モデルによる編地の伸長解析*

会 員 宇 野 稔**

技術解説

1. よこ編地のモデル

メリヤス編地の性質を理論的に調べるには、まず適当なモデルを仮定しなければならない。しかしすでにいろいろのモデルが発表されているので、初めにそれらについて考えてみよう。

i) Chamberlain のモデル¹⁾

もっとも単純なモデルで、のちに Shinn によって詳しく調べられた。第 1 図に示すように、円弧と直線よりなりかつ平面図形で、糸直径を d とすると、ウエール間隔

(第1図) Chamberlain のモデル

* Load-extension Analysis of Knitted Goods by Using Models.

** M. Uno, Member. 京都工芸繊維大学工芸学部

4 d , コース間隔 $\cdot 3.46 d$; ループ長 $l = 16.66 d$ となる。このモデルは (i) 実際は三次元であるループを平面と仮定したこと, (ii) 同じ d でもいろいろの l の編地が編めるが このモデルではできない, などの欠点がある。

ii) Peirce のモデル³⁾

上述のモデルを三次元とするために、コース方向に平行な軸をもった円筒の上に第2図右のように巻きつけたものである。したがって $l = 16.66d$ という欠点は除か

ループ上の位置

(第2図) Peirce のモデル

れていないうえに、もっと重大な欠陥は Leaf⁴⁾らに指摘され、第2図下に示すように、ループにそってねじりの不連続があることである。このため Peirce のモデルでは安定な編地は得られない。

iii) Leaf, Glaskin のモデル⁴⁾

コース方向に平行な軸をもつ円筒上に巻きつけた三次元のもので、これを布面に投影すると第3図のように円

(第3図) Leaf, Glaskin のモデル

弧だけからなる。このモデルでは同図下に示すようにねじりは連続になるが、つぎの欠点がある。すなわち、一般の編地については

編地密度 $N = (\text{in 当りコース数 } C) \times (\text{in 当りウェール数 } W) \dots\dots\dots (1)$

を定義すると

$N = K_1/l^2 \dots\dots\dots (2)$

なる関係が得られ、 K_1 は定数となる。しかるにこのモデルでは、 K_1 は第 4 図のように l/d の関数となる。

(第 4 図) K_1 と l/d の関係 (Glaskin のモデル)

iv) Leaf のモデル⁵⁾ I

まっすぐで完全な弾性体の棒を軸方向に圧縮すると、第 5 図 (1) のようににぎ屈する。編地モデルはこのようににぎ屈した 3 本の弾性線を同図 (2) のように A、C でつなぎ、これを同図 (3) のように円筒に巻きつけるこ

(第 5 図) Leaf のモデル (I)

とによって得られる。この場合、モデルについての定数を

$C = K_2/l \dots\dots\dots (3)$

$W = K_3/l \dots\dots\dots (4)$

なる一般に認められている関係が成立するようにきめると、湿潤弛緩した編地 ($K_2=5.3$, $K_3=4.1$) には当てはまるが、乾燥弛緩した編地 ($K_2=5.0$, $K_3=3.8$) では式が不合理になって当てはまらない。

v) Leaf のモデル⁵⁾ II

前述の欠点を除くため、Leaf は弾性線を円筒のかわりにサインカーブ面に巻きつけた。第 6 図はこのよう

(第 6 図) Leaf のモデル (II)

に仮定したループを垂直 2 平面に投影した状態を示す。このモデルは乾燥弛緩した編地にもうまく当てはまり、現在のところ平編地のモデルとしてはいちばんよいようである。ただし第 7 図で $FF' \geq 3d/2$, $GG' \geq d/2$ の制限があるので、

湿潤弛緩した編地では

$l \geq 17.9 d$

乾燥

$l \geq 17.5 d$

を必要とする。

(第 7 図) Leaf モデルへの制限 ($FF' \geq 3d/2$, $GG' \geq d/2$)

2. たて編地の引張り

たて編地ではループが根本でしっかり保持される傾向があるので、よこ編地のモデルよりはやや違ったものとなる。Grosberg は断面一様な弾性線を折り曲げ、根本をピンジョイントでくっつけた第 8 図 (a) のような平面図形を考えた。これは Euler の第 5 種弾性曲線に相当し、ループ全長は $l = 2.55 h_0$ で示される。ただし h_0 はループの初めの高さを示す。これをウェール方向に引張ったとき、Cook, Grosberg らは同図 (b) に示すように、半径 r の円弧と二つの直線よりなる図形に変化すると仮定した。よって力の釣り合いより $P = 2Q/\tan \theta$, ル

(第8図) Grosberg のモデル

ープ下端の曲げモーメント $M = Qh$, 曲げ半径 $r = EI/M$ をうる。これから

$$P = \frac{2}{\tan \theta} \frac{EI}{hr}$$

ただし EI は糸の曲げ剛性

一方、低荷重のときはループの伸びはループの変形のみによって生じ、糸は伸びないと仮定すると、ループの高さ h は初めの高さ h_0 に関係でき

$$P = \frac{2EI}{h_0^2} f_1(\theta)$$

となる。ただしこの式では $P = 0$ でひずみ $= 0$ とならないので、0 になるように修正すると

$$P = \frac{2EI}{h_0^2} [f_1(\theta) - f_1(\theta_0)] = \frac{2EI}{h_0^2} F_1(\theta) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$f_1(\theta) = (\pi + 2\theta + 2 \cot \theta)^2 \cos \theta / 6.52(\sin \theta + 1) \quad \dots\dots\dots (6)$$

この式は第9図に示すように、モデル的に作ったルー

○ ナイロン製バスの弦
● スチール製厚みゲージ
(第9図) 理論と実験との比較

プの場合理論と実際とよくあう。また実際の編地でも伸びが小さい間は第1表のようによくあう。しかし最大伸びが27.5%しかなく、実際の最大伸び(60~70%)と大差を生ずる。その理由は(i)ループの根本で糸がずれる、(ii)糸自身が伸びるなど初めの仮定に含まれない原因が発生するためである。これらに対する補正も別に考慮されている⁷⁾。

(第1表) たて編地の10%伸びに対する荷重

組 織	サ テ ン	ロ ッ ク ニ ッ ト	逆 ロ ッ ク ニ ッ ト	シャーク スキ ン
計算値*(g)	170	140	180	210
実測値(g)	170	140	160	220

* (5) 式による

3. よこ編地の引張り

よこ編地のループモデルは前述のようにかなり精度の高いものがすでに考えられている。しかし複雑すぎるので、これを使って引張り時の荷重と伸びを求めることは困難である。したがってたて編みのときと同じように、欠点はあるが簡単なモデルを仮定して求めてみよう⁸⁾。

ループは荷重をうけないときは、第10図(1)に示すように3個の同じ円が互いに接した形とする。これを(2)のようにウエール方向に引きのばすと、半径 r の円弧と直線よりなると考える。前と同じように各部の力の釣合いより

$$P = 4EI/r^2$$

一方、ループの伸びは、ループの変形と荷重による糸の伸びを合計したものと考えたと

$$r = \frac{10.472R}{f_2(\theta) - \frac{P}{k} g(\theta)}$$

(第10図) よこ編地の引張り

$$\text{ただし } f_2(\theta) = 2\pi + 4\theta + 2(2\cos\theta - 1)/\sin\theta \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$g(\theta) = \{2 + 2\sin\theta - \cos\theta\}/\sin\theta \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$k = \text{糸の単位長さのばね定数} = EA$$

$A = \text{糸の断面積}$

R はループの初めの高さ h_0 に関係できるので、整理すると

$$P = \frac{2EI}{h_0^3} F_2(\theta) \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$F_2(\theta) = \frac{2 \times 3.732^2}{10.472^2} \left\{ \left\{ f_2(\theta) - \frac{P}{k} g(\theta) \right\} - B \right\}^2 \quad \dots\dots\dots(10)$$

ただし、この場合もモデルの形に無理があるので、ひずみ $= 0$ で P が零にならない。 B はそれを補正するための定数である。

このときのウエル方向ひずみは

$$\varepsilon = \frac{h - h_0}{h_0} = H(\theta) - 1 \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$H(\theta) = \frac{10.472 g(\theta)}{3.732 \left\{ f(\theta) - \frac{P}{k} g(\theta) \right\}} \quad \dots\dots\dots(12)$$

しかし実際は糸の伸びは低荷重では小さいので、上式の k を含む項は無視してよい。また実際の編地ではループの根本がつぎのループに重なり合っているので、 n 個のループがウエル方向に重なった編地では

$$P = \frac{2EI}{h_0^3} F_3(\theta) \quad \dots\dots\dots(13)$$

(第11図) 編地の理論伸び

$$F_3(\theta) = \frac{2 \times 3.732^2}{10.472^2} \left\{ f_2(\theta) - f_2(\theta = 60^\circ) \right\}^2 \quad \dots\dots(14)$$

$$\varepsilon = \frac{10.472 \{ n g(\theta) - n + 1 \}}{(2.732n + 1) f(\theta)} - 1 \quad \dots\dots\dots(15)$$

となる。 $n = \infty$ のときを第11図に示す。たしかに(5)式のたて編みよりも伸びやすいことを示している。またこの場合の最終伸びは91.6%で、たて編みの3.3倍に達する。

4. む す び

編地のモデルはすでにいろいろ紹介されているが、引張特性と関係づけようとする簡単なモデルでないと扱いにくい。そのため仮定に無理があり実際とはくいちがった点が出るのはやむを得ない。

本文ではこの簡単なモデルに基づいて、たて編地、あるいはよこ編地をウエル方向に引張ったときの荷重と伸びの関係式を紹介した。ある場合にはコース方向に引張った挙動のほうかはるかに重要なこともあるが、それに関する研究が見当たらないので、今回はウエル方向のみにとどめた。

なお、この文は、本学会のメリヤス研究委員会において論ぜられたことが刺激になってまとめたものである。ここに同委員会の発展を祈るとともに、委員各位に厚く感謝したい。

文 献

- 1) J. Chamberlain; "Hosiery Yarns and Fabrics" Vol. II, City of Leicester Technical College, 107 (1949)
- 2) W. E. Shinn; Text. Res. J., 25, 270 (1955)
- 3) F. T. Peirce; Text. Res. J., 17, 123 (1947)
- 4) G. A. V. Leaf, A. Glaskin; J. Text. Inst., 46, T587 (1955)
- 5) G. A. V. Leaf; J. Text. Inst., 51, T49 (1960)
- 6) P. Grosberg; J. Text. Inst., 52, T39 (1961)
- 7) D. L. Cook, P. Grosberg; Text. Res. J., 31, 636 (1961)
- 8) 清水, 池村, 田畑, 宇野; 織機論文集, 19, T301 (1966)