綿状物質の力学的性質*

(第5報) 二, 三の繊維圧縮試験に関する検討

(昭和31年7月10日受理) 会 員 若 山 一 夫**

〃 大 金 光

——→ 摘 要 ←——

研究目的

本研究等が前報までに研究して来た方法の有効さをみると共に, 最近の Bogaty, Larose, de MaCarty 等の繊維類の圧縮試験に関する研究に検討を加え, その意義を明らかにする。

研究結果

Bogaty が提案した式は, 繊維をも含めて一般の繊維塊の圧縮試験について有効なものであると考えられる。すなわち繊維塊を平らに敷きつめ, その一部分の面積をピストン面で圧縮するとき, その荷重 P と厚み t との関係は次のごとく示される。

$$t = \frac{b}{P+c} + a$$

これは本研究の結果によると次のごとき条件のもとに成立すると考えられる。しかし実際的には P と t とだけの測定から a, b, c の一義的な決定は難しい。

- 1) この式は繊維間の空隙のみが圧縮されると考えられる範囲内の軽圧縮の段階にのみ適用される。
- 2) このような圧縮経過の最後に試料は厚み a に達す。故に a は圧縮変形しない繊維の実体のみの厚みを意味する。
- 3) c は潜在荷重として試料が最初ある密度で与えられたとき定まる値 w_0 に, k を乗じたものである。
- 4) b は(1)のごとき意味の圧縮を続けたとき $(t_2 - a)/(t_1 - a) = 0.1583$ であるような t_1, t_2 の厚みの間で外部から加えられる圧縮仕事量である。

1. 前 言

繊維類の圧縮試験として従来から繊維塊よりは繊維を対象とする場合の方が多かった。そのわけはもちろんその実用性にもよるのであるが, 次のようなことも考えられる。

繊維塊を問題とするとき, これが不定形であるからというので円筒に入れて圧縮したのでは, 筒壁での摩擦が介入して複雑となる。それで繊維塊の場合も平らに敷きつめてその一部分をピストンで圧縮することが考えられるが, このときでもピストン面積外の部分が影響を与え, その作用の大きさは簡単には計り難い。この点繊維ならば, 上記の影響が一見無視できると考えられ, 取扱が容易であろうとする研究者が多かったものと思われる。

この繊維の圧縮試験に関する研究で, 筆者等に最も興味深く思われたのは Bogaty の研究¹⁾, 及びそれを実験的に批判した Larose のもの²⁾で, これらはまた最も新しい研究のようである。

彼等は繊維物を平らに台上に載せ, ある径(繊維の面積より小さい)のピストン面で圧縮荷重を加える普通の測定方法を採用した。そしてピストン面の単位面積当りの圧縮圧力 p と, 繊維の厚さ t との関係式として

$$t = \frac{b}{p+c} + a \quad (a, b, c \text{ 常数}) \dots\dots\dots (1)$$

の形が最もよく適合すると述べている。もちろんこの結論を得る前には, 当時までに提案されていたすべての形のもの³⁾が試みられた。そして理論的根拠は別として, 軽荷重範囲では実験的に(1)式が最も一般的であるというのである。

* Mechanical Properties of Cotton-Like Substance. Part 5 : A Note on Some Compression Tests of Textile Fiber Assembly.

** K. Wakayama, H. Ogane, Member. 京都工芸繊維大学

ここで第4報³⁾までに行き来たわれわれの研究をみると、それは前述した円筒容器中での繊維塊の圧縮であって、その筒壁での摩擦も考慮して、しかも(1)と全く同形の関係式を得ることができた。この厚み(またはかさ)と荷重との関係式の両者間の類似については、奇異の感が持たれるその反面、また広い意味で同じ繊維塊の圧縮性という点からは、ありそうなことも感じられる。

そこで容器なしの繊維塊の圧縮機構について、以下に筆者等の見解を説明し、その後 Bogaty, Larose⁴⁾の研究を批判すると共に、また de McCarty⁴⁾の行ったほんとうの意味の繊維塊の圧縮試験についても考察を加えてみる。

2. 繊維塊の容器なしの圧縮に関する考察

繊維物を平らに広げてその一部をある面積のピストン面で圧縮するのは、繊維塊を一様に平らに敷きつめ、その一部面積をピストンで圧縮するのに対応させることができる。この場合繊維物ではその厚み方向に組織があって、上記様な繊維塊の板とはやや条件が異なる。しかし議論を進める上ではこの点を無視し、別の観点からこの繊維構造の差異を表現する道を得なければならない。

さて試料を繊維物の場合も含めて繊維塊とし、次に注目

(第 1 図)

すべきことは、ピストン面で実圧縮を受ける試料の外周部分が、この実圧縮部分に及ぼす影響についてである。これは繊維物が試料の場合ほとんど無視されているのであるが、ここで正当な配慮を与えてみる。

第1図(a)に示す今の場合の測定方法を分析して、(b),(c)のごとく考えを進めることができる。(a)の測定は、(b)の下部受台Aの外周部で、繊維物をAの面と同一面になるまで押し上げた場合(c)に相当する。今この力をFとすると、もちろんAの受けもつ力(抗力)はPより小さくなる。これをWとすると明らかに

$$P = W + F$$

である。

このような見方をすると第4報までに行き来た研究、円筒内での繊維塊の圧縮との間に明らかな類似性が認められる。すなわち(c)図において、実圧縮を受ける試料部にピストンと同径の円筒を仮想し、これを先の研究における円筒内の試料とみればよい。

この仮想の試料円筒のつり合は、上下からのP, Wの圧縮荷重、及び円筒側面を介して働くFによって保たれると考えられる。したがってこれらの力はすべて先の研究の力P, W, Fにそれぞれ対応するわけで、ただ大きな相違はFなる力の成因である。すなわち先の場合はFが筒壁での摩擦力として得られたのに反し、本報の場合ではピストンと周囲受台との間の剪断的な力である。

なお最初様な密度分布であった試料が、圧縮後は下から上へと果増的な密度分布になるであろうことも全く先の研究の場合と同じ事情である。(第2図)

このような実圧縮部に対する周囲部の作用についてはLaroseも注意を払い、実験は行っていないが一応その論文で、圧縮荷重と直角の方向の繊維の圧縮として論

(第 2 図)

のみあてはまるべきことは注意を要す。この事情は引張試験において初期ヤング率を問題とするのに似ている。

3. Bogaty 及び Larose の織物圧縮試験について

第1章で述べた **Bogaty** の研究は織物の場合であって、その厚み方向に試料の組織性があるから第2章の考察を適用するのに、試料の最初の状態についてやや異論が考えられる。しかし実際的な問題としては、**Larose** も繊維塊に関する **van Wyk** の理論を織物に適用している。そこで第2章の議論の一つ一つの検証は後報にゆずるとしても、その議論の結果が **Bogaty** の提案と全く同形式であり、またその説明も大体似ており、更に後述する彼の実験事実も説明可能であるから、大局的にみて一様な繊維塊に対する第2章の議論は、織物に対しても適用し得るものと見られる。

大体繊維塊の圧縮性能を表現する最も科学的な根拠は圧縮試験の際の厚みと荷重との関係である。その故に従来非常に多くの提案があるが、それ等はすべて式中に試料の性質に関する常数を数個含むものである。したがってこれらの常数の値を色々にあばいしさえすれば、一つの圧縮測定には誤差を含むことであるから、これをどの提案の式にも適合せしめ得る可能性がある。このことは **Larose** の論文でもよく知れる。そこでわれわれの目的としては単なる実験式としてではなく、物理的意義の明らかな厚みと荷重との関係式を得ることにある。

この点 **Bogaty** が与えた(1)式に対する説明では未だ不十分であるから、筆者の議論を根拠にして説明を明確にすると共に、それによって **Bogaty** が得ている他の実験事実も考察してみる。

(1) 式の a について

Bogaty はこの値を繊維の極限圧縮における厚みとし、彼の試料について実験的にそれに近似な量を用いている。すなわちある荷重 (2 lb/in^2) より以上ではその圧縮量は無視し得るとしている。しかしこの荷重がどの試料についても極限圧縮量に近似な厚みを与えるとはとても考えられないし、またこのような荷重ではすでに相当な実体圧縮の段階に入っている場合もある。**Larose** は後に示す実験例で **Bogaty** のこの考えが適当でないことをみている。

われわれの見解では、厚みと荷重との測定値が双曲線関係をもつ範囲のみを問題とし、その時の P 無限大の漸近線の位置 l (a に相当) は、繊維塊に空隙がなくなった時の厚みに相当するのである。したがってこの値は

試料によってすべて異なるはずのものである。もちろんこの状態になるまでに繊維の実体圧縮が起るから、直接実験的には求まらない。

(1) 式の c について

Bogaty の考えもそうであるように、この量は圧縮荷重 P ((1) で **Bogaty** はピストンの単位面積当りの力すなわち平均圧力を用いているが以後全荷重で考えることにする) が0であるときでも、試料がある厚みをもつことを補償するものといえる。

しかしこの皮相的な説明だけでは、同じ試料についてピストン径が変わったとき、または最初の厚みが違ったとき等の結果に関し、何等の指針も得られない。この点第2章の議論にしたがうと c が $k \cdot \omega_0$ に相当するから、この明確な意義から上記 c の変化の法則も推察することができる。このことはいずれ実験と共に後に報告する。

(1) 式の b について

Bogaty は(1)式を

$$(t-a)(P+c)=b \quad \dots\dots\dots(11)$$

の形に書き直したとき、これが気体の **van der Waals** の式に類似していることから、 b が織物に含まれるエネルギーであるとした。しかしこれはもちろんあいまいな表現であって、 b がエネルギーの元を持っていることをいったに過ぎないと解される。われわれの議論で(1)式に相当する式(8)をみると、 b に当たるものは $k \cdot E_0$ であって、 P と t のみの測定だけからではわれわれの注目すべき量 E_0 の値は求まらない。

しかし織物の場合 P は W に近く、故に k の値も1に近似である。このときには事実上

$$b = k E = \nu (k-1) \cong \nu \frac{k-1}{k} = E_0 \quad \dots\dots\dots(12)$$

と考えてもよく、したがって第2章で与えた E_0 の定義の意味で圧縮エネルギーであるといえる。**Bogaty**, **Larose** 等が b の値の重要性を直感し、その値を他の織物の実際的評価に対比させようとしたことは、以上のごとき b の解釈からみて期せずして正しかったといえる。

b の意義についてはまた次の実験からわれわれの推論の正当性がうかがわれる。

b の値の加法性

b の値に関して **Bogaty** は加法性の成立することを実験的に示した。これは織物を二重、三重にしたとき、全体としての b がそれぞれの b の値の和であらわせるというのである。

同じ織物を重ねるというのは試料の厚みが増すことと解釈され、 b が(12)式で示されるとしたとき、試量の

厚みの効果は k を通してあらわれるだけである。そこで k をその物理的意義に固執すると、 E_0 または kE_0 の変化は第 4 輯に類したものととなり加法性が認められないことになる。しかし織物のごとく薄い試料の場合、 k の値が 1 に近いことを用いると

$k \pm 1 = e^{\pm \tau S} = 1 \pm \tau S$

の近似式が成立し、したがって

$$\left. \begin{aligned} b &= \nu (k-1) \\ &\cong \nu \frac{(k-1)}{k} \end{aligned} \right\} \nu \cdot \tau \cdot S \dots\dots\dots (13)$$

から b が S に比例することになる。そして明らかに S は加法性の量であるから、ここにおいて Bogaty の推定及び実験は証明されたことになる。

4. Larose の測定例について

Bogaty の提案が発表された直ぐ後で、Larose は航空機の座席用シートとして用いられていたダブルパイル織物に関する戦時中の彼の圧縮記録に再検討を加えた。そして Bogaty の行ったように、 a を 2 lb/in^2 の圧力のときの試料の厚み 0.160 in 及び c を 0.05 lb/in としたのでは (1) 式が巧く適合しないことを第 1 表の例で示した。

(第 1 表) Larose の織物圧縮試験測定例

(1) ダブルパイル織物

厚み $t \text{ (in)}$	荷重圧力 $p \text{ (lb/in)}$	Larose の計算値 $b = (t - 0.160) \cdot (p + 0.05) \cdot 10^{-2}$	最小自乗法による a, c の値を用いた 計算値 $b = (t - 0.203) \cdot (p + 0.233) \cdot 10^{-2}$
0.525	0	1.83	7.51
0.516	0.006	2.00	7.49
0.509	0.012	2.16	7.50
0.490	0.024	2.42	7.66
0.481	0.037	2.79	7.51
0.469	0.049	3.06	7.50
0.458	0.061	3.31	7.50
0.448	0.073	3.54	7.50
0.439	0.085	3.77	7.50
0.431	0.098	4.01	7.55
0.421	0.110	4.18	7.49
0.412	0.122	4.34	7.42
b の最小自乗値		7.46×10^{-2}	

そして a, c の値を試験の都度適当に選ぶと非常によく (1) 式が成立することを第 2 表のごとく示している。それで彼は各試料について a, c の値が異なり、しかもそれらをテストアンドトライの方法で決めねばならない故実用性が乏しいと述べている。

筆者等は彼の記録について再び a, b, c の最確値を最小自乗法で求めてみた。そしてこれによって得た a, c の値を用いて $(p+c)(t-a)$ の計算式で各測定 の b を算出したのがそれぞれの表の第 4 欄である。

この結果をみると各試料についての b の値のばらつ

(第 2 表) Larose の織物圧縮試験測定例

(2) ダブルパイル織物

厚み $t \text{ (in)}$	荷重圧力 $p \text{ (lb/in)}$	Larose の計算値 $t \cdot (p + 0.21)$	最小自乗法による a, c の値を用いた b $(t - 0.0227) \cdot (p + 0.428)$
Sample A			
0.582	0.003	0.124	0.00396
0.560	0.008	0.122	0.00405
0.542	0.012	0.126	0.00396
0.510	0.026	0.121	0.00396
b の最小自乗値			0.00399
Sample B		$(t - 0.150) \cdot (p + 0.34)$	$(t - 0.248) \cdot (p + 0.137)$
0.593	0.012	0.124	0.0514
0.585	0.019	0.125	0.0526
0.563	0.027	0.124	0.0516
0.547	0.035	0.123	0.0514
0.539	0.042	0.124	0.0521
0.526	0.050	0.123	0.0519
0.519	0.057	0.124	0.0526
0.506	0.065	0.124	0.0521
0.498	0.072	0.124	0.0523
0.490	0.080	0.124	0.0525
0.482	0.088	0.125	0.0526
0.470	0.095	0.124	0.0515
0.461	0.103	0.123	0.0512
b の最小自乗値			0.0519
Sample C		$(t - 0.150) \cdot (p + 0.34)$	$(t - 0.270) \cdot (p + 0.230)$
0.593	0	0.151	0.0743
0.580	0.006	0.149	0.0732
0.572	0.012	0.149	0.0731
0.558	0.024	0.149	0.0717
0.546	0.037	0.149	0.0737
0.535	0.049	0.150	0.0740
0.525	0.061	0.150	0.0742
0.513	0.073	0.150	0.0736
0.505	0.085	0.151	0.0740
0.496	0.097	0.151	0.0739
0.486	0.110	0.151	0.0735
0.477	0.122	0.151	0.0728
b の最小自乗値			0.0737

厚み t (in)	荷重圧力 p (lb/in)	Larose の計算値 ($t-0.068$) $\cdot (p+0.44)$	最小自乗法による a, c の値を用いた b ($t-0.031$) $\cdot (p+0.582)$
Sample D			
0.544	0.000	0.209	0.298
0.527	0.02	0.211	0.299
0.482	0.08	0.215	0.299
0.432	0.16	0.218	0.298
0.367	0.31	0.224	0.300
0.317	0.46	0.224	0.298
0.276	0.62	0.220	
0.250	0.77	0.220	
0.228	0.92	0.218	
0.212	1.08	0.219	
0.199	1.23	0.219	
0.187	1.39	0.218	
b の最小自乗値			0.298

(注) Sample D は荷重圧力 7 lb/in² まで測定しているが引用は省略した。また最小自乗の計算は第6測定までで行ってみた

きは、二様の計算でそう大差はない。したがって試料の圧縮性質が(1)にしたがうと考えたときの試料の性質値として、Larose の決定値を採用しても、または筆者等の計算値をとってもよいと考えられる。しかし両者の a, c の値をみると大きな差違があることに気がつく。筆者の計算は最小自乗法の原理にもとづく a, b, c の最確値であるが、Larose の結果はまた他の何等かの原理にもとづく最確値であると考えてよい。したがって試料の(1)式にしたがう性質値として、どちらの a, b, c の値を採用するかという当面の問題に対しては決しようがない。両者の計算値は同等と考えられる。この結果からして厚み t と荷重 P との測定だけから(1)式の実験式を設定するのはほとんど無意味であるといえる。

同様な事情は、前報までの研究である円筒内圧縮の場合にも起っている。試みに第4報の測定例についての計算を示す。この場合圧縮荷重 P 及び見かけのかさ L の測定に加えて W も測定すると、(1)の a, b, c に相当する量 $l, k \cdot E_0, \omega_0$ 等の値が次のごとく求まった。

$$a = l - 1.87 \text{ cm}$$

$$b = k \cdot E_0 - 1.640 \times 1127 = 1850 \text{ cm} \cdot \text{g}$$

$$c = \omega_0 - 96.9 \text{ g}$$

これに対し L, P のみの測定値から、その関係として $L = a + b/(P+c)$ を予定し、最小自乗法で a, b, c を求めると第3表のごとくなる。

この結果では最小自乗法で得る計算値が相当信用の度

(第3表) 円筒における圧縮試験

高さ L (cm)	圧縮荷重 P (g)	最小自乗法で得た a, c を用いて計算 した b の値 $b = (L-1.76) \times$ $(P+102.7)$	新測定法で得た $a,$ c を用いて計算し た b の値 $b = (L-1.87) \times$ $(P+96.9)$
13.1	69	1 950	1 865
12.1	81	1 900	1 822
10.5	121	1 954	1 880
8.8	179	1 983	1 912
7.6	230	1 943	1 874
6.8	277	1 914	1 842
6.3	324	1 937	1 865
5.9	360	1 919	1 840
5.4	427	1 927	1 849
5.2	469	1 967	1 885
b の最小自乗値		1 939	平均値 1 863

(注) L, P, a, b, c 等の間の関係式

$$(L-a)(P+c)=b$$

が大きいことになる。

しかしだからといって Larose の計算値が間違っているとはまだいえない。とにかく上の試みから考えられることは、本報のごとき容器なしの繊維圧縮試験の場合でも、何等かの工夫によって(1)式の a, b, c に相当する値をより直接的に求める方法がありそうに思われるということである。

次に Larose の先に引用した実験例に用いられた試料の評価に関することであるが、彼の発表では上記測定がダブル パイル 織物であるとのみ述べているだけである。しかし前後の種々の論述からピストンは同一のものをを用い、同一試料について色々の場所を圧縮したものであると想像できる。このとき a, b, c の計算値としては、筆者の最小自乗法によったものを採用する方が一様の度が高いことがわかる。ただ試料 A, D の記録は解釈に苦しむ。

5. de MaCarty の研究について

de MaCarty はハンド カードで調整した羊毛繊維を積み重ね、2 in の厚みで直径 3.25, 5.5, 9.8 in の円筒状の試料を作り、これを種々の径(試料の径よりは常に小さい)のピストンで標準として 90% の圧縮を行った。そしてこの圧縮に要する荷重の大きさ P で種々の試料の評価を行った。

同時に同一種繊維に対し、同一圧縮量 L_c を与えるときの荷重 P とピストン面積 A との関係について詳細の報告を行っている。

すなわち彼は

$$P = S_0(A + a) \dots \dots \dots (14)$$

を立式して、“試料は一定の応力 (S_0 lb/in²) を維持するより大きな値を必要とする”と考えた。またこれを“圧に対する繊維の有効体積はピストン直下の体積より大きい”また“ピストン直下の繊維と外周部繊維とのからみ合いによる”と説明し、実験から a が常数であると判断した。

この場合試料は繊維塊であり、外周の条件は第2章の考察のときと全く同様であるから、Bogaty の場合と同じにまたわれわれの理論が適用できないだろうか。

今の場合ピストン径 d の変化の効果が注目されるのであるから、 P と厚み t との関係において、 d の関係の仕方が陽にあらわれていなければならぬ。第2章の議論では、実験的検証がまだ与えられていないため簡単にして τ, ν 等の常数の中に d を含めておいたのである。ここでは議論の成立が第4報までと全く同じであるから、 d の関係の仕方も前報までのものと同じと仮定して論じる。

de MaCarty の実験条件では t 及び l (第2章での実体厚み) が定値 t_0, l_0 であるから (8) から

$$t_0 - l_0 = \nu' d^3 (k-1) \frac{1}{P + k\omega_0} = \text{const} \dots \dots \dots (15)$$

を得る。ここで ν' は (8) の係数 ν の中から前述の考えで d の累乗因数を陽にあらわした残りの因数 (定数) である。

この方程式によって P が d のいかなる関数になるかを調べるのであるが、式中の k, ω_0 もまた d の因数をもっているはずである。今これも第4報までの研究に類似するとみられるから

$$\left. \begin{aligned} \omega_0 &= \omega'_0 d^2 \\ k &= \exp(\tau'S/d^2) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (16)$$

とする (ω'_0 は試料単位面積当りの潜在荷重) なお彼の実験で試料の厚みがすべて同一であり、直径 d のみ変るのであるから $S \propto d$ であって

$$k = \exp(S_0/d) \dots \dots \dots (17)$$

と記号する。

これ等を (15) に代入し、展開して整理すると

$$P \propto \alpha d^2 + \beta d + \gamma + \delta \frac{1}{d} + \dots \dots \dots (18)$$

の形になる。ここで d^2 はピストン面積に比例するから de MaCarty の実験式 (14) の基本項は説明されたことになる。

(18) の他の項は係数の絶対値が定まらないからなんともいえないが、誤差または測定範囲を考えると、実験的には定値に近くなるのかも知れない。あるいは彼の試料の面積が有限であって、ピストン面積に比べてそう大きくないから、議論の条件からの外れが利いたことも想像できる。この後者の推定は相当有力で、彼が示している図表でピストン径の大きい場合、測定値が大きくばらついているのがこの証左であると思われる。

6. 結 言

繊維の圧縮試験に関する Bogaty 及び Larose の研究、またこれと同様な方法で繊維塊について行った de MaCarty の研究等は最新のものである。それらの研究の中に提案された実験式が、われわれの前報までに得た結果と全く同一形式であることから、それと同様な議論の方法を用いて、彼等の測定を理論付けてみた。

これによって、彼等の提案する実験式の意義が明確なものとなり、Bogaty の行ったような、繊維の実際的评价と式中の定数値とを対比する議論はより有効なものになると思われる。

更に上の理論付けは、実圧縮を受ける繊維塊の外周部分の影響を明らかにする原理によるのであるが、この影響の一つのあらわれである de MaCarty の実験事実にも大体の肯定を与え得るものである。

しかし問題は、厚みと荷重との関係式中にあらわれる諸常数の求め方であって、厚みと荷重だけではその値を一義的に定めることが難しいことがわかった。この点筆者等は第2章で与えた議論の方向に沿った新しい測定方法を実験中である。

終りに電気抵抗ひずみ計のことについて御好意を与えられた新興通信 KK に厚く御礼申し上げる。なお本研究は文部省試験研究費で行ったことを記して感謝する。

注

- 1) H. Bogaty ; Text. Res. J., 23, 108 (1953)
- 2) P. Larose ; ibid., 23, 730 (1953)
- 3) 若山 ; 第1報, 本誌, 5, No. 10 (昭27)
若山, 服部 ; 第2報, 本誌, 8, No. 4 (昭30)
同 上 ; 第3報, 本誌, 8, No. 10 (昭30)
同 上 ; 第4報, 本誌, 9, No. 10 (昭31)
- 4) P. G. de MaCarty ; Text. Res. J., 25, 875 (1955)
- 5) 特許申請中