リンク機構の運動についての一考察*

(昭和41年7月15日受理) 長 元 亀 久 男**

目 的

回転するリンクにおいてその接線速度から求心加速度を求める問題と、回転するリンク上に滑り子が滑る場合コリオリ加速度を求める問題についての図解法を与えておき、これらを組合わせてリンク機構の運動問題を解こうとするものである。

成 果

著者の図解法をリンク機構の2, 3の運動問題に応用し、はなはだ簡便な結果を得たことを報告するものである。

1. ま え が き

リンクの回転運動において速度が与えられた場合、求心加速度を求める問題はすでに述べられているが¹⁾、ここでは速度の尺度としてリンクの接線速度をリンクの長さであらわすようにするのである。そうすれば、この場合の求心加速度もリンクの長さであらわされる。これから加速度をあらわす尺度が決めてらる。

このような尺度でリンクに滑り子がある場合においてコリオリ加速度を求める図計算を考察した。したがってこの論文は、求心加速度、コリオリ加速度が図的に構成される関係につき考察しておき、いま述べた尺度を用いて、これらの関係を組合わせてリンク機構の運動に応用したことについて述べるものである。

2. 求心加速度、コリオリ加速度の図計算²⁾

第1図にてリンクOAがOを中心として ω rad/secで回転している場合、OAの半径を r cmとすれば、A点の接線速度は ωr cm/secとなる。この場合速度の尺度を $1 \text{ cm} = \omega \text{ cm/sec}$ にとればA点の接線速度は r cm、すなわちOAの長さと同じ長さABであらわされる。そしてOAに直角な方向をとるものである。この場合の求心加速度は $\omega^2 r$ となる。加速度の尺度として $1 \text{ cm} = \omega^2 \text{ cm/sec}^2$ にとれば加速度は r cm、すなわちOAの長さであらわされることになる。これをOAそのものであらわすことにする。

リンクが従動節となる場合は接線速度は原動節のほうから決められてくる。この場合の速度、加速度を図計算するときの尺度は原動節の速度、加速度の図計算のとき

(第1図) 原動節が回転するときの接線速度と求心加速度

(第2図) 従動節が回転するときの接線速度と求心加速度

用いた尺度そのものを用いればよい。

第2図にてOを中心として回転する従動節OAを取り、AからOAに直角に原動節のほうから決まってくる

* Motions of Link Mechanism Graphically Considered.

** K. Nagamoto, Member. 富山大学工学部

接線方向の速度 V を原動節のとき決めた速度の尺度で A
 B に等しくとる。 OB を結びこれに直角に BC をひき、
 OA の延長との交点を C とする。しかるときは AC の長
さを加速度の尺度で測ればこの場合の求心加速度が求め
得られる。

また第3図にて原
動節 OA にある加速
度 AB が AB 方向に
作用する場合を考え
てみると、この場合
は原動節の求心方向
の分加速度がリンク
の長さ r に等しくな
るように加速度の尺
度を決めるものとす

(第3図) リンク OA に AB
方向に加速度が作
用する場合

る。そうすると $1\text{ cm} = \omega^2\text{ cm/sec}^2$ という尺度になる。
この場合速度は $1\text{ cm} = \omega\text{ cm/sec}$ となるのである。

今度は中心 O のまわりに ω の角速度で回転するリンク
 OA の上で滑りが v なる速度 OA 方向にすべるときに
は回転の向きにコリオリ加速度 $2v\omega$ が作用する。この
図計算は第4図を参照して、回転するリンクを OA とし、
 $OA = r\text{ cm}$ とし OA 上に A なる滑りのすべり速度 v
に等しく O から OA 上に OC をとる。 C から AB に平行
にひき、 OB との交りを D とする。

しからば $CD = OC \tan \theta = v\omega$ である。 $CD \times 2$
の長さを求めて、これを加速度の尺度で測ればこれはコリ
オリ加速度をあらわすものである。

(第4図) コリオリ加速度の図解

3. 応用について

第5図のように O_1 と O_2 が固定端である $O_1ABC O_2$
リンク機構にて OA なるリンクが $\omega\text{ rad/sec}$ で回転する
とき、速度、加速度を図計算してみよう。

第5図においてリンク O_1A が 30 rad/sec で回転すると
き O_1A の接線速度は速度の尺度で $1\text{ cm} = 30\text{ cm/sec}$ とい

$O_1A = 100\text{ mm}$, $AB = 200\text{ mm}$
 $O_2B = 75\text{ mm}$, $AC = 100\text{ mm}$
 $BC = 150\text{ mm}$, $\omega = 30\text{ rad/sec}$

(第5図) リンク機構の速度
加速度の図計算

とて、 O_1A の長さをこの尺度で測れば 300 cm/sec が
接線速度として得られる。速度線図にて任意点 P_1 を極
にとり P_1A_1 を O_1A に直角にひき、 O_1A の長さに等し
くとる。 P_1 から AB に直角に P_1B_1 をひく。 A_1 から O_2B
に直角に A_1B_1 をひき B_1 点において交わらしめれば速
度線図 $P_1A_1B_1$ が得られる。 P_1A_1 はリンク O_1A の接
線速度 $V_A = 312\text{ cm/sec}$, A_1B_1 はリンク O_2B の接線速
度 $V_B = 162\text{ cm/sec}$, P_1B_1 はリンク ABC の相対速度
 $V_{BA} = 318\text{ cm/sec}$ が求め得られる。

機構の骨組図において速度線図から得られた P_1B_1 に等
しく AB に直角に B から BD をとる。 AD を結び AD に
直角にひき AB の延長との交わりを E とする。 BE は A
 B リンクの求心加速度をあらわすことになる。この図に
てリンク O_2B の速度 A_1B_1 に等しく O_2B に直角に B か
ら BF をとる。 O_2F を結び O_2F に直角にひき O_2B の
延長との交わりを G とする。 BG はリンク O_2B の求心
加速度をあらわすことになる。加速度の尺度については、
 O_1A の長さが O_1A リンクの求心加速度をあらわすよう
に加速度の尺度をきめる。この場合の尺度は $1\text{ cm} = \omega^2$
 $\text{cm/sec}^2 = 900\text{ cm/sec}^2$ となる。この尺度で測れば O_1A
リンク求心加速度 $O_1A = 9000\text{ cm/sec}^2$, ABC リンク
の求心加速度 $BE = 4870\text{ cm/sec}^2$, O_2B リンクの求心
加速度 $BG = 3000\text{ cm/sec}^2$ が求め得られる。つぎに任
意点 P_2 を極にとりリンク O_1A の求心加速度を加速度の
尺度で測り O_1A の長さに等しく、かつ P_2 から O_1A に

平行に $P_2 A_2$ をとる。 A_2 からリンク AB の求心加速度 BE に等しく、かつ AB に平行に $A_2 B_2$ をとる。 ABC リンクの接線方向の加速度は $A_2 B_2$ に直角に $B_2 D_2$ 方向にむかう。今度はリンク $O_2 B$ の求心加速度は BG に等しく、かつ $O_2 B$ に平行に極 P_2 から $P_2 C$ の長さに等しくとる。 $O_2 B$ リンクの接線方向の加速度は C_2 において $P_2 C_2$ に直角に $C_2 D_2$ 方向にむかうのである。 B_2 において $A_2 B_2$ にひいた垂直線と C_2 において $P_2 C_2$ にひいた垂直線との交わりを D_2 とする。しからば $B_2 D_2$ は AB リンクの接線方向の加速度を与えるものである。 $C_2 D_2$ は $O_2 B$ リンクの接線方向の加速度を与えるものである。加速度線図から $P_2 A_2 = 9000 \text{ cm/sec}^2$, $A_2 B_2 = 9870 \text{ cm/sec}^2$, $B_2 D_2 = 3125 \text{ cm/sec}^2$, $P_2 C_2 = 3000 \text{ cm/sec}^2$, $C_2 D_2 = 12570 \text{ cm/sec}^2$ が求め得られる。

第6図のように $O_1 O_2$ が固定回転端であって、滑り子 A を有する回転滑り子機構 $O_1 A O_2$ においてリンク $O_1 A = r_a$ が一定の角速度 $\omega_a \text{ cm/sec}$ で回転するとき速度、

(第6図) 滑り子リンク機構

$O_2 A = 240 \text{ mm}$, $O_1 A = 340 \text{ mm}$
 $O_1 A$ の角速度 $\omega_a = 5 \text{ rad/sec}$

(第7図) 滑り子リンク機構の速度
 加速度図計算

加速度を図計算してみよう⁴⁾。

リンク $O_1 A$ が O_1 を中心に回転するとき A における接線方向の速度は $O_1 A$ に直角に A から $O_1 A$ に等しく AB をとる。速度の尺度は $1 \text{ cm} = \omega \text{ cm/sec} = 5 \text{ cm/sec}$ となる。またこの場合 $O_1 A$ の長さは $O_1 A$ リンクの求心加速度をあらわすことになる。加速度の尺度は $1 \text{ cm} = \omega^2 \text{ cm/sec}^2 = 25 \text{ cm/sec}^2$ となる。つぎに AB なる $O_1 A$ リンクの接線速度と、滑り子のすべる $O_2 A$ 方向の速度 v_r とこれに直角なる速度 $AB_1 = v_b$ とに分けて考えてみる。いまの場合速度の尺度でこれらを測れば $AB = 170 \text{ cm/sec}$, $BB_1 = v_r = 70 \text{ cm/sec}$, $AB_1 = v_b = 155 \text{ cm/sec}$ が求め得られる。 $A B_1$ は O_2 を中心として回転する $O_2 A$ リンクの A における接線速度である。 $O_2 A = r_b$ とすれば

$$\tan \theta = \frac{A B_1}{O_2 A} = \frac{v_b}{r_b} = \omega_a$$

つぎに $BB_1 = v_r$ に等しく O_2 から $O_2 D$ の長さをとる。 D から $A B_1$ に平行線をひき $O_2 B_1$ との交わりを E とする。前に述べたように $DE = v_b \omega_b$ である。そこで $DE \times 2$ の長さを $O_2 A$ に直角に A から KA に等しくとる。矢印は原動節が図のように回転すれば K から A に向かうのである。加速度の尺度で測ればコリオリ加速度として 905 cm/sec^2 が求め得られる。つぎに $O_2 B_1$ を結び、これに直角にひき、 $O_2 A$ の延長との交わりを C とする。しからば加速度の尺度で AC を測れば $O_2 A$ リンクの求心加速度として 1000 cm/sec^2 が求め得られる。 A から AC に等しく $A O_2$ 線上に AL をとる。また $A O_1$ の長さは原動節 $O_1 A$ の求心加速度をあらわす長さであって加速度の尺度で測り 850 cm/sec^2 が求め得られる。 K から $A O_1$ に等しく、かつ $A O_1$ に平行に KJ をとる。 $O_2 A$ リンクの接線方向の加速度は L から AL に直角に LM の方向にひく。また滑り子の加速度は $O_2 A$ の方向であるから J から AL に平行に JM をひき、 LM との交点 M を求める。コリオリ法則 $KALMJ$ はこのようにして求め得られる。これを加速度の尺度で測れば $LM = 545 \text{ cm/sec}^2$, $JM = 230 \text{ cm/sec}^2$, $KJ = 8500 \text{ cm/sec}^2$, $KA = 905 \text{ cm/sec}^2$, $AL = 1000 \text{ cm/sec}^2$ が求め得られる。

4. む す び

以上述べたように回転するリンクにおける接線速度と求心加速度の図的構成関係、回転するリンク上に滑り子がある場合のコリオリ加速度の図的構成関係と、原動節の速度、加速度の尺度定数として $1 \text{ cm} = \omega \text{ cm/sec}$, $1 \text{ cm} = \omega^2 \text{ cm/sec}^2$ に決めることを問題に応じて組み合わせるようにすればよい。このことは例題について述べてお

いた。このようにして運動するリンク機構のある瞬間における速度、加速度が図計算して得られる。

参考文献

- 1) 谷口 修; 機械力学, I, 養賢堂
- 2) 長元亀久男; コリオリ法則の図的構成についての

- 一考察. 精機学会春季大会前刷(昭39~4~7).
- 3) HAMILTON H.MABIE; Mechanism and Dynamics of Machinery. JOHN WILEY & SONS, INC.
- 4) 野口尙一; 機械運動理論, 日刊工業新聞社
- 5) 渡辺茂; 機構学, I, 共立社