被服材料の力学的性能に関する研究*

(第3報) 平織物の一軸引っ張り特性を決めるパ

ラメータの理論的誘導

(昭和42年6月12日受理)

丹 羽 雅 子**

川 端 季 雄

河 合 弘 廸

→ 摘 要 ←

目 的

平織物の一軸引っ張り特性は2つのパラメータ定数または、1つのパラメータ関数で決定されることはすでに報告したが、このパラメータを繊維や糸の力学的特性と糸および織物構造とから理論的に計算し、織物の引っ張り特性を誘導する理論を確立させる。

成 果

織物の伸長特性は、引っ張り方向の糸の引っ張り特性、および引っ張りによって生じるたて糸とよこ糸の交差点での糸に働く側面力 F_c 、それに F_c によって生じる糸の直径変化の3者によって決定されるものと考えた。

一軸伸長の場合、 F_c は伸長方向と直交するよこ糸の曲げ特性、すなわち繊維の曲げ特性と繊維間のすべりにともなう摩擦力—— F_c の増加によって、この摩擦力は増加する正帰還をともなう——により生じるものと考えて、これの理論的誘導を試みた。これはパラメータの β を決定する。また、糸の圧縮による直径変化は F_c 曲線にデッドゾーンを与え、これはパラメータの α を決定することがわかり、この効果も計算可能になった。

以上から織物の一軸伸長特性は理論的に誘導でき、さらに、伸長特性にみられるヒステレシス現象も理論的に説明できることが明らかになった。

1. 緒 言

糸の力学的性質と織物構造を与えられた条件として織物の力学的性能を理論的に誘導しようとするのが本研究の目的である。

第1報¹⁾では平織物の一軸引っ張り特性を糸の引っ張り特性と織物構造とから誘導する方法を検討し、平織物の非線型引っ張り特性を決めるパラメータの存在を明らかにし、さらに、この2つのパラメータを含むパラメータ関数 F_c がより厳密に織物の引っ張り特性を決定することを明らかにした。

ここで F_c 関数とは織物の伸長にともなって生じるたて、よこ糸の交差点（接触点）の変位 h を変数とし、 h に対してその点で両糸が互に押しあう側面力を示す関数

である。

第2報²⁾では糸とその糸から成る平織物のおおのの引っ張り特性から上記の2つのパラメータを逆に求め、パラメータと織物構造や糸構造および糸や繊維の性質との関係を実験的に明らかにし、さらに、パラメータ関数 F_c にみられるヒステレシス効果についても検討し、織物の引っ張り特性にみられるヒステレシスは糸のヒステレシスと F_c のヒステレシス効果に支配されること、かつ、糸が降伏点に達して極端なヒステレシスを示さない限り、後者がより支配的であることがわかった。

織物設計を可能にするためにはこれらのパラメータを理論的に導くことが必要で、これによって織物設計は飛躍的に進歩するであろうと考えられる。

本報では、このパラメータを糸を構成する繊維や糸の

* Mechanical Properties of Fabrics. Part 3: Theoretical Determination of Parameters Describing Uni-axial Tensile Properties of Plain Woven Fabrics. (第1報19巻6号, 第2報20巻1号に所載)

** M.Niwa, Member. 奈良女子大学, S.Kawabata and H.Kawai, Members. 京都大学工学部

力学的特性と織物構造とから理論的に誘導する。

平織物の一軸伸長に関する応力-ひずみ関係はいままでかなり広範囲に検討されてきた。しかし、一軸伸長パラメータとしては織物構造と弾性体とみた たて糸、よこ糸の曲げ剛性を考えているにとどまる。

最近の Grosberg^{3~7)} の織物の力学特性に関する一連の論文において、織物の力学特性と織物を構成する糸との相互関係を論じているが、その中で織物の初期荷重伸び弾性率を解析しており、織物の伸長によって糸は伸びず、そして圧縮されないという実際とはまったくあひ容れない仮定のもとに限られた荷重-伸び関係すなわち、ごく初期の伸長特性を記述しているにすぎない。織物の曲げ特性の誘導においては曲げ方向にある糸の曲げ抵抗、糸間の相互作用、摩擦抵抗の3つの要素を挙げ、摩擦抵抗がいかにして生じるかを示し、これを解析している。そして大部分の織物を曲げるときに起こる摩擦拘束は、繊維間の摩擦から生じることを報告している。しかし直接この効果を織物の伸長特性へは導入していない。

Olofsson⁸⁾ の織物の幾何学的-力学的構造の一般モデルも糸を棒状の弾性体と考え、その弾性変形を求めるという方法であり、引っ張りにおける応力-ひずみ関係の誘導は Grosberg の考え方に類似し、繊維のすべりはある程度影響を及ぼしているが、大して重要なことではないとしている。

本報ではパラメータ関数 F_c の理論的誘導にあたり、まず織物の伸長によってたて糸およびよこ糸がいかなる変位と変形を生じるかについて詳細に観測した。そして、その結果に基づいて平織物の一軸伸長特性を決定するパラメータまたは F_c 関数を伸長方向の糸に直交する繊維の曲げ抵抗力と繊維相互間のすべりに基づく糸のせん断抵抗力が F_c へ寄与するという推定を行ない、これらの効果から F_c を理論計算し、さらにこの側面力 F_c によって生じる糸の圧縮特性を導入することによって F_c 関数の修正を行ない完全にした。これにより糸の引っ張り特性、糸を構成する繊維の曲げ特性、摩擦特性、それに織物の構造パラメータを導入して平織物の引っ張り特性の理論的誘導が可能になった。

2. 平織物の基本構造モデル

第1図は平織物の単位構造を示している。いま x_1 軸方向の糸をたて糸、 x_2 軸方向の糸をよこ糸と呼ぶことにする。糸軸線をとって示したのが同図(B)で、これを x_1, x_2 軸方向に二軸伸長する場合に第2図に示した

ように、たて糸、よこ糸が伸長してそれぞれに張力 F_{T1}, F_{T2} が働き、同時に両糸間の交差点 P において側面力 F_c が矢印の方向に作用する。ここで F_T に対して引っ張り方向の糸の曲げ抵抗による力成分を無視する。これは、Grosberg³⁾ も解析したように織物の伸長率1%以内のごく伸長初期特性を説明し得る程度の力であり、現実的にはこの力はたとえば引っ張り試験の際に試料織物をセットする実験操作上の誤差範囲に含まれる量であり、本理論では無視した。

(第1図) 平織物の基本構造モデル

(第2図) 平織物伸長時の力の釣合モデル (側面力 F_c による たて糸、よこ糸の圧縮を考えない場合)

まずはじめに簡単のため側面力 F_c のためにたて糸、よこ糸の直径変化が生じない、すなわち側面力 F_c によって糸に圧縮変形がない場合について考える。

一軸伸長とは二軸伸長で伸長軸方向と直交する軸方向の外力が0の場合である。したがって、たて糸方向つまり x_1 軸方向に引っ張った場合はよこ糸には張力が作用せず、このため伸長されずに屈曲を増すだけで、たて

糸、よこ糸の交差点での側面力 F_c はよこ糸が伸長しないので、 F_c が糸の張力 F_T によってのみ生じているとみなすと F_c はつねに 0 になる。しかし、二軸伸長の場合の F_c に比較するとわずかではあるが、実際には F_c の存在は実験的に認めることができる。しかもこれが一軸伸長特性を決定する重要な因子となることはすでに第 1 報、第 2 報で述べたとおりである。

(第 3 図) パラメータ関数 F_c

実験的に求められたパラメータ関数 F_c は第 3 図のようになり、これを x または h の一次関数に近似するとパラメータ α 、 β または C_0 、 C_1 はその直線を定める 2 つの定数になる。

$$F_c = \alpha + \beta x \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{または } F_c = C_0 + C_1 h \quad \dots\dots\dots (2)$$

ただし h ; たて、よこ糸の交差点 (接触点) の移動量

hm_1 ; 引っ張り方向の糸のとり得る最大の h の値

$$x; = h/hm_1$$

前述のようによこ糸が伸びないため、よこ糸の張力が 0 にもかかわらず F_c が存在し、かつたて糸の伸長にもなって増加していく理由について、つぎのように考えてみる。

第 4 図はたて糸方向伸長にともなうよこ糸にそった織物断面形状の変化の一例を示している。

たて糸の伸長にともなうよこ糸は伸長されないで大きく屈曲度を増していくことがわかる。同時にまた、たて糸、よこ糸は織物の伸長にともなうそれらの断面形状が次第に変化し、糸の直径が減少していくことも明らかである。この直径減少効果はまたあとで述べることに

0% 伸長

5% 伸長

15% 伸長

(第 4 図) 伸長にともなう直交糸にそった織物断面形状の変化 (例 綿 (30's) 織物、織物密度 たて 67 本/in, よこ 44 本/in, たて糸方向引っ張り)

し、いまは前者にのみ注目したい。つまり糸の屈曲にともなう F_c の発生に関して、繊維の曲げと糸のせん断変形 (糸は繊維の平行集合体であって繊維相互間にずれが生じ、よこ糸に軸方向のせん断ずれをきわめて容易に生じさせる) にともなう抵抗力の 2 つが F_c に大きく寄与するであろうことが考えられる。さらに F_c の増加が繊維相互間のずれにともなう摩擦抵抗を増加させ、 h の増加につれてこれが F_c に正帰還されるものと考えられる。そして、この 2 つの効果は h の増加が、この 2 つ以

(第 5 図) 平織物伸長時の力の釣合モデル (側面力 F_c によるたて糸、よこ糸の圧縮ばねを考慮する場合)

外の要因で妨げられない限り、 F_c に主に寄与するものと考えられる。妨げられる場合、たとえば織物がジャム構造をとるに至るときは F_c は急増するであろうことが予想されるが、これについての検討はいまは考察の対象から除外することにする。

平織物が伸長されるにつれてたて糸、よこ糸の交差点で側面力 F_c のため両糸が圧縮される場合については、第5図のような構造モデルが考えられる。たて糸、よこ糸が押し合うときに圧縮ばね効果が働くようなモデルである。

3. 理 論

まず、簡単のためはじめに、たて糸、よこ糸が圧縮変形を受けない場合について考える。

3.1 F_c に寄与する直交糸の曲げ抵抗力 $F_{c,b}$ の誘導

たて糸方向伸長によって、よこ糸が伸びずに屈曲度が増していく場合、よこ糸の曲げに抗する力を求めるために糸を構成する繊維を直径 d の丸棒とし、両端固定の梁のたわみ式を近似的に適用する。第6図は両持梁のモデル図である。

(第6図) 一軸伸長時におけるよこ糸を構成する繊維の曲げ変形モデル

繊維1本については、荷重 W に対し、たわみ $2h$ は

$$2h = -\frac{W(2l_{02})^3}{192EI} \quad (3)$$

いま、糸の曲げ変形に基づく抵抗力を $F_{c,b}$ とすると糸を構成する繊維本数倍して次式のようになる。

$$F_{c,b} = N \frac{192EI}{(2l_{02})^3} 2h \quad (4)$$

ここで

$$I = \frac{\pi d^4}{64} \quad (5)$$

E ; 繊維の弾性係数 (kg/mm²)

d ; 繊維の直径 (mm)

ただし、繊維の直径にばらつきのあるとき、その平均値を $\bar{d}$ 、変動係数を CV とすると

$$d^4 = \bar{d}^4 \{1 + 6(CV)^2 + 3(CV)^4\}$$

を用いる。

l_{02} ; 単位構造における直交糸の長さ (mm)

N ; 糸を構成する繊維本数

したがって、直交糸の曲げ変形に基づく抵抗力 $F_{c,b}$ は繊維特性として繊維の弾性係数、糸および織物構造が与えられると h とは直線関係となり、この定数を C_{10} とすると

$$F_{c,b} = C_{10} h \quad (6)$$

ただし

$$C_{10} = \frac{3N\pi d^4 E}{4l_{02}^3} \quad (7)$$

(6) 式であらわせることになる。したがって、 $F_{c,b}$ は繊維特性と糸および織物構造より誘導できる。

3.2 F_c に寄与する直交糸のせん断抵抗力 $F_{c,s}$ の

誘導

前項のようなよこ糸の曲げによって、糸を構成する繊維の曲がりのほかに繊維相互間のずれによるせん断変形が生じる。平織物の一軸伸長によって、糸軸線(糸の中心線)は長さを変えないが、第7図のようによこ糸が大きなせん断変形を受ける場合、繊維間のずれによる摩擦抵抗が考えられる。

(第7図) 一軸伸長時における直交糸のせん断変形モデル

ここで、繊維相互間のずれに基づくせん断抵抗力 $F_{c,s}$ は F_c の一部となって F_c を増加させるが、 F_c が増加すれば摩擦力を生じさせる法圧も増加することになるので、さらに $F_{c,s}$ を増加させ F_c へ影響するという正帰還が生じる。

いま、第7図のモデルで糸のせん断変形はすべて糸を構成する繊維層間のずれによって生じるものとし、さらに前述の糸の曲げに基づく抵抗力を定める定数 $C_{10} = 0$ のとき、 F_c は h に関せず、つねに0で力が発生しないから摩擦力は生じないと仮定する。いま、糸の形状を第7図(B)のように矩形断面においてみる。これは F_c が各繊維に均等に作用しているという近似を表現したものにはかならない。断面が円または楕円の場合には断面内の各繊維のうける力が一定ではないが、上述の近似はこれを平均化したことになる。

糸の太さ D は繊維を最密充填した糸の直径をとることとする。

いま、繊維層間のずれを ΔX_i とし、せん断変形を生じさせる総エネルギーを W_s とすると

$$W_s = \mu (F_c \sin \theta) \Sigma \Delta X_i \dots\dots\dots (8)$$

ここで

$$\Sigma \Delta X_i = X = \frac{2D}{l_{02} \sin \theta} h \dots\dots\dots (9)$$

μ ; 繊維の摩擦係数

D ; 糸の太さ

糸の太さは F_c の増加につれて減少するが、いま、これを一定として、前述のように近似的に繊維が最密に充填した正六角形断面の長径を糸の太さとして用いる。このことに関しては実験による検討が必要であり、次報で詳細に述べる予定である。

(8) 式を (9) 式に代入すると

$$W_s = \frac{2\mu D}{l_{02}} F_c h \dots\dots\dots (10)$$

F_c に寄与する直交糸のせん断抵抗力 $F_{c.s}$ は (10) 式を h で微分して

$$F_{c.s} = \frac{dW_s}{dh} = Kh \frac{dF_c}{dh} + KF_c \dots\dots\dots (11)$$

ただし

$$K \equiv \frac{2\mu D}{l_{02}} \dots\dots\dots (12)$$

ここで、たて糸、よこ糸の側面力 F_c は直交糸の曲げに基づく抵抗力 $F_{c.b}$ と糸のせん断抵抗力 $F_{c.s}$ の和であるから

$$F_c = F_{c.b} + F_{c.s} \dots\dots\dots (13)$$

(13) 式に (11)、(6) 式を代入すると

$$F_c = Kh \frac{dF_c}{dh} + KF_c + C_{10} h \dots\dots\dots (14)$$

(14) 式の微分方程式を解いて

$$F_c = \frac{C_{10}}{1-2K} h + Ch^{\frac{1-K}{K}} \dots\dots\dots (15)$$

ここで初期条件として

$$C_{10} = 0, \quad F_c = 0 \dots\dots\dots (16)$$

を代入すると (17) 式が得られる。

$$F_c = \frac{C_{10}}{1-2K} h \equiv C_1 h \dots\dots\dots (17)$$

すなわち、パラメータ関数 F_c は h の一次式であらわされる。

以上より、パラメータ関数 F_c の定数 C_1 は (7) 式と (12) 式に含まれる繊維固有の特性 E 、 μ と糸および織物構造を与えれば理論的に誘導することができる。そして、このようにして誘導したパラメータ関数 F_c は糸が

圧縮変形を受けないとしたときに成立する。

つぎにこれが圧縮変形を行なう場合について糸直径の圧縮特性を (17) 式に導入して検討してみる。

3.3 糸の圧縮特性の F_c 関数への導入

パラメータ関数 F_c の実測によれば、 F_c 関数には繊維の集合構造の違いによる糸のバルク性に基因すると考えられるデッドゾーン ($-\alpha/\beta$ または $-C_0/C_1$) のあることは実験的に明らかになっている。^{1,2)}

これまでの検討は糸の直径変化は生じないものとして進めてきたが、実際はたて、よこ糸の交差点において側面力 F_c と糸の張力により糸の直径変化が生じることは明らかである。

糸の直径変化が、 F_c の理論曲線に与える影響を検討するため、第2図の構造モデルに糸の直径変化効果を付加した第5図の構造モデルを用いて、たて糸、よこ糸の交差点におけるおのおのの半径減少効果の導入を行なってみる。

一軸伸長時にたて糸、よこ糸が受ける糸断面の径の変化は、糸の伸長による直径の減少と同時に F_c による直径の変化が生じる。

したがって、糸に張力がかかった状態で、側圧による糸直径の変化を測定することによって得られた圧縮荷重一直径減少特性を導入する必要がある。

いま、糸の直径が変化しないとしたとき h と F_c の関係は (17) 式で表わされるが、 F_c によってたて糸、よこ糸が圧縮される場合は、たて、よこ糸の各半径の減少分の和 δD だけみかけの h は増加する。したがって

$$F_c = (h - \delta D) C_1 \dots\dots\dots (18)$$

ここで、いま簡単な場合として糸の半径の減少分の和が圧縮力 F_c に定数 k で比例するとき、すなわち (19) 式の関係があるときは

$$\delta D = k F_c \dots\dots\dots (19)$$

これを (18) 式に代入して (20) 式が得られる。

$$F_c = (h - k F_c) C_1$$

すなわち

$$F_c = \frac{C_1}{1 + k C_1} h \dots\dots\dots (20)$$

したがって、パラメータ関数 F_c の定数 C_1 は (19) 式に示した糸径の圧縮特性を導入することによって (20) 式のように一般に C_1 を減じる効果として糸の圧縮特性が働く。

いま、糸の圧縮特性を第8図のように極端な場合の例について考えると、側面力 F_c のごく小さい値において

(第8図) 糸の圧縮特性(極端な場合)

糸の圧縮量は最大に達してしまうような場合はつぎのようになる。

$$\delta_D = \delta_{D \max} \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$F_C = (h - \delta_{D \max})C_1$$

$$\text{すなわち, } F_C = C_0 + C_1 h \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$\text{ただし, } C_0 = -\delta_{D \max} C_1 \quad \dots\dots\dots (23)$$

第8図の糸の圧縮特性を導入したパラメータ関数 F_C は第9図のようになり, (23) 式に含まれる $\delta_{D \max}$ が F_C 関数のデッド ゾーンを決定することがわかる。

(第9図) パラメータ関数 F_C への糸の圧縮特性導入

すなわち,

$$\text{デッド ゾーンの幅} = -C_0/C_1 = \delta_{D \max} \quad \dots (24)$$

つぎに, 第10図のような一般的な糸の圧縮特性の場合について考える。ただし糸の特性として実際に測定しやすいのは一定長さの糸に加えた側面力対糸の圧縮変形量であるが, 計算には糸の交差点における側面力 F_C 対圧縮変形量が必要であり, この圧力-力変換は厳密には困難である。しかし, 近似的に相手の糸の直径を加圧長と考えてもさしつかえないことが実験的に確かめられて

(第10図) 糸の圧縮特性(一般的な場合)

おり, これについては次報で述べる。

第10図の糸の圧縮特性の導入法として, いま糸の圧縮特性を (25) 式のようにおき,

$$\delta_D = \phi(F_C) \quad \dots\dots\dots (25)$$

そのままパラメータ関数 F_C に直接的に導入する場合は,

$$F_C = \{h - \phi(F_C)\} C_1 \quad \dots\dots\dots (26)$$

(26) 式を用いて計算したパラメーター関数 F_C は, 第11図のような曲線になり, やはりこのようにして求

(第11図) パラメータ関数 F_C への糸の圧縮特性導入

めたパラメータ関数 F_C も直線近似すれば, パラメータ C_1 および C_0 もしくは β , α を誘導することができる。

以上のように, 糸の圧縮特性の導入により, パラメータ関数 F_C のデッド ゾーンは糸の最大圧縮量 $\delta_{D \max}$ に相当することが第9図, 第11図から明らかで, 糸のバルク性またはソフトネスがそのままの形でパラメータ関数 F_C にあらわれ, パラメータ C_0 または α を決定する。そして, このパラメータは織物の初期の伸長特性に支配的に働くことになる。

3.4 パラメータの理論的誘導に関しての具体的な計算法とまとめ

以上は項目別にパラメータ関数を誘導してきたが、ここで総括してみる。

まず、織物構造として織物密度 n_1, n_2 (本/cm), 織縮み率 S_1, S_2 を与え、これから計算に必要な構造パラメータを次式によって計算する。

$$y_{01} = \frac{1}{n_2}, \quad y_{02} = \frac{1}{n_1} \quad (27)$$

$$\sin \theta_{01} = \frac{1}{S_1 + 1}, \quad \sin \theta_{02} = \frac{1}{S_2 + 1} \quad (28)$$

$$l_{01} = \frac{y_{01}}{\sin \theta_{01}}, \quad l_{02} = \frac{y_{02}}{\sin \theta_{02}} \quad (29)$$

$$hm_1 = \frac{l_{01}}{2} \cos \theta_{01}, \quad hm_2 = \frac{l_{02}}{2} \cos \theta_{02} \quad (30)$$

織縮み率 S は次式で与える。

$$S = \frac{l_0}{y_0} - 1 \quad (31)$$

つぎに繊維の摩擦係数 μ , 弾性係数 E (kg/mm²), 繊維の直径 d (mm), 糸の平均断面繊維本数 N , 糸の直径 D (mm) を与えて、これらより一軸伸長特性を決めるパラメータ β または C_1 は直交糸の繊維の曲げおよび、その繊維相互間のずれに基づく糸のせん断変形に抗する力の定数として誘導できる。すなわち、

$$C_1 = \frac{C_{10}}{1 - 2K} \quad (32)$$

$$\beta = \frac{C_{10}}{1 - 2K} hm_1 \quad (33)$$

ただし

$$C_{10} = \frac{3N\pi d^4 E}{4l_{02}^3} \quad (7)$$

$$K = \frac{2\mu D}{l_{02}} \quad (12)$$

つぎに、たて、よこ糸が側面力 F_C により圧縮変形を受ける場合はその圧縮特性を導入して、パラメータ α または C_0 は (35), (36) 式のように誘導できる。

伸長方向の糸については張力のかかった状態での圧縮力—圧縮ひずみ特性より糸直径の最大圧縮量 (一般に圧縮量は圧縮力が大きくなると飽和する傾向があり、この飽和値を最大圧縮量とする) を $\delta_1 \max$ とし、直交糸については無張力のもとでの圧縮力—圧縮ひずみ特性より糸直径の最大圧縮量を $\delta_2 \max$ とし、両者の半径の最大圧縮量の和を $\delta_D \max$ として導入する。

$$\delta_D \max = \frac{\delta_1 \max + \delta_2 \max}{2} \quad (34)$$

$$C_0 = -\delta_D \max C_1 \quad (35)$$

$$\alpha = -\delta_D \max \beta \frac{1}{hm_1} \quad (36)$$

したがって、デッドゾーンは (24), (37) 式であらわされる。

$$-C_0/C_1 = \delta_D \max \quad (24)$$

$$-\alpha/\beta = \delta_D \max \frac{1}{hm_1} \quad (37)$$

圧縮特性の導入はもっともあらい近似ではあるが、織物の伸長特性の理論計算を簡単にするためパラメータ関数 F_C を直線近似しても平織物の初期変形から極限変形付近までの全過程の非線型引っ張り特性を簡単に、しかも正確に表わし得ることを前報において実証している。結局、一軸伸長特性を定めるパラメータは、パラメータ関数 F_C を (38), (39) 式のように

$$F_C = -\delta_D \max C_1 + C_1 h = C_0 + C_1 h \quad (38)$$

または

$$F_C = -\frac{\delta_D \max}{hm_1} \beta + \beta x = \alpha + \beta x \quad (39)$$

h または x の一次関数に近似し、この直線を決める 2 つの定数として理論的に誘導できる。さらに、正確にはこれらパラメータ C_0, C_1 または α, β のかわりに F_C 関数そのものを用いればよいわけである。しかし、この場合、一般に F_C 関数の解析的表現が困難なため図式的方法を用いなければならないことが多い。この方法についてはここでは略す。

以上のようにして求めたパラメータを用いて、糸の引っ張り特性と織物構造とから平織物の一軸引っ張り特性を (41) または (42) 式により計算できることに関しては前報で述べた。すなわち、ここでふたたびまとめて示しておく。

糸の引っ張り特性として次式を与え、

$$f(F_T) = \frac{l}{l_0} = \lambda y \quad (40)$$

織物の伸長比 λ は (41) または (42) 式により糸張力 F_T との関係で計算できる。

$$\lambda = \frac{f(F_T)}{\sin \theta_0} \sqrt{1 - \left(\frac{l_0 \cos \theta_0 + 2hm\alpha/\beta}{4hm\frac{F_T}{\beta} + l_0 f(F_T)} \right)^2} \quad (41)$$

または

$$\lambda = \frac{f(F_T)}{\sin \theta_0} \sqrt{1 - \left(\frac{l_0 \cos \theta_0 + 2C_0/C_1}{4\frac{F_T}{C_1} + l_0 f(F_T)} \right)^2} \quad (42)$$

つぎに、織物の荷重 F と糸張力 F_T との関係は (43) 式で示される。

$$F = F_T \sin \theta \quad (43)$$

ここで

$$\sin \theta = \frac{\lambda \sin \theta_0}{f(F_T)} \quad (44)$$

したがって、(41) 式の荷重軸の変数 F_T を F へ (44)

(43) 式により変換すれば平織物の荷重—伸長比曲線が理論計算により求められる。

ただし、 $F \approx F_T$ において (41) または (42) 式により求めた平織物の荷重—伸長比曲線は荷重軸を変数変換して求めたものと比較して、その差はごく小さく高い近似度をもって平織物の一軸伸長特性を記述できることは前報で確かめている。

3.5 パラメータ関数 F_C のヒステレシス

くり返し引っ張りによる織物の荷重—伸長比曲線をとると大きなヒステレシス現象が観察される。これは糸の伸長特性にみられるヒステレシス効果にくらべてはるかに大きく、前報の解析によってパラメータにヒステレシスの存在することが予測された。

F_C 関数のヒステレシスに関して、まず繊維相互間のずれに基づく摩擦抵抗力が関与することは当然考えられる。

まず、簡単のために糸が F_C による圧縮変形を受けない場合について考える。

織物の伸長の過程において F_C に寄与するよこ糸のせん断抵抗力 $F_{C.s}$ は (11) 式で与えられることについては前述した。

$$F_{C.s} = Kh \frac{dF_C}{dh} + KF_C$$

$F_C > 0$, $h > 0$ の条件のもとで、伸長からの戻り回復過程では F_C に寄与するせん断抵抗力 $F_{C.s}$ は伸長の過程における場合とは逆効果として働き、その極性は反転する。

$$F_C = F_{C.b} - F_{C.s} \quad (45)$$

(45) 式に (6), (11) 式を代入すると次式を得る。

$$F_C = C_{10}h - K \left(h \frac{dF_C}{dh} + F_C \right) \quad (46)$$

伸長の過程での F_C と戻りの過程での F_C とは K の極性が変わるのみで、(46) 式を解くと (47) 式が得られる。

$$F_C = \frac{C_{10}}{1+2K} h \equiv C_{1R} h \quad (47)$$

すなわち、 F_C による糸の圧縮を考えない場合は、パラメータ関数 F_C の戻りは (47) 式で表わされることになり、第12図に示すようなパラメータ関数 F_C の履歴曲線が得られる。

つぎに、 F_C による糸の圧縮特性を考慮する場合、伸長の過程においてパラメータ関数 F_C は (22) 式または (26) 式で表わされることを示した。

すなわち

$$F_C = (h - \delta_D \max) C_1$$

$$F_C = \{h - \phi(F_C)\} C_1$$

(第12図) パラメータ関数 F_C のヒステレシス
(側面力 F_C による糸の圧縮を考慮しない場合)

伸長の戻りの過程においても (47) 式に糸の圧縮特性、正確には圧縮回復特性 (48) 式を導入して F_C 関数の戻り曲線を (49) 式または (50) 式のように誘導できる。

$$\delta_D = \phi_R(F_C) \quad (48)$$

$$F_C = (h - \delta_D \max) C_{1R} \quad (49)$$

または

$$F_C = \{h - \phi(F_C)\} C_{1R} \quad (50)$$

(第13図) 糸の圧縮、圧縮回復特性

第13図のような糸の圧縮回復特性を F_C 関数の戻り曲線に (50) 式を用いて忠実に導入する場合は伸長の過程での導入法と同様で、第14図に第13図の糸の圧縮回復特性を導入して修正したパラメータ関数 F_C の戻り曲線を示している。

以上のようにして、平織物の一軸引っ張り特性を決めるパラメータを理論的に誘導でき、さらに伸長からの戻りの過程におけるパラメータ関数 F_C のヒステレシスについても理論的誘導が可能である。

したがって、これらのパラメータ関数 F_C のヒステレ

シス曲線より平織物の一軸伸長における履歴特性を理論計算できることになる。

(第14図) パラメータ関数 F_c のヒステレシスへの糸の圧縮回復特性導入

4. 考 察

以上のようにして、平織物の一軸引っ張り特性を決めるパラメータを繊維や糸の力学的性質と糸および織物構造とから理論的に誘導した。ここで本理論の妥当性について2, 3の検討を加える。

4.1 伸長にともなう織物断面形状の変化

織物密度の異なる平織物を伸長率をかせて伸長し、おのおの伸長率においてエポキシ樹脂で固化し、各伸長率におけるたて糸方向および、よこ糸方向にそった織物断面をマイクロームで切り出した。そしてこの断面を顕微鏡写真にとり、伸長にともなう織物断面形状の変化を詳細に計測および観測した。

その結果、伸長にともなって伸長方向に直交する糸は糸軸の屈曲度は増すが、直交糸の糸軸は伸長していないことが、糸軸断面写真の計測により明らかとなり、本理論の近似は正しい。

また、直交糸が伸長しないと仮定して計算した伸長にともなう試料幅の収縮比と実測の試料幅（試料長さの中央における）の収縮比は第15図に示すように比較的よい一致がみられている。

たて糸方向伸長によって、たて糸およびよこ糸の直径は第16図のように次第に減少する。そして伸長糸の直径変化に比べて、直交するよこ糸の直径変化は著しく、

(第15図) 伸長にともなう試料幅の収縮比の変化 (例 織物密度の異なる綿(30's)織物、たて糸方向引っ張り)

(第16図) 伸長比の異なる織物の断面写真観測による交差点におけるたて糸、よこ糸、直径の変化 (例 綿(30's)織物、織物密度 たて 67本/in, よこ 44本/in, たて糸方向引っ張り)

(第17図) 伸長比の異なる織物の断面写真観測によるたて糸、よこ糸の断面形状の変化 (例 綿(30's)織物、織物密度 たて 67本/in, よこ 44本/in, たて糸方向引っ張り)

その断面形状の変化は第17図にみられるように、その形状を異にする。すなわち、直交糸は無張力で圧縮されるのに対して、伸長糸は張力が増すにつれて糸断面は円形に近づき糸直径も減少する。

伸長にともなう λ_1 の移動量に対してよこ糸の糸軸が

屈曲度を増し、 h_2 がどのように移動していくか計測した結果を第18図に示している。 h_1 の移動量と h_2 の移動量の差に着目すると、この量は各伸長段階におけるたて糸、よこ糸の断面半径の減少量の和に等しくなる。

(第18図) 伸長比の異なる織物の断面写真観測による h_1 , h_2 の変化
(例 綿(30's)織物, 織物密度 たて 67本/in, よこ 44本/in, たて糸方向引っ張り)

このことはたて糸、よこ糸のある張力下での側面力による糸の圧縮荷重—圧縮ひずみ曲線すなわち $F_c-\delta D$ 曲線をパラメータ関数 F_c に導入する場合の導入法の妥当性を示すものである。

4.2 理論計算パラメータ関数と実測のパラメータ関数

理論計算パラメータ関数と実測のパラメータ関数の特長的な例を第19図, 第20図に示す。

パラメータの理論計算の手順や計算値と実測値の適合

(第19図) 理論計算パラメータ関数 F_c と実測のパラメータ関数 F_c (例1)
(織物密度の異なる綿(30's)織物, たて糸方向引っ張り)

(第20図) 理論計算パラメータ関数 F_c と実測のパラメータ関数 F_c (例2)
(織物密度の異なるポリエステル紡績糸(30's)織物, たて糸方向引っ張り)

性などに関しては、次報で詳細に述べるが、ここで理論計算パラメータと実測パラメータの相違点について考察する。

この相違点の1つとして第19図にみられる例が挙げられる。織物密度の粗密によって、伸長を増していくとある h の値より F_c は急増することである。これは h の増加が不可能になる点のあることを意味し、これは糸の圧縮が極限に達し、さらに伸長糸間隔のギャップに直交糸が押し込まれるとき、ギャップの許容量が限界に達して、直交するよこ糸が動けなくなったことである。

すなわち、織物がジャム構造をとる場合に相当する。こうした状態に至らなくても比較的密な織物では、よこ糸が F_c のみでなく、となりあうたて糸にはさまれて F_c 以外の圧力が生じて、繊維間の摩擦抵抗力を増加させることも考えられる。

事実、このことは極端に粗な織物密度の場合を除いて普通の織物密度の織物においても F_c 関数に現われていることは実験的に確認している。しかし、こうした現象が生じるのは一般に織物の破断点付近においてであって、その付近で実測の織物の伸長特性と理論計算曲線との間に多少の不一致となって現われるが、そのはずれはほとんど測定誤差の範囲内であまり問題にならない程度のものである。これについては次報でも報告する。

しかし、正確に織物の伸長特性を記述するためには織物を伸長したとき織物がジャム構造をとる h の値を推定

すれば、その h より大きい範囲で C_1 (または β) $=\infty$ としてパラメータを変えることによって織物の荷重—伸長曲線の理論値と実測値との間により一致のみられることは当然予想される。

他の1つの例は第20図のように実測の F_c 関数に降伏現象のあらわれるものがある。 F_c 関数の降伏に関しては第1報¹⁾で述べたように糸の伸長特性で降伏値をもつものにみられる。たて糸の降伏時期に F_c も同時に降伏するとおき、パラメータ関数 F_c にも降伏値を導入し、 $F_{c,y}$ に達して後は C_1 または $\beta=0$ としてパラメータ関数を修正すれば測定結果とよい一致を示すことが実験的にわかっている。

以上のように、理論的に誘導したパラメータに対して、ジャム構造をとる織物に関しては、ジャム構造をとる h の値より大きい h に関して C_1 (または β) $=\infty$ 、糸の伸長特性で降伏値をもつ織物の場合は $F_{c,y}$ より大きい F_c に関して C_1 (または β) $=0$ をとるようパラメータ関数を修正することによって平織物の一軸伸長特性をより正確に記述することができる。

4.3 今後の問題点

本モデルでは、たて糸の伸長にともなうよこ糸の屈曲が深くなるとき、よこ糸を屈曲させるのに要する力を F_c として、繊維の曲げ抵抗力と糸のせん断変形時の繊維間のすべりにおける摩擦力とに抗する力を考えたので、 F_c は糸の張力とは釣合っていないと考える。つまり、よこ糸断面内の平均張力は0と考える。しかし、ローカルには張力はもちろん存在するはずで、摩擦力で糸が形態を安定している範囲では糸は1本の棒として、曲げ変形ならびにせん断変形を生じているはずであるが、これにより F_c の作用点と逆側の外層では表面応力的な張力が働くものと思われる。たとえば、太いロープを曲げていくと、最外層の繊維がときには切断して、毛羽立つことがあるのと同様かと考えられる。

そして、糸の圧縮弾性が引っ張り弾性に比較して小さいと考えると中立線は外層部に偏り、このために最外層には過大な張力が作用する可能性がある。モデルでは矩形断面の糸を仮想しているので、最外層は、いま断面繊維本数が36本のとき、6本がこれを分担することになり、粗い計算では、たて糸張力が200g程度²⁾のとき、 F_c は約60g程度として最外層には200~250g相当の張力状態になる。しかし、過大すぎるほどのものではなく、実験によると、たて糸が降伏する荷重で F_c も降伏させるとよく合うことからほぼこうした考えも成立つ

のではないと思われる。

しかし、現実には繊維にはマイグレーションも生じてきわめて複雑な張力分布になると考えられ、これに関する研究は現在まだ解析が進んでいない。そこで、以下に述べるような圧力分布モデルを仮想することにした。

中立線の外層部への偏りにともない、糸断面内でのせん断力の分布も外層部へ偏るものと思われ、糸に圧力はほぼ均等にかかるとして、第21図のような分布荷重モデルを考えた。

(第21図) 糸にかかる圧力分布モデル

そして、この分布荷重下でせん断変形が行なわれるものとした。

ところが、厳密には詳細な圧力分布と変形の分布の解析を必要とし、これは今後の問題点である。恐らく、糸が30~80本程度の繊維の束であるため、圧力というもの³⁾の定義も困難になってくると思われ、これに対する検討も必要である。

さらに、今後の問題点の1つとして、よこ糸にはモデルに従い、以上のように(ローカルな張力分布は別にして)全体として張力はかかっていないが、しかし、よこ糸の屈曲にともなうたて糸密度が増加してくると、この密度増加に抵抗する力が内力として生じてくることが考えられ、これにより、たとえ一軸変形でもよこ糸には張力が働くことが予想される。この考慮は本報において行っていないが、実験的には F_c の急増する時期があり、恐らくこうした補正も将来必要と思われる。

4.4 その他

本理論は織物に構成されて、セットされた状態での糸の性質と繊維の性質から織物の引っ張り特性を導くための計算法である。

したがって、たとえば糸の側圧による圧縮特性や糸の直径 D などいづれも織物を構成している状態での糸のそれらを用いなければならない。しかし、織布条件(たとえばたて糸、よこ糸張力のような)による製織前後の繊維の特性変化や糸の構造変化がわかると本理論は織布前

の糸の性質を用いて計算できるのできわめて実用性を持つものと思われる。しかし、詳細は次報にゆずるが、たとえば糸の圧縮特性についてのわれわれの実験による検討の結果によると近似度をそこなわないで織布前後の糸構造変化の効果を与える方法もみいだされているので、この問題は解決が早いと思われる。

5. 結 語

平織物の一軸引っ張り特性を決めるパラメータを繊維や糸の力学的特性と糸および織物構造とから理論的に誘導した。

一軸伸長の場合、伸長方向の糸に直交する糸の曲げと繊維相互のすべりに基づく糸のせん断抵抗力がたて糸、よこ糸の交差点における側面力 F_c に寄与することから、与えられた繊維特性と糸や織物構造よりパラメータ β または C_1 が誘導できる。さらに、側面力 F_c による糸の圧縮特性を導入してデッドゾーンを決定し、これらよりパラメータ α または C_0 を誘導した。

また、くり返し引っ張りの戻り特性を決めるパラメータ関数 F_c のヒステレシスについても誘導できた。

そして、平織物の伸長によって織物を構成する糸がいかなる変位と変形を受けるかを詳細に観測した結果と合わせて本理論の妥当性を確認した。

したがって、理論的に誘導したこれらのパラメータと糸の引っ張り特性および織物構造とから平織物の一軸伸長特性およびその履歴特性についても正確に理論計算できることになり、とくに織物の初期伸長特性にみられる極度の非線型性（これが織物の被服材料としての性能や機能に重要な因子となる）を糸や繊維の性質、織物構造から計算することが可能になった。

終りに本研究に対し、討論いただいた京都大学工学部高分子化学教室内、集合体力学研究会の諸氏に謝意を表わしたい。

なお、本研究の一部は昭和42年5月の第20回日本繊維機械学会年次大会で発表した。

6. 文 献

- 1) 丹羽, 川端, 河合; 本誌, **19**, T157 (1966)
- 2) 丹羽, 川端, 河合; 本誌, **20**, T12 (1967)
- 3) Grosberg, P., Kedia, S.; Text. Res. J., **36**, 71 (1966)
- 4) Grosberg, P.; Text. Res. J., **36**, 205 (1966)
- 5) Grosberg, P., Swani, N.M.; Text. Res. J., **36**, 332 (1966)
- 6) Grosberg, P., Swani, N.M.; Text. Res. J., **36**, 338 (1966)
- 7) Grosberg, P., Park, B.J.; Text. Res. J., **36**, 420 (1966)
- 6) Olofsson, B.; J.Text. Inst., **55**, T541 (1964)