l = 本管, 支管のそれぞれの管路長さ (m)

D, d = 本管, 支管のそれぞれの管径 (m)

F, f = 本管, 支管のそれぞれの断面積 (m²)

ζ = 圧力損失係数

λ = 管路内流体摩擦係数

γ = 空気単位容積当りの重量 (kg/m³)

なお $1, 2, 3, \dots, n$ の接尾符号によって本管および支管の番号を表わす。

(第1図)

今、第1図に示すような基本的なダクト系(すなわちダクト中の分岐部分が主流と支流の二つに分れるものはダクト全系中に本管を定めれば他はすべて支管流中に分流合流部分を含んでも一つの支管と見做されるから第1図に示す基本形になる)において、送風機吹出し静圧を P_n とすると、送風機吹出し本管根元から支管 n まで

* Flow Control of a Given Duct System. (Part 1) 日本繊維機械学会, 第7回年次大会において講演

** Y. Niitsu, M. Kurahashi, Member. 大阪大学工学部

の流れに対し次式が成立つ。

$$P_n + \frac{\gamma}{2g} W_n^2 = \lambda \frac{L_n}{D_n} \frac{\gamma}{2g} W_n^2 + \zeta_{bn} \frac{\gamma}{2g} W_n^2 + \lambda \frac{l_n}{d_n} \frac{\gamma}{2g} w_n^2 + \zeta_{0n} \frac{\gamma}{2g} w_n^2 + \frac{\gamma}{2g} w_n^2 + P_0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに ζ_{bn} は本管から支管 n へ分岐する際の分岐による抵抗係数であり、 ζ_{0n} は支管の形状により決る支管抵抗係数である。なお管内空気の単位重量 γ は管内圧力および温度により変化するが通常のダクトにおいては、 $P_0/T_0 = P/T$ (T は絶対温度) と見做して差支ないので、取扱いを簡単にするため γ は一定と考える。

次にダクト系外から送風機への吸込みに対して次式が成立つ。

$$P_0 = \zeta_s \frac{\gamma}{2g} W_s^2 + \lambda \frac{L_s}{D_s} \frac{\gamma}{2g} W_s^2 + P_s + \frac{\gamma}{2g} W_s^2 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに ζ_s は送風機吸入管の吸気口形状による抵抗係数であり、接尾符号 s は吸入管を表わす。(1), (2)*

$$\begin{aligned} P_n + \frac{\gamma}{2g} W_n^2 &= \lambda \frac{L_n}{D_n} \frac{\gamma}{2g} W_n^2 + \zeta_{dn} \frac{\gamma}{2g} W_n^2 + \lambda \frac{L_{(n-1)}}{D_{(n-1)}} \frac{\gamma}{2g} W_{(n-1)}^2 + \zeta_{b(n-1)} \frac{\gamma}{2g} W_{(n-1)}^2 \\ &+ \lambda \frac{l_{(n-1)}}{d_{(n-1)}} \frac{\gamma}{2g} w_{(n-1)}^2 + \frac{\gamma}{2g} w_{(n-1)}^2 + \zeta_{0(n-1)} \frac{\gamma}{2g} w_{(n-1)}^2 + \zeta_s \frac{\gamma}{2g} W_s^2 + \lambda \frac{L_s}{D_s} \frac{\gamma}{2g} W_s^2 + P_s + \frac{\gamma}{2g} W_s^2 \\ \therefore P_n - P_s &= \left\{ \lambda \frac{L_n}{D_n} + \zeta_{dn} + \left(1 + \lambda \frac{L_s}{D_s} + \zeta_s \right) \left(\frac{F_n}{F_s} \right)^2 - 1 \right\} \frac{\gamma}{2g} W_n^2 + \left\{ \lambda \frac{L_{(n-1)}}{D_{(n-1)}} + \zeta_{b(n-1)} \right\} \frac{\gamma}{2g} W_{(n-1)}^2 \\ &+ \left\{ \lambda \frac{l_{(n-1)}}{d_{(n-1)}} + \zeta_{0(n-1)} + 1 \right\} \frac{\gamma}{2g} w_{(n-1)}^2 \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

ここに ζ_{dn} は本管 n から本管 $(n-1)$ へ分岐する際の分岐による抵抗係数であり、 $\zeta_{b(n-1)}$ は本管 $(n-1)$ から支管 $(n-1)$ へ分岐する時の分岐抵抗係数である。

$$\left\{ \begin{aligned} &\left\{ \lambda \frac{L_n}{D_n} + \zeta_{dn} + \left(1 + \lambda \frac{L_s}{D_s} + \zeta_s \right) \left(\frac{F_n}{F_s} \right)^2 - 1 \right\} \frac{1}{2g\gamma} \left(\frac{1}{F_n} \right)^2 = K'_n \\ &\left\{ \lambda \frac{L_{(n-1)}}{D_{(n-1)}} + \zeta_{b(n-1)} \right\} \frac{1}{2g\gamma} \left(\frac{1}{F_{(n-1)}} \right)^2 = K_{(n-1)} \\ &\left\{ \lambda \frac{l_{(n-1)}}{d_{(n-1)}} + \zeta_{0(n-1)} + 1 \right\} \frac{1}{2g\gamma} \left(\frac{1}{f_{(n-1)}} \right)^2 = k_{(n-1)} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

とおくと

$$P_n - P_s = K'_n Q_n^2 + K_{(n-1)} Q_{(n-1)}^2 + k_{(n-1)} q_{(n-1)}^2 \quad \dots\dots\dots (9)$$

このような考えを逐次第 $(n-2)$, $(n-3)$, $\dots\dots 2, 1$ 支管まで及ぼすと一般に次のような関係式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} P_n - P_s &= K_n Q_n^2 + k_n q_n^2 \\ &= K'_n Q_n^2 + K_{(n-1)} Q_{(n-1)}^2 + k_{(n-1)} q_{(n-1)}^2 \\ &= \dots\dots\dots \\ &= K'_n Q_n^2 + K'_{(n-1)} Q_{(n-1)}^2 + K'_{(n-2)} Q_{(n-2)}^2 + \dots\dots \\ &\quad + K'_2 Q_2^2 + K_1 Q_1^2 + k_1 q_1^2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

よって n 本の支管をもつダクトの任意の第 m 支管について一般に次のように表示しうる。なお $(P_n - P_s)$ は送風機圧力であるからこれを P で表わす。

$$P = \sum_{m=1}^n K'_m Q_m^2 + K_m Q_m^2 + k_m q_m^2$$

ここに

*式より

$$P_n - P_s = \left\{ \lambda \frac{L_n}{D_n} + \zeta_{bn} + \left(1 + \lambda \frac{L_s}{D_s} + \zeta_s \right) \left(\frac{W_s}{W_n} \right)^2 - 1 \right\} \frac{\gamma}{2g} W_n^2 + \left\{ \lambda \frac{l_n}{d_n} + \zeta_{0n} + 1 \right\} \frac{\gamma}{2g} w_n^2 \quad \dots (3)$$

しかして、連続の式より

$$W_n F_n \gamma = Q_n, \quad w_n f_n \gamma = q_n \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\text{又 } W_s F_s \gamma = Q_n \text{ であるから } \left(\frac{W_s}{W_n} \right)^2 = \left(\frac{F_n}{F_s} \right)^2$$

よって

$$\left\{ \begin{aligned} &\left\{ \lambda \frac{L_n}{D_n} + \zeta_{bn} + \left(1 + \lambda \frac{L_s}{D_s} + \zeta_s \right) \left(\frac{F_n}{F_s} \right)^2 - 1 \right\} \frac{1}{2g\gamma} \left(\frac{1}{F_n} \right)^2 = K_n \\ &\left\{ \lambda \frac{l_n}{d_n} + \zeta_{0n} + 1 \right\} \frac{1}{2g\gamma} \left(\frac{1}{f_n} \right)^2 = k_n \end{aligned} \right\} \quad \dots (5)$$

とおくと (3) 式より

$$P_n - P_s = K_n Q_n^2 + k_n q_n^2 \quad \dots\dots\dots (6)$$

同様にして送風機一支管 $(n-1)$ へ送風機の流れについて次式が成立つ。

$$\left. \begin{aligned} K_m &= \left(\lambda \frac{L_m}{D_m} + \zeta_{bm} \right) \frac{1}{2g\gamma} \left(\frac{1}{F_m} \right)^2 \\ K'_m &= \left(\lambda \frac{L_m}{D_m} + \zeta_{dm} \right) \frac{1}{2g\gamma} \left(\frac{1}{F_m} \right)^2, \quad m < n \\ k_m &= \left(\lambda \frac{l_m}{d_m} + \zeta_{0m} + 1 \right) \frac{1}{2g\gamma} \left(\frac{1}{f_m} \right)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

3. 吸込みダクトの一般関係式

送風機吸込み静圧を P_n とし、支管 n から送風機への吸込み流れについて考えると次式が成立つ。

$$P_n + \frac{\gamma}{2g} W_n^2 = P_0 - \lambda \frac{L_n}{D_n} \frac{\gamma}{2g} W_n^2 - \zeta_{bn} \frac{\gamma}{2g} W_n^2 - \lambda \frac{l_n}{d_n} \frac{\gamma}{2g} w_n^2 - \zeta_{in} \frac{\gamma}{2g} w_n^2 \dots\dots\dots (12)$$

ここに ζ_{bn} は支管 n が本管 n へ合流する際の合流による抵抗係数であり、 ζ_{in} は支管の吸気口形状により決る抵抗係数である。次に送風機からダクト系外への排出流れに対して次式が成立つ。

$$P_s + \frac{\gamma}{2g} W_s^2 = \zeta_s \frac{\gamma}{2g} W_s^2 + \lambda \frac{L_s}{D_s} \frac{\gamma}{2g} W_s^2 + P_0 + \frac{\gamma}{2g} W_s^2 \dots\dots\dots (13)$$

(12), (13) 式より

$$P_s - P_n = \lambda \frac{L_n}{D_n} \frac{\gamma}{2g} W_n^2 + \zeta_{bn} \frac{\gamma}{2g} W_n^2 + \lambda \frac{l_n}{d_n} \frac{\gamma}{2g} w_n^2 + \zeta_{in} \frac{\gamma}{2g} w_n^2 + \frac{\gamma}{2g} W_n^2 + \zeta_s \frac{\gamma}{2g} W_s^2 + \lambda \frac{L_s}{D_s} \frac{\gamma}{2g} W_s^2$$

$$\therefore P_s - P_n = \left\{ \lambda \frac{L_n}{D_n} + \zeta_{bn} + \left(\lambda \frac{L_s}{D_s} + \zeta_s \right) \left(\frac{F_n}{F_s} \right)^2 + 1 \right\} \frac{\gamma}{2g} W_n^2 + \left(\lambda \frac{l_n}{d_n} + \zeta_{in} \right) \frac{\gamma}{2g} w_n^2 \dots\dots\dots (14)$$

次に第 $(n-1)$ 支管からの吸込みについて次式が成立つ。

$$\begin{aligned} P_s - P_n &= \left\{ \lambda \frac{L_n}{D_n} + \zeta_{dn} + \left(\lambda \frac{L_s}{D_s} + \zeta_s \right) \left(\frac{F_n}{F_s} \right)^2 + 1 \right\} \frac{\gamma}{2g} W_n^2 + \left\{ \lambda \frac{l_{(n-1)}}{d_{(n-1)}} + \zeta_{b(n-1)} \right\} \frac{\gamma}{2g} W_{(n-1)}^2 \\ &\quad + \left(\lambda \frac{l_{(n-1)}}{d_{(n-1)}} + \zeta_{i(n-1)} \right) \frac{\gamma}{2g} w_{(n-1)}^2 \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

ここに ζ_{dn} は本管 $(n-1)$ の流れが本管 n へ合流することによる圧力損失係数であり、 ζ_s は送風機の吹出管の吹出口形状による抵抗係数であり、記号 s はこの場合吹出管を示すものである。

$$\left. \begin{aligned} \left\{ \lambda \frac{L_n}{D_n} + \zeta_{bn} + \left(\lambda \frac{L_s}{D_s} + \zeta_s \right) \left(\frac{F_n}{F_s} \right)^2 + 1 \right\} \frac{1}{2g\gamma} \left(\frac{1}{F_n} \right)^2 &= K_n \\ \left\{ \lambda \frac{L_n}{D_n} + \zeta_{dn} + \left(\lambda \frac{L_s}{D_s} + \zeta_s \right) \left(\frac{F_n}{F_s} \right)^2 + 1 \right\} \frac{1}{2g\gamma} \left(\frac{1}{F_n} \right)^2 &= K'_n \\ \left\{ \lambda \frac{L_{(n-1)}}{D_{(n-1)}} + \zeta_{b(n-1)} \right\} \frac{1}{2g\gamma} \left(\frac{1}{F_{(n-1)}} \right)^2 &= K_{(n-1)} \\ \left(\lambda \frac{l_{(n-1)}}{d_{(n-1)}} + \zeta_{i(n-1)} \right) \frac{1}{2g\gamma} \left(\frac{1}{f_{(n-1)}} \right)^2 &= k_{(n-1)} \\ \left(\lambda \frac{l_n}{d_n} + \zeta_{in} \right) \frac{1}{2g\gamma} \left(\frac{1}{f_n} \right)^2 &= k_n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

とおけば、(14), (15) 式は (6), (9) 式と同一形に置換しうる。従って n 本の吸込み支管をもつダクト系において、 $(P_s - P_n)$ = 送風機圧力 P と表わすと、一般に第 m 支管については (11) 式と同一形の関係式によって表示しうる。すなわち

$$\left. \begin{aligned} P &= \sum_{m=1}^n K'_m Q_m^2 + K_m Q_m^2 + k_m q_m^2 \\ \text{ここに} \\ K_m &= \left(\lambda \frac{L_m}{D_m} + \zeta_{bm} \right) \frac{1}{2g\gamma} \left(\frac{1}{F_m} \right)^2 \\ K'_m &= \left(\lambda \frac{L_m}{D_m} + \zeta_{dm} \right) \frac{1}{2g\gamma} \left(\frac{1}{F_m} \right)^2, \quad m < n \\ k_m &= \left(\lambda \frac{l_m}{d_m} + \zeta_{in} \right) \frac{1}{2g\gamma} \left(\frac{1}{f_m} \right)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

すなわち (11), (17) 両式より明らかなように、分流

合流いずれのダクト系においても同一形式の関係式によって表示しうる。もしも吹出し又は吸込み管系において送風機までの流れだけを考えれば十分である時には、 s の符号で表示した送風機吸込管 (又は吹出管) 部分の項を除外して解けばよい。しかし (11), (17) 式において K_n, K'_n の値が異なるのみであるから、(11), (17) 式はこのような場合をも含めた一般関係式である。

よってもし一般に K_m, K'_m, k_m の値が分つておれば送風機の送風量 Q_n に対して各支管流量 $q_1, q_2, \dots, q_n$ は逐次求められる。すなわちこれまでの報告において、ダクトおよび管路流量の解法について取扱ってきた方法で (11), (17) 式において $m=n, (n-1), \dots, 2, 1$ といった各式を順次組合せて解く。

まず $m=n, (n-1)$ の場合

$$K_n + k_n \left(\frac{q_n}{Q_n} \right)^2 = K'_n + K_{(n-1)} \left(\frac{Q_{(n-1)}}{Q_n} \right)^2 \\ + k_{(n-1)} \left(\frac{q_{(n-1)}}{Q_n} \right)^2$$

しかして

$$Q_{(n-1)} = Q_n - q_n \quad \therefore \left(\frac{Q_{(n-1)}}{Q_n} \right)^2 = \left(1 - \frac{q_n}{Q_n} \right)^2$$

$$\text{よって } \frac{q_n}{Q_n} = x, \quad \frac{q_{(n-1)}}{Q_n} = y \quad \text{とおくと}$$

$$k_n x^2 - K_{(n-1)} (1-x)^2 - k_{(n-1)} y^2 = K'_n - K_{(n-1)} \cdots (A)$$

次に $m = (n-1), (n-2)$ の場合

$$K'_n Q_n^2 + K_{(n-1)} Q_{(n-1)}^2 + k_{(n-1)} q_{(n-1)}^2 = K'_n Q_n^2 \\ + K'_{(n-1)} Q_{(n-1)}^2 + K_{(n-2)} Q_{(n-2)}^2 + k_{(n-2)} q_{(n-2)}^2$$

$$\therefore K_{(n-1)} + k_{(n-1)} \left(\frac{q_{(n-1)}}{Q_{(n-1)}} \right)^2 = K'_{(n-1)} \\ + K_{(n-2)} \left(\frac{Q_{(n-2)}}{Q_{(n-1)}} \right)^2 + k_{(n-2)} \left(\frac{q_{(n-2)}}{Q_{(n-1)}} \right)^2$$

$$\text{しかして } \frac{q_{(n-2)}}{Q_n} = z \quad \text{とおくと}$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{q_{(n-1)}}{Q_{(n-1)}} \right) &= \frac{y}{Q_n - x} \frac{Q_n}{Q_n} = \frac{y}{1-x} \\ \left(\frac{Q_{(n-2)}}{Q_{(n-1)}} \right) &= \frac{Q_{(n-1)} - q_{(n-1)}}{Q_n} = \frac{1-x-y}{1-x} \\ \left(\frac{q_{(n-2)}}{Q_{(n-1)}} \right) &= \frac{z}{Q_n - x} \frac{Q_n}{Q_n} = \frac{z}{1-x} \end{aligned} \right\}$$

$$\therefore k_{(n-1)} \left(\frac{y}{1-x} \right)^2 - K_{(n-2)} \left(\frac{1-x-y}{1-x} \right)^2 \\ - k_{(n-2)} \left(\frac{z}{1-x} \right)^2 = K'_{(n-1)} - K_{(n-1)} \cdots (B)$$

以下同様の操作を繰返せば最後に

$$\frac{q_n}{Q_n} = u, \quad \frac{q_2}{Q_n} = v, \quad \frac{q_1}{Q_n} = w \quad \text{とおくと}$$

$$k_2 \left[\frac{v}{1 - \{x + y + z + \cdots + u\}} \right]^2 \\ - K_1 \left[\frac{1 - \{x + y + z + \cdots + v\}}{1 - \{x + y + z + \cdots + u\}} \right]^2 \\ - k_1 \left[\frac{w}{1 - \{x + y + z + \cdots + u\}} \right]^2 = K'_2 - K_2 \cdots (T)$$

以上の (A), (B), … (T) の $(n-1)$ 個の関係式と連続の式

$$x + y + z + \cdots + u + v + w = 1 \cdots (N)$$

の (N) 式から n 個の未知数である各支管流量を求めることができる。このことは勿論これまでのダクトおよび管路計算法と内容は同一で簡単に表示したに過ぎない。しかして管路性質つまり各合流分支部における抵抗係数などの諸性質がはっきり分っていなければ計算不能であるから、そのような未知数を含んだ所謂任意ダクトの解析には不都合である。

4. 任意ダクトの一樣分配 (第1法)

前項でふれたように管路性質が明白でない任意ダクト

において各支管流量を一樣(あるいは任意量)に揃えたい場合がしばしば起る。一般にダクトの一樣分配の諸方法は支管路に抵抗制御体を挿入して流量調整するのが最も実際であり、効果的である。しかも既設ダクトの流量調整問題になると、各管路寸法を変更させることは出来ないから、否応なしに抵抗制御法に落着くと考えられる。

さてこの方法を用いるとしていかにその調節すべき制御抵抗値を見出すかについては次の2方法が考えうる。しかして次の条件が既知であるとする。

1) 各支管の流量分布特性既知, すなわち, (11),

(17) 式において係数 K_m, K'_m は未知であるが, k_m と q_m とは既知の性質をもつ。

2) 送風機運転性能既知, すなわち, 送風機圧力 P と風量 Q_n との特性関係が分っている。

今、一樣分配をうるためには支管路に適当な抵抗体を挿入すべきであることは既述の通りであるが(一般には抵抗体は本管路に設けてもよいが、支管路挿入の場合に比べて普遍性がない) その挿入抵抗体の抵抗係数値を第1支管より順次 $\Delta k_1, \Delta k_2, \dots, \Delta k_n$ とする。

しかして一樣分配であるから,

$$q_1 = q_2 = \cdots = q_{(n-1)} = q_n \equiv q \cdots (18)$$

よって (11), (17) 式において (18) 式の関係から

$$\left. \begin{aligned} P &= K_n Q_n^2 + k_n q^2 + \Delta k_n q^2 \\ &= K'_n Q_n^2 + K_{(n-1)} Q_{(n-1)}^2 + k_{(n-1)} q^2 + \Delta k_{(n-1)} q^2 \\ &= \cdots \cdots \cdots \\ &= \sum_{m=1}^n K'_m Q_m^2 + K_m Q_m^2 + k_m q^2 + \Delta k_m q^2 \\ &= \cdots \cdots \cdots \\ &= \sum_{m=2}^n K'_m Q_m^2 + K_1 Q_1^2 + k_1 q^2 + \Delta k_1 q^2 \\ &\cdots \cdots \cdots (19) \end{aligned} \right\}$$

すなわち、一樣分配のときには上式で示されるような流れの関係が成立つ。

しかして現在のダクトの流れの状態を1とし、接尾符号1を附して表示すると、吹出しおよび吸込みの場合には (11), (17) 式より次の関係が成立つ。

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= K_n Q_{n1}^2 + k_n q_{n1}^2 \cdots (a) \\ &= K'_n Q_{n1}^2 + K_{(n-1)} Q_{(n-1)1}^2 + k_{(n-1)} q_{(n-1)1}^2 \cdots (b) \\ &= \cdots \cdots \cdots \\ &= \sum_{m=1}^n K'_m Q_{m1}^2 + K_m Q_{m1}^2 + k_m q_{m1}^2 \cdots (m) \\ &= \cdots \cdots \cdots \\ &= K'_n Q_{n1}^2 + K'_{(n-1)} Q_{(n-1)1}^2 + K'_{(n-2)} Q_{(n-2)1}^2 + \cdots \\ &\quad \cdots + K'_2 Q_{21}^2 + K_1 Q_{11}^2 + k_1 q_{11}^2 \cdots (t) \\ &\cdots \cdots \cdots (20) \end{aligned} \right\}$$

今、送風機に最も近い第 n 支管について考える。上式の (a) 式において K_n は (16) 式で示したような性質の係数値であるが、 K_n を第 n 本管、支管の流量比 q_n/Q_n の関数と考える。すなわち

$$K_n = f\left(\frac{q_n}{Q_n}\right) = f(r_n) \dots\dots\dots (21)$$

しかして K_n を 1 の状態で Taylor 展開すると

$$\begin{aligned} K_n &= f(r_{n1}) + \left(\frac{df}{dr_n}\right)_{r_n=r_{n1}} (r_n - r_{n1}) \\ &+ \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2f}{dr_n^2}\right)_{r_n=r_{n1}} (r_n - r_{n1})^2 \\ &+ \frac{1}{3!} \left(\frac{d^3f}{dr_n^3}\right)_{r_n=r_{n1}} (r_n - r_{n1})^3 + \dots\dots \end{aligned}$$

上式において K_n を 2 次の項までとって近似すると、一様分配のときにとるべき K_n は第 n 支管、本管の流量比 $r_n = q_n/Q_n = 1/n$ であるから次のようになる。

$$\begin{aligned} K_n &= f(r_{n1}) + \left(\frac{df}{dr_n}\right)_{r_n=r_{n1}} \left(\frac{1}{n} - r_{n1}\right) \\ &+ \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2f}{dr_n^2}\right)_{r_n=r_{n1}} \left(\frac{1}{n} - r_{n1}\right)^2 \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

今、適当な方法によって現在のダクト流れの他に二、三の状態の流れを作り、それぞれ接尾符号 2, 3 を附してこの状態を表示すると

$$\left. \begin{aligned} P_2 &= K_{n2} Q_{n2}^2 + k_{n2} q_{n2}^2 \\ P_3 &= K_{n3} Q_{n3}^2 + k_{n3} q_{n3}^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

この場合支管路に低抗体を挿入したとすれば、それに相応した圧力の項を附加しなければならない。しかして前述の条件式から支管抵抗既知であり、 P_2 , Q_{n2} および P_3 , Q_{n3} の関係は前述の条件で与えられているから二、三の状態における K_n の値を求めよう。しかして

$$\left. \begin{aligned} K_{n2} &= f(r_{n1}) + \left(\frac{df}{dr_n}\right)_{r_n=r_{n1}} (r_{n2} - r_{n1}) \\ &+ \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2f}{dr_n^2}\right)_{r_n=r_{n1}} (r_{n2} - r_{n1})^2 \\ K_{n3} &= f(r_{n1}) + \left(\frac{df}{dr_n}\right)_{r_n=r_{n1}} (r_{n3} - r_{n1}) \\ &+ \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2f}{dr_n^2}\right)_{r_n=r_{n1}} (r_{n3} - r_{n1})^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

上の 2 式より $(df/dr_n)_{r_n=r_{n1}}$, $(d^2f/dr_n^2)_{r_n=r_{n1}}$ の値を求め、この値を (22) 式に代入すれば一様分配の場合にとるべき K_n の値を算出できる。

次に第 $(n-1)$ 支管流れについて考える。すなわち 1, 2, 3 の各状態において流れの関係式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= K'_{n1} Q_{n1}^2 + K_{(n-1)1} Q_{(n-1)1}^2 + k_{(n-1)} q_{(n-1)1}^2 \\ P_2 &= K'_{n2} Q_{n2}^2 + K_{(n-1)2} Q_{(n-1)2}^2 + k_{(n-1)} q_{(n-1)2}^2 \\ &+ k'_{(n-1)} q_{(n-1)2}^2 \\ P_3 &= K'_{n3} Q_{n3}^2 + K_{(n-1)3} Q_{(n-1)3}^2 + k_{(n-1)} q_{(n-1)3}^2 \\ &+ k''_{(n-1)} q_{(n-1)3}^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

この (25) 式中の第 2, 3 式において、 $k'_{(n-1)}$, $k''_{(n-1)}$ は二、三のダクト流れを得るために附加した抵抗係数であるが、もしこの場合附加抵抗をこの支管に加えない時にはこの項は消失する。

次に第 $(n-1)$ 本管において第 n 本管と合流あるいは分流する直前直後の断面での本管静圧を $P_{(n-1)}$ とすると

$$\left. \begin{aligned} P_{(n-1)1} &= K_{(n-1)1} Q_{(n-1)1}^2 + k_{(n-1)} q_{(n-1)1}^2 \\ P_{(n-1)2} &= K_{(n-1)2} Q_{(n-1)2}^2 + k_{(n-1)} q_{(n-1)2}^2 \\ &+ k'_{(n-1)} q_{(n-1)2}^2 \\ P_{(n-1)3} &= K_{(n-1)3} Q_{(n-1)3}^2 + k_{(n-1)} q_{(n-1)3}^2 \\ &+ k''_{(n-1)} q_{(n-1)3}^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

(25), (26) 両式から 1, 2, 3 各状態における K'_n , $K_{(n-1)}$ の値を求めよう。しかして K'_n , $K_{(n-1)}$ は (5), (8), (16) 式で示されるような物理的意味をもつもので、既定寸法の管路に対してはそれぞれ流量比 (q_n/Q_n) , $(q_{(n-1)}/Q_{(n-1)})$ の関数と考えられるから

$$\left. \begin{aligned} K'_n &= f'\left(\frac{q_n}{Q_n}\right) = f'(r_n) \\ K_{(n-1)} &= f\left(\frac{q_{(n-1)}}{Q_{(n-1)}}\right) = f(r_{(n-1)}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

前と同じように K'_n , $K_{(n-1)}$ を 1 の状態で展開し、その 2 次の項までとって近似すれば、一様分配のときには

$$\begin{aligned} r_n &= \frac{q_n}{Q_n} = \frac{1}{n}, \quad r_{(n-1)} = \frac{q_{(n-1)}}{Q_{(n-1)}} = \frac{1}{(n-1)} \\ \therefore K'_n &= f'(r_{n1}) + \left(\frac{df'}{dr_n}\right)_{r_n=r_{n1}} \left(\frac{1}{n} - r_{n1}\right) \\ &+ \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2f'}{dr_n^2}\right)_{r_n=r_{n1}} \left(\frac{1}{n} - r_{n1}\right)^2 \\ K_{(n-1)} &= f(r_{(n-1)1}) \\ &+ \left(\frac{df}{dr_{(n-1)}}\right)_{r_{(n-1)}=r_{(n-1)1}} \left(\frac{1}{n-1} - r_{(n-1)1}\right) \\ &+ \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2f}{dr_{(n-1)}^2}\right)_{r_{(n-1)}=r_{(n-1)1}} \left(\frac{1}{n-1} - r_{(n-1)1}\right)^2 \end{aligned} \dots\dots\dots (28)$$

しかして二、三の状態に対しては (24) 式と同じようにして K'_n , $K_{(n-1)}$ の値は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned}
 K'_{n2} &= f'(r_{n1}) + \left(\frac{df'}{dr_n} \right)_{r_n=r_{n1}} (r_{n2}-r_{n1}) + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2 f'}{dr_n^2} \right)_{r_n=r_{n1}} (r_{n2}-r_{n1})^2 \\
 K'_{n3} &= f'(r_{n1}) + \left(\frac{df'}{dr_n} \right)_{r_n=r_{n1}} (r_{n3}-r_{n1}) + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2 f'}{dr_n^2} \right)_{r_n=r_{n1}} (r_{n3}-r_{n1})^2 \\
 K_{(n-1)2} &= f(r_{(n-1)1}) + \left(\frac{df}{dr_{(n-1)}} \right)_{r_{(n-1)}=r_{(n-1)1}} (r_{(n-1)2}-r_{(n-1)1}) \\
 &\quad + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2 f}{dr_{(n-1)}^2} \right)_{r_{(n-1)}=r_{(n-1)1}} (r_{(n-1)2}-r_{(n-1)1})^2 \\
 K_{(n-1)3} &= f(r_{(n-1)1}) + \left(\frac{df}{dr_{(n-1)}} \right)_{r_{(n-1)}=r_{(n-1)1}} (r_{(n-1)3}-r_{(n-1)1}) \\
 &\quad + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2 f}{dr_{(n-1)}^2} \right)_{r_{(n-1)}=r_{(n-1)1}} (r_{(n-1)3}-r_{(n-1)1})^2
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (29)$$

この式から $(df'/dr_n)_{r_n=r_{n1}}$, $(d^2 f'/dr_n^2)_{r_n=r_{n1}}$ および $(df/dr_{(n-1)})_{r_{(n-1)}=r_{(n-1)1}}$, $(d^2 f/dr_{(n-1)}^2)_{r_{(n-1)}=r_{(n-1)1}}$ の値を求め、(28) 式に代入すれば一様分配の時にとるべき K'_n , $K_{(n-1)}$ の値が求まる。

以下同様の操作を繰返して逐次第 $(n-2)$, $(n-3)$, ... $\dots$ 2, 1 支管を含む流れに適用すればよい。

すなわち、一般に第 m 支管流れについて 1, 2, 3 の状態について次の関係式が成立つ。

$$\left. \begin{aligned}
 P_1 &= \sum_{m+1}^n K'_{m1} Q_{m1}^2 + K_{m1} Q_{m1}^2 + k_m q_{m1}^2 \\
 P_2 &= \sum_{m+1}^n K'_{m2} Q_{m2}^2 + K_{m2} Q_{m2}^2 + k_m q_{m2}^2 + k'_{m2} q_{m2}^2 \\
 P_3 &= \sum_{m+1}^n K'_{m3} Q_{m3}^2 + K_{m3} Q_{m3}^2 + k_m q_{m3}^2 + k'_{m3} q_{m3}^2 \\
 &\dots\dots\dots (30)
 \end{aligned} \right\}$$

ここに $k'_{m2} q_{m2}^2$, $k'_{m3} q_{m3}^2$ は現在のダクト流れの外に二, 三の状態を作るのに第 m 支管に附加した抵抗体による圧力差を示すもので、もし第 m 支管に挿入しなければこれらの項は 0 である。しかし第 m 本管において次の第 $(m+1)$ 本管の分岐部と合流又は分流する直前又は直後の断面の管路静圧を P_m とすると 1, 2, 3 の各状態の管路流れに対し次式の関係が成立する。

$$\left. \begin{aligned}
 P_{m1} &= K_{m1} Q_{m1}^2 + k_m q_{m1}^2 \\
 P_{m2} &= K_{m2} Q_{m2}^2 + k_m q_{m2}^2 + k'_{m2} q_{m2}^2 \\
 P_{m3} &= K_{m3} Q_{m3}^2 + k_m q_{m3}^2 + k'_{m3} q_{m3}^2
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

この (31) 式の関係第 n 支管より逐次 $(n-1)$, $(n-2)$, ... $\dots$ m 支管まで成立させると (30) 式中の

$\sum_{m+1}^n K'_{m1} Q_{m1}^2$, $\sum_{m+1}^n K'_{m2} Q_{m2}^2$, $\sum_{m+1}^n K'_{m3} Q_{m3}^2$ を各項毎に求めることができる。

従って K_m , $\sum_{m+1}^n K'_m$ の各係数値を 1 の状態で Taylor 展開して 2 次の項までとって近似させることにより、 K_m , $\sum_{m+1}^n K'_m$ の各係数は次式のようになる。

$$\begin{aligned}
 K_m, \sum_{m+1}^n K'_m &= f(r_{m1}) + \left(\frac{df}{dr_m} \right)_{r_m=r_{m1}} (r_m - r_{m1}) \\
 &\quad + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2 f}{dr_m^2} \right)_{r_m=r_{m1}} (r_m - r_{m1})^2 \dots\dots\dots (32)
 \end{aligned}$$

二, 三の管路流れの関係式 (31) 式と (30) 式より (32) 式で示した $(df/dr_m)_{r_m=r_{m1}}$, $(d^2 f/dr_m^2)_{r_m=r_{m1}}$ の値を求め、一様分配の場合にとるべき K_m , $\sum_{m+1}^n K'_m$ の値を推定し、(19) 式に代入して各支管路に附加すべき抵抗係数 Δk_m を算出することが出来る。

よってこの方法は前述の 2 条件の外に各本管における圧力 P (分流合流部分の本管における、分流又は合流する直前直後断面での本管静圧で、この点はこの断面に直接測定点を設けないときには、この断面から測定点までの管路抵抗損失を補正すればよい) を知る必要があり、前節で述べたダクト流れの一般関係式から一様分配の場合にとるべき各管路抵抗係数値を各管路毎に逐次求めて、附加抵抗値を決定しようとするもので、最も普通に考えられる方法である。すなわちこの第 1 法は **Orthodox** な方法であり、支管数が多い時にはこの算出法は割合煩雑なものとなる。従って実際的方法として近似的に一様分配を得る方法として次報で第 2 法について報告する。

参 考 文 献

- 1) 著者, 繊維機械学会誌, 第 5 巻, 第 1 号, 第 2 号, 第 3 号, 第 4 号
- 2) 著者, 日本綿業技術研究所報告, 第 17 号, 6 頁