当隔った $r_{\min}$ 部分系が多数存在するために、割合としては $r_{\min}$ への集中性が高まることになる。このようなことは実験試料の充てんにおいて十分注意して均一に分織したならば、ある程度集中性は低下するものと思われるが、しかし実際的にもこのような大きな多孔度においては、通常やはり偏奇した不均質な構成状態で存在することが多いと思われ、羊毛塊全体としての多孔度が大であっても部分的には固まった状態であることになるから、処理工程における開毛ではこの点に留意しなければ

ならぬ。また $P_o = 80\%$ においては、他の場合に比べれば、 $r_{\min}$ への集中性が比較的低いことからして、前述の理由と同じく最も標準構成状態に近いものと考えられる。

本実験実施に当り種々御便宜を与えられた大和毛織株式会社南千住工場 林 喬氏に対し謝意を表する。

注

- 1) 第1報, 本誌8巻5号(昭30-5月), P. 10.
- 2) 駒形作次: 界面電気化学概要, P. 13.

撚 糸 に つ い て*

(第7報) 切断強力の理論とレイヨン タイヤコードにおける実例

(昭和30年6月8日受理) 会 員 真 鍋 朋 信**

—→ 摘 要 ←—

研究目的

撚構造の模型から、連続繊維よりなる撚糸の切断強力の理論を導き、理論の結果をレイヨン タイヤコードにおける実験結果と比較検討する。

研究結果

(1) 下撚糸2本からできている撚糸の切断強力 P_* は、撚係数があまり大きくない時、近似的に

$$P_* = P_{*0} \left[1 - 2\pi^2 N^2 R^2 - 2\pi^2 \left\{ 1 + \frac{1}{2f_*} \left(\frac{df}{d\varepsilon} \right)_* \right\} (N-n)^2 R^2 + \dots \right]$$

で与えられる。ここに P_{*0} は撚糸の無撚の時の切断強力、 f_* は撚糸を構成する単繊維の切断強度、 $(df/d\varepsilon)_*$ は単繊維の応力-変形率曲線の切断点附近における勾配、 N は上撚数、 n は下撚数、 R は下撚糸の中心線が沿う円筒の半径である。

(2) 上撚数と下撚数とがほぼ等しい撚糸の強力利用率は、ほぼ 100 から撚縮みを引いた値に等しい。

1. 緒 言

下撚糸の引張りに関する性質は撚構造から理論的にいろいろと研究されているが、^{1,2)} 少くとも上撚りと下撚りの二つを撚りに関して考慮しなければならない撚糸の場合には、撚構造が下撚糸の場合よりも複雑なために、下撚糸の場合よりも研究が遅れ、撚糸の引張りに関する性質が³⁾ 理論的に論ぜられはじめたのは極く最近のことである。しかしながら未だ撚糸の引張りに関する性質は、上撚数、下撚数及び撚糸の直径などの撚構造に関する量の函数として、簡単なわかり易い形で表現されてはいないよう

ある。また最近レイヨン タイヤコードの切断強力と撚縮⁴⁾みの間に直線関係のあることも経験的に見出されたが、このような現象に対しても未だ理論的な説明は与えられていない。ここでは前に報告した撚構造の理論と撚縮⁵⁾みの理論を用いて、引張りに関する性質の一つである切断強力の問題を取扱う。一般に破壊現象を取扱う場合には統計的なばらつきを考慮に入れなければならないが、撚構造の模型にそのような考慮を払うとなると、数学的な処理がかなり煩雑なものになるので、ここでは第一近似として対象とする試料は統計的なばらつきをまったく考慮に入れる必要がない程、あらゆる点で完全に均整なも

* Studies of Twist. Part 7: A Theory of Breaking Strength of Plied Yarns, and Some Illustrations on Rayon Tire Cords.

** T. Manabe, Member. 日本レイヨン(株) 総合研究所

のであるとし、更に単繊維間の交互作用が切断強度に及ぼす影響も無視できる程小さいとして理論を展開する。

2. 燃糸を引張る力とそれを支える単繊維の張力

燃糸を引張る力とそれを支える単繊維の張力との間の関係を問題にする場合、いつも燃糸を構成している下燃糸の中心線に垂直な断面について話を進めることにする。中心線に垂直な断面で、中心線と単繊維とを結ぶ線分とその単繊維とが直角をなしている場合には、直角をなしていることはここで用いられる燃構造の模型では既に証明されているが、燃糸を引張る力 P は単繊維に働

(第1図) 燃構造

く張力や燃構造に関する量の函数として次のように与えられる。

$$P = H \cos Q \Sigma F_r \cos \psi_r + H \sin Q \Sigma F_r \sin \psi_r \cos \phi \dots (1)$$

ここに F_r は中心線から r なる距離にある単繊維に働く張力、 ψ_r は中心線と単繊維とがなす角、 Q は中心線が燃糸の中心軸となす角、 ϕ は中心線に垂直な断面における極座標 (r, ϕ) の一つ、 H は燃糸を構成している下燃糸の数である。(第1図参照) Σ は一本の下燃糸の中で単繊維について総和をする記号である。(1)の右辺の第2項は第1項に比べて普通無視できる程小さい。

3. 燃糸の切断の瞬間における燃糸を構成している下燃糸の表面と内部での単繊維の変形率の差

前に報告した燃構造の模型では、燃糸を構成している単繊維の長さは ϕ_0 の函数になるが、実際に単繊維のとっている位置はこの模型で与えられる位置から少しずれていて、単繊維の長さが ϕ_0 にあまり関係しないような形態を単繊維はとっているのではないかと考えられる。そのような考えに従い、ここでは単繊維の長さは ϕ_0

についての平均値に極く近い値になっているとして議論を進める。

単位の長さの燃糸を考える時、下燃糸の中心線から r なる距離にある単繊維の長さの ϕ_0 についての平均値は

$$1 + 2\pi^2 N^2 R^2 + 2\pi^2 (N - n)^2 r^2 + \dots \dots \dots (2)$$

で与えられる。ここに N 及び n はそれぞれ燃糸の単位長あたりの上燃数及び下燃数、 R は下燃糸の中心線が沿う円筒の半径である。それで燃糸の切断の瞬間における下燃糸の表面の単繊維の長さを S_* 、下燃糸の中心線から r なる距離にある単繊維の長さを S_r とすれば、 S_* と S_r とはそれぞれ

$$S_* = L_* [1 + 2\pi^2 (n_p / L_*)^2 R_*^2 + 2\pi^2 [(n_p / L_*) - (n_s / L_*)]^2 r_*^2 + \dots \dots \dots]$$

$$S_r = L_* [1 + 2\pi^2 (n_p / L_*)^2 R_*^2 + 2\pi^2 [(n_p / L_*) - (n_s / L_*)]^2 r^2 + \dots \dots \dots]$$

となる。ここに L_* は燃糸の切断時の長さ、 n_p 及び n_s はそれぞれ燃糸に加えられている上燃り及び下燃りの総数、 R_* は燃糸の切断の瞬間において下燃糸の中心線が沿う円筒の半径、 r_* は燃糸の切断の瞬間における下燃糸の半径である。燃糸の上燃数と下燃数とが等しくない場合には、(2)より明らかなように下燃糸の表面に近ければ近い程、単繊維は大きな引張変形を受けているので、燃糸を引張る時には下燃糸の表面に近い単繊維から次第に切断されて行くわけであるが、燃糸の切断が下燃糸の表面の単繊維の切断と同時に起るものとする、単繊維の切断時の変形率 ϵ_* 及び燃糸の切断の瞬間において、下燃糸の中心線から r なる距離にある単繊維が受けている引張りの変形率 ϵ はそれぞれ

$$\epsilon_* = (S_* - L_0) / L_0$$

$$\epsilon = (S_r - L_0) / L_0$$

となる。ここに L_0 は引張られていない時の単繊維の長さである。上記の関係式から変形率の差 $\epsilon_* - \epsilon$ は簡単に求められて

$$\begin{aligned} \epsilon_* - \epsilon &= (S_* - S_r) / L_0 \\ &= \frac{2\pi^2}{L_0 L_*} (n_p - n_s)^2 (r_*^2 - r^2) + \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

となる。無燃の時に L_0 なる長さの繊維束に総計 n_s 回の下燃りと n_p 回の上燃りが加えられて燃上った燃糸の長さが L であるとする、燃糸の上燃数 N 、下燃数 n 、燃縮み Y 及び切断伸度 e_* はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} N &= n_p / L \\ n &= n_s / L \\ Y &= \frac{L_0 - L}{L} \times 100 \\ e_* &= \frac{L_* - L}{L} \times 100 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

で与えられる。(4)を考慮して(3)を書き直せば

$$\begin{aligned}\varepsilon_* - \varepsilon &= 2\pi^2 \left[1 + \frac{e_*}{100} \right]^{-1} \left[1 + \frac{Y}{100} \right]^{-1} \\ &\times (N-n)^2 (r_*^2 - r^2) + \dots \dots \dots (5) \\ &= 2\pi^2 \left(1 - \frac{e_*}{100} - \frac{Y}{100} \right) (N-n)^2 (r_*^2 - r^2) + \dots \dots \dots (5)'\end{aligned}$$

となる。(5)から(5)'に移る時に、 $e_*/100, Y/100 \ll 1$ が考慮されている。

4. 単繊維に働く応力

単繊維の単位断面積あたりの切斷応力を f_* とすると変形率が ε なる時の応力 f は ε が ε_* にはほぼ等しい時には、近似的に

$$f = f_* - (df/d\varepsilon)_* (\varepsilon_* - \varepsilon) + \dots \dots \dots (6)$$

となる。ここに $(df/d\varepsilon)_*$ は単繊維の応力—変形率曲線の切斷点附近における勾配である。 $2\pi^2(N-n)^2 r_*^2 \ll 1$ なる時には、(5)'を(6)に代入すると撚糸を構成している下撚糸の表面の単繊維がまさに切斷しようとしている時に中心線から r なる距離にある単繊維に働く応力 $f(r)$ が得られる。すなわち $f(r)$ は

$$\begin{aligned}f(r) &= f_* - 2\pi^2 \left(\frac{df}{d\varepsilon} \right)_* \left(1 - \frac{e_*}{100} - \frac{Y}{100} \right) \\ &\times (N-n)^2 (r_*^2 - r^2) + \dots \dots \dots (7)\end{aligned}$$

となる。

5. 撚構造と切斷強力

前に述べたように、上撚数と下撚数とが等しくない場合には、撚糸を構成している下撚糸の表面に近ければ近い程、単繊維は大きな引張りの変形を受けているので、撚糸を引張る時には表面に近い単繊維から次第に切斷されて行くわけであるが、ここでは簡単のため、撚糸の切斷強力とは下撚糸の表面の単繊維がまさに切斷しようとする時に撚糸に働いている引張りの力であるとして議論を進める。

下撚糸の中心線に垂直な断面で中心線と単繊維とがなす角は ϕ の函数であるが、これも以後撚糸を構成している単繊維の長さの場合と同じように、 ϕ についての平均値を用いることにするので、これらの量は下撚糸の中心線に垂直な断面では ϕ に関係しない r のみの函数として取扱われる。

次に撚糸の切斷直前に、撚糸を構成している下撚糸の中心線が撚糸の中心軸となす角を Q_* 、単繊維に働く張力を F_{r*} 、単繊維が下撚糸の中心線となす角を ψ_{r*} とし、撚糸の切斷強力 P_* を求める。

(1)を考慮すると、 P_* は近似的に

$$P_* = H \cos Q_* \Sigma F_{r*} \cos \psi_{r*} + \dots \dots \dots (1)'$$

で与えられることがわかる。ここに(1)の第2項に対応する項は微少であるので省略してある。 $\cos Q_*$ は、下撚糸の中心線がらせんをなすことと(4)を考慮すると $4\pi^2 N^2 R_*^2, e_*/100 \ll 1$ なる時

$$\begin{aligned}\cos Q_* &= \frac{L_{**}}{[L_{**}^2 + 4\pi^2 n_p^2 R_*^2]^{1/2}} \\ &= 1 - 2\pi^2 \left(1 - \frac{e_*}{50} \right) N^2 R_*^2 + \dots \dots \dots (8)\end{aligned}$$

となることがわかる。次に(1)'にあらわれている

$\Sigma F_{r*} \cos \psi_{r*}$ なる量を計算する。

下撚糸の中心線に垂直な断面において、中心線を中心とする半径 r 及び半径 $r+dr$ なる同心円に囲まれる輪状の領域内の単繊維が受けている引張変形率は、 dr が十分に小さければ等しいと考えて差支えない。今、このような輪状の領域の集合として、中心線に垂直な断面を考えると

$$\Sigma F_{r*} \cos \psi_{r*} = \Sigma (\Sigma a)_r f(r) \cos \psi_{r*}$$

が近似的に成立する。ここに $(\Sigma a)_r$ は半径 r 及び半径 $r+dr$ なる同心円に囲まれる輪状の領域内にある単繊維の断面積の和をあらわし、 Σ_r はそのような輪状の領域を総和することを意味している。一般に $(\Sigma a)_r$ は

$$(\Sigma a)_r = 2\pi r k(r) dr \cos \psi_{r*}$$

で与えられる。ここに $k(r)$ は単繊維間の空隙を考慮に入れたためにあらわれた係数で、輪状の領域内の単繊維の真の断面積の和と見かけの上の断面積である輪状の領域の面積との比になっており、 $0 < k(r) < 1$ である。これらの関係を考慮に入れて Σ を積分で置きかえると

$$\Sigma F_{r*} \cos \psi_{r*} = 2\pi \int_0^{r_*} r f(r) k(r) \cos^2 \psi_{r*} dr \dots \dots (9)$$

が得られる。 ψ_r は前に得られたように、 $4\pi^2 N^2 R_*^2 \ll 1$ なる時、近似的に

$$\begin{aligned}\psi_r &= \tan^{-1} \frac{2\pi(n-N)r}{[1 + 4\pi^2 N^2 R_*^2]^{1/2}} + \dots \dots \dots \\ &= \tan^{-1} \frac{2\pi(n_s - n_p)r}{[L_*^2 + 4\pi^2 n_p^2 R_*^2]^{1/2}} + \dots \dots \dots\end{aligned}$$

で与えられるので、 ψ_{r*} は近似的に

$$\psi_{r*} = \tan^{-1} \frac{2\pi(n_s - n_p)r}{[L_*^2 + 4\pi^2 n_p^2 R_*^2]^{1/2}} + \dots \dots \dots$$

となる。この関係と(4)から、 $4\pi^2(N-n)^2 r_*^2, e_*/100 \ll 1$ なる時

$$\cos^2 \psi_{r*} = 1 - 4\pi^2 \left(1 - \frac{e_*}{50} \right) (N-n)^2 r^2 + \dots \dots (10)$$

となることがわかる。(7)と(10)とを(9)に代入

し $k(r)$ を r に依存しない常数と見て積分すれば

$$\Sigma F_{r*} \cos \psi_{r*} = k \pi r_*^2 f_* \left[1 - 2\pi^2 \left\{ 1 - \frac{e_*}{50} + \frac{1}{2f_*} \left(\frac{df}{d\varepsilon} \right)_* \right\} \times \left(1 - \frac{e_*}{100} - \frac{Y}{100} \right) \right] (N-n)^2 r_*^2 + \dots \quad (11)$$

が得られる。無燃の時の下燃糸の切断強度を F_* とすれば

$$F_* = k \pi r_*^2 f_* \quad (12)$$

が近似的に成立すると思われるので、(11) は

$$\Sigma F_{r*} \cos \psi_{r*} = F_* \left[1 - 2\pi^2 \left\{ 1 - \frac{e_*}{50} + \frac{1}{2f_*} \left(\frac{df}{d\varepsilon} \right)_* \right\} \times \left(1 - \frac{e_*}{100} - \frac{Y}{100} \right) \right] (N-n)^2 r_*^2 + \dots \quad (13)$$

となる。ここで (8) と (13) を (1)' に代入すれば、燃糸の切断強度 P_* として

$$P_* = P_{*0} \left[1 - 2\pi^2 \left(1 - \frac{e_*}{50} \right) N^2 R_*^2 - 2\pi^2 \left\{ 1 - \frac{e_*}{50} + \frac{1}{2f_*} \left(\frac{df}{d\varepsilon} \right)_* \right\} \left(1 - \frac{e_*}{100} - \frac{Y}{100} \right) \right] (N-n)^2 r_*^2 + \dots \quad (14)$$

が得られる。ここに P_{*0} は燃糸の無燃の時の切断強度で

$$P_{*0} = F_* H \quad (15)$$

で与えられる。ここで $e_*/100$, $Y/100 \ll 1$ を考慮すると (14) は簡単化されて

$$P_* = P_{*0} \left[1 - 2\pi^2 N^2 R_*^2 - 2\pi^2 \left\{ 1 + \frac{1}{2f_*} \left(\frac{df}{d\varepsilon} \right)_* \right\} \times (N-n)^2 r_*^2 + \dots \right] \quad (14)'$$

となる。下燃糸 2 本から燃糸ができている場合には

$$R_* = r_* \rightleftharpoons R \quad (16)_{(2)}$$

なる関係があるので、(14)' は

$$P_* = P_{*0} \left[1 - 2\pi^2 N^2 R^2 - 2\pi^2 \left\{ 1 + \frac{1}{2f_*} \left(\frac{df}{d\varepsilon} \right)_* \right\} \times (N-n)^2 R^2 + \dots \right] \quad (17)_{(2)}$$

となり、下燃糸 3 本から燃糸ができている場合には

$$R_* = (2/\sqrt{3}) r_* \rightleftharpoons R \quad (16)_{(3)}$$

なる関係があるので、(14)' は

$$P_* = P_{*0} \left[1 - 2\pi^2 N^2 R^2 - 1.5\pi^2 \left\{ 1 + \frac{1}{2f_*} \left(\frac{df}{d\varepsilon} \right)_* \right\} \times (N-n)^2 R^2 + \dots \right] \quad (17)_{(3)}$$

となる。

1650 den/2 のレイヨン タイヤコードについての実験結果の一部を第 1 表に示す。切断強度はいずれも絶乾状態における値で、理論値は (17)₍₂₎ によって計算されている。ここに

$$P_{*0} = 7.53 \times 2 \text{ kg (絶乾)}$$

$$(1/f_*) (df/d\varepsilon)_* = 6.6 \text{ (絶乾)}$$

であって、 R はコード ゲージの $1/4$ に等しいとしてある。

(第 1 表) 燃数と切断強度との関係

試料: 1650 den/2 レイヨン タイヤコード

近似燃数 $N \times n$	上燃数 $N(t/in)$	下燃数 $n(t/in)$	$R (in)$	切断強度 (理論) $P_*(kg)$	切断強度 (実験) $P_*(kg)$
0 × 0	0.00	0.00		15.06	15.06*
8 × 8	8.02	8.18	0.006475	14.26	14.79
8 × 10	8.04	10.06	0.006925	13.89	14.26
10 × 10	10.04	10.04	0.007025	13.58	13.61
12 × 10	12.00	10.04	0.007225	12.57	12.70
12 × 12	11.96	12.06	0.007600	12.60	12.51
12 × 14	11.92	14.04	0.007800	12.14	11.64
14 × 14	14.08	14.10	0.007950	11.33	10.41

* ごく常識的に考えて原糸の切断強度の 2 倍の値をあてた

第 1 表より明らかなように理論の結果は実験結果とかなりよく一致している。

6. 燃縮みと切断強度

既にはじめに述べたように、最近レイヨン タイヤコードの燃縮みと切断強度との間に直線関係のあることが経験的に見出された。普通のレイヨン タイヤコードにおいては、上燃数と下燃数とはほぼ同じであるので、上燃数と下燃数とがほぼ同じであるような燃糸においてのみ見られる現象と解して差支えないであろう。このような現象も前に報告した燃縮みの理論と前節で述べた切断強度の理論とを組合わせることによって、理論的に簡単に解明できる。すなわち前に報告した燃縮みの理論によると、燃糸の燃縮み Y は燃係数があまり大きくない時近似的に

$$Y = 200\pi^2 R^2 [N^2 + (r_n/R)^2 (N-n)^2] + \dots \quad (18)$$

で与えられる。ここに r_n は中立半径である。この関係を (17)₍₂₎、或は (17)₍₃₎ と $(N-n)^2 \ll N^2$ なる条件下で組合わせると

$$P_* = P_{*0} - (P_{*0}/100)Y + \dots \quad (19)$$

が得られる。(19)より明らかなように、燃糸の切断強度は燃縮みの増大に伴ってほぼ直線的に減少するが、その勾配は無燃の時の下燃糸の切断強度にほぼ比例するものと思われる。

前節の実験に用いた 1650 den/2 のレイヨン タイヤコードについてなされた実験結果を第 2 表に示す。もちろん

$$P_{*0} = 7.53 \times 2 \text{ kg (絶乾)}$$

であって、切断強度の理論値は (19) によって計算されている。

第 2 表を図表にすると第 2 図のようになる。第 2 表或は第 2 図より明らかなように、理論の結果は実験結果と

(第2表) 撓縮みと切断強力との関係
試料: 1650 den/2 レイヨン タイヤコード

近似撓数 $N \times n$	撓縮み $Y(\%)$	切断強力 (理論) $P_*(\text{kg})$	切断強力 (実験) $P_*(\text{kg})$
0×0	0.00	15.06	15.06*
8×8	7.79	13.89	14.79
8×10	8.97	13.71	14.26
10×10	12.05	13.25	13.61
12×10	16.21	12.62	12.70
12×12	17.55	12.42	12.51
12×14	19.22	12.17	11.64
14×14	24.18	11.42	10.41

* ごく常識的に考えて原糸の切断強力の2倍の値をあてた

(第2図) 切断強力と撓縮みとの直線関係
試料 1650 den/2 レイヨン タイヤコード

- 理論値
● 上撓数と下撓数とがほぼ等しい試料に関する実験値
○ 上撓数と下撓数との差がほぼ 2 t/in の試料に関する実験値

かなりよく一致している。

一般に強力利用率として次のように定義される量が用いられているが

$$\text{強力利用率 } \% = \frac{\text{撓糸の切断強力}}{\text{撓糸の無撓の時の切断強力}} \times 100$$

(19) より, 強力利用率は近似的に

$$\text{強力利用率 } \% = 100 - Y + \dots \dots \dots (20)$$

となることがわかる。すなわち上撓数と下撓数がほぼ等しい撓糸の強力利用率は 100 から撓縮みを引いた値にほぼ等しいといえることができる。

7. 結 言

連続繊維よりなる撓糸の切断強力について述べたが、レイヨン タイヤコードの場合、理論の結果は実験結果とかなりよく一致している。ここではしばしば $4\pi^2 N^2 R^2$, $4\pi^2 (N-n)^2 R^2 \ll 1$ に類する条件が課せられたが、これらは撓係数の大きさに対する制限と見ることができる。なおここで述べられた理論では、試料は統計的なばらつきを考慮に入れる必要がない程、あらゆる点で完全に均整であるということと、単繊維間の交互作用が撓糸の切断強力に及ぼす影響は無視できる程小さいということが仮定されているが、将来これらの仮定も取除いたより一般的な理論のあらわれるのが望ましい。終りにこの研究にあたって終始御指導を賜った日本レイヨン総合研究所の本田隆一所長と三浦教義課長に深甚なる謝意を表する。

文 献

- 1) M. M. Platt, W. G. Klein, W. J. Hamburger : Text. Res. J., 22, 641 (1952-10)
- 2) 藤野清久, 埴斗秀夫: 繊維機械学会誌, 第7巻, 168 (昭29-3)
- 3) M. M. Platt, W. G. Klein, W. J. Hamburger : Text. Res. J., 24, 907 (1954-10)
- 4) 川口輝雄, 植田賢一, 浅井久彌: 日本繊維機械学会秋季研究発表会, 於大阪 (昭29-11)
- 5) 真鍋朋信: 繊維機械学会誌, 8, 533 (昭30-8)
- 6) 真鍋朋信: 繊維機械学会誌, 8, 620 (昭30-9)
- 7) 真鍋朋信: 繊維機械学会誌, 6, 565 (昭28-9)